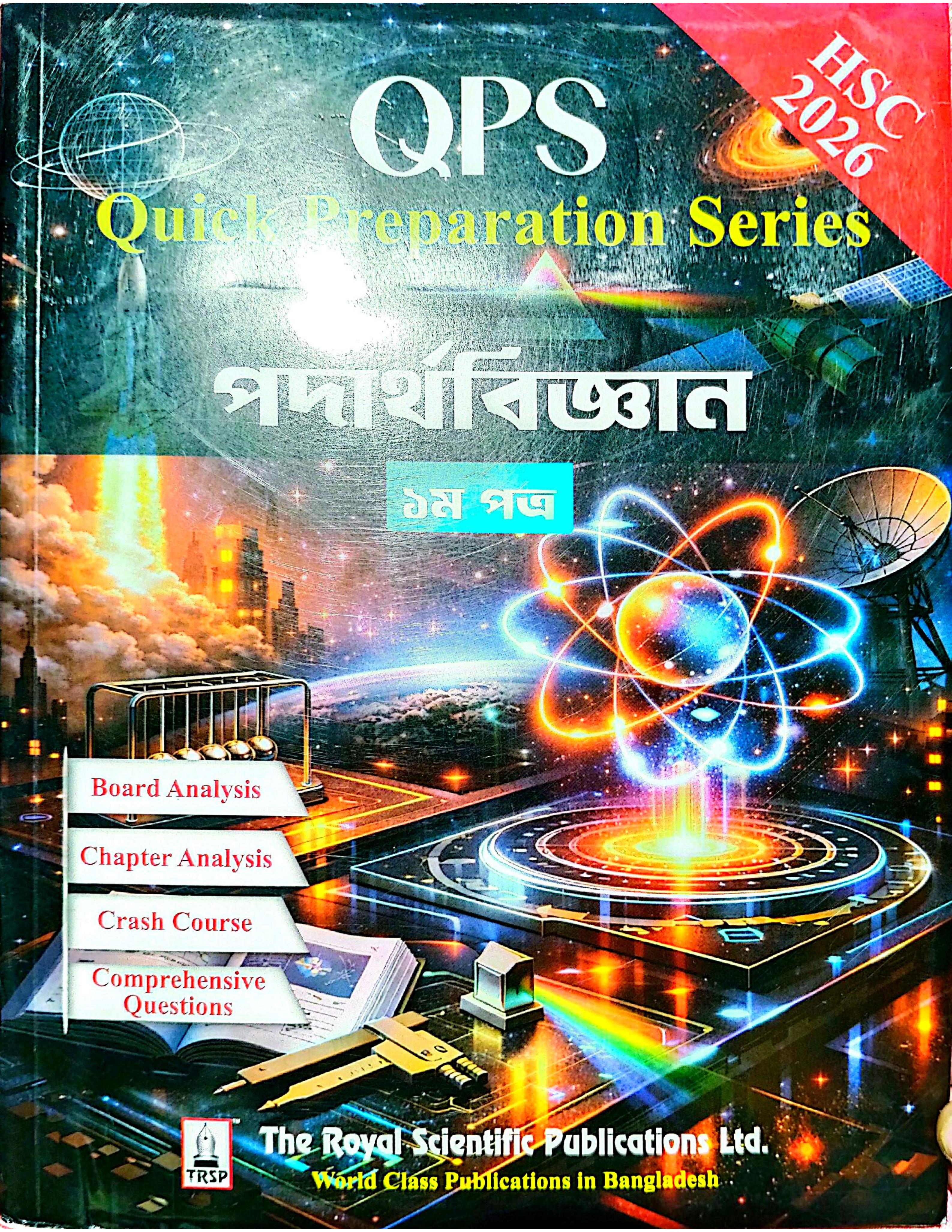


HSC 2026

QPS

Quick Preparation Series

পদার্থবিজ্ঞান

১ম পত্র

- Board Analysis
- Chapter Analysis
- Crash Course
- Comprehensive Questions

TRSP
The Royal Scientific Publications Ltd.
World Class Publications in Bangladesh

CS CamScanner

প্রিয় **HSC-2026** পরীক্ষার্থী,

HSC পরীক্ষার আর মাত্র কিছুদিন বাকি। শেষ সময়ে এসে ভুল করে শত শত কলেজের টেস্ট পরীক্ষার হাজার হাজার প্রশ্নে নিজেকে হারিয়ে ফেলো না, কিংবা কোনো [illegible] সাজেশনে বিভ্রান্ত হয়ো না!

তোমাদের এই সময়ে এসে কোনো [illegible] প্রতিটি টপিক পড়া সম্ভব নয়, ঠিক তেমনি অবান্তর সাজেশনের পাল্লায় পড়ে কোনো গুরুত্বপূর্ণ টপিক বাদ দেয়ার মতো সুযোগও নেই। তাই এখন তোমার প্রয়োজন সময়ের মধ্যে Priority Based গোছানো প্রস্তুতি। এই উদ্দেশ্যকে সামনে রেখে **The Royal Scientific Publications Ltd.** প্রকাশ করেছে-

HSC QPS-Quick Preparation Series

Board Analysis: বিগত বছরগুলোর HSC পরীক্ষার প্রশ্নগুলো Analysis করে অধ্যায়টি সৃজনশীল ও বহুনির্বাচনি প্রশ্নের জন্য কতটা গুরুত্বপূর্ণ তা উল্লেখ করা হয়েছে। অধ্যায়টি থেকে HSC পরীক্ষায় কতটি বহুনির্বাচনি ও কতটি সৃজনশীল প্রশ্ন এসে থাকে তার একটি চিত্র তুলে ধরা হয়েছে; দেখে তুমি ধারণা পেতে পারো তোমাদের HSC পরীক্ষায় অধ্যায়টি থেকে কতটি MCQ ও CQ আসতে পারে।

Chapter Analysis: HSC পরীক্ষার জন্য কোনো অধ্যায়ের সবকটি topic সমান গুরুত্বপূর্ণ নয়। কোনো অধ্যায়ের কোন কোন topic থেকে সচরাচর HSC পরীক্ষার প্রশ্ন হয়ে থাকে তা Analysis করা হয়েছে Chapter Analysis অংশে। এখান থেকে তুমি জানতে পারবে অধ্যায়ের কোন কোন topic HSC পরীক্ষার জন্য কতটা গুরুত্বপূর্ণ।

Crash Course: বিগত বছরগুলোর HSC পরীক্ষার বহুনির্বাচনি প্রশ্নগুলো বিশ্লেষণ করে প্রয়োজনীয় তত্ত্ব, সূত্র, গুরুত্বপূর্ণ তথ্যসমূহ টপিক অনুসারে সাজানো হয়েছে, যেন শেষ মুহূর্তে গুছিয়ে রিভিশন করতে পারো। এছাড়াও MCQ এর জন্য গুরুত্বপূর্ণ গাণিতিক সমস্যাবলির সমাধান Topic অনুসারে সাজানো হয়েছে, সাথে Similar Problems ও যুক্ত করা হয়েছে, যাতে তোমাদের পরীক্ষার প্রস্তুতি হয় পূর্ণাঙ্গ।

Short Question Answer: বিগত বছরগুলোর HSC পরীক্ষার 'ক' ও 'খ' অংশের প্রশ্নোত্তরগুলো সহ অন্যান্য প্রশ্নোত্তর টপিক অনুসারে সাজিয়ে দেওয়া হয়েছে। যেগুলো বুঝে অনুশীলন করলে সংশ্লিষ্ট অধ্যায়ের সব বোর্ড প্রশ্নতো Cover হবেই, সাথে অধ্যায় সংশ্লিষ্ট গুরুত্বপূর্ণ প্রায় প্রতিটি বিষয়ই তোমাদের আয়ত্তে চলে আসবে।

Comprehensive Questions: সাধারণত HSC পরীক্ষার CQ প্রস্তুতির জন্য বিগত বছরের বোর্ড পরীক্ষার CQ গুলো বুঝে অনুশীলন করাই যথেষ্ট। কিন্তু পরীক্ষার আগে এই অল্প সময়ে এতগুলো প্রশ্নোত্তর অনুশীলন করা তোমাদের জন্য কষ্টসাধ্য; এছাড়াও এই প্রশ্নোত্তরগুলোর অধিকাংশই প্রত্যক্ষ ও পরোক্ষভাবে 'Repeat'!!!

তোমাদের সুবিধার্থে... এই সৃজনশীল রচনামূলক প্রশ্নগুলোকে সমন্বয় করে প্রতিটি অধ্যায়ে মাত্র ২-৫টি Comprehensive Questions দেওয়া হয়েছে, যেগুলো বুঝে অনুশীলন করলে সংশ্লিষ্ট অধ্যায়ের সব বোর্ড প্রশ্নতো Cover হবেই, সাথে অধ্যায় সংশ্লিষ্ট গুরুত্বপূর্ণ প্রায় প্রতিটি বিষয়ই তোমাদের আয়ত্তে চলে আসবে।

সহায়ক বই

QPS

Quick Preparation Series

পদার্থবিজ্ঞান

১ম পত্র

HSC-2026

রচনা ও
সম্পাদনায়

রয়েল সম্পাদনা পর্ষদ

TRSP
The Royal Scientific Publications Ltd.
World Class Publications in Bangladesh

CS CamScanner

প্রথম প্রকাশ : এপ্রিল, ২০২৪
তৃতীয় সংস্করণ : জানুয়ারি, ২০২৬

গ্রন্থস্বত্ব

দি রয়েল সায়েন্টিফিক পাবলিকেশন্স লিমিটেড কর্তৃক গ্রন্থস্বত্ব সংরক্ষিত। দি রয়েল সায়েন্টিফিক পাবলিকেশন্স লিমিটেড-এর লিখিত অনুমতি ছাড়া এই পুস্তক বা এর অংশবিশেষ প্রকাশ ও প্রচার করা বাংলাদেশ গ্রন্থস্বত্ব আইন অনুযায়ী সম্পূর্ণ অবৈধ ও দণ্ডনীয়।

মুদ্রণ ও বাঁধাই:
নাইস প্রিন্টিং সল্যুশন

ট্রেডমার্কস রেজিস্ট্রেশন:
(TMR) ২৩১৬০৮

TRSP এর যেকোনো বইয়ের কিছু অংশ পড়ে দেখতে এবং অর্ডার করতে ভিজিট করুন আমাদের অফিসিয়াল ওয়েবসাইট

SCAN ME

Helpline

For Teachers, Students & Guardians
অভিযোগ, জিজ্ঞাসা ও পরামর্শসহ যেকোনো প্রয়োজনে-
Email: support@trsp.email
https://trsp.link/fb
ফোন: ০৯৬৩৯১১২২১১
[সকাল ৯:০০ টা থেকে সন্ধ্যা ৬:০০ টা পর্যন্ত]

বিক্রয় ও বিপণন বিভাগ:
০২-৪৭১১৬৯৪৭
০১৬৭৬-৫৩২৪০৭, ০১৮৪১৭৩২৪০৭

সর্বোচ্চ খুচরা বিক্রয়মূল্য: ২৯০.০০ টাকা মাত্র।

TRSP Exam Lab

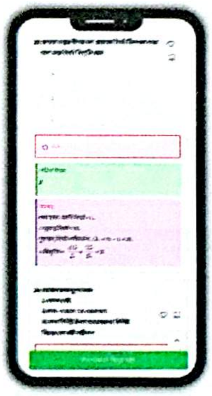
নিয়মিত পরীক্ষায় নিজেকে যাচাই
করে নাও লাখো শিক্ষার্থীর মাঝে

TRSP
The Royal
Scientific Publications Ltd.

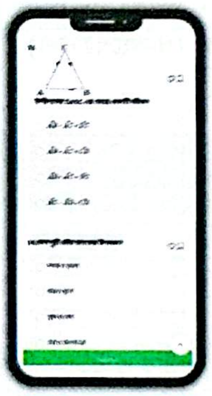
TRSP Online Exam Portal

Live Leaderboad

Exam Analysis



Answer with Explanation



Dynamic Exam Interface

Student Dashboard

Program Dashboard

Live leaderboard : যেকোনো মুহূর্তে সারাদেশের লাখো শিক্ষার্থীর মাঝে নিজের অবস্থান দেখতে পাবে।

Exam analysis : প্রতিটি পরীক্ষা শেষে কতটি প্রশ্নের উত্তর করেছো, কতটি সঠিক বা ভুল তার পরিসংখ্যান Graphical উপস্থাপনাসহ বিস্তারিত Analysis দেখতে পাবে এই অংশে।

Answer with Explanation : পরীক্ষা শেষে প্রতিটি প্রশ্নের উত্তরসহ বিস্তারিত সহজবোধ্য ব্যাখ্যা দেখতে পাবে যা তোমার নির্দিষ্ট প্রশ্নের বা টপিকের দুর্বলতাকে দূর করে সুদৃঢ় প্রস্তুতি নিতে সহায়তা করবে।

Dynamic Exam Interface : User-friendly ও responsive interface, যা তোমার পরীক্ষা দেওয়ার অভিজ্ঞতাকে করবে বাস্তবিক।

Student Dashboard : শিক্ষার্থীর লাইভ এক্সাম, ভর্তিকৃত প্রোগ্রামসমূহ, প্রশ্ন ও উত্তর, লিডারবোর্ড, অংশগ্রহণকৃত সকল পরীক্ষার ফলাফলের Illustrative উপস্থাপনা- এককথায় প্রয়োজনীয় সকল কিছু পেয়ে যাবে এই সেকশনে।

Program Dashboard : এই অংশে ভর্তিকৃত কোনো প্রোগ্রামের লাইভ, আপকামিং, আর্কাইভ পরীক্ষাসমূহ সুন্দরভাবে সাজানো আছে। এর পাশাপাশি প্রোগ্রামটির রুটিন, পরীক্ষার ফলাফল, লিডারবোর্ড দেখার অপশনও পেয়ে যাবে।

টেস্ট পরীক্ষার পরে HSC পরীক্ষার প্রস্তুতিকে সুদৃঢ় করতে এবং লক্ষ লক্ষ শিক্ষার্থীর মাঝে নিজের প্রস্তুতিকে যাচাই করতে QR Code টি Scan করে রেজিস্ট্রেশন করো এখনি

CS CamScanner

সূচিপত্র

মানবণ্টন ৭
অধ্যায়ভিত্তিক বোর্ড প্রশ্নাবলির বিশ্লেষণ ৮

অধ্যায়ভিত্তিক আলোচনা

অধ্যায়-১ ভৌতজগৎ ও পরিমাপ ১০-২৮

Board Questions Analysis ১১
Chapter Analysis ১২
Crash Course ১৩-২২
- প্রয়োজনীয় তত্ত্ব, সূত্র, প্রতীক ও একক পরিচিতি ১৪
- MCQ এর জন্য গুরুত্বপূর্ণ তথ্যসমূহ ১৫
- MCQ এর জন্য গুরুত্বপূর্ণ গাণিতিক সমস্যাবলি ২১

Short Question Answer ২৩-২৬
- জ্ঞানমূলক প্রশ্নোত্তর (ক-অংশের জন্য) ২৪
- অনুধাবনমূলক প্রশ্নোত্তর (খ-অংশের জন্য) ২৫

Comprehensive Questions ২৭-২৮

অধ্যায়-২ ভেক্টর ২৯-৭৮

Board Questions Analysis ৩০
Chapter Analysis ৩১
Crash Course ৩২-৫০
- প্রয়োজনীয় তত্ত্ব, সূত্র, প্রতীক ও একক পরিচিতি ৩৩
- MCQ এর জন্য গুরুত্বপূর্ণ তথ্যসমূহ ৩৮
- MCQ এর জন্য গুরুত্বপূর্ণ গাণিতিক সমস্যাবলি ৪২

Short Question Answer ৫১-৬৩
- জ্ঞানমূলক প্রশ্নোত্তর (ক-অংশের জন্য) ৫২
- অনুধাবনমূলক প্রশ্নোত্তর (খ-অংশের জন্য) ৫৪

Comprehensive Questions ৬৪-৭৮

অধ্যায়-৩ গতিবিদ্যা ৭৯-১১৬

Board Questions Analysis ৮০
Chapter Analysis ৮১
Crash Course ৮২-১০০
- প্রয়োজনীয় তত্ত্ব, সূত্র, প্রতীক ও একক পরিচিতি ৮৩
- গুরুত্বপূর্ণ লেখচিত্রসমূহ ৮৮
- MCQ এর জন্য গুরুত্বপূর্ণ তথ্যসমূহ ৮৯
- MCQ এর জন্য গুরুত্বপূর্ণ গাণিতিক সমস্যাবলি ৯১

Short Question Answer ১০১-১০৭
- জ্ঞানমূলক প্রশ্নোত্তর (ক-অংশের জন্য) ১০২
- অনুধাবনমূলক প্রশ্নোত্তর (খ-অংশের জন্য) ১০৪

Comprehensive Questions ১০৮-১১৬

CS CamScanner

অধ্যায়-৪ নিউটনিয়ান বলবিদ্যা ১১৭-১৬৪
Board Questions Analysis ১১৮
Chapter Analysis ১১৯
Crash Course ১২০-১৩৭
- প্রয়োজনীয় তত্ত্ব, সূত্র, প্রতীক ও একক পরিচিতি ১২১
- MCQ এর জন্য গুরুত্বপূর্ণ তথ্যসমূহ ১২৬
- MCQ এর জন্য গুরুত্বপূর্ণ গাণিতিক সমস্যাবলি ১২৯

Short Question Answer ১৩৮-১৫২
- জ্ঞানমূলক প্রশ্নোত্তর (ক-অংশের জন্য) ১৩৯
- অনুধাবনমূলক প্রশ্নোত্তর (খ-অংশের জন্য) ১৪১

Comprehensive Questions ১৫৩-১৬৪

অধ্যায়-৫ কাজ, শক্তি ও ক্ষমতা ১৬৫-২০৭
Board Questions Analysis ১৬৬
Chapter Analysis ১৬৭
Crash Course ১৬৮-১৮২
- প্রয়োজনীয় তত্ত্ব, সূত্র, প্রতীক ও একক পরিচিতি ১৬৯
- গুরুত্বপূর্ণ লেখচিত্রসমূহ ১৭১
- MCQ এর জন্য গুরুত্বপূর্ণ তথ্যসমূহ ১৭২
- MCQ এর জন্য গুরুত্বপূর্ণ গাণিতিক সমস্যাবলি ১৭৫

Short Question Answer ১৮৩-১৯১
- জ্ঞানমূলক প্রশ্নোত্তর (ক-অংশের জন্য) ১৮৪
- অনুধাবনমূলক প্রশ্নোত্তর (খ-অংশের জন্য) ১৮৫

Comprehensive Questions ১৯২-২০৬

অধ্যায়-৬ মহাকর্ষ ও অভিকর্ষ ২০৭-২৪৫
Board Questions Analysis ২০৮
Chapter Analysis ২০৯
Crash Course ২১০-২২৩
- প্রয়োজনীয় তত্ত্ব, সূত্র, প্রতীক ও একক পরিচিতি ২১১
- গুরুত্বপূর্ণ লেখচিত্রসমূহ ২১২
- MCQ এর জন্য গুরুত্বপূর্ণ তথ্যসমূহ ২১৩
- MCQ এর জন্য গুরুত্বপূর্ণ গাণিতিক সমস্যাবলি ২১৬

Short Question Answer ২২৪-২৩২
- জ্ঞানমূলক প্রশ্নোত্তর (ক-অংশের জন্য) ২২৫
- অনুধাবনমূলক প্রশ্নোত্তর (খ-অংশের জন্য) ২২৬

Comprehensive Questions ২৩৩-২৪৪

অধ্যায়-৭ পদার্থের গাঠনিক ধর্ম ২৪৫-২৭৮
Board Questions Analysis ২৪৬
Chapter Analysis ২৪৭
Crash Course ২৪৮-২৫৯
- প্রয়োজনীয় তত্ত্ব, সূত্র, প্রতীক ও একক পরিচিতি ২৪৯
- গুরুত্বপূর্ণ লেখচিত্রসমূহ ২৫১
- MCQ এর জন্য গুরুত্বপূর্ণ তথ্যসমূহ ২৫২
- MCQ এর জন্য গুরুত্বপূর্ণ গাণিতিক সমস্যাবলি ২৫৪

Short Question Answer ২৬০-২৬৮
- জ্ঞানমূলক প্রশ্নোত্তর (ক-অংশের জন্য) ২৬১
- অনুধাবনমূলক প্রশ্নোত্তর (খ-অংশের জন্য) ২৬৪

Comprehensive Questions ২৬৯-২৭৮

অধ্যায়-৮ পর্যাবৃত্তিক গতি ২৭৯-৩২০
Board Questions Analysis ২৮০
Chapter Analysis ২৮১
Crash Course ২৮২-২৯
- প্রয়োজনীয় তত্ত্ব, সূত্র, প্রতীক ও একক পরিচিতি ২৮৩
- গুরুত্বপূর্ণ লেখচিত্রসমূহ ২৮৫
- MCQ এর জন্য গুরুত্বপূর্ণ তথ্যসমূহ ২৮৭
- MCQ এর জন্য গুরুত্বপূর্ণ গাণিতিক সমস্যাবলি ২৮৯

Short Question Answer ২৯৭-৩০
- জ্ঞানমূলক প্রশ্নোত্তর (ক-অংশের জন্য) ২৯৮
- অনুধাবনমূলক প্রশ্নোত্তর (খ-অংশের জন্য) ২৯৯

Comprehensive Questions ৩০৭-৩২

অধ্যায়-৯ তরঙ্গ ৩২১-৩৫
Board Questions Analysis ৩২২
Chapter Analysis ৩২৩
Crash Course ৩২৪-৩৩
- প্রয়োজনীয় তত্ত্ব, সূত্র, প্রতীক ও একক পরিচিতি ৩২৫
- গুরুত্বপূর্ণ লেখচিত্রসমূহ ৩২৮
- MCQ এর জন্য গুরুত্বপূর্ণ তথ্যসমূহ ৩২৮
- MCQ এর জন্য গুরুত্বপূর্ণ গাণিতিক সমস্যাবলি ৩৩০

Short Question Answer ৩৩৬-৩৪
- জ্ঞানমূলক প্রশ্নোত্তর (ক-অংশের জন্য) ৩৩৭
- অনুধাবনমূলক প্রশ্নোত্তর (খ-অংশের জন্য) ৩৩৯

Comprehensive Questions ৩৪৩-৩৫

অধ্যায়-১০ আদর্শ গ্যাস ও গ্যাসের গতিতত্ত্ব ৩৫১-৩৯
Board Questions Analysis ৩৫২
Chapter Analysis ৩৫৩
Crash Course ৩৫৪-৩৬
- প্রয়োজনীয় তত্ত্ব, সূত্র, প্রতীক ও একক পরিচিতি ৩৫৫
- গুরুত্বপূর্ণ লেখচিত্রসমূহ ৩৫৭
- MCQ এর জন্য গুরুত্বপূর্ণ তথ্যসমূহ ৩৫৯
- MCQ এর জন্য গুরুত্বপূর্ণ গাণিতিক সমস্যাবলি ৩৬২

Short Question Answer ৩৬৭-৩৮
- জ্ঞানমূলক প্রশ্নোত্তর (ক-অংশের জন্য) ৩৬৮
- অনুধাবনমূলক প্রশ্নোত্তর (খ-অংশের জন্য) ৩৭১

Comprehensive Questions ৩৮১-৩৯

CS CamScanner

মানবণ্টন

পদার্থবিজ্ঞান ১ম পত্র

পূর্ণমান: ১০০ নম্বর

সৃজনশীল প্রশ্নের জন্য ৫০ নম্বর , বহুনির্বাচনি প্রশ্নের জন্য ২৫ নম্বর এবং ব্যবহারিক অংশের জন্য ২৫ নম্বর বরাদ্দ আছে।

সৃজনশীল অংশ: ৫০

প্রতিটি সৃজনশীল প্রশ্নের নম্বর ১০

- জ্ঞানমূলক : ১ নম্বর
- অনুধাবনমূলক : ২ নম্বর
- প্রয়োগমূলক : ৩ নম্বর
- উচ্চতর দক্ষতামূলক : ৪ নম্বর

মোট ৮টি সৃজনশীল প্রশ্ন থাকবে। যেকোনো ৫টি প্রশ্নের উত্তর দিতে হবে।

বহুনির্বাচনি অংশ: ২৫

প্রতিটি বহুনির্বাচনি প্রশ্নের মান ১।

তিন ধরনের বহুনির্বাচনি প্রশ্ন থাকবে

- সাধারণ বহুনির্বাচনি
- বহুপদী সমাপ্তিসূচক
- অভিন্ন তথ্যভিত্তিক

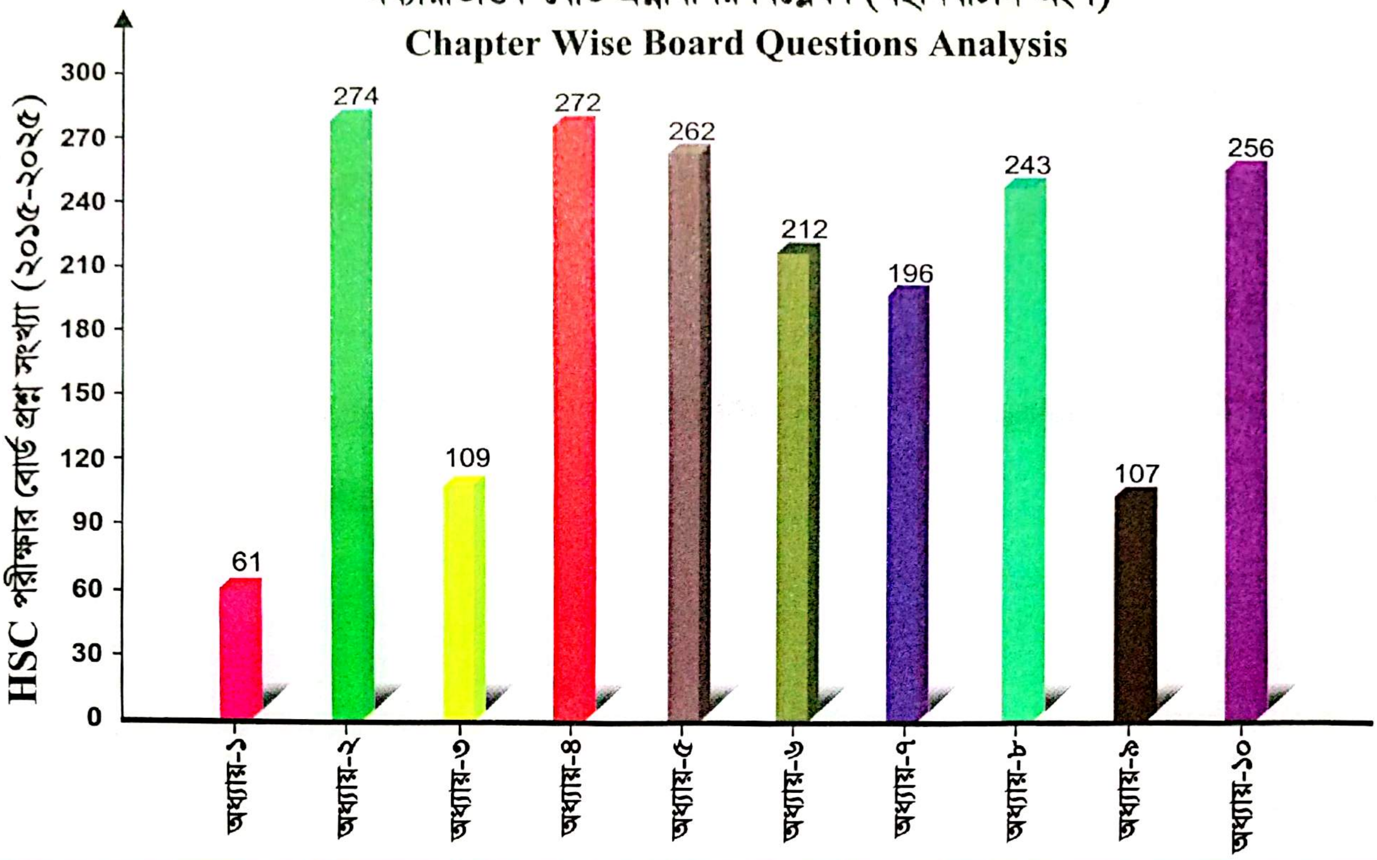
২৫ টি বহুনির্বাচনি প্রশ্ন থাকবে এবং সবকয়টি প্রশ্নের উত্তর দিতে হবে।

ব্যবহারিক অংশ: ২৫

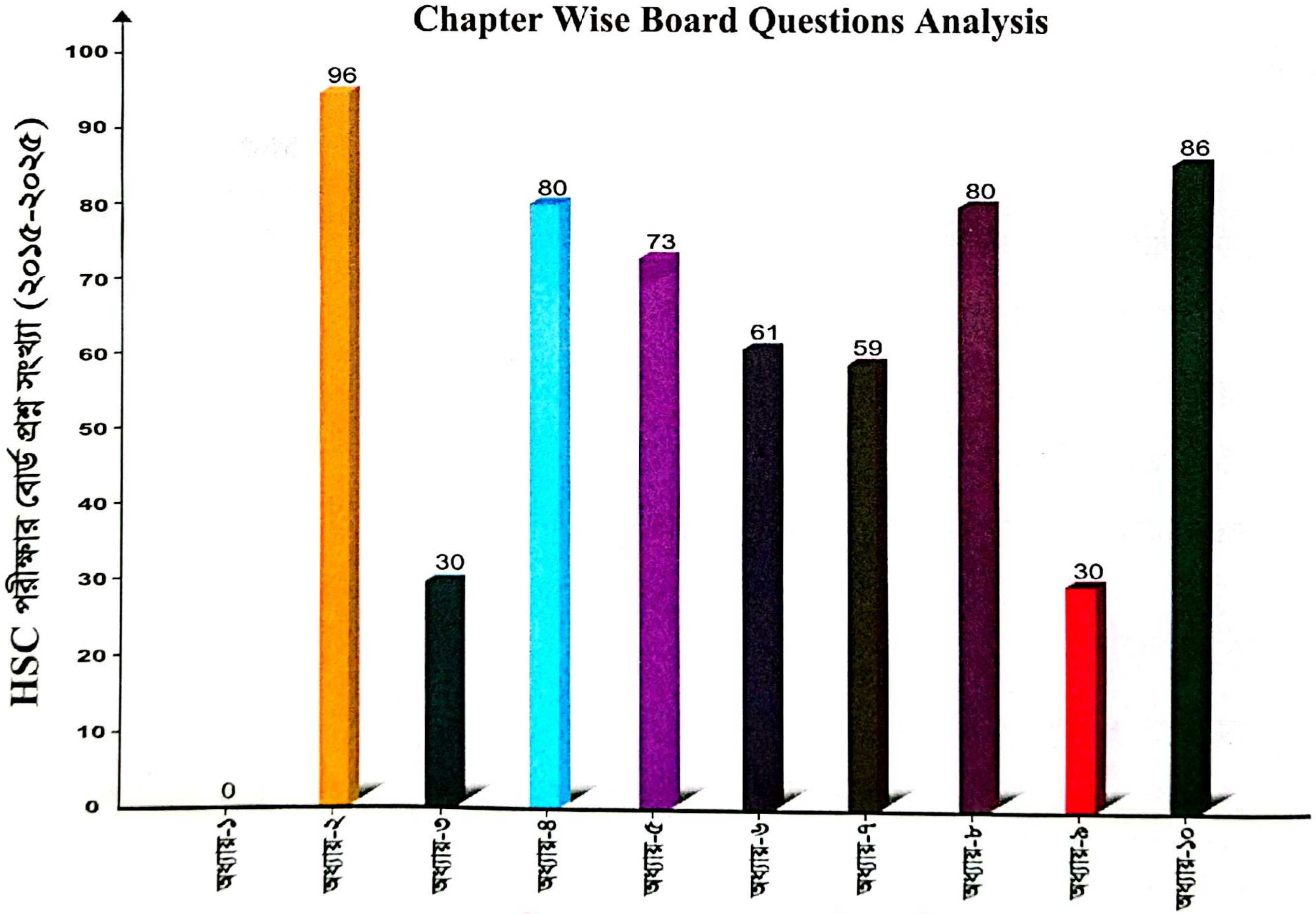
ব্যবহারিক অংশ ৪টি ভাগে বিভক্ত

- ১টি পরীক্ষা : ১২ নম্বর (তত্ত্ব: ৩ নম্বর, যন্ত্রপাতির ব্যবহার ও উপাত্ত সংগ্রহ: ৫ নম্বর, উপাত্তের হিসাব ও বিশ্লেষণ: ৪ নম্বর)
- ব্যাখ্যাসহ ফলাফল উপস্থাপন : ৫ নম্বর
- মৌখিক অভীক্ষা: ৫ নম্বর
- নোট বুক : ৩ নম্বর

অধ্যায়ভিত্তিক বোর্ড প্রশ্নাবলির বিশ্লেষণ (বহুনির্বাচনি অংশ)
Chapter Wise Board Questions Analysis



অধ্যায়ভিত্তিক বোর্ড প্রশ্নাবলির বিশ্লেষণ (সৃজনশীল অংশ)
Chapter Wise Board Questions Analysis



Note : করোনা মহামারির কারণে ২০২০ সালের HSC পরীক্ষা অনুষ্ঠিত হয়নি।

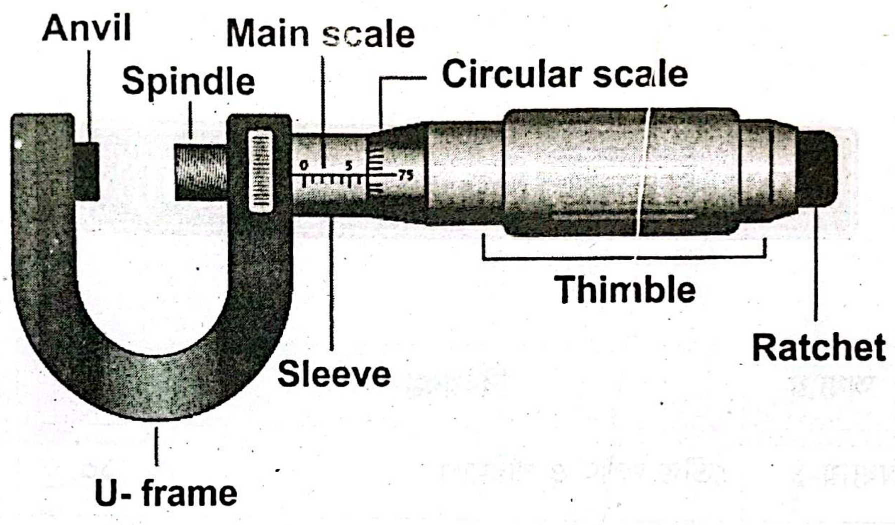
অধ্যায়ভিত্তিক আলোচনা

অধ্যায়	বিষয়বস্তু	পৃষ্ঠা
অধ্যায়-১	ভৌত জগৎ ও পরিমাপ	১০
অধ্যায়-২	ভেক্টর	২৯
অধ্যায়-৩	গতিবিদ্যা	৭৯
অধ্যায়-৪	নিউটনিয়ান বলবিদ্যা	১১৭
অধ্যায়-৫	কাজ, শক্তি ও ক্ষমতা	১৬৫
অধ্যায়-৬	মহাকর্ষ ও অভিকর্ষ	২০৭
অধ্যায়-৭	পদার্থের গাঠনিক ধর্ম	২৪৫
অধ্যায়-৮	পর্যাবৃত্তিক গতি	২৭৯
অধ্যায়-৯	তরঙ্গ	৩২১
অধ্যায়-১০	আদর্শ গ্যাস ও গ্যাসের গতিতত্ত্ব	৩৫১

অধ্যায়
১

ভৌতজগৎ ও পরিমাপ

Physical World & Measurement


Anvil
Main scale
Spindle
Circular scale
Thimble
Ratchet
Sleeve
U- frame

Screw Gauge

Total Reading = Main Scale Reading + Circular Scale Reading × Least Count (LC)

CHAPTER INDEX

বিষয়বস্তু	পৃষ্ঠা নং
✪ Board Questions Analysis	১১
✪ Chapter Analysis	১২
✪ Crash Course	১৩-২২
• প্রয়োজনীয় তত্ত্ব, সূত্র, প্রতীক ও একক পরিচিতি	১৪
• MCQ এর জন্য গুরুত্বপূর্ণ তথ্যসমূহ	১৫
• MCQ এর জন্য গুরুত্বপূর্ণ গাণিতিক সমস্যাবলি	২১
✪ Short Question-Answer	২৩-২৬
• জ্ঞানমূলক প্রশ্নোত্তর	২৪
• অনুধাবনমূলক প্রশ্নোত্তর	২৫
✪ Comprehensive Questions	২৭-২৮

BOARD QUESTIONS ANALYSIS

এই অধ্যায় থেকে বিভিন্ন বোর্ডে বিগত বছরগুলোতে এইচএসসি পরীক্ষায় ৬১টি বহুনির্বাচনি প্রশ্ন আসলেও কোনো সৃজনশীল প্রশ্ন আসেনি। নিচের 'Board Analysis' অংশে এই অধ্যায় থেকে কোন সালে কোন বোর্ডে কতটি প্রশ্ন হয়েছে তা দেখানো হলো।

☑ বহুনির্বাচনি প্রশ্ন

বোর্ড / সাল	ঢাকা	রাজশাহী	কুমিল্লা	যশোর	চট্টগ্রাম	বরিশাল	সিলেট	দিনাজপুর	ময়মনসিংহ
২০২৫	২	–	–	–	–	–	১	–	–
২০২৪	–	২	–	–	–	–	–	২	–
২০২৩	–	–	–	–	–	–	১	–	–
২০২২	–	১	–	–	–	–	–	–	২
২০২১	সংক্ষিপ্ত সিলেবাসে এই অধ্যায় অন্তর্ভুক্ত ছিলো না।								
২০২০	করোনা মহামারির কারণে ২০২০ সালের এইচএসসি পরীক্ষা অনুষ্ঠিত হয়নি।								
২০১৯	৩	২	২	১	১	১	১	১	–
২০১৮	সম্মিলিত বোর্ড (১ সেট): ১								
২০১৭	২	২	–	৪	২	১	–	২	–
২০১৬	–	১	১	১	২	২	৩	১	–
২০১৫	২	–	৩	–	৫	১	২	–	–

☑ সৃজনশীল প্রশ্ন

এই অধ্যায় থেকে বিগত বছরের (২০১৫-২০২৫ সাল)
HSC পরীক্ষায় কোনো সৃজনশীল প্রশ্ন আসেনি।

CHAPTER ANALYSIS

প্রিয় শিক্ষার্থী

এই অধ্যায়ের কোন Topic গুলো HSC পরীক্ষার জন্য গুরুত্বপূর্ণ তা নিচের চার্ট থেকে বুঝতে পারবে।
যেসব Topic থেকে প্রায়ই HSC পরীক্ষা প্রশ্ন হয়ে থাকে সে Topic গুলোকে অধিক গুরুত্ব দিবে।

Topic	MCQ	CQ	
		প্রয়োগমূলক	উচ্চতর দক্ষতামূলক
পদার্থবিজ্ঞানের বিভিন্ন পরিভাষা সম্পর্কিত	রা.বো.'১৬; কু.বো.'১৬; চ.বো.'১৬; সি.বো.'১৫	—	—
বিভিন্ন প্রকার রাশিমালা ও একক সম্পর্কিত	ব.বো.'২১; কু.বো.'১৯,'১৫; সি.বো.'১৯,'১৬,'১৫; ঢা.বো.'১৭,'১৫; রা.বো.'১৭; চ.বো.'১৭,'১৫; দি.বো.'১৭; য.বো.'১৬	—	—
স্ফেরোমিটার সম্পর্কিত	ঢা.বো.'২৫,'১৯; সি.বো.'২৫,'২৩; দি.বো., রা.বো.'২৪; রা.বো.'২২,'১৭; ম.বো.'২২; সম্মিলিত বো.'১৮; চ.বো.'১৭,'১৬,'১৫	—	—
বিভিন্ন ধরনের ত্রুটি সম্পর্কিত	ঢা.বো.'১৯,'১৫; য.বো.'১৯,'১৭; ব.বো.'১৯,'১৭,'১৫; দি.বো.'১৯; সি.বো.'১৬; কু.বো.'১৫; চ.বো.'১৫	—	—

Crash Course

প্রিয় শিক্ষার্থী,

Crash Course-এ বিগত বছরগুলোর HSC পরীক্ষার বহুনির্বাচনি প্রশ্নগুলো বিশ্লেষণ করে–

- গুরুত্বপূর্ণ তথ্যসমূহ টপিক অনুসারে সাজানো হয়েছে যেন, শেষ মুহূর্তে গুছিয়ে রিভিশন করতে পারো।
- 'প্রয়োজনীয় তত্ত্ব, সূত্র, প্রতীক ও একক পরিচিতি' সন্নিবেশিত হয়েছে, যেগুলো আয়ত্তে আনার মাধ্যমে তোমরা সহজে বহুনির্বাচনি অংশের প্রস্তুতি নিতে পারবে।
- এছাড়াও MCQ এর জন্য গুরুত্বপূর্ণ গাণিতিক সমস্যাবলির সমাধান Topic অনুসারে সাজানো হয়েছে, সাথে Similar Problems ও যুক্ত করা হয়েছে, যাতে তোমাদের পরীক্ষার প্রস্তুতি হয় পূর্ণাঙ্গ।

প্রয়োজনীয় তত্ত্ব, সূত্র, প্রতীক ও একক পরিচিতি

সূত্র	প্রতীক পরিচিতি	একক
➲ পরিমেয় রাশির ত্রুটি/বিচ্যুতি নির্ণয় সম্পর্কিত		
• $\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + \dots\dots\dots + x_n}{n}$ • $\bar{d} = \frac{\lvert d_1\rvert + \lvert d_2\rvert + \lvert d_3\rvert + \dots\dots\dots + \lvert d_n\rvert}{n} = \frac{\sum_{i=1}^{n}\lvert d_i\rvert}{n}$ • $D = \sqrt{\frac{d_1^2 + d_2^2 + \dots\dots + d_n^2}{n}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} d_i^2}{n}}$ • $\Delta x = x \sim x' = \lvert x - x'\rvert$ • আপেক্ষিক ত্রুটি $= \frac{\Delta x}{x}$ • শতকরা ত্রুটি $= \frac{\Delta x}{x} \times 100\%$	n = পাঠ সংখ্যা	–
	$x_1, x_2, x_3, \dots \dots, x_n$ = পরিমাপকৃত রাশিসমূহের মান	–
	$\bar{x}$ = পরিমাপকৃত রাশিসমূহের গড় মান	–
	$d_1, d_2, d_3, \dots \dots, d_n$ = পরিমাপকৃত রাশিসমূহের বিচ্যুতি: $d_1 = x_1 - \bar{x}, d_2 = x_2 - \bar{x}, d_3 = x_3 - \bar{x}, \dots \dots, d_n = x_n - \bar{x}$	–
	$\bar{d}$ = গড় ত্রুটি বা গড় বিচ্যুতি	–
	D = প্রমাণ বিচ্যুতি	–
	x = প্রকৃত মান	–
	x' = পরিমাপকৃত মান	–
	Δx = পরম ত্রুটি	–
➲ স্লাইড ক্যালিপার্সের সাহায্যে দৈর্ঘ্য নির্ণয়ের সূত্র সম্পর্কিত		
• $VC = \frac{s}{n} = \frac{y - x}{y} s$ • $L = M + VC \times V - (\pm e)$ [সি.বো.'১৬]	M = প্রধান স্কেল পাঠ	সে.মি. (cm) বা মি.মি. (mm)
	s = প্রধান স্কেলের ক্ষুদ্রতম ঘরের মান	–
	n = ভার্নিয়ার স্কেলের মোট ভাগসংখ্যা	–
	x = ভার্নিয়ার সমপাতনে প্রধান স্কেলের পাঠ	–
	y = ভার্নিয়ার সমপাতনে ভার্নিয়ার স্কেলের পাঠ	–
	V = ভার্নিয়ার সমপাতন সংখ্যা	–
	VC = ভার্নিয়ার ধ্রুব	সে.মি. (cm) বা মি.মি. (mm)
	$\pm e$ = যান্ত্রিক ত্রুটি	সে.মি. (cm) বা মি.মি. (mm)
	L = পরীক্ষাধীন বস্তুর দৈর্ঘ্য	সে.মি. (cm) বা মি.মি. (mm)
➲ স্ক্রু-গজের সাহায্যে দৈর্ঘ্য নির্ণয়ের সূত্র সম্পর্কিত		
• $LC = \frac{p}{n}$ • $D = M + C \times LC - (\pm e)$	L = রৈখিক স্কেলের পাঠ	মি.মি. (mm)
	C = বৃত্তাকার স্কেলের পাঠ	মি.মি. (mm)
	LC = লঘিষ্ঠ গণন	–
	$\pm e$ = যান্ত্রিক ত্রুটি	মি.মি. (mm)
	p = পিচ	মি.মি. (mm)
	n = বৃত্তাকার স্কেলের ঘর সংখ্যা	–
➲ স্ফেরোমিটারের সাহায্যে গোলীয় তলের বক্রতার ব্যাসার্ধ সম্পর্কিত		
• $h = M \times p + N \times LC$ [ঢা.বো.'১৯] • $R = \frac{d^2}{6h} + \frac{h}{2}$ [দি.বো.'২৪; রা.বো.'১৭; চ.বো.'১৭,'১৫]	h = গোলীয় বক্রতলের পৃষ্ঠ স্পর্শ করানোর জন্য স্ফেরোমিটারের স্ক্রুকে যতটুকু উপরে উঠাতে বা নিচে নামাতে হয় সেই উচ্চতা	মি.মি. (mm)
	M = বৃত্তাকার স্কেলের পূর্ণ ঘূর্ণন সংখ্যা	–
	p = পিচ	মি.মি. (mm)
	N = বৃত্তাকার স্কেলের অতিরিক্ত ভাগ সংখ্যা	–
	LC = লঘিষ্ঠ গণন	মি.মি. (mm)
	d = স্ফেরোমিটারের যেকোনো দুই পায়ের মধ্যবর্তী গড় দূরত্ব	মি.মি. (mm)
	R = বক্রতার ব্যাসার্ধ	মি.মি. (mm)

লব্ধ রাশির আপেক্ষিক ত্রুটি

ধরা যাক, একটি পরিমাপ্য রাশি x, যার সাথে y ও z রাশির সাথে সম্পর্ক হচ্ছে: $x = y^m z^n$

এখন, y ও z পরিমাপে ত্রুটি হলে x-এর পরিমাপ্য মান ত্রুটিপূর্ণ হবে। y ও z পরিমাপে সম্ভাব্য ত্রুটি যথাক্রমে Δy ও Δz হলে x পরিমাপে সম্ভাব্য সর্বোচ্চ ত্রুটির পরিমাণ হবে: $\Delta x = m\Delta y + n\Delta z$ এবং x পরিমাপে সম্ভাব্য সর্বোচ্চ আপেক্ষিক ত্রুটি হবে: $\frac{\Delta x}{x} = m\frac{\Delta y}{y} + n\frac{\Delta z}{z}$

অর্থাৎ পরিমাপ্য ভৌত রাশির (উপরের উদাহরণে x) সর্বোচ্চ আপেক্ষিক ত্রুটি হবে এর সাথে সংশ্লিষ্ট রাশিগুলোর (y ও z) প্রত্যেকের আপেক্ষিক ত্রুটি ও এর সূচকের গুণফলগুলোর সমষ্টির সমান। এখানে মনে রাখা আবশ্যক যে, **এরূপ ক্ষেত্রে সূচকের ঋণাত্মক চিহ্ন পরিহার করতে হবে।** নির্ণেয় রাশির ত্রুটির পরিমাণ অন্য অনির্ভরশীল রাশিগুলোর ত্রুটির যোগফলের সমান।

MCQ এর জন্য গুরুত্বপূর্ণ তথ্যসমূহ

দৃষ্টি আকর্ষণ

বহুনির্বাচনি প্রশ্নের জন্য 'প্রয়োজনীয় তত্ত্ব, সূত্র, প্রতীক ও একক পরিচিতি' এবং 'গুরুত্বপূর্ণ Basic Concept' অংশগুলো অবশ্যই ভালোভাবে পড়ে নিবে।

ভৌত জগতের প্রকৃতি, পদার্থবিজ্ঞানের পরিসর ও বিস্ময়কর অবদান

- গ্রিক শব্দ 'Fusis' থেকে Physics (পদার্থবিজ্ঞান) শব্দটি এসেছে যার অর্থ প্রকৃতি।
- পঠন পাঠনের সুবিধার জন্য পদার্থবিজ্ঞানকে প্রধানত নিম্নোক্ত শাখাগুলোতে ভাগ করা হয়–
    - বলবিজ্ঞান (Mechanics),
    - তাপ ও তাপগতিবিদ্যার (Heat & Thermodynamics),
    - আলোকবিজ্ঞান (Optics),
    - শব্দবিজ্ঞান (Acoustics),
    - তাড়িত চৌম্বকবিজ্ঞান (Electromagnetism),
    - কঠিন অবস্থার পদার্থবিজ্ঞান (Solid State Physics),
    - পারমাণবিক ও আণবিক পদার্থবিজ্ঞান (Atomic & Molecular Physics),
    - কোয়ান্টাম পদার্থবিজ্ঞান (Quantum Physics),
    - ইলেকট্রনিক্স (Electronics),
    - জ্যোতির্বিজ্ঞান (Astronomy), ইত্যাদি।
- গবেষণার বিচারে পদার্থবিজ্ঞানকে দুইভাগে ভাগ করা হয়, যথা- তাত্ত্বিক পদার্থবিজ্ঞান (Theoretical Physics) ও প্রায়োগিক বা ফলিত পদার্থবিজ্ঞান (Applied Physics)।
- বিজ্ঞানের উন্নতির পেছনে রয়েছে বিভিন্ন যুগে অসংখ্য বিজ্ঞানীর অক্লান্ত পরিশ্রম, সাধনা ও সৃজনশীল অবদান। নিম্নে পদার্থবিজ্ঞানের উল্লেখযোগ্য কয়েকজন বিজ্ঞানীর বেশ কিছু বিস্ময়কর অবদান বিভিন্ন যুগে ভাগ করে উল্লেখ করা হয়েছে–

প্রাচীনকাল (খ্রি.পূ. ৬৫০ - ২০০)	থেলিস (খ্রি.পূ. ৬২৪ - ৫৬৯)	সূর্য গ্রহণ সম্পর্কিত ভবিষ্যদ্বাণীর জন্য বিখ্যাত।
	পিথাগোরাস (খ্রি.পূ. ৫২৭ - ৪৯৭)	তার প্রদত্ত সমকোণী ত্রিভুজের উপপাদ্যের জন্য বিখ্যাত। তাছাড়াও তিনি বিজ্ঞান, গণিত, সংগীত, ভেষজ বিজ্ঞান ও বিশ্বতত্ত্ব, শরীর, মন ও আত্মা সব কিছুকেই গাণিতিক সূত্রের সাহায্যে প্রকাশ করতে চেয়েছেন।
	অ্যারিস্টার্কাস (খ্রি.পূ. ৩১০ - ২৩০)	তিনিই প্রথম বলেছিলেন সৌরজগতের কেন্দ্রে রয়েছে সূর্য এবং পৃথিবী ও অন্যান্য গ্রহগুলো সূর্যের চারদিকে ঘুরছে।
	আর্কিমিডিস (খ্রি.পূ. ২৮৭ - ২১২)	লিভারের নীতি ও তরলে নিমজ্জিত বস্তুর উপর ক্রিয়াশীল উর্ধ্বমুখী বলের সূত্র আবিষ্কার করেন।

মুসলিম যুগ/মধ্য যুগ (৭৫১ – ১৫৫০ সাল)	জাবির ইবনে হাইয়ান (৭২১ - ৮১৫ সাল) আল-রাজি (৮৬৫ - ৯২৫ সাল)	উভয়কেই রসায়ন বিজ্ঞানের জনক বলা হয়।
	আল খোয়ারিজমি (৭৮০ - ৮৫০ সাল)	তাকে বীজগণিতের জনক বলা হয়। তার লেখা আল জাবির বই থেকে বর্তমান এলজেবরা নামটি এসেছে।
	আল-মাসুদি (৮৯৬-৯৫৬)	প্রকৃতির ইতিহাস সম্পর্কে ৩০ খণ্ডের একটি এনসাইক্লোপিডিয়া লেখেন।
	ইবনে আল হাইয়াম (৯৬৫ - ১০৪০ সাল)	আলোকবিজ্ঞানের স্থপতি বিবেচনা করা হয়।
	ইবনে সিনা (৯৬৫ - ১০৪০ সাল)	তিনি ছিলেন একাধারে ছিলেন রসায়নবিদ, চিকিৎসক, গণিতজ্ঞ এবং জ্যোতির্বিদ।
	লিওনার্দো দ্যা ভিঞ্চি (১৪৫২ - ১৫১৯ সাল)	পাখির উড়া পর্যবেক্ষণ করে উড়োজাহাজের একটি মডেল তৈরি করেছিলেন। *[ঢা.বো.'১৭]* বলবিদ্যা সম্পর্কে তাঁর উল্লেখযোগ্য জ্ঞান ছিল বলে তিনি কিছু সাধারণ যন্ত্র দক্ষতার সাথে উদ্ভাবন করতে সক্ষম হন।

CS CamScanner

গ্যালিলিও-নিউটনীয় যুগ (১৫৫১ – ১৭৫০ সাল)	গ্যালিলিও গ্যালিলি (১৫৬৪ - ১৬৪২ সাল)	দূর-বীক্ষণ যন্ত্র, পড়ন্ত বস্তুর সূত্র, দোলকের সূত্র, অভিকর্ষজ ত্বরণ, বায়ু থার্মোমিটার আবিষ্কার করেন।
	আইজাক নিউটন (১৬৪৩ - ১৭২৭ সাল)	গতি সূত্র, মহাকর্ষ সূত্র, শব্দের গতি, ক্যালকুলাস, বাইনোমিয়াল তত্ত্ব, আলোর বিচ্ছুরণ, বর্ণালী ও শীতলীকরণের সূত্র ইত্যাদি আবিষ্কারে অনবদ্য অবদান রাখেন।
	উইলিয়াম গিলবার্ট (১৫৪৪ - ১৬০৩ সাল)	তড়িৎ ও চুম্বকত্ব নিয়ে তত্ত্ব প্রদান করেন।
	উইনল্ব্রির্ড স্নেল (১৫৮০ - ১৬২৬ সাল)	আলোর প্রতিসরণের সূত্র আবিষ্কার করেন।
	ক্রিশ্চিয়ান হাইগেন (১৬২৯ - ১৬৯৫ সাল)	আলোর তরঙ্গ তত্ত্ব প্রদান করেন।
	জেমস ওয়াট (১৭৩৬ - ১৮১৯ সাল)	বাষ্প ইঞ্জিন আবিষ্কার করেন, যা যাতায়াত ও চলাচলের ক্ষেত্রে গতির সঞ্চার করে।
	রবার্ট হুক (১৬৩৫ - ১৭০৩ সাল)	স্থিতিস্থাপকতার সূত্র আবিষ্কার করেন।
	রবার্ট বয়েল (১৬২৭ - ১৬৯১ সাল)	বিভিন্ন চাপে গ্যাসের ধর্ম বের করার জন্য পরীক্ষা-নিরীক্ষা চালান।
	ওলে রোমার (১৬৪৪ - ১৭১০ সাল)	আলোর দ্রুতি পরিমাপ করেন।
ক্ল্যাসিক্যাল যুগ (১৭৫১ – ১৮৯০ সাল)	হ্যান্স ক্রিশ্চিয়ান ওয়েরস্টেড (১৮০৫ - ১৮৭৫ সাল)	তড়িৎ উৎপাদন করেন। এছাড়াও তিনি তড়িৎ প্রবাহের চৌম্বক ক্রিয়া আবিষ্কার করেন।
	জেমস ক্লার্ক ম্যাক্সওয়েল (১৮৩১ - ১৮৭৯ সাল)	১৮৬৪ সালে আলোর তাড়িৎচৌম্বক তরঙ্গ তত্ত্ব প্রদান করেন।
	হেনরিখ হার্জ (১৮৫৭ - ১৮৯৪ সাল)	১৮৮৮ সালে পরীক্ষাগারে তাড়িতচৌম্বক তরঙ্গ উৎপাদনে সক্ষম হন।
	গুগলিয়েমো মার্কনি (১৮৭৪ - ১৯৩৭ সাল)	১৮৯৬ সালে তাড়িত-চৌম্বক তরঙ্গ ব্যবহার করে অধিক দূরত্বে মোর্সকোডে সংকেত পাঠানোর ব্যবস্থা উদ্ভাবন করেন, এভাবে বেতার যোগাযোগ জন্ম লাভ করে।
আধুনিক যুগ (১৮৯০ সাল – বর্তমান)	উইলিয়াম ক্রুক্স (১৮৩২ - ১৯১৯ সাল)	ক্যাথোড রশ্মি আবিষ্কার করেন।
	উইলহেম রন্টজেন (১৮৪৫ - ১৯২৩ সাল)	১৮৯৫ সালে এক্স-রে আবিষ্কার করেন।
	হেনরি বেকেরেল (১৮৫২ - ১৯০৮ সাল)	১৮৯৬ সালে তেজস্ক্রিয়তা আবিষ্কার করেন।
	জে. জে. থমসন (১৮৫৬ - ১৯৪০ সাল)	১৮৯৭ সালে ইলেকট্রন আবিষ্কার করেন।
	ম্যাক্সপ্ল্যাঙ্ক (১৮৫৮ - ১৯৪৭ সাল)	কোয়ান্টাম তত্ত্বের জনক, ১৯০১ সালে তিনি কোয়ান্টাম তত্ত্ব আবিষ্কার করেন। *[চ.বো.'১৯]*
	আলবার্ট আইনস্টাইন (১৮৭৯ - ১৯৫৫ সাল)	১৯০৫ সালে আপেক্ষিক তত্ত্ব এ যুগের বিস্ময়কর আবিষ্কার। এ আবিষ্কারের সব থেকে গুরুত্বপূর্ণ দিক হচ্ছে ভর-শক্তির সমতুল্যতা $E = mc^2$। এছাড়াও তিনি কোয়ান্টাম তত্ত্বের ধারণাকে সম্প্রসারিত করে আলোক-তড়িৎ ক্রিয়া ব্যাখ্যা করেন, যার জন্য তিনি নোবেল পুরস্কার প্রাপ্ত হন। *[দি.বো.'১৬]*
	আর্নেস্ট রাদারফোর্ড (১৮৭১ - ১৯৩৭ সাল)	পরমাণু বিষয়ক নিউক্লিয় তত্ত্ব প্রদান করেন।
	নিলস বোর (১৮৮৫ - ১৯৬২ সাল)	পরমাণুর উন্নতর মডেল ও ইলেকট্রন স্তরের ধারণা প্রদান করেন।

পদার্থবিজ্ঞানে ব্যবহৃত বিভিন্ন ধারণা, সূত্র, নীতি, স্বীকার্য, অনুকল্প ও তত্ত্ব এবং এদের অর্থ

- বিজ্ঞানীরা সাধারণত তাদের গবেষণা লব্ধ ফলাফলকে কতগুলো শিরোনামে প্রকাশ করে থাকেন, যা পরবর্তীতে নতুন গবেষণার পাথেয় হিসেবে ব্যবহৃত হয়। এগুলো হলো– ধারণা, সূত্র, নীতি, স্বীকার্য, অনুকল্প এবং তত্ত্ব।
- নিম্নোক্ত ছকে বিভিন্ন বৈজ্ঞানিক গবেষণার ফলাফলের শিরোনামসমূহের পরিচিতি ও উদাহরণ উল্লেখ করা হয়েছে-

বৈজ্ঞানিক গবেষণার ফলাফলের শিরোনামের	পরিচিতি	উদাহরণ
ধারণা (Concept)	• কোনো কিছু সম্পর্কে সঠিক উপলব্ধি বা বোধগম্যতা হলো ঐ বিষয় সম্পর্কে ধারণা। • ধারণা আমাদেরকে কোনো বিষয় সম্পর্কে অনুধবিন বা উপলব্ধি করতে শেখায়।	• আমাদের পঞ্চ-ইন্দ্রিয় পরিপার্শ্বিক পর্যবেক্ষণ ও অনুভবে মস্তিষ্কে উপলব্ধ ধারণা হতে সত্যের কাল্পনিক ছাঁচ (Model) আঁচ করে, • কোনো বস্তু কতটুকু গরম বা ঠান্ডা তার ধারণা হচ্ছে তাপমাত্রা।
অনুকল্প (Hypothesis)	• কোনো কিছু ব্যাখ্যা করার জন্য যে আনুষ্ঠানিক চিন্তাধারা তাকে অনুকল্প বলে। *[কু.বো.'১৬]* • বিজ্ঞানীরা তাঁদের পর্যবেক্ষিত ঘটনার ব্যাখ্যা প্রদানের জন্য পূর্বে আবিস্কৃত প্রাকৃতিক নিয়মের সাথে সামঞ্জস্য রেখে যা কিছু অনুমান করেন তাই হচ্ছে অনুকল্প। • অনুকল্প অনেক সময় সঠিক নাও হতে পারে। কোনো অনুকল্প সবক্ষেত্রে সত্য বলে প্রমাণিত হলে সূত্র এবং সংশ্লিষ্ট সমস্ত ঘটনা ব্যাখ্যা করতে সমর্থ হলে তা প্রাকৃতিক নিয়ম হিসেবে গণ্য করা হয়।	• অ্যাভোগেড্রোর অনুকল্পটি এখন সূত্র হিসেবে গণ্য করা হয়।
স্বীকার্য (Postulate)	• যে সার্বিক বিবৃতি দিয়ে কোনো বৈজ্ঞানিক তত্ত্ব শুরু হয় এবং বিনা প্রমাণে মেনে নেওয়া হয় তাকে স্বীকার্য বলে। *[সি.বো.'১৫]* • স্বীকার্যসমূহ সাধারণত বিনা প্রমাণে সত্য বলে স্বীকার করে নিয়ে এর উপর ভিত্তি করে অন্য কোনো প্রস্তাবনা প্রমাণের জন্য ব্যবহার করা হয়।	• গ্যাসের অণুসমূহের গতি সম্পর্কীয় স্বীকার্যসমূহ; • আইনস্টাইনের আপেক্ষিকতার বিশেষ তত্ত্বের দুটি মৌলিক স্বীকার্য, • নিলস বোর কর্তৃক প্রদত্ত পরমাণু মডেলের ভিত্তি হিসাবে তিনটি স্বীকার্য।
নীতি (Principle)	• একটি আদর্শ বা যুক্তিপূর্ণ আচরণ বা কাজের ভিত্তি যার সাপেক্ষে অন্যান্য বিষয় তুলনা, বিচার বিশ্লেষণ ও পরিমাপ করা হয় তাই নীতি। *[রা.বো.'১৬]* • সকল পরীক্ষণের পূর্বে অবশ্যই যুক্তিপূর্ণ আচরণনীতি ঠিক করা উচিত।	• আদর্শ বস্তু হিসেবে পানির ঘনত্ব সাপেক্ষে জিনিসের ঘনত্ব তুলনা করা একটি নীতি, • তরঙ্গের উপরিপাতনের নীতি, • হাইজেনবার্গের অনিশ্চয়তা নীতি।
তত্ত্ব (Theory)	• কোনো কিছু ব্যাখ্যার জন্য যে আনুষ্ঠানিক চিন্তাধারা বা ধারণা তাকে তত্ত্ব বলে। • অনুকল্পগুলোর সত্যতা যাচাইয়ের জন্য পরীক্ষা সম্পাদন করা হয় এবং পরীক্ষার সত্য প্রমাণিত হলে তা তত্ত্বে পরিণত হয়। *[চ.বো.'১৬]* • তত্ত্ব যে বিষয় নিয়ে পরীক্ষা নিরীক্ষা করা হবে সে বিষয়ের মধ্যেই শুধু সীমাবদ্ধ থাকে না। এটি একটি সার্বিক ধারণা।	• হাইগেনের তরঙ্গ তত্ত্ব, • প্লাংকের কোয়ান্টাম তত্ত্ব, • আইনস্টাইনের আপেক্ষিকতার বিশেষ ও সার্বিক তত্ত্ব।
সূত্র (Law)	• কোনো ঘটনা বা বিষয়ের কার্যকারণ সম্পর্ক পরীক্ষা-নিরিক্ষা দ্বারা সঠিক প্রমাণিত হলে একটি সার্বিক বিবৃতির মাধ্যমে প্রকাশ করা হয়, তখন তাকে সূত্র বলে। • সাধারণভাবে কোনো নির্দিষ্ট শর্তে বা অবস্থায় সবসময় কী ঘটবে তার বর্ণনা হলো সূত্র। • সূত্র পরীক্ষিত, সর্বজন-স্বীকৃত ও সবক্ষেত্রে প্রযোজ্য। একটিমাত্র ব্যতিক্রমই সূত্রকে নাকচ করতে পারে।	• নিউটনের মহাকর্ষ সূত্র, • গ্যালিলিওর পড়ন্ত বস্তুর সূত্র, • শক্তির নিত্যতা সূত্র, • বয়েলের সূত্র, • চার্লসের সূত্র, • ও'মের সূত্র।

Nice to Know

পদার্থবিজ্ঞানে কোনো বিষয় সম্পর্কে ধারণা হলো প্রাথমিক স্তর। এর ভিত্তিতে কিছু অনুকল্প ও স্বীকার্য গৃহীত হয়। ফলশ্রুতিতে কিছু নীতি প্রণীত হয়। নীতির উপর নির্ভর করে তত্ত্ব ও সূত্র প্রতিষ্ঠা লাভ করে, যা নিম্নে ধারাবাহিকভাবে দেখানো হলো:

ধারণা → অনুকল্প → স্বীকার্য → নীতি → তত্ত্ব → সূত্র

পদার্থবিজ্ঞানে স্থান, সময় এবং ভরের সনাতনী ও আধুনিক ধারণা

- নিউটনীয় বলবিদ্যায় তিনটি মৌলিক রাশি স্থান, সময় ও ভরকে ভৌতজগতের উপাদান হিসেবে ধরা হয়। *[ব.বো.'১৬]*
- স্থানের জ্যামিতিক ধারণা প্রথম উপস্থাপন করে গণিতবিদ ইউক্লিড। তার মতে আমাদের চারপাশে যা কিছু আছে সবই স্থান।
- চিরায়ত পদার্থবিজ্ঞানের মতে স্থান হলো ত্রিমাত্রিক ইউক্লিডীয় স্থান, যেখানে যেকোনো অবস্থান তিনটি স্থানাঙ্ক দ্বারা বর্ণনা করা যেতে পারে।
- নিউটনীয় পদার্থবিজ্ঞানে স্থান ও কালকে পৃথক সত্তা হিসাবে বিবেচনা করা হলেও আইনস্টাইন পদার্থবিজ্ঞানে স্থান ও কালকে একত্রিত করে একটি চতুর্মাত্রিক সন্ততি বিবেচনা করা হয়, যেখানে তিনটি স্থানিক মাত্রা ও সময় চতুর্থ মাত্রা হিসেবে অন্তর্ভুক্ত হয়েছে।

CS CamScanner

- নিউটনীয় পদার্থবিজ্ঞানের ভর অপরিবর্তনীয়, যেকোনো স্থানে মাপা হোক না কেন ভর সর্বত্র সমান থাকে।
- আইনস্টাইনের আপেক্ষিকতা তত্ত্ব অনুসারে ভর ধ্রুব নয়, কোনো বস্তুর স্থিরাবস্থায় যে ভর থাকে গতিশীল হলে এর ভর বৃদ্ধি পায়।

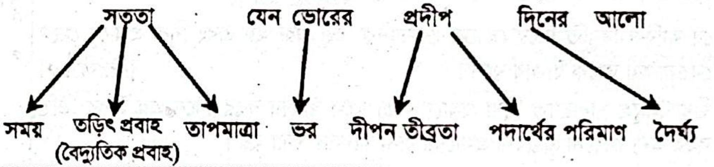
ভৌত রাশির একক ও মাত্রা

- এ ভৌত জগতে যা কিছু পরিমাপ করা যায় তাকে আমরা রাশি বলি।
- যে সকল রাশি স্বাধীন বা নিরপেক্ষ যেগুলো অন্য রাশির উপর নির্ভর করে না বরং অন্যান্য রাশি এদের উপর নির্ভর করে তাদেরকে মৌলিক রাশি বলা হয়।
- সাতটি মৌলিক রাশি, তাদের প্রতীক, SI একক এবং এককের প্রতীকসমূহ নিম্নোক্ত ছকে দ্রষ্টব্য:

রাশি	রাশির প্রতীক	SI একক	এককের প্রতীক
দৈর্ঘ্য (দূরত্ব, সরণ)	l, s	মিটার [ব.বো.'২১; সি.বো.'১৭]	m
ভর	m	কিলোগ্রাম	kg
সময়	t	সেকেন্ড	s
তাপমাত্রা	θ, T	কেলভিন	K
তড়িৎ প্রবাহ [দি.বো.'১৭]	I	অ্যাম্পিয়ার	A
দীপন তীব্রতা [দি.বো.'১৭]	I_v	ক্যান্ডেলা	cd
পদার্থের পরিমাণ [দি.বো.'১৭]	n	মোল [ব.বো.'১৬; কু.বো.'১৫]	mol

Mnemonic

মৌলিক রাশি মনে রাখার কৌশল/Mnemonic: "সততা যেন ভোরের প্রদীপ দিনের আলো"



- যে সকল রাশি মৌলিক রাশির ওপর নির্ভর করে বা মৌলিক রাশি থেকে লাভ করা যায় তাদেরকে লব্ধ রাশি বলে।
- আন্তর্জাতিকভাবে কিছু SI উপসর্গ বা গুণিতক (Prefix) তৈরি করে নেওয়া হয়েছে, যেগুলো থাকার কারণে একটা ছোট উপসর্গ লিখে অনেক বড় কিংবা অনেক ছোট সংখ্যা সহজে বুঝানো যায়। নিম্নোক্ত ছকে সেসব উপসর্গ / গুণিতক, তাদের মান এবং সংকেত উদাহরণসহ দ্রষ্টব্য:

উপসর্গ / গুণিতক	মান	সংকেত	অর্থ	উদাহরণ
এক্সা (exa)	10^{18}	E	1000000000000000000	1 এক্সামিটার = 1 Em = 10^{18} m
পেটা (peta)	10^{15}	P	1000000000000000	1 পেটামিটার = 1 Pm = 10^{15} m
টেরা (tera)	10^{12}	T	1000000000000	1 টেরাগ্রাম = 1 Tg = 10^{12} g
গিগা (giga)	10^{9}	G	1000000000	1 গিগাবাইট = 1 GB = 10^{9} B
মেগা (mega)	10^{6}	M	1000000	1 মেগাওয়াট = 1 MW = 10^{6} W
কিলো (kilo)	10^{3}	k	1000	1 কিলোভোল্ট = 1 kV = 10^{3} V
হেক্টো (hecto)	10^{2}	h	100	1 হেক্টোজুল = 1 hJ = 10^{2} J
ডেকা (deca)	10^{1}	da	10	1 ডেকানিউটন = 1 daN = 10^{1} N
ডেসি (deci)	10^{-1}	d	0.1	1 ডেসিওহ্ম = 1 dΩ = 10^{-1} Ω
সেন্টি (centi)	10^{-2}	c	0.01	1 সেন্টিমিটার =1 cm = 10^{-2} m
মিলি (milli)	10^{-3}	m	0.001	1 মিলিঅ্যাম্পিয়ার = 1mA = 10^{-3} A
মাইক্রো (micro)	10^{-6}	μ	0.000001	1 মাইক্রোভোল্ট = 1μV = 10^{-6} V
ন্যানো (nano)	10^{-9}	n	0.000000001	1 ন্যানোসেকেন্ড = 1ns = 10^{-9} s
পিকো (pico)	10^{-12} [সি.বো.'১৫]	p	0.000000000001	1 পিকোফ্যারাড = 1pF = 10^{-12} F
ফেমটো (femto)	10^{-15}	f	0.000000000000001	1 ফেমটোমিটার = 1 fm = 10^{-15} m
অটো (atto)	10^{-18}	a	0.000000000000000001	1 অটোওয়াট = 1 aW = 10^{-18} W

- কয়েকটি গুরুত্বপূর্ণ ছোট, বড় ও নভোমণ্ডলীয় একক নিম্নরূপ:
  - 1 মাইক্রোন (μ) = 10^{-4} cm = 10^{-6} m
  - 1 মিলিমাইক্রোন (mμ) = 10^{-7} cm = 10^{-9} m
  - 1 এক্সরে ইউনিট (X.U.) = 10^{-11} cm = 10^{-13} m
  - 1 পারসেক (pc) = 3.083 × 10^{13} km
  - 1 একক পারমাণবিক ভর (amu) = 1.66 × 10^{-27} kg
  - 1 মাইল (mile) = 1.609 km
  - 1 আলোক বৎসর (ly) = এক বছরে আলোর অতিক্রান্ত দূরত্ব [ব.বো.'১৬]
= 9.46 × 10^{12} km [কু.বো.'১৫]
= 8.865 × 10^{12} mile
  - 1 অ্যাস্ট্রোনোমিক্যাল ইউনিট (AU) = সূর্য থেকে পৃথিবীর দূরত্ব
= 1.495 × 10^{8} km
= 9.289 × 10^{7} mile

CS CamScanner

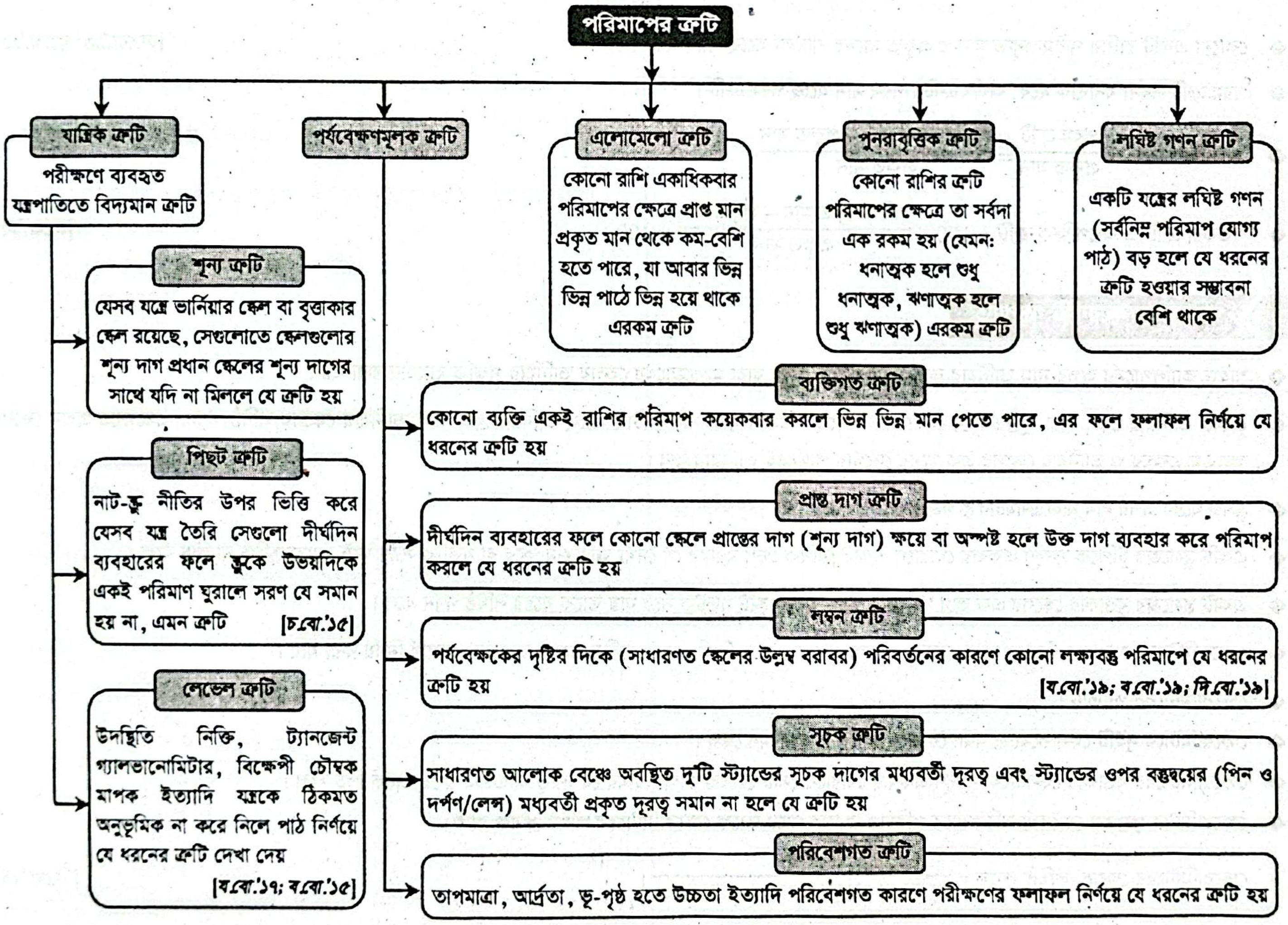
- কোনো ভৌত রাশিতে উপস্থিত মৌলিক রাশিগুলোর সূচককে রাশিটির মাত্রা বলে।

- কয়েকটি গুরুত্বপূর্ণ মৌলিক ও লব্ধ রাশির মাত্রা নিম্নরূপ:

রাশি	রাশির মাত্রা	রাশি	রাশির মাত্রা
দৈর্ঘ্য	L	বল, ওজন, টান	MLT^{-2}
ভর	M	ভরবেগ, বলের ঘাত	MLT^{-1}
সময়	T	কাজ, শক্তি, টর্ক	ML^2T^{-2}
আয়তন	L^3	ক্ষমতা	ML^2T^{-3}
বেগ	LT^{-1}	চাপ, পীড়ন, স্থিতিস্থাপক গুণাঙ্ক	$ML^{-1}T^{-2}$
ত্বরণ, মহাকর্ষীয় ক্ষেত্র প্রাবল্য	LT^{-2}	কৌণিক ভরবেগ, প্ল্যাঙ্কের ধ্রুবক	ML^2T^{-1}
কম্পাঙ্ক, কৌণিক বেগ, ক্ষয় ধ্রুবক	T^{-1}	পৃষ্ঠটান, পৃষ্ঠশক্তি	ML^{-2}

পরিমাপের ত্রুটি

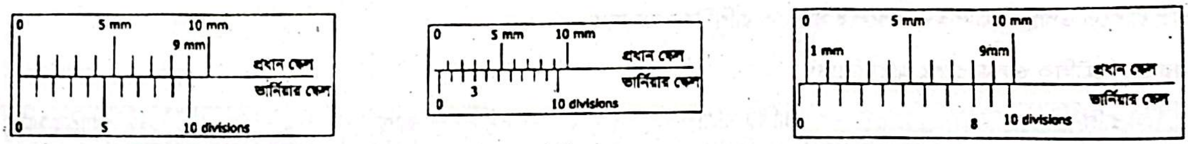
- কোনো পরিমাপের যথার্থতা ত্রুটি ও যন্ত্রের উপর নির্ভর করে। [য.বো.'১৭]
- যেকোনো যন্ত্র দিয়ে পরিমেয় প্রত্যেক ফলাফলে একটা অনিশ্চয়তা বা সীমাবদ্ধতা থাকে। পরিমাপের এ সীমাবদ্ধতাই হচ্ছে পরিমাপের ত্রুটি।
- পরিমাপের ত্রুটি বিভিন্ন ধরনের হতে পারে। নিম্নে সেগুলোর শ্রেণিবিভাগ দেখানো হলো–



পরিমাপের ত্রুটি

- **যান্ত্রিক ত্রুটি**: পরীক্ষণে ব্যবহৃত যন্ত্রপাতিতে বিদ্যমান ত্রুটি
  - **শূন্য ত্রুটি**: যেসব যন্ত্রে ভার্নিয়ার স্কেল বা বৃত্তাকার স্কেল রয়েছে, সেগুলোতে স্কেলগুলোর শূন্য দাগ প্রধান স্কেলের শূন্য দাগের সাথে যদি না মিললে যে ত্রুটি হয়
  - **পিছট ত্রুটি**: নাট-স্ক্রু নীতির উপর ভিত্তি করে যেসব যন্ত্র তৈরি সেগুলো দীর্ঘদিন ব্যবহারের ফলে স্ক্রুকে উভয়দিকে একই পরিমাণ ঘুরালে সরণ যে সমান হয় না, এমন ত্রুটি [চ.বো.'১৫]
  - **লেভেল ত্রুটি**: উদস্থিতি নিক্তি, ট্যানজেন্ট গ্যালভানোমিটার, বিক্ষেপী চৌম্বক মাপক ইত্যাদি যন্ত্রকে ঠিকমত অনুভূমিক না করে নিলে পাঠ নির্ণয়ে যে ধরনের ত্রুটি দেখা দেয় [য.বো.'১৭; ব.বো.'১৫]
- **পর্যবেক্ষণমূলক ত্রুটি**
  - **ব্যক্তিগত ত্রুটি**: কোনো ব্যক্তি একই রাশির পরিমাপ কয়েকবার করলে ভিন্ন ভিন্ন মান পেতে পারে, এর ফলে ফলাফল নির্ণয়ে যে ধরনের ত্রুটি হয়
  - **প্রান্ত দাগ ত্রুটি**: দীর্ঘদিন ব্যবহারের ফলে কোনো স্কেলে প্রান্তের দাগ (শূন্য দাগ) ক্ষয়ে বা অস্পষ্ট হলে উক্ত দাগ ব্যবহার করে পরিমাপ করলে যে ধরনের ত্রুটি হয়
  - **লম্বন ত্রুটি**: পর্যবেক্ষকের দৃষ্টির দিকে (সাধারণত স্কেলের উল্লম্ব বরাবর) পরিবর্তনের কারণে কোনো লক্ষ্যবস্তু পরিমাপে যে ধরনের ত্রুটি হয় [য.বো.'১৯; ব.বো.'১৯; দি.বো.'১৯]
  - **সূচক ত্রুটি**: সাধারণত আলোক বেঞ্চে অবস্থিত দুটি স্ট্যান্ডের সূচক দাগের মধ্যবর্তী দূরত্ব এবং স্ট্যান্ডের ওপর বস্তুদ্বয়ের (পিন ও দর্পণ/লেন্স) মধ্যবর্তী প্রকৃত দূরত্ব সমান না হলে যে ত্রুটি হয়
  - **পরিবেশগত ত্রুটি**: তাপমাত্রা, আর্দ্রতা, ভূ-পৃষ্ঠ হতে উচ্চতা ইত্যাদি পরিবেশগত কারণে পরীক্ষণের ফলাফল নির্ণয়ে যে ধরনের ত্রুটি হয়
- **এলোমেলো ত্রুটি**: কোনো রাশি একাধিকবার পরিমাপের ক্ষেত্রে প্রাপ্ত মান প্রকৃত মান থেকে কম-বেশি হতে পারে, যা আবার ভিন্ন ভিন্ন পাঠে ভিন্ন হয়ে থাকে এরকম ত্রুটি
- **পুনরাবৃত্তিক ত্রুটি**: কোনো রাশির ত্রুটি পরিমাপের ক্ষেত্রে তা সর্বদা এক রকম হয় (যেমন: ধনাত্মক হলে শুধু ধনাত্মক, ঋণাত্মক হলে শুধু ঋণাত্মক) এরকম ত্রুটি
- **লঘিষ্ট গণন ত্রুটি**: একটি যন্ত্রের লঘিষ্ট গণন (সর্বনিম্ন পরিমাপ যোগ্য পাঠ) বড় হলে যে ধরনের ত্রুটি হওয়ার সম্ভাবনা বেশি থাকে

- একটি স্লাইড ক্যালিপার্সের চোয়াল দুটি একত্রে মিলিয়ে যান্ত্রিক ত্রুটি নির্ণয় করা হয়। যন্ত্রের চোয়াল দুটি একত্রে মিলালে:
  - যদি ভার্নিয়ার স্কেলের শূন্য দাগ প্রধান স্কেলের শূন্য দাগের সাথে মিলে যায়, তাহলে যান্ত্রিক ত্রুটি শূন্য হবে [চিত্র-i(ক)]।
  - যদি ভার্নিয়ার স্কেলের শূন্য দাগ প্রধান স্কেলের শূন্য দাগের ডানদিকে থাকে, তাহলে যান্ত্রিক ত্রুটি ধনাত্মক হবে [চিত্র-i(খ)]।
  - যদি ভার্নিয়ার স্কেলের শূন্য দাগ প্রধান স্কেলের শূন্য দাগের বামদিকে থাকে, তাহলে যান্ত্রিক ত্রুটি ঋণাত্মক হবে [চিত্র-i(গ)]।


0
5 mm
10 mm
9 mm
প্রধান স্কেল
ভার্নিয়ার স্কেল
0
5
10 divisions
0
5 mm
10 mm
প্রধান স্কেল
ভার্নিয়ার স্কেল
3
0
10 divisions
0
5 mm
10 mm
1 mm
9mm
প্রধান স্কেল
ভার্নিয়ার স্কেল
0
8
10 divisions

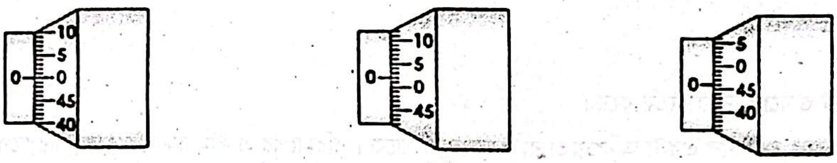
(ক) (খ) (গ)

চিত্র-i

◆ স্ক্রু-গজে দুই ধরনের যান্ত্রিক ত্রুটি দেখা যায়; যথা: শূন্য ত্রুটি এবং ব্যাকল্যাশ ত্রুটি বা পিছট ত্রুটি।

◆ কোনো স্ক্রু-গজের স্ক্রুর মাথা যখন স্থায়ী কীলক বা সমতল প্রান্তবিশিষ্ট দণ্ড স্পর্শ করে তখন বৃত্তাকার স্কেলের শূন্য দাগ রৈখিক স্কেলের শূন্য দাগের সাথে মিলালে:

- যদি বৃত্তাকার স্কেলের শূন্য দাগ রৈখিক স্কেলের শূন্য দাগের সাথে মিলে যায়, তাহলে যন্ত্রটি শূন্য ত্রুটিহীন [চিত্র-ii(ক)]।
- যদি বৃত্তাকার স্কেলের শূন্য দাগ রৈখিক স্কেলের শূন্য দাগের নিচে থাকে, তাহলে যন্ত্রটি ত্রুটি ধনাত্মক শূন্য ত্রুটিযুক্ত হবে [চিত্র-ii(খ)]।
- যদি বৃত্তাকার স্কেলের শূন্য দাগ রৈখিক স্কেলের শূন্য দাগের উপরে থাকে, তাহলে যন্ত্রটি ত্রুটি ঋণাত্মক শূন্য ত্রুটিযুক্ত হবে [চিত্র-iii(গ)]।


10
5
0
0
45
40
10
0
5
0
45
5
0
0
45
40

(ক) (খ) (গ)

চিত্র-ii

◆ কোনো একটি রাশির পরিমাপকৃত মান ও প্রকৃত মানের পার্থক্য হচ্ছে পরম ত্রুটি। [ঢা.বো.'১৯; কু.বো.'১৫]

◆ পরম ত্রুটি সর্বদা ধনাত্মক হবে, অর্থাৎ ত্রুটির পরম মান হচ্ছে পরম ত্রুটি।

◆ আপেক্ষিক ত্রুটি $= \frac{\text{পরম ত্রুটি}}{\text{প্রকৃত মান}} = \frac{\text{পরিমাপকৃত মান} - \text{প্রকৃত মান}}{\text{প্রকৃত মান}}$।

◆ শতকরা ত্রুটি $=$ আপেক্ষিক ত্রুটি $\times 100 = \frac{\text{পরিমাপকৃত মান} - \text{প্রকৃত মান}}{\text{প্রকৃত মান}} \times 100$। [চ.বো.'১৫]

পরিমাপের কয়েকটি যন্ত্রপাতি

◆ স্লাইড ক্যালিপার্সের অপর নাম ভার্নিয়ার ক্যালিপার্স কারণ এ যন্ত্র দ্বারা মাপজোখের বেলায় ভার্নিয়ার পদ্ধতি ব্যবহার করা হয়।

◆ একটি ভার্নিয়ার স্কেল দ্বারা ক্ষুদ্রতম যে দৈর্ঘ্য সঠিকভাবে পরিমাপ করা যায় সেটাই হচ্ছে ভার্নিয়ার ধ্রুব তথা ভার্নিয়ার স্কেলের লঘিষ্ঠ গণন। সেক্ষেত্রে প্রধান স্কেলের ক্ষুদ্রতম একঘর ও ভার্নিয়ার স্কেলের এক ঘরের দৈর্ঘ্যের পার্থক্যই ভার্নিয়ার ধ্রুব।

◆ স্ক্রুগজ যন্ত্রের অপর নাম মাইক্রোমিটার স্ক্রু গজ।

◆ একটি স্ক্রুগজের টুপিকে সম্পূর্ণ একবার ঘোরালে একটি রৈখিক স্কেল বরাবর যে দৈর্ঘ্য অতিক্রম করে বা যতটুকু সরণ ঘটে তাকে স্ক্রুপিচ বা পিচ বলে।

◆ একটি স্ক্রুগজের বৃত্তাকার স্কেলের এক ভাগ ঘুরালে এর টুপির প্রান্ত স্ক্রুটি যতটুকু সরে যায় তাকে যন্ত্রের লঘিষ্ঠ গণন বলে।

◆ স্ফেরোমিটারের সাহায্যে কাঁচ বা অন্য কোনো পাতলা পাতের পুরুত্ব নির্ণয় এবং গোলীয় তলের বক্রতার ব্যাসার্ধ নির্ণয় করা যায়।

◆ স্ফেরোমিটারের পা ৩টি।

◆ স্ফেরোমিটারে দুইটি স্কেল রয়েছে; যথা: রৈখিক স্কেল এবং বৃত্তাকার স্কেল।

◆ স্ফেরোমিটারের বৃত্তাকার স্কেলটিকে সম্পূর্ণ একবার ঘোরালে সেটি রৈখিক স্কেল বরাবর যে দূরত্ব অতিক্রম করে তাকে পিচ বলে।

◆ স্ফেরোমিটার ক্ষুদ্রতম যে দৈর্ঘ্য সঠিকভাবে পরিমাপ করতে পারে তাকে স্ফেরোমিটারের লঘিষ্ঠ ধ্রুবক বলে।

স্ফেরোমিটারের ক্ষেত্রে, লঘিষ্ঠ ধ্রুবক $= \frac{\text{পিচ}}{\text{বৃত্তাকার স্কেলের ভাগসংখ্যার অনুপাত}}$। [দি.বো.'২৪]

MCQ এর জন্য গুরুত্বপূর্ণ গাণিতিক সমস্যাবলি

দৃষ্টি আকর্ষণ

এই অংশে বিগত বছরের প্রশ্ন বিশ্লেষণ করে MCQ এর জন্য গুরুত্বপূর্ণ বেশ কিছু গাণিতিক সমস্যাবলির সমাধান Topic অনুসারে সাজানো হয়েছে। এছাড়াও গাণিতিক সমস্যার সমাধানের সাথে Similar Problems যুক্ত করা হয়েছে, যাতে তোমাদের পরীক্ষার প্রস্তুতি হয় পূর্ণাঙ্গ।

এককের রূপান্তর সম্পর্কিত

Example-1 CGS পদ্ধতিতে বোলজম্যান ধ্রুবকের মান SI এককের মান অপেক্ষা কতগুণ তা নির্ণয়: *[ঢা.বো.'২৫]*

সমাধান

আমরা জানি,

বোলজম্যান ধ্রুবক,

$K_B = 1.38 \times 10^{-23}\ JK^{-1}$

$= 1.38 \times 10^{-23} \times 10^{7}\ erg\ K^{-1}$

CGS পদ্ধতিতে–

শক্তির একক erg

তাপমাত্রার একক K

এবং $1\ J = 10^7$ erg

CGS পদ্ধতিতে বোলজম্যান ধ্রুবকের মান SI এককের মান অপেক্ষা 10^7 গুণ বেশি। **[Ans.]**

Example-2 1GHz ও 1MHz এর অনুপাত নির্ণয়: *[চ.বো.'১৫]*

সমাধান

$1\ GHz = 10^9\ Hz$

$1\ MHz = 10^6\ Hz$

$\therefore \frac{1\ GHz}{1\ MHz} = \frac{10^9}{10^6} = 10^3$ **[Ans.]**

Example-3 1 মাইল ও 1 কিলোমিটার দূরত্বের পার্থক্য মিটারে নির্ণয়:

সমাধান

আমরা জানি,

$1\ mile = 1.609\ km$

$\therefore 1\ mile - 1\ km = (1.609 - 1)\ km$

$= 0.609\ km$

$= 0.609 \times 1000\ m$

$= 609\ m$ **[Ans.]**

পরিমাপের ত্রুটি সম্পর্কিত

Example-4 সরল দোলকের সাহায্যে কোন স্থানে g-এর মান পাওয়া গেল $10ms^{-2}$। ঐ স্থানে g-এর প্রকৃত মান $9.81ms^{-2}$ হলে পরিমাপের শতকরা ত্রুটি নির্ণয়: *[রা.বো.'১৯]*

সমাধান

$$\text{শতকরা ত্রুটি} = \frac{\text{পরম ত্রুটি}}{\text{প্রকৃত মান}} \times 100\%$$

$$= \frac{\text{প্রাপ্ত মান} - \text{প্রকৃত মান}}{\text{প্রকৃত মান}} \times 100\%$$

$$= \frac{10 - 9.81}{9.81} \times 100\%$$

$= 1.93\%$ **[Ans.]**

Example-5 একটি বৃত্তের পরিমাপ্য ব্যাসার্ধ (5 ± 2%) cm হলে ক্ষেত্রফল পরিমাপে শতকরা ত্রুটি নির্ণয়: *[কু.বো.'১৯]*

সমাধান

এখানে, $R = 5cm$

পরম ত্রুটি, $\Delta R = 2\% = \frac{2}{100} = 0.02cm$

বৃত্তের ক্ষেত্রফল, $A = \pi R^2$

$\therefore$ বৃত্তের ক্ষেত্রফলের আপেক্ষিক ত্রুটি, $\frac{\Delta A}{A} = 2\frac{\Delta R}{R}$

$= 2 \times \frac{0.02}{5}$

$= 0.008$

সুতরাং, বৃত্তের ক্ষেত্রফলের শতকরা ত্রুটি $= 0.008 \times 100\% = 0.8\%$ **[Ans.]**

Example-6 কোনো গোলকের ব্যাসার্ধের প্রকৃত মান 3 cm এবং পরিমাপ্য মান 2.98 cm। গোলকটির আয়তন পরিমাপে শতকরা ত্রুটি: *[ব.বো.'১৭]*

সমাধান

গোলকের আয়তন, $V = \frac{4}{3}\pi R^3$

$\therefore$ গোলকের আয়তনের শতকরা ত্রুটি,

$$\frac{\Delta V}{V} = \frac{3\Delta R}{R} \times 100\%$$

$$= 3 \times \frac{0.02}{3} \times 100\%$$

$= 0.02 \times 100\%$

$= 2\%$ **[Ans.]**

এখানে,

ব্যাসার্ধ, $R = 3\ cm$

পরম ত্রুটি, $\Delta R = (3-2.98)\ cm$

$= 0.02\ cm$

Similar Problems to the Example

- একটি গোলকের ব্যাসার্ধ R = (10 ± 0.1)cm হলে এর আয়তনের শতকরা ত্রুটি 3% হবে। *[দি.বো.'১৭]*
- $V = \frac{4}{3}\pi r^3$ সমীকরণে r-এর মান পরিমাপে যদি 2% ত্রুটি হয় তবে V নির্ণয়ে ত্রুটি 6% হবে। *[সি.বো.'১৬]*

Example-7 কোনো বস্তুর ভর (100kg ± 2%) এবং আয়তন ($10m^3$ ± 3%)। ঐ বস্তুটির-

(i) ঘনত্বের শতকরা ত্রুটি নির্ণয়:

(ii) ঘনত্বের পরম ত্রুটির সঠিক মান নির্ণয়: *[য.বো.'১৭]*

সমাধান

(i) এখানে, ভর $M = 100\ kg \pm 2\%$

$$= 100\ kg \pm \left(100 \times \frac{2}{100}\right)\ kg$$

$= 100\ kg \pm 2\ kg$

আয়তন, $V = 10\ m^3 \pm 3\%$

$$= 10\ m^3 \pm \left(10 \times \frac{3}{100}\right)\ m^3$$

$= 10\ m^3 \pm 0.3\ m^3$

$$\text{এখন, ঘনত্বে শতকরা ত্রুটি} = \left(\frac{\Delta M}{M} + \frac{\Delta V}{V}\right) \times 100\%$$

$$= \left(\frac{2}{100} + \frac{0.3}{10}\right) \times 100\%$$

$$= \left(\frac{2+3}{100}\right) \times 100\%$$

$= 5\%$ **[Ans.]**

(ii) প্রকৃত মান, $\rho = \frac{M}{V}$

$= \frac{100}{10}$

$= 10 \text{ kg m}^{-3}$

এখন,

$$\text{শতকরা ত্রুটি} = \frac{\text{পরম ত্রুটি}}{\text{প্রকৃত মান}} \times 100\%$$

$$\text{বা, } 5\% = \frac{\text{পরম ত্রুটি}}{10 \text{ kgm}^{-3}} \times 100\%$$

$$\therefore \text{পরম ত্রুটি} = \frac{5 \times 10}{100}$$

$= 0.5 \text{ kgm}^{-3}$ [Ans.]

পরিমাপের যন্ত্রপাতি সম্পর্কিত

Example-8 একটি স্লাইড ক্যালিপার্সের প্রধান স্কেলের 39 ভাগ ভার্নিয়ার স্কেলের 40 ভাগের সমান। প্রধান স্কেলের এক ভাগের মান 1.00mm। যন্ত্রটির ভার্নিয়ার ধ্রুবক নির্ণয়:

সমাধান

ভার্নিয়ার স্কেলের 1 ভাগের মান $= \frac{39}{40}$ mm

$= 0.975$ mm

$\therefore$ ভার্নিয়ার ধ্রুবক $= (1 - 0.975)$ mm

$= 0.025$ mm [Ans.]

Example-9 একটি স্ক্রুগজের বৃত্তাকার স্কেলের ভাগ সংখ্যা 100 এবং পীচ 1 mm। উক্ত স্ক্রুগজের সাহায্যে সর্বনিম্ন পরিমাপযোগ্য দূরত্ব নির্ণয়: [রা.বো.'২৪]

সমাধান

স্ক্রুগজের সাহায্যে সর্বনিম্ন স্ক্রুগজের লঘিষ্ঠ গণনের মানের সমান পর্যন্ত নির্ভুলভাবে পরিমাপ করা যায়।

এখানে,
স্ক্রুগজের পিচ, S = 1 mm
বৃত্তাকার স্কেলের মোট ভাগসংখ্যা, n = 100
লঘিষ্ঠ গণন, C = ?

আমরা জানি,

$C = \frac{S}{n}$

$= \frac{1}{100}$

$= 0.01$ mm [Ans.]

Similar Problems to the Example

- স্ক্রুগজের বৃত্তাকার স্কেলের মোট ভাগ সংখ্যা 50। স্কেলটিকে এক পাক ঘুরালে রৈখিক স্কেলে সরণ হয় 0.5mm হলে স্ক্রুগজের লঘিষ্ঠ গণন 0.01 mm হবে। [চ.বো.'১৬]
- একটি স্ক্রুগজের পিচ 0.5 mm এবং লঘিষ্ঠ গণন 0.01 mm। স্ক্রুগজের বৃত্তাকার স্কেলের দাগ সংখ্যা হবে 50।

Example-10 ব্যবহারিক ক্লাসে একজন ছাত্র অবতল তলের বক্রতার ব্যাসার্ধ নির্ণয় কালে স্ফেরোমিটারের সাহায্যে সমতল ও অবতল তলের রৈখিক স্কেলের পাঠ যথাক্রমে 9 mm ও 6 mm এবং বৃত্তাকার স্কেলের পাঠ যথাক্রমে 96 ও 33 পেল। স্ফেরোমিটারের পীচ = 1 mm, বৃত্তাকার স্কেলের দাগ সংখ্যা 100 এবং তিন পায়ের মধ্যবর্তী গড় দূরত্ব 40 mm। অবতল তলের বক্রতার ব্যাসার্ধ নির্ণয়: [সি.বো.'২৩]

সমাধান

এখানে, যন্ত্রের পীচ, S = 1 m
বৃত্তাকার স্কেলের মোট ভাগসংখ্যা, n = 100
$\therefore$ লঘিষ্ঠ গণন, $C = \frac{S}{n} = \frac{1}{100} = 0.01$ mm
স্ফেরোমিটারের তিন পায়ের মধ্যবর্তী গড় দূরত্ব, d = 40 mm

সমতলে পাঠ,

$T_o = M + N \times C$

$= 9 + 96 \times 0.01$

$= 9.96$ mm

অবতল তলের পাঠ,

$T = M + N \times C$

$= 6 + 33 \times 0.01$

$= 6.33$ mm

$\therefore$ অবতল তলের উচ্চতা, $h = T \sim T_o$

$= T_o - T \quad [\because T_o > T]$

$= 9.96 - 6.33$

$= 3.63$ mm

আমরা জানি, বক্রতলের ব্যাসার্ধ,

$$R = \frac{d^2}{6h} + \frac{h}{2}$$

$$= \frac{40^2}{6 \times 3.63} + \frac{3.63}{2}$$

≈ 75.276 mm [Ans.]

Similar Problems to the Example

- একটি স্ফেরোমিটার দ্বারা একটি কাঁচ পাতের পুরুত্ব পরিমাপকালে রৈখিক স্কেলের পাঠ 2 mm, বৃত্তাকার স্কেলের পাঠ 25 এবং পীচ 0.5 mm হলে কাঁচ পাতের পুরুত্ব 2.25 mm হবে। [ম.বো.'২২]
- একটি স্ফেরোমিটারের বৃত্তাকার স্কেলের ভাগ সংখ্যা 100 এবং পীচ 1 mm। স্ফেরোমিটারের তিন পায়ের মধ্যবর্তী গড় দূরত্ব 70.33 mm। যন্ত্রটির সাহায্যে একটি গোলীয় উত্তল তলের উচ্চতা পাওয়া গেলে 1 mm, গোলীয় তলের বক্রতার ব্যাসার্ধ 107.048 mm হবে। [রা.বো.'২৪]

Short Question-Answer

☑ জ্ঞানমূলক প্রশ্নোত্তর ('ক' অংশ)
☑ অনুধাবনমূলক প্রশ্নোত্তর ('খ' অংশ)

প্রিয় শিক্ষার্থী,

সৃজনশীল প্রশ্নের 'ক' ও 'খ' অংশের প্রস্তুতি খুবই গুরুত্বপূর্ণ। HSC পরীক্ষায় সৃজনশীল অংশে ভালো করতে হলে অবশ্যই 'ক' ও 'খ' নং প্রশ্ন অর্থাৎ 'জ্ঞানমূলক' ও 'অনুধাবনমূলক' প্রশ্নের সঠিক ও গোছানো উত্তরের কোনো বিকল্প নেই।

তোমাদের সুবিধার্থে, এই অধ্যায়ের বিগত বছরগুলোর HSC পরীক্ষার 'ক' ও 'খ' অংশের প্রশ্নোত্তরগুলো সহ গুরুত্বপূর্ণ অন্যান্য প্রশ্নোত্তরগুলো টপিক অনুসারে সাজিয়ে দেওয়া হয়েছে। এই প্রশ্নোত্তরগুলো অনুশীলন করলে এই অধ্যায়ের সব বোর্ড প্রশ্নতো Cover হবেই, সাথে এই অধ্যায় সংশ্লিষ্ট গুরুত্বপূর্ণ প্রায় প্রতিটি টপিকই তোমাদের আয়ত্তে চলে আসবে।

CS CamScanner

জ্ঞানমূলক প্রশ্নোত্তর

পদার্থবিজ্ঞানের ধারণা, সূত্র, নীতি, স্বীকার্য ও অনুকল্প

প্রশ্ন-১। **স্বীকার্য কী?** *[ঢা.বো.'১৯; সি.বো.'১৫]*

উত্তর: কোনো সূত্র বা গাণিতিক মডেল প্রতিষ্ঠা করার লক্ষ্যে যদি কিছু পূর্বশর্ত স্বীকার করে নেওয়া হয়, তাহলে ঐ পূর্বশর্তগুলোকে স্বীকার্য বলে। সাধারণত কোনো বৈজ্ঞানিক তত্ত্ব একটি সার্বিক বিবৃতি দিয়ে শুরু হয়, ইহাই স্বীকার্য।

প্রশ্ন-২। **অনুকল্প কি?** *[রা., কু., চ. ও ব. (সম্মিলিত) বো.'১৮]*

উত্তর: বিজ্ঞানীরা তাঁদের পর্যবেক্ষিত ঘটনার কারণ সম্বন্ধে ব্যাখ্যা প্রদানের জন্য অনেক সময় পূর্বে আবিষ্কৃত প্রাকৃতিক নিয়মের সাথে সামঞ্জস্য রেখে কিছু অনুমান করেন। এই অনুমানগুলোকে বলা হয় অনুকল্প।

প্রশ্ন-৩। **তত্ত্ব কী?**

উত্তর: পরীক্ষা দ্বারা প্রমাণিত অনুকল্পকে তত্ত্ব বলে।

মৌলিক ও লব্ধ একক রাশি

প্রশ্ন-৪। **মৌলিক রাশি কাকে বলে?** *[ব.বো.'১৬]*

উত্তর: যে সকল ভৌত রাশি অন্য কোন রাশির উপর নির্ভর করে না, একেবারে স্বাধীন তাকে মৌলিক রাশি বলে।

প্রশ্ন-৫। **লব্ধ রাশি কী?**

উত্তর: যেসব রাশি মৌলিক রাশির উপর নির্ভর করে বা মৌলিক রাশি থেকে লাভ করা যায় তাকে লব্ধ রাশি বলে।

প্রশ্ন-৬। **মৌলিক একক কী?**

উত্তর: যে একক অন্য কোনো এককের উপর নির্ভর করে না এবং একেবারে স্বাধীন তাকে মৌলিক একক বলে।

প্রশ্ন-৭। **লব্ধ একক কী?** *[চ.বো.'১৬]*

উত্তর: মৌলিক একক হতে যে একক পাওয়া যায় তাকে লব্ধ বা যৌগিক একক বলে।

পরিমাপের ভুল/ত্রুটি

প্রশ্ন-৮। **আপেক্ষিক ত্রুটি কী?**

উত্তর: পরম ত্রুটি ও প্রকৃতমানের বা গড়মানের অনুপাতকে আপেক্ষিক ত্রুটি বলে।

প্রশ্ন-৯। **পরিমাপের লম্বন ত্রুটি কাকে বলে?** *[দি.বো.'১৭]*

উত্তর: পর্যবেক্ষকের দৃষ্টির দিক পরিবর্তনের কারণে কোন লক্ষ্যবস্তুর অবস্থানের আপাত পরিবর্তন পরিমাপে যে ত্রুটি হয়, তাকে লম্বন ত্রুটি বলে।

পরিমাপের বিভিন্ন যন্ত্রপাতি

প্রশ্ন-১০। **স্ফেরোমিটার কী?**

উত্তর: যে যন্ত্রের সাহায্যে কোনো গোলকীয় বা স্ফেরিক্যাল তলের বক্রতার ব্যাসার্ধ এবং কাচ বা অন্যান্য পাতের পুরুত্ব মাপা হয় তাকে স্ফেরোমিটার বলে।

প্রশ্ন-১১। **স্ক্রু গজ কী?**

উত্তর: স্ক্রু গজ হলো এমন একটি যন্ত্র যার সাহায্যে এর লঘিষ্ঠ ধ্রুবকের মান পর্যন্ত যেকোনো দৈর্ঘ্য, ব্যাস এবং পুরুত্ব সঠিকভাবে নির্ণয় করা যায়।

প্রশ্ন-১২। **পিচ কাকে বলে?** *[ঢা.বো.'২৫; রা.বো.'১৭]*

উত্তর: স্ক্রু-গজ এবং স্ফেরোমিটারের বৃত্তাকার স্কেল সম্পূর্ণ এক পাক ঘুরালে তা রৈখিক স্কেল বরাবর যে দৈর্ঘ্য অতিক্রম করে তাকে পিচ বলে।

প্রশ্ন-১৩। **লঘিষ্ঠ গণন কাকে বলে?**

উত্তর: বৃত্তাকার স্কেলের মাত্র এক ভাগ ঘোরালে স্ক্রুটি রৈখিক স্কেল বরাবর যতটুকু সরে আসে তাকে ঐ যন্ত্রের লঘিষ্ঠ গণন বলে।

প্রশ্ন-১৪। **ভার্নিয়ার ধ্রুবক কী?**

উত্তর: একটি ভার্নিয়ার স্কেল দ্বারা ক্ষুদ্রতম যে দৈর্ঘ্য সঠিকভাবে পরিমাপ করা যায় সেটাই হচ্ছে ভার্নিয়ার ধ্রুবক।

অনুধাবনমূলক প্রশ্নোত্তর

মৌলিক ও লব্ধ একক রাশি

প্রশ্ন-১। বলের ব্যবহারিক একক 'নিউটন' একটি লব্ধ একক-ব্যাখ্যা কর। *[সি.বো.'২১]*

উত্তর: যে একক অন্য এককের উপর নির্ভরশীল তাকে লব্ধ একক বলে।

$$\therefore \text{ বল, } F = \text{ভর} \times \text{ত্বরণ}$$

$$= \text{ভর} \times \frac{\text{বেগ}}{\text{সময়}}$$

$$= \text{ভর} \times \frac{\text{দূরত্ব/সময়}}{\text{সময়}}$$

$$= \text{ভর} \times \frac{\text{দূরত্ব}}{\text{সময়}^2}$$

$$= \text{kgms}^{-2}$$

$$= \text{N} \quad [\because 1\text{ N} = 1\text{ kgms}^{-2}]$$

সুতরাং, **বলের ব্যবহারিক একক 'নিউটন' লব্ধ একক কেননা তা ভরের একক, সময়ের একক এবং দূরত্বের এককের উপর নির্ভরশীল।**

প্রশ্ন-২। পরিমাপের এককের আন্তর্জাতিক পদ্ধতির প্রয়োজন হয়েছিল কেন? *[সি.বো.'১৯]*

উত্তর: বিভিন্ন দেশে ভিন্ন ভিন্ন পদ্ধতির এককের প্রচলন আছে। কোথাও এফ.পি.এস পদ্ধতি, কোথাও সি.জি.এস পদ্ধতি, আবার কোথাও এম.কে.এস পদ্ধতি। পরিমাপের এই বৈষম্যের জন্য বাস্তব ক্ষেত্রে বেশ অসুবিধা হয়। এই অসুবিধা দূর করার উদ্দেশ্যে বিশ্বের বিভিন্ন দেশের বিজ্ঞানীরা 1960 সালে পরিমাপের একটি আন্তর্জাতিক এককের প্রচলন করেন। এটাই আন্তর্জাতিক পদ্ধতির একক বা এসআই একক। এর ফলে বৈজ্ঞানিক হিসাব-নিকাশের ক্ষেত্রে বিভ্রান্তির সম্ভাবনা দূর হয়।

প্রশ্ন-৩। কোনো রাশির পরিমাপ প্রকাশ করতে এককের প্রয়োজন হয় কেন? *[রা.বো.'১৭]*

উত্তর: কোনো একটি প্রাকৃতিক রাশি পরিমাপ করতে হলে তার একটি নির্দিষ্ট ও সুবিধাজনক অংশ বা খণ্ডকে আদর্শ হিসেবে ধরে নিয়ে সেই রাশির পরিমাপ করা হয় এবং সর্বত্র ঐ নির্দিষ্ট অংশেরই প্রচলন করা হয়। যেকোনো রাশির পরিমাপে এককের তুলনায় রাশিটি কতগুণ সেই সংখ্যা এবং সর্বজনগ্রাহ্য একটি এককের প্রয়োজন। অর্থাৎ, ভৌত রাশির পরিমাপ = সংখ্যা × একক। একক না থাকলে কোনো রাশির পরিমাপ সম্পর্কে সঠিক ধারণা পাওয়া যায় না। যেমন: 4 kg চাল, 30 s সময় থেকে আমরা ভর ও সময়ের সঠিক পরিমাপ সম্পর্কে ধারণা পাচ্ছি। কিন্তু কোনো একক না থাকলে সঠিক পরিমাপ সম্পর্কে ধারণা পাওয়া কষ্টকর হয়ে দাঁড়ায়। এজন্য কোনো রাশির পরিমাপ প্রকাশ করতে এককের প্রয়োজন হয়।

প্রশ্ন-৪। মৌলিক রাশি ও লব্ধ রাশির পার্থক্য লিখ।

উত্তর: **মৌলিক ও লব্ধ রাশির পার্থক্য:**

মৌলিক রাশি	লব্ধ রাশি
১. যেসব রাশি অন্য কোনো রাশির উপর নির্ভর করে না কিন্তু অন্যান্য রাশি এদের উপর নির্ভর করে তাদেরকে মৌলিক রাশি বলে।	১. যেসব রাশি মৌলিক রাশির উপর নির্ভর করে বা মৌলিক রাশি থেকে লাভ করা যায় তাকে লব্ধ রাশি বলে।
২. মৌলিক রাশি স্বাধীন বা নিরপেক্ষ।	২. লব্ধ রাশি স্বাধীন নয়।
৩. মৌলিক রাশি সাতটি।	৩. লব্ধ রাশি অসংখ্য।

পরিমাপের ভুল/ত্রুটি

প্রশ্ন-৫। পরিমাপের সকল যন্ত্রে পিছট ত্রুটি থাকবে কিনা ব্যাখ্যা কর। *[য.বো.'১৭]*

উত্তর: যে সকল যন্ত্র নাট-স্ক্রু ইত্যাদি নীতির উপর ভিত্তি করে তৈরি, সে সকল যন্ত্র একটু পুরানো হলে সাধারণত এই ধরনের ত্রুটি দেখা দেয়। কারণ বহুবার ব্যবহারের ফলে নাটের গর্ত বড় হয়ে যেতে পারে বা স্ক্রু ক্ষয় হয়ে আলগা হয়ে যায়। ফলে স্ক্রু উভয় দিকে একই পরিমাণ ঘূর্ণনের ফলে একই পরিমাণ দূরত্ব অতিক্রম করে না। এ জাতীয় ত্রুটিকে পিছট ত্রুটি বলে। পাঠ নেওয়ার সময় স্ক্রুকে একই দিকে ঘুরিয়ে পাঠ নিলে এ ত্রুটির হাত থেকে রেহাই পাওয়া যায়।

সুতরাং বলা যায় যে, **পরিমাপক যে সকল যন্ত্র নাট-স্ক্রু ইত্যাদি নীতির উপর ভিত্তি করে তৈরি শুধুমাত্র সে সকল যন্ত্রে পিছট ত্রুটি দেখা যেতে পারে।**

পরিমাপের বিভিন্ন যন্ত্রপাতি

প্রশ্ন-৬। সাধারণত স্ফেরোমিটারের সাহায্যে পাতের পুরুত্ব নির্ণয়কালে এর যান্ত্রিক ত্রুটি থাকা সত্ত্বেও নির্ণয়ের প্রয়োজন হয় না কেন- ব্যাখ্যা কর। *[সি.বো.'২১]*

উত্তর: স্ফেরোমিটার হচ্ছে তিন পা-বিশিষ্ট ইস্পাতের তৈরি একটি শক্ত ফ্রেম। এর পাগুলো (0, 0, 0) সমদূরত্বে অবস্থিত এবং পায়ের অগ্রভাগসমূহ একই সমতলে অবস্থিত যেকোনো একটি পায়ের সাথে একটি রৈখিক স্কেল খাড়াভাবে সংযুক্ত থাকে। খাড়া রৈখিক স্কেল মিলিমিটারে দাগ কাটা থাকে। ফ্রেমের মাঝখানে একটি নাট থাকে যার মধ্যদিয়ে স্ক্রুটি চলাচল করতে পারে বলে এটি চতুর্থ পা হিসেবে গণ্য করা হয়। এটিকে কোনো সমতলে স্থাপন করে যদি স্ক্রুটিকে ঘুরিয়ে স্ক্রু সূঁচালো অগ্রভাগ ঐ সমতলকে স্পর্শ করে তখন বৃত্তাকার স্কেলের শূন্য (0) দাগ রৈখিক স্কেলের শূন্য (0) দাগ বরাবর থাকে, যদি না থাকে তবে যন্ত্রটি ত্রুটিপূর্ণ। যন্ত্রে ত্রুটি থাকলেও এ ত্রুটি হিসেব করার প্রয়োজন হয় না। এক্ষেত্রে পাঠ বা ফলাফলের উপর কোনো প্রভাব পড়ে না বিধায় ত্রুটি নির্ণয়ের প্রয়োজন হয় না।

প্রশ্ন-৭। স্ফেরোমিটারের লঘিষ্ঠ ধ্রুবক 0.01 mm বলতে কি বুঝ? *[য.বো.'১৯]*

উত্তর: স্ফেরোমিটারের সাহায্যে ক্ষুদ্রতম যে দৈর্ঘ্য পরিমাপ করা যায় তাই হচ্ছে লঘিষ্ঠ ধ্রুবক।

$$\text{স্ফেরোমিটারের লঘিষ্ঠ ধ্রুবক} = \frac{\text{পিচ}}{\text{বৃত্তাকার স্কেলের ভাগ সংখ্যা}}$$

$$\text{বা},\ 0.01 = \frac{\text{পিচ}}{\text{বৃত্তাকার স্কেলের ভাগ সংখ্যা}}$$

$$\therefore \frac{1}{100} = \frac{\text{পিচ}}{\text{বৃত্তাকার স্কেলের ভাগ সংখ্যা}}$$

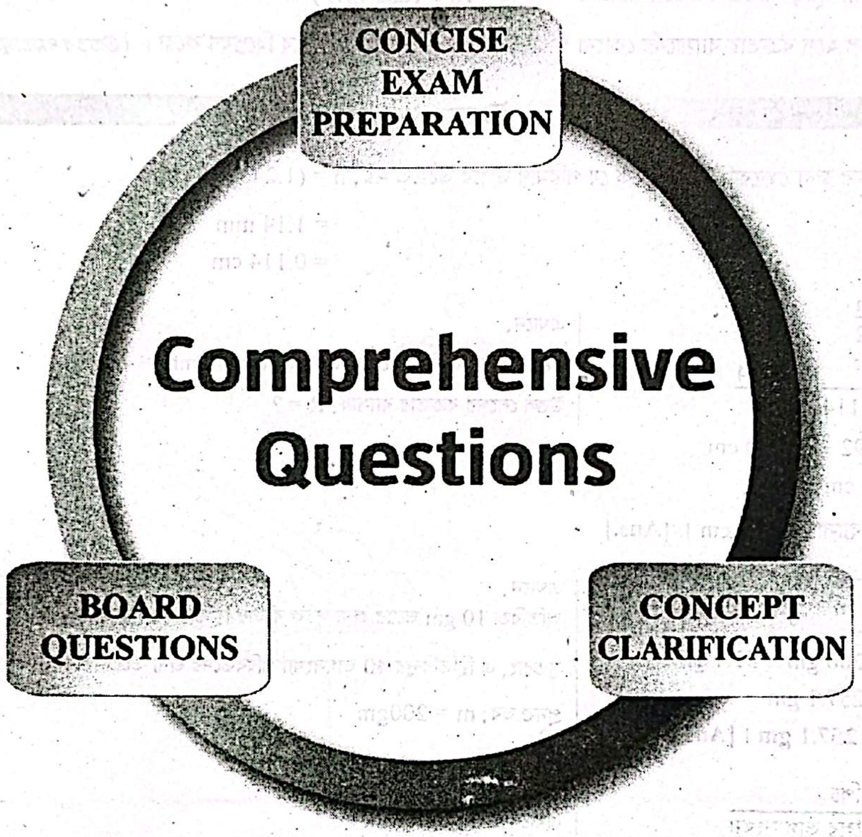
সুতরাং, কোনো স্ফেরোমিটারের লঘিষ্ঠ ধ্রুবক 0.01 mm বলতে বোঝায়, সেই স্ফেরোমিটারের বৃত্তাকার স্কেলে সাধারণত 100 ভাগ থাকে এবং পিচ থাকে 1 mm।

প্রশ্ন-৮। স্লাইড ক্যালিপার্সে ভার্নিয়ার স্কেল ব্যবহার করা হয় কেন?

উত্তর: স্লাইড ক্যালিপার্স কোন বস্তুর দৈর্ঘ্য বা ব্যাস নির্ণয়ে ব্যবহৃত হয়। এক্ষেত্রে স্লাইড ক্যালিপার্সের প্রধান স্কেলে দাগাঙ্কিত ক্ষুদ্রতম ঘর পর্যন্ত নিখুঁতভাবে পরিমা করা যায়। এই ক্ষুদ্রতম ঘরের ভগ্নাংশের মান নির্ণয়ের জন্য প্রধান স্কেলের সাথে ভার্নিয়ার স্কেল লাগানো হয়।

প্রশ্ন-৯। সময় পরিমাপের এনালগ ও ডিজিটাল যন্ত্রের মধ্যে কোনটির ব্যবহার সুবিধাজনক ব্যাখ্যা কর।

উত্তর: এনালগ স্টপওয়াচের চেয়ে ডিজিটাল স্টপওয়াচ ব্যবহার অধিক সুবিধাজনক কারন এটি তুলনামূলক নির্ভূল পাঠ দেয়। ডিজিটাল স্টপওয়াচ এনালগ স্টপওয়াচে চাইতে দশগুণ অধিক নির্ভূল তথ্য দেয়। ফলে সার্বিক ফলাফলের ভুলের হার অনেক কমে যায়। এজন্য ডিজিটাল স্টপ ওয়াচ ব্যবহার করা সুবিধাজনক।


CONCISE EXAM PREPARATION
Comprehensive Questions
BOARD QUESTIONS
CONCEPT CLARIFICATION

প্রিয় শিক্ষার্থী,

এই অধ্যায় থেকে বিগত HSC পরীক্ষায় কোনো **সৃজনশীল প্রশ্ন** আসেনি।

তোমাদের সুবিধার্থে তারপরও ১টি COMPREHENSIVE QUESTION দেওয়া হলো যেটি বুঝে অনুশীলন করলে এই অধ্যায় সংশ্লিষ্ট গুরুত্বপূর্ণ প্রায় প্রতিটি বিষয়ই তোমাদের আয়ত্তে চলে আসবে।

প্রশ্ন নং-১ স্ফেরোমিটারের সাহায্যে পরিমাপ সম্পর্কিত

রাহী স্ফেরোমিটার ব্যবহার করে সমতল কাঁচ প্লেটের উচ্চতার গড় পাঠ পেলো 0.1 mm এবং উত্তল লেন্সের উচ্চতার গড় পাঠ 1.24 mm পেলো। স্ফেরোমিটারের তিন পায়ের গড় দূরত্ব 40 mm এবং ভাগসংখ্যা = 200। এরপর সে দোলনগতিতে ভর নির্ণয়ের সময় ডান পাল্লায় 200 gm ভর রেখে স্থিতি অবস্থানের পার্থক্য পেলো 40।

(i) লেন্সটির বক্রতার ব্যাসার্ধ নির্ণয় করো। (*প্রয়োগমূলক*)

(ii) অতিরিক্ত 10 gm ভরের জন্য সূচক কাঁটার স্থিতিবিন্দুর পরিবর্তন 7 হলে, প্রকৃত ভর নির্ণয় করো। (*প্রয়োগমূলক*)

(iii) স্ফেরোমিটার ঘূর্ণনে 0.5 mm দূরত্ব অতিক্রম করলে লঘিষ্ট গুণন নির্ণয় করো। (*প্রয়োগমূলক*)

(iv) লেন্সটি উত্তল না হয়ে অবতল হলে বক্রতার ব্যাসার্ধের কোনো পরিবর্তন হতো কী? গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ করো। (*উচ্চতর দক্ষতামূলক*)

উত্তর

i উত্তল বক্রতল স্পর্শ করানোর জন্য স্ফেরোমিটারের স্ক্রুকে যে পরিমাণ উপরে উঠাতে হয়, $h = (1.24 - 0.1)$ mm

$$= 1.14 \text{ mm}$$
$$= 0.114 \text{ cm}$$

আমরা জানি, $R = \dfrac{d^2}{6h} + \dfrac{h}{2}$

$$= \frac{(4)^2}{6 \times 0.114} + \frac{0.114}{2}$$
$$= (23.392 + 0.057) \text{ cm}$$
$$= 23.45 \text{ cm}$$

এখানে,
স্ফেরোমিটারের তিন পায়ের গড় দূরত্ব, $d = 40$ mm $= 4$ cm
উত্তল লেন্সের বক্রতার ব্যাসার্ধ, $R = ?$

সুতরাং, **লেন্সটির বক্রতার ব্যাসার্ধ 23.45 cm। [Ans.]**

ii বস্তুটির প্রকৃত ভর, $m_0 = \left[m + \dfrac{10}{7} \times 40 \text{ gm}\right]$

$$= 200 \text{ gm} + 57.1 \text{ gm}$$
$$= 257.1 \text{ gm}$$

সুতরাং, **বস্তুটির প্রকৃত ভর 257.1 gm। [Ans.]**

এখানে,
অতিরিক্ত 10 gm ভরের জন্য সূচক কাঁটার স্থিতিবিন্দুর পরিবর্তন = 7
সুতরাং, এ স্থিতিবিন্দুর 40 ভাগসংখ্যা পরিবর্তনের জন্য ভরের পরিবর্তন $= \dfrac{10}{7} \times 40$ gm
প্রদত্ত ভর, $m = 200$gm

iii লঘিষ্ঠ গণন $= \dfrac{\text{পিচ}}{\text{বৃত্তাকার স্কেলের ভাগ সংখ্যা}}$

$$= \frac{0.5 \text{ mm}}{200}$$
$$= 0.0025 \text{ mm}$$

এখানে,
রৈখিক স্কেলের ক্ষুদ্রতম 1 ভাগ = 0.5 mm
বৃত্তাকার স্কেলের ভাগ সংখ্যা = 200

সুতরাং, **স্ফেরোমিটারের লঘিষ্ট গুণন 0.0025 mm। [Ans.]**

iv লেন্সটি উত্তল না হয়ে অবতল হলে, বক্রতলের পাঠ নেওয়ার সময় স্ফেরোমিটারের স্ক্রুটি 1.24 mm পরিমাণ উঠানোর পরিবর্তে 1.24 mm পরিমাণ নামাতে হবে।

এক্ষেত্রে, উচ্চতা, $h = (-1.24 - 0.1)$ mm

$$= -1.34 \text{ mm}$$
$$= -0.134 \text{ cm}$$

∴ অবতল তলের বক্রতার ব্যাসার্ধ,

$$R = \frac{d^2}{6h} + \frac{h}{2}$$
$$= \frac{(4)^2}{6 \times (-0.134)} + \frac{-0.134}{2}$$
$$= (-19.9 - 0.067) \text{ cm}$$
$$= -19.97 \text{ cm}$$

এখানে,
স্ফেরোমিটারের তিন পায়ের গড় দূরত্ব, $d = 4$ cm (অপরিবর্তিত)

(i) হতে পাই, উত্তল তলের বক্রতার ব্যাসার্ধ = 23.45 cm

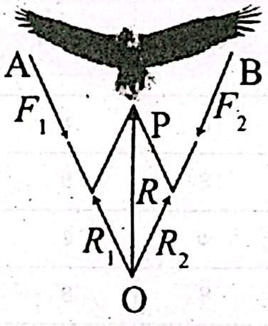
এখানে, 23.45 cm ≠ – 19.97 cm

সুতরাং, উপরোক্ত গাণিতিক বিশ্লেষণ হতে বলা যায়, লেন্সটি উত্তল না হয়ে অবতল হলে বক্রতার ব্যাসার্ধের মান ভিন্ন পাওয়া যাবে।

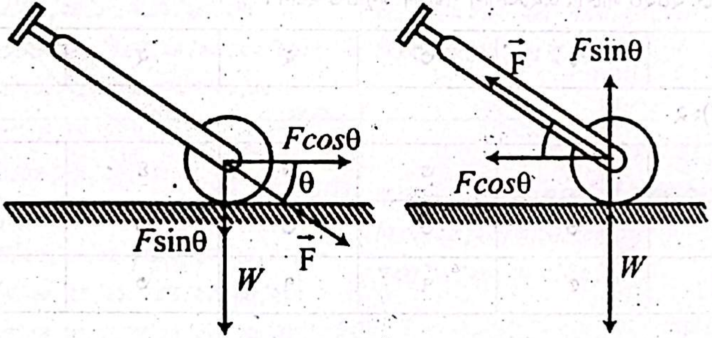
অধ্যায় ২

ভেক্টর

Vector


A
B
F_1
F_2
P
R
R_1
R_2
O

পাখির উড়া


Fcosθ
θ
Fsinθ
$\vec{F}$
W
$\vec{F}$
Fsinθ
Fcosθ
W

লন রোলার ঠেলা ও টানা

CHAPTER INDEX

বিষয়বস্তু	পৃষ্ঠা নং
✪ Board Questions Analysis	৩০
✪ Chapter Analysis	৩১
✪ Crash Course	৩২-৫০
• প্রয়োজনীয় তত্ত্ব, সূত্র, প্রতীক ও একক পরিচিতি	৩৩
• MCQ এর জন্য গুরুত্বপূর্ণ তথ্যসমূহ	৩৮
• MCQ এর জন্য গুরুত্বপূর্ণ গাণিতিক সমস্যাবলি	৪২
✪ Short Question-Answer	৫১-৬৩
• জ্ঞানমূলক প্রশ্নোত্তর	৫২
• অনুধাবনমূলক প্রশ্নোত্তর	৫৪
✪ Comprehensive Questions	৬৪-৭৮

BOARD QUESTIONS ANALYSIS

এই অধ্যায় থেকে বিভিন্ন বোর্ডে বিগত বছরগুলোতে এইচএসসি পরীক্ষায় ২৭৪টি বহুনির্বাচনি প্রশ্ন ও ৯৬টি সৃজনশীল প্রশ্ন এসেছে নিচের 'Board Questions Analysis' অংশে এই অধ্যায় থেকে কোন সালে কোন বোর্ডে কতটি প্রশ্ন হয়েছে তা দেখানো হলো –

☑ বহুনির্বাচনি প্রশ্ন

বোর্ড / সাল	ঢাকা	রাজশাহী	কুমিল্লা	যশোর	চট্টগ্রাম	বরিশাল	সিলেট	দিনাজপুর	ময়মনসিংহ
২০২৫	৩	৩	৪	৪	৩	৪	৪	৪	৪
২০২৪	৪	৩	৩	৪	৪	৪	৫	৪	২
২০২৩	২	৫	৪	৩	৫	৪	৩	৩	৪
২০২২	৩	৪	৩	৪	৪	৪	৪	৪	৩
১০২১	৫	৪	৫	৫	৫	৫	৫	৫	৫
২০২০	করোনা মহামারির কারণে ২০২০ সালের এইচএসসি পরীক্ষা অনুষ্ঠিত হয়নি।								
২০১৯	২	২	১	৩	২	২	২	২	–
২০১৮	সম্মিলিত বোর্ড (১ সেট): ২								
২০১৭	২	২	২	৩	৩	৪	১	২	–
২০১৬	৪	৪	৩	৩	৩	৩	৩	২	–
২০১৫	৪	৫	৫	৭	৭	৩	৩	২	–

☑ সৃজনশীল প্রশ্ন

বোর্ড / সাল	ঢাকা	রাজশাহী	কুমিল্লা	যশোর	চট্টগ্রাম	বরিশাল	সিলেট	দিনাজপুর	ময়মনসিংহ
২০২৫	–	১	২	২	২	১	১	১	১
২০২৪	২	২	২	১	২	১	১	২	২
২০২৩	২	১	১	১	১	১	১	২	১
২০২২	২	২	২	১	২	২	২	২	২
২০২১	২	২	১	২	২	২	১	২	১
২০২০	করোনা মহামারির কারণে ২০২০ সালের এইচএসসি পরীক্ষা অনুষ্ঠিত হয়নি।								
২০১৯	১	১	১	১	১	১	১	১	–
২০১৮	সম্মিলিত বোর্ড (২ সেট): ২								
২০১৭	১	১	১	১	১	১	১	–	–
২০১৬	১	–	১	১	১	১	১	–	–
২০১৫	১	১	১	১	–	–	–	–	–

CS CamScanner

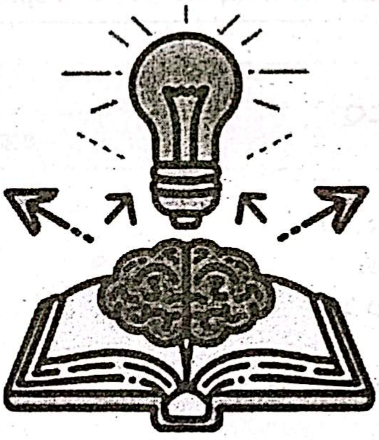
CHAPTER ANALYSIS

প্রিয় শিক্ষার্থী

এই অধ্যায়ের কোন Topic গুলো HSC পরীক্ষার জন্য গুরুত্বপূর্ণ তা নিচের চার্ট থেকে বুঝতে পারবে।
যেসব Topic থেকে প্রায়ই HSC পরীক্ষা প্রশ্ন হয়ে থাকে সে Topic গুলোকে অধিক গুরুত্ব দিবে।

Topic	MCQ	CQ	
		প্রয়োগমূলক	উচ্চতর দক্ষতামূলক
স্কেলার ও ভেক্টর রাশি সম্পর্কিত	কু.বো.'২৫,'২৪,'১৭; য.বো.'২৫,'২৪,'২৩,'২২,'২১; চ.বো.'২৫,'২৪,'২৩,'১৬; ব.বো.'২৫,'২৩,'২২,'২১,'১৭; সি.বো.'২৫,'২৪,'২১; দি.বো.'২৫,'২৪,'২৩,'২১; ম.বো.'২৫,'২১; ঢা.বো.'২৪; রা.বো.'২১	—	—
ভেক্টরের লব্ধি নির্ণয় ও বিভাজন সম্পর্কিত	রা.বো.'২৫,'১৫; য.বো.'২৫,'১৬; চ.বো.'২৫,'২৪,'১৭; ম.বো.'২৫,'২৪; কু.বো.'২৪,'২৩; দি.বো.'২৪,'২৩,'২২,'১৬; ব.বো.'২৪; সি.বো.'২৩; ঢা.বো.'২১,'১৭	রা.বো.'২৪; চ.বো.'২৪; ঢা.বো.'২৩,'১৯; দি.বো.'২৩,'২১,'১৯; কু.বো.'২২	রা.বো.'২৪,'২১; কু.বো.'২৪,'২৩,'২২; দি.বো.'১৯; সম্মিলিত বো.'১৮
ভেক্টরের ক্রস ও ডট গুণন সম্পর্কিত	কু.বো.'২৫,'২৪,'২১,'১৫; য.বো.'২৫,'২৩,'২২,'১৫; চ.বো.'২৫,'২৪,'২২,'২১,'১৯,'১৭,'১৬.'১৫· ব.বো.'২৫,'২১,'১৫; সি.বো.'২৫,'২৪,'২২; দি.বো.'২৫,'২৪,'২১; ম.বো.'২৫,'২৪,'২৩; ঢা.বো.'২৪,'১৫; রা.বো.'২৪,'২৩,'২২,'২১	কু.বো.'২৫,'২৪,'২১; য.বো.'২৫; ব.বো.'২৫; দি.বো.'২৫,'২৩; ঢা.বো.'২৪; ম.বো.'২৪,'২৩; রা.বো.'২৩,'২২	য.বো.'২৫,'২৪,'২৩,'২২; চ.বো.'২৫,'২৪; সি.বো.'২৫; ঢা.বো.'২৪,'২২; কু.বো.'২১; ব.বো.'২১,'১৯
কোণ নির্ণয় সম্পর্কিত	কু.বো.'২৫,'২৩; য.বো.'২৫; দি.বো.'২৫,'২১,'১৭,'১৬; ঢা.বো.'২৩,'২২; রা.বো.'২২,'১৫; চ.বো.'২১,'১৯,'১৫; ব.বো.'২১,'১৭,'১৫; সি.বো.'১৫	চ.বো.'২৫,'২৪,'২২,'২১; ব.বো.'২৩,'২১; য.বো.'২২,'২১; কু.বো.'২২; দি.বো.'২১; ম.বো.'২১; সি.বো.'১৯	কু.বো.'২৫; দি.বো.'২৫,'২২,'২১
ক্ষেত্রফল নির্ণয় সম্পর্কিত	য.বো.'২৪; দি.বো.'২৪,'২২; রা.বো.'২৩,'১৬	ম.বো.'২৪; য.বো.'২৩; ব.বো.'২২,'১৯; দি.বো.'২২; ঢা.বো.'২১	চ.বো.'২১; সি.বো.'১৯
নদী ও নৌকা সম্পর্কিত	ঢা.বো.'২৫,'১৬; ব.বো.'২৫; রা.বো.'২৪; সি.বো.'২৪,'২৩; য.বো.'১৭,'১৫	কু.বো.'২৫, '২২,'১৯; ম.বো.'২৫; ঢা.বো.'২৪; রা.বো.'২৪,'২২,'২১; ব.বো.'২৪; দি.বো.'২৪; চ.বো.'২৩,'২১; দি.বো.'২২; য.বো.'২১; সি.বো.'২১	কু.বো.'২৫,'২৪,'২২,'১৯; ঢা.বো.'২৪,'২৩,'২১; রা.বো.'২৪,'২৩,'২২,'২১; চ.বো.'২৪,'২৩,'২২,'২১; ব.বো.'২৪; দি.বো.'২৪,'২৩,'২২; ম.বো.'২৪,'২৩; য.বো.'২১; সি.বো.'২১
আপেক্ষিক বেগ সম্পর্কিত	য.বো.'২৪,'১৯; রা.বো.'২৩	ঢা.বো.'২২; সি.বো.'২২; ম.বো.'২২; রা.বো.'১৯	ম.বো.'২৫,'২২; ঢা.বো.'২৩,'২২; সি.বো.'২২; রা.বো.'১৯
ভেক্টর ক্যালকুলাস সম্পর্কিত	ঢা.বো.'২৫,'২৪,'১৬; রা.বো.'২৫,'২৪,'২৩; য.বো.'২৪,'২৩,'২২,'১৯'১৬,'১৫; ব.বো.'২৪,'২২,'১৯,'১৭,'১৬; সি.বো.'২৩,'১৬; দি.বো.'২২; চ.বো.'১৭; কু.বো.'১৫	রা.বো.'২৫; য.বো.'২৫; সি.বো.'২৫,'২৪,'২২; দি.বো.'২৪; চ.বো.'২২; ব.বো.'২২	রা.বো.'২৫,'২২; য.বো.'২৫; ব.বো.'২৫,'২২; সি.বো.'২৪,'২২; দি.বো.'২৪; চ.বো.'২২,'১৯
ভেক্টর রূপ নির্ণয় সম্পর্কিত	—	চ.বো.'২৫; য.বো.'২৪	চ.বো.'২৫; ম.বো.'২৪

CS CamScanner



Crash Course

প্রিয় শিক্ষার্থী,

Crash Course-এ বিগত বছরগুলোর HSC পরীক্ষার বহুনির্বাচনি প্রশ্নগুলো বিশ্লেষণ করে–

- গুরুত্বপূর্ণ তথ্যসমূহ টপিক অনুসারে সাজানো হয়েছে যেন, শেষ মুহূর্তে গুছিয়ে রিভিশন করতে পারো।
- 'প্রয়োজনীয় তত্ত্ব, সূত্র, প্রতীক ও একক পরিচিতি' সন্নিবেশিত হয়েছে, যেগুলো আয়ত্তে আনার মাধ্যমে তোমরা সহজে বহুনির্বাচনি অংশের প্রস্তুতি নিতে পারবে।
- এছাড়াও MCQ এর জন্য গুরুত্বপূর্ণ গাণিতিক সমস্যাবলির সমাধান Topic অনুসারে সাজানো হয়েছে, সাথে Similar Problems ও যুক্ত করা হয়েছে, যাতে তোমাদের পরীক্ষার প্রস্তুতি হয় পূর্ণাঙ্গ।

প্রয়োজনীয় তত্ত্ব, সূত্র, প্রতীক ও একক পরিচিতি

◆ **ভেক্টর যোগের জ্যামিতিক পদ্ধতি:**

- **সাধারণ সূত্র:** দুই বা ততোধিক এক জাতীয় ভেক্টর রাশি যোগ করলে একটি নতুন ভেক্টর রাশি পাওয়া যায়। যোগের জন্য ভেক্টর রাশি দুটি অবশ্যই একই জাতীয় হতে হবে। না হলে যোগ করা যাবে না।
- **ত্রিভুজ সূত্র:** কোনো ত্রিভুজের দু'টি সন্নিহিত বাহু বরাবর একইক্রমে দু'টি ভেক্টর ক্রিয়াশীল হলে ত্রিভুজের তৃতীয় বাহুটি বিপরীতক্রমে ভেক্টর দু'টির লব্ধি নির্দেশ করে।
- **বহুভুজ সূত্র:** দুই-এর অধিক ভেক্টর রাশির ক্ষেত্রে ভেক্টর রাশিগুলোকে একই ক্রমে সাজিয়ে প্রথম ভেক্টর রাশির পাদবিন্দু এবং শেষ ভেক্টর রাশির শীর্ষবিন্দু যোগ করলে যে বহুভুজ পাওয়া যায় এর শেষ বাহুটি বিপরীতক্রমে ভেক্টর রাশিগুলোর লব্ধির মান ও দিক নির্দেশ করে।
- **সামান্তরিক সূত্র:** কোনো কণার ওপর একই সময় ক্রিয়াশীল দুটি সমজাতীয় ভেক্টরকে যদি কোনো বিন্দু হতে অঙ্কিত সামান্তরিকের দুটি সন্নিহিত বাহুদ্বারা নির্দেশ করা যায় তবে ঐ বিন্দু হতে অঙ্কিত সামান্তরিকের কর্ণটি এদের লব্ধি নির্দেশ করবে।
- **উপাংশ সূত্র:** একটি ভেক্টর রাশিকে দুই বা ততোধিক ভেক্টর রাশিতে বিভক্ত করার পদ্ধতিকে ভেক্টরের বিভাজন বলে এবং বিভক্ত অংশগুলোকে মূল ভেক্টরের উপাংশ বলে। এ উপাংশগুলোর লব্ধি হলো মূল ভেক্টর।

◆ **ভেক্টর যোগের বিশ্লেষণ বা গাণিতিক পদ্ধতি:**

- **বিনিময় সূত্র :** $\vec{A} + \vec{B} = \vec{B} + \vec{A}$
- **সংযোগ সূত্র :** $(\vec{A} + \vec{B}) + \vec{C} = \vec{A} + (\vec{B} + \vec{C})$
- **বণ্টন সূত্র :** $m(\vec{A} + \vec{B}) = m\vec{A} + m\vec{B}$ [যেখানে, m একটি স্কেলার রাশি] *[য.বো.'২৪]*

◆ **ডান হাতি স্ক্রু নিয়ম :** কোনো দুটি ভেক্টর যেই সমতলে অবস্থিত, সেই সমতলের উপর লম্বভাবে একটি ডান হাতি স্ক্রুকে রেখে প্রথম ভেক্টর হতে দ্বিতীয় ভেক্টরের দিকে ক্ষুদ্রতম কোণে ঘুরালে স্ক্রুটি যে দিকে অগ্রসর হবে সেই দিকই হবে সেই দুই ভেক্টরের ক্রস গুণন $(\vec{R})$ তথা $\hat{n}$ এর দিক।

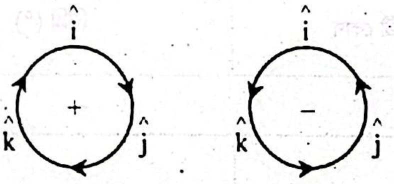
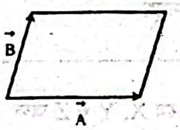
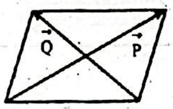
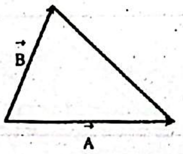
সূত্র	প্রতীক পরিচিতি	একক পরিচিতি
➲ ভেক্টর যোগের সামান্তরিক সূত্র থেকে লব্ধির মান ও দিক নির্ণয়		
■ লব্ধি নির্ণয় সম্পর্কিত সূত্রাবলী: • $R = \sqrt{P^2 + Q^2 + 2PQ\cos\alpha}$ • $\tan\theta = \frac{Q\sin\alpha}{P + Q\cos\alpha}$ • $R_{max} = P + Q$ ($\alpha = 0°$ হলে) *[য.বো.'১৬]* • $R_{min} = P \sim Q$ ($\alpha = 180°$ হলে) *[ঢা.বো.'২১]*	$\vec{P}$ ও $\vec{Q}$ দু'টি ভেক্টর	–
	$\vec{R} = \vec{P}$ ও $\vec{Q}$ এর লব্ধি	–
	$\alpha = \vec{P}$ ও $\vec{Q}$ এর মধ্যবর্তী কোণ	ডিগ্রি (°)
	$\theta =$ লব্ধি $\vec{R}$ ও $\vec{P}$ এর মধ্যবর্তী কোণ	ডিগ্রি (°)
	$R_{max} =$ বৃহত্তম লব্ধি	–
	$R_{min} =$ ক্ষুদ্রতম লব্ধি	–
➲ নদী ও স্রোত সম্পর্কিত		
■ নদীর সোজা অপর পাড়ে পৌঁছালে বা ন্যূনতম দূরত্বের ক্ষেত্রে– • $\alpha = \cos^{-1}\left(-\frac{u}{v}\right)$ • $w = v\sin\alpha = \sqrt{u^2 - v^2}$ • $t = \frac{d}{v\sin\alpha} = \frac{d}{w}$ **■ ন্যূনতম সময়ে নদী পাড়ি দেওয়ার ক্ষেত্রে ($\alpha = 90°$ হলে)–** • $w = \sqrt{u^2 + v^2}$ • $t_{min} = \frac{d}{v}$ • $x = u\frac{d}{v}$ • $s = \frac{d}{v}\sqrt{u^2 + v^2}$	$u =$ স্রোতের বেগ	মিটার/সে. (ms^{-1}) বা, কি.মি./ঘণ্টা (kmh^{-1})
	$v =$ মাঝি/সাঁতারুর বেগ	মিটার/সে. (ms^{-1}) বা, কি.মি./ঘণ্টা (kmh^{-1})
	$w =$ মাঝি/সাঁতারুর লব্ধিবেগ	মিটার/সে. (ms^{-1}) বা, কি.মি./ঘণ্টা (kmh^{-1})
	$d =$ নদীর প্রস্থ	মিটার (m) বা, কি.মি. (km)
	$\alpha =$ স্রোতের ও মাঝি/সাঁতারুর মধ্যবর্তী কোণ	ডিগ্রি (°)
	$t =$ নদী পার হতে প্রয়োজনীয় সময়	সেকেন্ড (s) বা, ঘণ্টা (hr)
	$t_{min} =$ নদী পার হওয়ার জন্য ন্যূনতম সময়	সেকেন্ড (s) বা, ঘণ্টা (hr)
	$x =$ স্রোতের দিকে মাঝি/সাঁতারুর পার্শ্বীয় সরণ	মিটার (m) বা, কি.মি. (km)
	$t =$ সর্বনিম্ন সময়ে নদী পারাপারে মাঝি/সাঁতারুর অতিক্রান্ত দূরত্ব	মিটার (m) বা, কি.মি. (km)

সূত্র	প্রতীক পরিচিতি	একক পরিচিতি
➲ বৃষ্টি সম্পর্কিত		
• $v_{RM} = \sqrt{v_R^2 + v_M^2}$	v_R = বৃষ্টির বেগ	মিটার/সে. (ms^{-1}) বা, কিমি./ঘন্টা (kmh^{-1})
	v_M = ব্যক্তি/গাড়ির বেগ	মিটার/সে. (ms^{-1}) বা, কিমি./ঘন্টা (kmh^{-1})
• $\varphi = \tan^{-1}\left(\frac{v_M}{v_R}\right)$	v_{RM} = বৃষ্টির লব্ধিবেগ	মিটার/সে. (ms^{-1}) বা, কিমি./ঘন্টা (kmh^{-1})
	φ = লব্ধিবেগের উল্লম্বের সাথে উৎপন্ন কোণ	ডিগ্রি (°)
➲ ভেক্টর বিভাজন থেকে উপাংশ নির্ণয়		
■ যেকোনো দুই দিকে উপাংশের মান, • $X = \frac{R \sin \beta}{\sin (\alpha + \beta)}$	$\vec{X}$ ও $\vec{Y}$ হচ্ছে $\vec{R}$ ভেক্টরের উপাংশ	–
• $Y = \frac{R \sin \alpha}{\sin (\alpha + \beta)}$	$\alpha = \vec{R}$ ও $\vec{X}$ এর মধ্যবর্তী কোণ	ডিগ্রি (°)
■ পরস্পর লম্বদিকে ক্রিয়াশীল উপাংশের মান, • $X = R \cos \alpha$ • $Y = R \sin \alpha$ • $R = \sqrt{X^2 + Y^2}$	$\beta = \vec{R}$ ও $\vec{Y}$ এর মধ্যবর্তী কোণ	ডিগ্রি (°)
➲ লম্বাংশ সূত্র ও তার সাহায্যে সমতলীয় যেকোনো সংখ্যক বলের লব্ধি নির্ণয়		
• $X = R \cos \theta$ $= P_1 \cos \alpha_1 + P_2 \cos \alpha_2 + P_3 \cos \alpha_3 + \ldots \ldots \ldots + P_n \cos \alpha_n$	$\vec{P_1}, \vec{P_2}, \vec{P_3}, \ldots \ldots \ldots, \vec{P_n}$ একই বিন্দু হতে ক্রিয়াশীল সমজাতীয় ভেক্টর	–
$= \sum_{i=1}^{n} P_i \cos \alpha_i$	$\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \ldots \ldots \ldots, \alpha_n$ হচ্ছে অনুভূমিকের সাথে $\vec{P_1}, \vec{P_2}, \vec{P_3}, \ldots, \ldots \ldots, \vec{P_n}$ এর উৎপন্ন কোণ	ডিগ্রি (°)
• $Y = R \sin \theta$	$\vec{R} = \vec{P_1}, \vec{P_2}, \vec{P_3}, \ldots \ldots \ldots, \vec{P_n}$ ভেক্টরসমূহের লব্ধি	
$= P_1 \sin \alpha_1 + P_2 \sin \alpha_2 + P_3 \sin \alpha_3 + \ldots \ldots \ldots + P_n \sin \alpha_n$	$X = \vec{R}$ এর অনুভূমিক লম্বাংশ বা উপাংশ	–
$= \sum_{i=1}^{n} P_i \sin \alpha_i$	$Y = \vec{R}$ এর উল্লম্ব লম্বাংশ বা উপাংশ	–
• $R = \sqrt{X^2 + Y^2}$ • $\tan \theta = \frac{Y}{X}$	θ = অনুভূমিকের সাথে লব্ধি $\vec{R}$ এর উৎপন্ন কোণ	ডিগ্রি (°)
➲ অবস্থান ভেক্টর, এর মান ও এর দিকে একক ভেক্টর এবং দিক কোসাইন সম্পর্কিত		
• অবস্থান ভেক্টর, $\vec{r} = x\hat{i} + y\hat{j}$	$\hat{i} = x$ অক্ষ বরাবর একক ভেক্টর	–
$\vec{A} = A_x\hat{i} + A_y\hat{j} + A_z\hat{k}$	$\hat{j} = y$ অক্ষ বরাবর একক ভেক্টর	–
• অবস্থান ভেক্টরের মান, $r = \lvert \vec{r} \rvert = \sqrt{x^2 + y^2}$ [কু.বো.'২৫]	$\hat{k} = z$ অক্ষ বরাবর একক ভেক্টর	–
$A = \lvert \vec{A} \rvert = \sqrt{A_x^2 + A_y^2 + A_z^2}$	$\vec{r}, \vec{A}$ ও $\vec{B}$ তিনটি অবস্থান ভেক্টর	–
• একক ভেক্টর, $\hat{a} = \frac{\vec{A}}{A} = \frac{A_x\hat{i} + A_y\hat{j} + A_z\hat{k}}{\sqrt{A_x^2 + A_y^2 + A_z^2}}$ [রা.বো.'১৫]	$x = \vec{r}$ এর অনুভূমিক উপাংশ [কু.বো.'২৫]	–
• $\vec{A}$ ও $\vec{B}$ দুটি অবস্থান ভেক্টরের লব্ধি,	$y = \vec{r}$ এর উল্লম্ব উপাংশ [কু.বো.'২৫]	–
$\vec{R} = \vec{A} + \vec{B}$ $= (A_x + B_x)\hat{i} + (A_y + B_y)\hat{j} + (A_z + B_z)\hat{k}$	A_x, A_y ও A_z হচ্ছে যথাক্রমে X, Y ও Z অক্ষ বরাবর $\vec{A}$ ভেক্টরের উপাংশসমূহ	–
• লব্ধির মান, $R = \sqrt{(A_x + B_x)^2 + (A_y + B_y)^2 + (A_z + B_z)^2}$ • $\overrightarrow{AB} = \vec{B} - \vec{A} = (B_x - A_x)\hat{i} + (B_y - A_y)\hat{j} + (B_z - A_z)\hat{k}$	B_x, B_y ও B_z হচ্ছে যথাক্রমে X, Y ও Z অক্ষ বরাবর $\vec{B}$ ভেক্টরের উপাংশসমূহ	–

CS CamScanner

সূত্র	প্রতীক পরিচিতি	একক পরিচিতি
• $\lvert\overrightarrow{AB}\rvert = \sqrt{(B_x-A_x)^2+(B_y-A_y)^2+(B_z-A_z)^2}$ ■ দিক কোসাইন সম্পর্কিত সূত্রাবলি:	$\overrightarrow{AB} = (A_x, A_y, A_z)$ বিন্দু হতে (B_x, B_y, B_z) বিন্দু বরাবর ভেক্টর যার মান $\lvert\overrightarrow{AB}\rvert$	–
• $\cos\alpha = \frac{A_x}{\sqrt{A_x^2+A_y^2+A_z^2}}$	$\alpha = \vec{A}$ ভেক্টর ও x অক্ষের মধ্যবর্তী কোণ	ডিগ্রি (°)
• $\cos\beta = \frac{A_y}{\sqrt{A_x^2+A_y^2+A_z^2}}$	$\beta = \vec{A}$ ভেক্টর ও y অক্ষের মধ্যবর্তী কোণ	ডিগ্রি (°)
• $\cos\gamma = \frac{A_z}{\sqrt{A_x^2+A_y^2+A_z^2}}$ • $\cos^2\alpha + \cos^2\beta + \cos^2\gamma = 1$	$\gamma = \vec{A}$ ভেক্টর ও z অক্ষের মধ্যবর্তী কোণ	ডিগ্রি (°)
⊃ **স্কেলার গুণন বা ডটগুণন সম্পর্কিত**		
• দুটি ভেক্টরের স্কেলার গুণফল, $\vec{A}\cdot\vec{B} = AB\cos\theta$ *[চ.বো.'১৫]* • আয়ত একক ভেক্টরসমূহের স্কেলার গুণনের সূত্রসমূহ– (i) $\hat{i}\cdot\hat{i} = \hat{j}\cdot\hat{j} = \hat{k}\cdot\hat{k} = 1$	$\vec{A}$ ও $\vec{B}$ দুটি ভেক্টর যাদের মান যথাক্রমে A ও B	–
(ii) $\hat{i}\cdot\hat{j} = \hat{j}\cdot\hat{k} = \hat{k}\cdot\hat{i} = 0$ • উপাংশে বিভাজিত দুটি ভেক্টরের স্কেলার গুণফল,	$\theta = \vec{A}$ ও $\vec{B}$ ভেক্টরদ্বয়ের মধ্যবর্তী কোণ	ডিগ্রি (°)
$\vec{A}\cdot\vec{B} = A_xB_x + A_yB_y + A_zB_z$ • $\vec{A}$ এর উপর $\vec{B}$ এর লম্ব অভিক্ষেপ, $B\cos\theta = \frac{\vec{A}\cdot\vec{B}}{A} = \vec{B}\cdot\hat{a}$	$\hat{i}, \hat{j}$ ও $\hat{k}$ হচ্ছে যথাক্রমে X, Y ও Z অক্ষ বরাবর একক ভেক্টরসমূহ	–
[দি.বো.'২৩; কু.বো.'২১,'১৯; ঢা.বো.'১৬] • $\vec{A}$ এর উপর $\vec{B}$ এর উপাংশ, $B\cos\theta\,\hat{a} = \frac{\vec{A}\cdot\vec{B}}{A}\hat{a}$	A_x, A_y ও A_z হচ্ছে যথাক্রমে X, Y ও Z অক্ষ বরাবর $\vec{A}$ ভেক্টরের উপাংশসমূহ	–
$= \left(\frac{\vec{A}\cdot\vec{B}}{A^2}\right)\vec{A}$ • $\vec{B}$ এর উপর $\vec{A}$ এর লম্ব অভিক্ষেপ, $A\cos\theta = \frac{\vec{A}\cdot\vec{B}}{B}$	B_x, B_y ও B_z হচ্ছে যথাক্রমে X, Y ও Z অক্ষ বরাবর $\vec{B}$ ভেক্টরের উপাংশসমূহ	
[চ.বো.'২৪; দি.বো.'১৯] • $\vec{B}$ এর উপর $\vec{A}$ এর উপাংশ, $A\cos\theta\,\hat{b} = \frac{\vec{A}\cdot\vec{B}}{B}\hat{b}$	$\vec{F}$ = প্রযুক্ত বল	নিউটন (N)
$= \left(\frac{\vec{A}\cdot\vec{B}}{B^2}\right)\vec{B}$ • দুটি ভেক্টরের মধ্যবর্তী কোণ, $\theta = \cos^{-1}\left(\frac{\vec{A}\cdot\vec{B}}{AB}\right)$	$\vec{s}$ = সরণ	মিটার (m)
• স্কেলার গুণনের বিনিময় সূত্র, $\vec{A}\cdot\vec{B} = \vec{B}\cdot\vec{A}$ • দুটি ভেক্টর পরস্পর লম্ব হওয়ার শর্ত, $\vec{A}\cdot\vec{B} = 0$ • $W = \vec{F}\cdot\vec{s} = Fs\cos\theta$	W = কাজ	জুল (J)
⊃ **ভেক্টর গুণন বা ক্রস গুণন সম্পর্কিত**		
• দুটি ভেক্টরের ভেক্টর গুণফল, $\vec{A}\times\vec{B} = AB\sin\theta\,\hat{n}$ • ভেক্টর গুণফলের মান, $\lvert\vec{A}\times\vec{B}\rvert = AB\sin\theta$ • $\vec{A}\times\vec{B} = -\vec{B}\times\vec{A}$ *[ব.বো.'১৫]*	$\vec{A}$ ও $\vec{B}$ দুটি ভেক্টর যাদের মান যথাক্রমে A ও B	–

CS CamScanner

সূত্র	প্রতীক পরিচিতি	একক পরিচিতি
• ভেক্টরদ্বয়ের লম্ব অভিমুখে একক ভেক্টর, $\hat{n} = \pm \frac{\vec{A} \times \vec{B}}{\lvert \vec{A} \times \vec{B} \rvert}$ [সম্মিলিত বো.'১৮]	θ = $\vec{A}$ ও $\vec{B}$ ভেক্টরদ্বয়ের মধ্যবর্তী কোণ	ডিগ্রি (°)
• আয়ত একক ভেক্টরসমূহের ভেক্টর গুণনের সূত্রসমূহ– (i) $\hat{i} \times \hat{i} = \hat{j} \times \hat{j} = \hat{k} \times \hat{k} = \vec{0}$ (ii) $\hat{i} \times \hat{j} = -(\hat{j} \times \hat{i}) = \hat{k}$ [ব.বো.'২১]	$\hat{n}$ = $\vec{A} \times \vec{B}$ এর দিকে একক ভেক্টর	–
(iii) $\hat{j} \times \hat{k} = -(\hat{k} \times \hat{j}) = \hat{i}$ (iv) $\hat{k} \times \hat{i} = -(\hat{i} \times \hat{k}) = \hat{j}$  $\hat{i}$ $\hat{j}$ $\hat{k}$ + $\hat{i}$ $\hat{j}$ $\hat{k}$ –	$\hat{i}$, $\hat{j}$ ও $\hat{k}$ হচ্ছে যথাক্রমে X, Y ও Z অক্ষ বরাবর একক ভেক্টরসমূহ	–
• উপাংশে বিভাজিত দু'টি ভেক্টরের ভেক্টর গুণফল, $\vec{A} \times \vec{B} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ A_x & A_y & A_z \\ B_x & B_y & B_z \end{vmatrix}$	A_x, A_y ও A_z হচ্ছে যথাক্রমে X, Y ও Z অক্ষ বরাবর $\vec{A}$ ভেক্টরের উপাংশসমূহ	–
$= \hat{i}\,(A_y B_z - A_z B_y) + \hat{j}\,(A_z B_x - A_x B_z) + \hat{k}\,(A_x B_y - A_y B_x)$ • দু'টি ভেক্টরের সমান্তরাল হওয়ার শর্ত– (i) $\lvert \vec{A} \times \vec{B} \rvert = AB \sin\theta = 0$ [ঢা.বো.'২৪; রা.বো.'২১; ব.বো.'১৯; চ.বো.'১৫]	B_x, B_y ও B_z হচ্ছে যথাক্রমে X, Y ও Z অক্ষ বরাবর $\vec{B}$ ভেক্টরের উপাংশসমূহ	–
(ii) $\frac{A_x}{B_x} = \frac{A_y}{B_y} = \frac{A_z}{B_z}$ [রা.বো.'২১] • $\vec{A}$ ও $\vec{B}$ কোনো সামান্তরিকের দুটি সন্নিহিত বাহু হলে সামান্তরিকের ক্ষেত্রফল = $\lvert \vec{A} \times \vec{B} \rvert$  [সি.বো.'২৫]	$\vec{F}$ = প্রযুক্ত বল	নিউটন (N)
• $\vec{P}$ ও $\vec{Q}$ কোনো সামান্তরিকের দু'টি কর্ণ হলে সামান্তরিকের ক্ষেত্রফল = $\frac{1}{2} \lvert \vec{P} \times \vec{Q} \rvert$  [দি.বো.'২২]	$\vec{r}$ = ব্যাসার্ধ ভেক্টর	মিটার (m)
• $\vec{A}$ ও $\vec{B}$ কোনো ত্রিভুজের দু'টি সন্নিহিত বাহু হলে ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল = $\frac{1}{2} \lvert \vec{A} \times \vec{B} \rvert$  [রা.বো.'১৬] • টর্ক, $\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F}$	$\vec{\tau}$ = টর্ক	নিউটন-মিটার (Nm)

➲ ভেক্টর রাশির ত্রি-গুণফল সম্পর্কিত

• একটি ঘন সামান্তরিক বা সামান্তরিকের তিনটি বাহু $\vec{A}$, $\vec{B}$ ও $\vec{C}$ ভেক্টর দ্বারা সূচিত হলে সামান্তরিকের আয়তন, $V = \vec{A} \cdot (\vec{B} \times \vec{C}) = \vec{B} \cdot (\vec{C} \times \vec{A}) = \vec{C} \cdot (\vec{A} \times \vec{B})$ $= \begin{vmatrix} A_x & A_y & A_z \\ B_x & B_y & B_z \\ C_x & C_y & C_z \end{vmatrix}$	$\vec{A}$, $\vec{B}$ ও $\vec{C}$ তিনটি অবস্থান ভেক্টর	
	A_x, A_y ও A_z হচ্ছে যথাক্রমে X, Y ও Z অক্ষ বরাবর $\vec{A}$ ভেক্টরের উপাংশসমূহ	–
	B_x, B_y ও B_z হচ্ছে যথাক্রমে X, Y ও Z অক্ষ বরাবর $\vec{B}$ ভেক্টরের উপাংশসমূহ	–
	C_x, C_y ও C_z হচ্ছে যথাক্রমে X, Y ও Z অক্ষ	–

সূত্র	প্রতীক পরিচিতি	একক পরিচিতি
• $\vec{A}, \vec{B}$ ও $\vec{C}$ তিনটি ভেক্টর সমতলীয় হলে, $\vec{A}\cdot(\vec{B}\times\vec{C}) = \vec{B}\cdot(\vec{C}\times\vec{A}) = \vec{C}\cdot(\vec{A}\times\vec{B}) = 0$ [সি.বো.'২৫; দি.বো.'২৫; সি.বো.'২৩]	বরাবর $\vec{C}$ ভেক্টরের উপাংশসমূহ	

➲ ভেক্টর অন্তরীকরণ এবং এর সাহায্যে বেগ ও ত্বরণ নির্ণয় সম্পর্কিত

■ অবস্থান ভেক্টরের ক্ষেত্রে– • $\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt}$ • $\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d^2\vec{r}}{dt^2}$ **■ একমাত্রিক গতির ক্ষেত্রে–** • $v = \frac{dx}{dt}$ • $a = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2}$ **■ অন্তরীকরণের কয়েকটি সূত্র–** • $\frac{d}{dx}(x^n) = nx^{n-1}$ • $\frac{d}{dx}(\sin x) = \cos x$ • $\frac{d}{dx}(\cos x) = -\sin x$ • $\frac{d}{dx}(\ln x) = \frac{1}{x}$ • $\frac{d}{dx}(\sin mx) = m\cos mx$ • $\frac{d}{dx}(\cos mx) = -m\sin mx$ • $\frac{d}{dx}(\tan x) = \sec^2 x$ • $\frac{d}{dx}(e^{mx}) = me^{mx}$	$\vec{r}$ = অবস্থান ভেক্টর	মিটার (m)
	$\vec{v}$ = বেগ	মিটার/সে. (ms^{-1})
	$\vec{a}$ = ত্বরণ	মিটার/সে.^{2} (ms^{-2})
	x = বস্তুর অবস্থান	মিটার (m)
	t = সময়	সেকেন্ড (s)
	m ও n ধ্রুব সংখ্যা	–

➲ গ্রেডিয়েন্ট, ডাইভারজেন্স ও কার্ল সম্পর্কিত

• গ্রেডিয়েন্ট, grad $\varphi = \vec{\nabla}\varphi = \hat{i}\frac{\partial\varphi}{\partial x} + \hat{j}\frac{\partial\varphi}{\partial y} + \hat{k}\frac{\partial\varphi}{\partial z}$	ভেক্টর অপারেটর, $\vec{\nabla} = \hat{i}\frac{\partial}{\partial x} + \hat{j}\frac{\partial}{\partial y} + \hat{k}\frac{\partial}{\partial z}$	–
• ডাইভারজেন্স, div $\vec{V} = \vec{\nabla}\cdot\vec{V} = \frac{\partial V_x}{\partial x} + \frac{\partial V_y}{\partial y} + \frac{\partial V_z}{\partial z}$	φ (x, y, z) একটি [illegible]রীকরণযোগ্য স্কেলার অপেক্ষক	–
• কার্ল, curl $\vec{V} = \vec{\nabla}\times\vec{V}$ [রা.বো.'২৩; য.বো.'২৩] $= \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ V_x & V_y & V_z \end{vmatrix}$ $= \left(\frac{\partial V_z}{\partial y} - \frac{\partial V_y}{\partial z}\right)\hat{i} + \left(\frac{\partial V_x}{\partial z} - \frac{\partial V_z}{\partial x}\right)\hat{j}$ $+ \left(\frac{\partial V_y}{\partial x} - \frac{\partial V_x}{\partial y}\right)\hat{k}$	$\vec{V}(x, y, z) = \hat{i}V_x + \hat{j}V_y + \hat{k}V_z$ একটি অন্তরীকরণযোগ্য ভেক্টর অপেক্ষক	–

MCQ এর জন্য গুরুত্বপূর্ণ তথ্যসমূহ

দৃষ্টি আকর্ষণ

বহুনির্বাচনি প্রশ্নের জন্য 'প্রয়োজনীয় তত্ত্ব, সূত্রাবলি, প্রতীক ও একক পরিচিতি' অংশটি অবশ্যই ভালোভাবে পড়ে নিবে।

স্কেলার রাশি ও ভেক্টর রাশি সম্পর্কিত

◆ **কয়েকটি ভেক্টর রাশির উদাহরণ হচ্ছে :**

- ভরবেগ
- বেগ
- সরণ
- কৌণিক সরণ [ঢা.বো.'২৪]
- বল
- ত্বরণ
- প্রাবল্য
- টর্ক [ঢা.বো.'২৪; দি.বো.'২৪; চ.বো.'২৩]
- চৌম্বক ক্ষেত্র [ঢা.বো.'২৪]
- ক্ষুদ্র ক্ষেত্রফল [য.বো.'২৫]
- চৌম্বক দৈর্ঘ্য
- পৃষ্ঠ টান
- ওজন

Nice to Know

অনেক সময় উচ্চতর হিসাব নিকাশের জন্য যেমন: কোনো পৃষ্ঠের চাপ, কোনো মহাকর্ষীয় তড়িৎ বা চৌম্বক ক্ষেত্রে কোনো পৃষ্ঠ বা তলের ক্ষুদ্র ক্ষেত্রফলকে ভেক্টর হিসেবে গণ্য করা হয়। এর দিক ধরা হয় ঐ তলের কোনো বিন্দুতে তলের সাথে অভিলম্ব বরাবর।

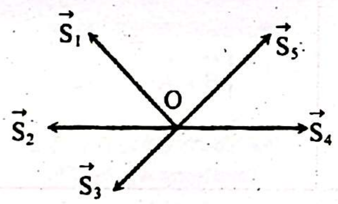
◆ **কয়েকটি স্কেলার রাশির উদাহরণ হচ্ছে :**

- দৈর্ঘ্য
- দ্রুতি
- ভর
- সময়
- তাপমাত্রা
- তাপ
- মহাকর্ষীয় বিভব [ব.বো.'২৪]
- কাজ [য.বো.'২৫; দি.বো.'২১; য.বো.'২১]
- আয়তন
- ঘনত্ব
- দূরত্ব
- শক্তি
- বৈদ্যুতিক বিভব
- তড়িৎ আধান
- বিদ্যুৎ প্রবাহ
- চাপ
- পীড়ন
- বস্তুর তল বা পৃষ্ঠ

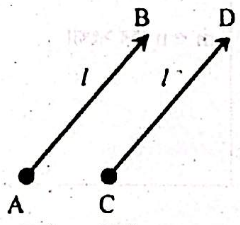
কতিপয় ভেক্টর সম্পর্কিত

◆ **কতিপয় গুরুত্বপূর্ণ ভেক্টরসমূহের সংজ্ঞা ও পরিচিতি নিম্নরূপ:**

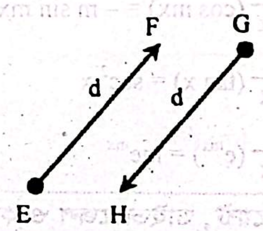
- **সমপ্রারম্ভিক ভেক্টর:** দুই বা ততোধিক ভেক্টরের যদি পাদবিন্দু অভিন্ন থাকে, তবে তাদেরকে সমপ্রারম্ভিক ভেক্টর বলে (চিত্র-i)। [চ.বো.'২৫]
- **সমান ভেক্টর:** সমজাতীয় দুটি ভেক্টরের মান যদি সমান হয় আর তাদের দিক যদি একই দিকে হয় তবে তাদেরকে সমান ভেক্টর বলে (চিত্র-ii)। [চ.বো.'২৩,'২১]
- **ঋণাত্মক বা বিপরীত ভেক্টর:** নির্দিষ্ট দিক বরাবর কোনো ভেক্টরকে ধনাত্মক ধরলে তার বিপরীত দিকে সমমানের সমজাতীয় ভেক্টরকে ঋণাত্মক ভেক্টর বা বিপরীত ভেক্টর বলে (চিত্র-iii)। এদের যোগফল অবশ্যই শূন্য হবে।



চিত্র-i: O পাদবিন্দুবিশিষ্ট $\vec{S}_1, \vec{S}_2, \vec{S}_3, \vec{S}_4$ ও $\vec{S}_5$ সমপ্রারম্ভিক ভেক্টরসমূহ

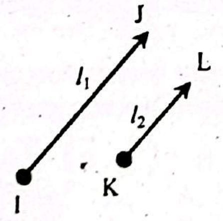


চিত্র-ii: $\overrightarrow{AB}$ এবং $\overrightarrow{CD}$ পরস্পর সমান ভেক্টর

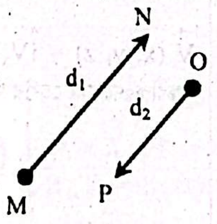


চিত্র-iii: $\overrightarrow{EF}$ এবং $\overrightarrow{GH}$ পরস্পর বিপরীত ভেক্টর

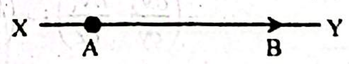
- **সদৃশ ভেক্টর:** সমজাতীয় দুটি বা ততোধিক ভেক্টর যদি একইদিকে ক্রিয়া করে, তবে তাদেরকে সদৃশ ভেক্টর বলে (চিত্র-iv)। একে সমরেখ ভেক্টরও বলে। [দি.বো.'২৩]
- **বিসদৃশ ভেক্টর:** সমজাতীয় দুটি ভেক্টর যদি বিপরীত দিকে ক্রিয়া করে তবে তাদেরকে বিসদৃশ ভেক্টর বলে (চিত্র-v)। [ব.বো.'২২; দি.বো.'২১]
- **বিপ্রতীপ ভেক্টর:** দুটি সমান্তরাল ভেক্টরের একটির মান অপরটির বিপ্রতীপ হলে তাদেরকে বিপ্রতীপ ভেক্টর বলে।
- **স্বাধীন ভেক্টর:** কোন ভেক্টর রাশির পাদবিন্দু কোথায় হবে তা যদি ইচ্ছেমতো পছন্দ করা যায়, তবে সেই ভেক্টরকে স্বাধীন ভেক্টর বলে। [সি.বো.'২৪]
- **সীমাবদ্ধ ভেক্টর:** কোনো ভেক্টরের পাদবিন্দু যদি ইচ্ছেমতো পছন্দ করতে দেওয়া না হয় অর্থাৎ কোনো নির্দিষ্ট বিন্দুকে যদি পাদবিন্দু হিসেবে ঠিক করে রাখা হয় তাহলে সেই ভেক্টরকে সীমাবদ্ধ ভেক্টর বলে (চিত্র-vi)। কোনো নির্দিষ্ট বিন্দুতে বা নির্দিষ্ট বিন্দু থেকে ক্রিয়াশীল ভেক্টর একটি সীমাবদ্ধ ভেক্টর। [কু.বো.'২৪; ব.বো.'২৩,'১৭]



চিত্র-iv: $\overrightarrow{IJ}$ এবং $\overrightarrow{KL}$ পরস্পর সদৃশ ভেক্টর

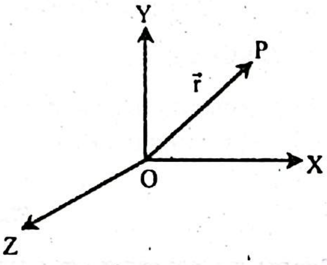


চিত্র-v: $\overrightarrow{MN}$ এবং $\overrightarrow{OP}$ পরস্পর বিসদৃশ ভেক্টর

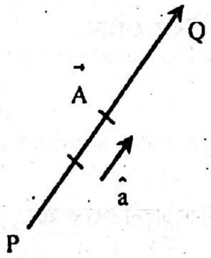


চিত্র-vi: XY রেখার উপর $\overrightarrow{AB}$ একটি সীমাবদ্ধ ভেক্টর

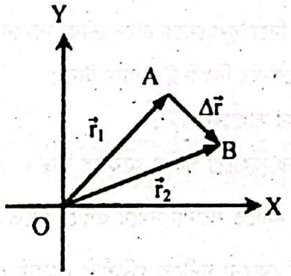
- **অবস্থান ভেক্টর:** প্রসঙ্গ কাঠামোর মূল বিন্দুর সাপেক্ষে কোন বিন্দুর অবস্থান যে ভেক্টর দিয়ে নির্দেশ করা হয় তাকে ঐ বিন্দুর অবস্থান ভেক্টর বলে (চিত্র-vii)। অবস্থান ভেক্টরকে অনেক সময় ব্যাসার্ধ ভেক্টরও বলা হয়।
- **একক ভেক্টর:** যে ভেক্টরের মান এক একক তাকে একক ভেক্টর বলে (চিত্র-viii)।
- **নাল ভেক্টর / শূন্য ভেক্টর:** যে ভেক্টরের মান শূন্য তাকে নাল ভেক্টর বা শূন্য ভেক্টর বলে। একটি ভেক্টরের সাথে তার বিপরীত ভেক্টর যোগ করে বা দুটি সমান ভেক্টর বিয়োগ করে নাল ভেক্টর পাওয়া যায়। নাল ভেক্টরের কোনো সুনির্দিষ্ট দিক নেই। এর পাদবিন্দু এবং শীর্ষবিন্দু একই। *[কু.বো.'২৫,'১৭; দি.বো.'২৫; চ.বো.'২৩,'১৬; য.বো.'২৩,'২১; রা.বো.'২১; ব.বো.'২১; সি.বো.'২১; ম.বো.'২১]*
- **সরণ ভেক্টর:** কোনো বস্তুর অবস্থান ভেক্টরের পরিবর্তনকে সরণ ভেক্টর বলে (চিত্র-ix)। *[য.বো.'২২]*



চিত্র-vii: ত্রিমাত্রিক প্রসঙ্গ কাঠামোর মূল বিন্দু O এর সাপেক্ষে P বিন্দুর অবস্থান ভেক্টর $\overrightarrow{OP} = \vec{r}$



চিত্র-viii: $\overrightarrow{PQ} = \vec{A}$ ভেক্টরের একক ভেক্টর $\hat{a}$



চিত্র-ix: A হতে B বিন্দু বরাবর সরণ ভেক্টর $\Delta\vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1$

◆ কোনো ভেক্টর $\vec{A}$ ও এর একক ভেক্টর $\hat{a}$ এর মধ্যবর্তী কোণ 0°, কেননা এরা পরস্পর সমান্তরালে ক্রিয়া করে। *[চ.বো.'১৫]*

◆ একটি ভেক্টর $\vec{A} = a\hat{n}$ হলে এর সদৃশ ভেক্টর হবে, $\vec{B} = b\hat{n}$; যেখানে a ও b হলো শূন্য ব্যতীত যেকোনো বাস্তব সংখ্যা এবং $\hat{n}$ হলো $\vec{A}$ ও $\vec{B}$ বরাবর একক ভেক্টর। উদাহরণস্বরূপ–

- $\vec{A} = 2\hat{j}$ এর সদৃশ ভেক্টর $\vec{B} = \frac{1}{2}\hat{j}$ *[দি.বো.'২৫]*

◆ একটি ভেক্টর $\vec{A} = a\hat{n}$ হলে এর বিপ্রতীপ ভেক্টর হবে, $\vec{B} = \frac{1}{a}\hat{n}$; যেখানে a হলো শূন্য ব্যতীত যেকোনো বাস্তব সংখ্যা এবং $\hat{n}$ হলো $\vec{A}$ ও $\vec{B}$ বরাবর একক ভেক্টর।

উদাহরণস্বরূপ–

- $\vec{A} = A\,\hat{a}$ এর বিপ্রতীপ ভেক্টর $\vec{A}' = \frac{1}{A}\hat{a}$ *[ব.বো.'২৫]*
- $\vec{A} = 2\hat{j}$ এর বিপ্রতীপ ভেক্টর $\vec{B} = \frac{1}{2}\hat{j}$ *[দি.বো.'২৫]*
- $\vec{A} = 4\hat{i}$ এর বিপ্রতীপ ভেক্টর $\vec{B} = \frac{1}{4}\hat{i}$ *[কু.বো.'১৬]*
- $\vec{A} = 5\hat{i}$ এর বিপ্রতীপ ভেক্টর $\vec{B} = \frac{1}{5}\hat{j}$ *[ম.বো.'২৩,'২১]*

◆ একই বিন্দুতে ক্রিয়াশীল কোনো ভেক্টর ও তার বিপরীত ভেক্টর/ঋণাত্মক ভেক্টরের লব্ধির মান শূন্য হয়। উদাহরণস্বরূপ–

- $\vec{P}$ ও $\vec{P}$ এর ঋণ ভেক্টরের লব্ধির মান 0 (শূন্য)। *[চ.বো.'২৪]*
- $\vec{A}$ ও $\vec{A}$ এর বিপরীত ভেক্টরের লব্ধির মান 0। *[রা.বো.'১৬]*

ভেক্টরের যোজন বিয়োজন সম্পর্কিত

◆ ভেক্টর যোজন সাধারণ বীজগণিতের নিয়মানুযায়ী করা হয় না বরং জ্যামিতিক পদ্ধতিতে হয়, কারণ ভেক্টর রাশির মান ও দিক উভয়ই আছে।

◆ জ্যামিতিক পদ্ধতিতে ভেক্টর রাশির যোজন করা হয়। জ্যামিতিক পদ্ধতিতে ভেক্টর রাশির যোজন ৫টি সূত্রের মাধ্যমে করা হয়। যথা– *[চ.বো.'২৫]*

- সাধারণ সূত্র
- সামান্তরিক সূত্র
- ত্রিভুজ সূত্র
- উপাংশ সূত্র
- বহুভুজ সূত্র

◆ ভেক্টর যোগের বিশ্লেষণ বা গাণিতিক পদ্ধতির তিনটি সূত্র রয়েছে। যথা–

- বিনিময় সূত্র
- সংযোগ সূত্র
- বণ্টন সূত্র

Reminder

জ্যামিতিক পদ্ধতি এবং গাণিতিক পদ্ধতিতে ভেক্টর রাশি যোগের সূত্রসমূহ এ অধ্যায়ের পূর্বে উল্লেখিত 'প্রয়োজনীয় তত্ত্ব, সূত্র, প্রতীক ও একক পরিচিতি' অংশে সবিস্তারে আলোচনা করা হয়েছে।

◆ দুটি সমান ভেক্টর থেকে শূন্য ভেক্টর পেতে হলে এদের মধ্যবর্তী কোণ হতে হবে 180°। *[ব.বো.'১৫]*

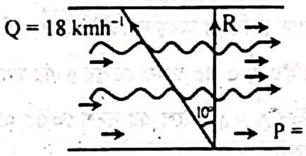
◆ দুটি ভেক্টরের লব্ধির মান সর্বোচ্চ হবে যখন এদের মধ্যবর্তী কোণ 0° এবং সর্বনিম্ন হবে যখন এদের মধ্যবর্তী কোণ 180°। *[দি.বো.'২১; সি.বো.'১৫]*

◆ $\vec{P}, \vec{Q}$ ও $\vec{R}$ মানের তিনটি ভেক্টর একটি ত্রিভুজের তিনটি বাহু দ্বারা একইক্রমে নির্দেশিত হলে শর্তানুযায়ী, $\vec{P} + \vec{Q} + \vec{R} = 0$। *[দি.বো.'১৬]*

- একই বিন্দুতে একই সময়ে ক্রিয়ারত দুটি ভেক্টরের মান সমান হলে এদের লব্ধি ভেক্টরদ্বয়ের মধ্যবর্তী কোণকে সমদ্বিখণ্ডিত করে। [কু.বো.'২৩]
উদাহরণস্বরূপ–
  - দুইটি একক ভেক্টরের যোগফল যদি একটি একক ভেক্টর হয় তবে লব্ধি তাদের মধ্যবর্তী কোণকে সমদ্বিখণ্ডিত করে। [ম.বো.'২৫]

ভেক্টর বিভাজন সম্পর্কিত

- ভেক্টর বিভাজনের কয়েকটি দৃষ্টান্ত নিম্নরূপ–
  - দড়ি দিয়ে কূল থেকে টেনে নৌকা সামনের দিকে এগিয়ে নেওয়া তথা নৌকার গুণটানা,
  - লন রোলার কিংবা ট্রলি ব্যাগ টানা,
  - পায়ের সাহায্যে হাঁটা,
  - ডানার সাহায্যে পাখির আকাশে উড়া।
- স্রোতযুক্ত নদীতে সর্বনিম্ন সময়ে ওপারে যেতে স্রোতের সাথে 90° কোণে নৌকা চালনা করতে হবে। [য.বো.'১৭]
- স্রোতস্বিনী কোনো নদীতে গতিশীল কোনো নৌকা/সাঁতারু স্রোতের বেগকে নাকচ করতে চাইলে নৌকা/সাঁতারুর বেগের উপাংশের মান হবে স্রোতের বেগের সমান কিন্তু বিপরীতমুখী। উদাহরণস্বরূপ–
  - $Q = 18\ kmh^{-1}$ বেগে গতিশীল কোনো সাঁতারু স্রোতের বেগ $P = 9\ kmh^{-1}$ কে নাকচ করার জন্য Q-এর উপাংশের মান হতে হবে P-এর মানের সমান, অর্থাৎ 9 kmh^{-1} এবং এর দিক হবে P এর দিকের বিপরীতমুখী।



[ঢা.বো.'২৫]

ভেক্টর গুণন সম্পর্কিত

- দুটি ভেক্টর রাশির মধ্যে গুণের প্রকৃতি অনুযায়ী গুণফল একটি স্কেলার রাশি অথবা একটি ভেক্টর রাশি হতে পারে।
- দুটি ভেক্টর রাশির মধ্যে যখন স্কেলার গুণন বা ডট গুণন করা হয় তখন গুণফল একটি স্কেলার রাশি পাওয়া যায়।
- দুটি ভেক্টরের মধ্যে যখন ভেক্টর গুণন বা ক্রস গুণন করা হয় তখন গুণফল একটি ভেক্টর রাশি পাওয়া যায়।
- ভেক্টরের স্কেলার গুণন (ডট গুণন) বিনিময় সূত্র এবং বন্টন সূত্র মেনে চলে কিন্তু সংযোগ সূত্র মেনে চলে না। [ব.বো.'২২, চ.বো.'২১]
- দুটি ভেক্টর $\vec{P}, \vec{Q}$ এবং মধ্যবর্তী কোণ θ হলে–
  - যদি $\theta = 0°$ হয় তবে $\vec{P} \cdot \vec{Q} = PQ \cos 0° = PQ$ এবং $\vec{P}$ ও $\vec{Q}$ ভেক্টরদ্বয় পরস্পর সমান্তরাল হবে। [ব.বো.'১৯]
  - যদি $\theta = 90°$ হয় তবে $\vec{P} \cdot \vec{Q} = PQ \cos 90° = 0$ এবং $\vec{P}$ ও $\vec{Q}$ ভেক্টরদ্বয় পরস্পর লম্ব হবে।
  - যদি $\theta = 180°$ হয় তবে $\vec{P} \cdot \vec{Q} = PQ \cos 180° = -PQ$ এবং $\vec{P}$ ও $\vec{Q}$ ভেক্টরদ্বয় পরস্পর সমান্তরাল ও বিপরীতমুখী হবে।
- দুটি ভেক্টর রাশির ভেক্টর গুণন (ক্রস গুণন)–
  - ভেক্টর গুণনের দিক একটি নতুন ভেক্টর নির্দেশ করে, [সি.বো.'২৫]
  - ডান হাতি স্ক্রু নিয়ম অনুসরণ করে, [ব.বো.'২৫]
  - বিনিময় সূত্র মেনে চলে না, [ঢা.বো.'১৯]
  - বন্টন সূত্র মেনে চলে। [ব.বো.'২৫]
- স্কেলার গুণনের কয়েকটি উদাহরণ নিম্নরূপ–
  - কাজ [ব.বো.'১৫]
  - তড়িৎ ফ্লাক্স
  - চৌম্বক ফ্লাক্স
  - ক্ষমতা
- ভেক্টর গুণনের কয়েকটি উদাহরণ নিম্নরূপ–
  - কৌণিক ভরবেগ
  - টর্ক
  - চৌম্বক ফ্লাক্স
  - পয়েন্টিং ভেক্টর
- ভেক্টর গুণনে প্রাপ্ত একক ভেক্টরের দিক পাওয়া যায় গুণনকৃত ভেক্টরদ্বয়ের লম্ব বরাবর। [ম.বো.'২৪]

ভেক্টর ক্যালকুলাস সম্পর্কিত

- কোনো স্থানের এলাকা বা অঞ্চলের প্রতিটি বিন্দুতে যদি একটি স্কেলার রাশি বিদ্যমান থাকে, তবে ঐ অঞ্চলকে ঐ রাশির স্কেলার ক্ষেত্র বলে।
- কোনো স্থানের এলাকা বা অঞ্চলের প্রতিটি বিন্দুতে যদি একটি ভেক্টর রাশি বিদ্যমান থাকে, তবে ঐ অঞ্চলকে ঐ রাশির ভেক্টর ক্ষেত্র বলে।

◆ যে গাণিতিক চিহ্নের দ্বারা একটি ভেক্টর রাশিকে অন্য একটি স্কেলার বা ভেক্টর রাশিতে রূপান্তর করা যায় বা কোনো পরিবর্তনশীল ভেক্টর রাশির ব্যাখ্যা দেওয়া যায় তাকে ভেক্টর অপারেটর বলে।

◆ ভেক্টর ক্যালকুলাসে একটি বহুল ব্যবহৃত ভেক্টর অপারেটর হচ্ছে $\vec{\nabla} = \hat{i}\frac{\partial}{\partial x} + \hat{j}\frac{\partial}{\partial y} + \hat{k}\frac{\partial}{\partial z}$।

◆ যদি কোনো স্কেলার ক্ষেত্রের প্রতিটি বিন্দুতে $\varphi(x, y, z)$ একটি অন্তরীকরণযোগ্য স্কেলার অপেক্ষক হয়, তাহলে এর গ্রেডিয়েন্ট হচ্ছে $\vec{\nabla}\varphi$।

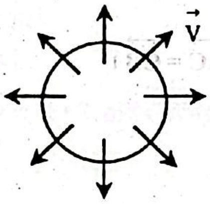
◆ গ্রেডিয়েন্ট এর মাধ্যমে স্কেলার ক্ষেত্র থেকে ভেক্টর ক্ষেত্র পাওয়া যায়। *[রা.বো.'২২]*

◆ যে ভেক্টরক্ষেত্র কোনো একটি স্কেলার ক্ষেত্রের গ্রেডিয়েন্ট তাকে একটি সংরক্ষণশীল (conservative) ভেক্টরক্ষেত্র বলে। *[রা.বো.'২২]*

◆ ভেক্টর অপারেটর $\vec{\nabla}$ এবং একটি অন্তরীকরণযোগ্য ভেক্টর অপেক্ষকের ডট গুণফলকে উক্ত ভেক্টর অপেক্ষকের ডাইভারজেন্স বলে।

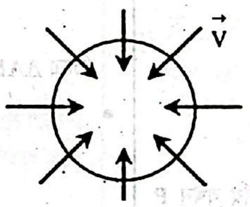
◆ ডাইভারজেন্সের ভৌত তাৎপর্যসমূহ নিম্নরূপ–

- ডাইভারজেন্স একটি স্কেলার রাশি যা দ্বারা একক আয়তনে কোনো ভেক্টর ক্ষেত্রের মোট কতটুকু ফ্লাক্স কোন বিন্দু অভিমুখী বা বিন্দু থেকে অপসারিত হচ্ছে তা প্রকাশ করে। *[রা.বো.'২৫; ব.বো.'১৯; চ.বো.'২২; সি.বো.'২২; দি.বো.'১৬]*
- ডাইভারজেন্সের মান ধনাত্মক হলে $(\vec{\nabla}\cdot\vec{V} > 0)$ তরলের আয়তনের বৃদ্ধি ঘটে, ঘনত্ব হ্রাস পায় [চিত্র-x]।
- ডাইভারজেন্সের মান ঋণাত্মক হলে $(\vec{\nabla}\cdot\vec{V} < 0)$ তরলের আয়তনের সংকোচন ঘটে, ঘনত্ব বৃদ্ধি পায় [চিত্র-xi]।
- কোনো ভেক্টরের ডাইভারজেন্স শূন্য হলে $(\vec{\nabla}\cdot\vec{V} = 0)$ উক্ত ভেক্টরক্ষেত্রকে সলিনয়ডাল বলা হয়। এক্ষেত্রে উক্ত ভেক্টরক্ষেত্রটি অপ্রসারণশীল (এবং একইসাথে অসংকোচনীয়ও) হয়; অর্থাৎ, ক্ষেত্রটির আগত ও নির্গত ফ্লাক্স সমান হয়, কোনো পরিবর্তন হয় না [চিত্র-xii]। *[ঢা.বো.'২৫; চ.বো.'১৭; কু.বো.'১৬,'১৫; য.বো.'১৫]*



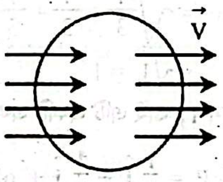
$\vec{\nabla}\cdot\vec{V} > 0$

চিত্র-x



$\vec{\nabla}\cdot\vec{V} < 0$

চিত্র-xi



$\vec{\nabla}\cdot\vec{V} = 0$

চিত্র-xii

◆ ভেক্টর অন্তরজ অপারেটর $\vec{\nabla}$ এবং কোনো অন্তরীকরণযোগ্য ভেক্টর অপেক্ষকের ক্রস গুণন বা ভেক্টর গুণন হল কার্ল।

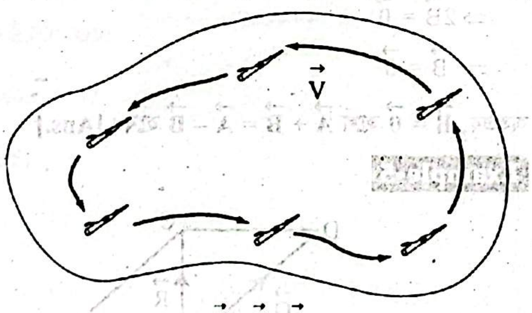
◆ কার্লের ভৌত তাৎপর্যসমূহ নিম্নরূপ–

- কোনো ভেক্টরক্ষেত্রের কার্ল শূন্য হলে $(\vec{\nabla}\times\vec{V} = \vec{0})$ ক্ষেত্রটি অঘূর্ণনশীল এবং সংরক্ষণশীল হবে। *[ঢা.বো.'২৪,'২২; য.বো.'২৩,'১৯; ব.বো.'২৩]*
- কোনো ভেক্টরক্ষেত্রের কার্ল অশূন্য হলে $(\vec{\nabla}\times\vec{V} \neq \vec{0})$ ক্ষেত্রটি ঘূর্ণনশীল এবং অসংরক্ষণশীল হবে।

Basic Concept

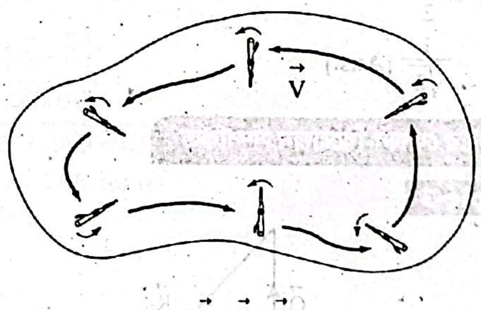
মনে করো, তুমি পুকুরে ছোট একটি গাছের ডাল ফেললে এবং পুকুরে পানির পৃষ্ঠে ডালটি ভেসে বেড়াচ্ছে। ভাসমান অবস্থায় ডালটি পুকুরের পৃষ্ঠে সৃষ্ট একটি ঘূর্ণির মধ্যে পড়লো, যার ভেক্টর ক্ষেত্র $\vec{V}$ দ্বারা নির্দেশিত। ফলে ডালটিও পুকুরের পৃষ্ঠে ঘূর্ণির সাথে সাথে চলতে লাগলো। প্রশ্ন আসতে পারে পুকুরের পৃষ্ঠে গাছের ডালের এই চলন কী কার্ল নির্দেশ করে? সঠিক উত্তর হচ্ছে না। বরং কার্ল নির্দেশ করবে যে পুকুরের পৃষ্ঠে ঘূর্ণির সাথে গাছের ডালটিও ঘুরছে কিনা।

পুকুরের পৃষ্ঠের পানির ঘূর্ণির সাথে ডালটি চললেও সে যদি নিজ অক্ষের সাপেক্ষে না ঘুরতে পারে, তবে এর কার্ল শূন্য $(\vec{\nabla}\times\vec{V} = \vec{0})$ [চিত্র- xiii]। অপরদিকে, পানির ঘূর্ণির সাথে ডালটিও যদি নিজ অক্ষের সাপেক্ষে ঘুরতে থাকে তবে এর কার্ল শূন্য নয় $(\vec{\nabla}\times\vec{V} \neq \vec{0})$ [চিত্র-xiv]।



$\vec{\nabla}\times\vec{V} = \vec{0}$

চিত্র-xiii



$\vec{\nabla}\times\vec{V} \neq 0$

চিত্র-xiv

একবাক্যে বললে, কার্ল কোনো বস্তুর শুধু চলার পথই নির্দেশ করে না বরং চলার পথে বস্তুটি ঘুরছে কিনা সেটিও নির্দেশ করে।

◆ কোনো ভেক্টর ক্ষেত্রের কার্লের ডাইভারজেন্স শূন্য। অর্থাৎ, যদি $\vec{A}$ একটি ভেক্টর ক্ষেত্র হয় তবে $\vec{\nabla}\cdot(\vec{\nabla}\times\vec{A})$ এর মান হবে শূন্য (0)। *[রা.বো.'২৪]*

MCQ এর জন্য গুরুত্বপূর্ণ গাণিতিক সমস্যাবলি

দৃষ্টি আকর্ষণ

এই অংশে বিগত বছরের প্রশ্ন বিশ্লেষণ করে MCQ এর জন্য গুরুত্বপূর্ণ বেশ কিছু গাণিতিক সমস্যাবলির সমাধান Topic অনুসারে সাজানো হয়েছে। এছাড়াও গাণিতিক সমস্যার সমাধানের সাথে Similar Problems যুক্ত করা হয়েছে, যাতে তোমাদের পরীক্ষার প্রস্তুতি হয় পূর্ণাঙ্গ।

একক ভেক্টর সম্পর্কিত

Example-1 $\dfrac{\hat{i}-\hat{j}+\hat{k}}{\sqrt{3}}$ যে একটি একক ভেক্টর তা নির্ণয়: [দি.বো.'২২]

সমাধান

এখানে, $\left|\dfrac{\hat{i}-\hat{j}+\hat{k}}{\sqrt{3}}\right| = \left|\dfrac{\hat{i}}{\sqrt{3}}-\dfrac{\hat{j}}{\sqrt{3}}+\dfrac{\hat{k}}{\sqrt{3}}\right|$

$$= \sqrt{\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2+\left(-\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2+\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2}$$

$$= \sqrt{\frac{1}{3}+\frac{1}{3}+\frac{1}{3}}$$

$$= \sqrt{1} = 1$$

অর্থাৎ, ভেক্টরটির মান 1; তাই এটি একটি একক ভেক্টর। [Ans.]

Example-2 $P = \frac{1}{2}\hat{i} + \frac{1}{2}\hat{j} + q\hat{k}$ হলে q এর মান নির্ণয় যখন P ভেক্টরটি একক ভেক্টর হবে: [ব.বো.'২৩; ঢা.বো.'২২]

সমাধান

প্রদত্ত ভেক্টর রাশির মান $= \sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^2+\left(\frac{1}{2}\right)^2+q^2}$

$$= \sqrt{\frac{1}{4}+\frac{1}{4}+q^2}$$

$$= \sqrt{\frac{1}{2}+q^2}$$

প্রশ্নমতে, $\sqrt{\frac{1}{2}+q^2} = 1$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}+q^2 = 1$$

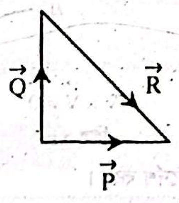
$$\Rightarrow q^2 = 1-\frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow q^2 = \frac{1}{2}$$

$\therefore q = \frac{1}{\sqrt{2}}$ [Ans.]

ভেক্টর যোজন-বিয়োজন সম্পর্কিত

Example-3



চিত্রানুসারে $\vec{P}-\vec{Q}-\vec{R}=\vec{0}$ তা নির্ণয়: [য.বো.'২৫]

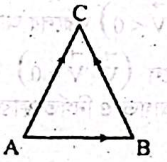
সমাধান

ভেক্টর যোগের ত্রিভুজ সূত্র অনুসারে পাই,

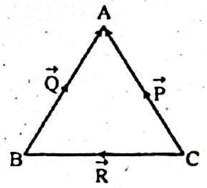
$$\vec{P} = \vec{Q} + \vec{R}$$

$\therefore \vec{P}-\vec{Q}-\vec{R}=\vec{0}$ [Ans.]

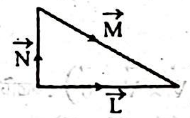
Similar Problems to the Example

- 

চিত্রে ΔABC এর ক্ষেত্রে $\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{CB}$। [সি.বো.'১৯]

- 

চিত্রানুসারে $\vec{P}=\vec{R}+\vec{Q}$। [সি.বো.'১৯]

- 

চিত্রানুসারে $\vec{M}+\vec{N}-\vec{L}=\vec{0}$। [ঢা.বো.'১৭]

Example-4 দুইটি ভেক্টর $\vec{A}$ ও $\vec{B}$ যে শর্তে $\vec{A}+\vec{B}=\vec{A}-\vec{B}$ হবে তা নির্ণয়: [ম.বো.'২৫]

সমাধান

এখানে, $\vec{A}+\vec{B}=\vec{A}-\vec{B}$

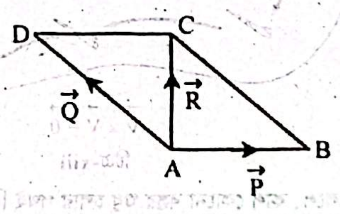
$$\Rightarrow \vec{A}-\vec{A}=\vec{B}+\vec{B}$$

$$\Rightarrow 2\vec{B}=\vec{0}$$

$$\Rightarrow \vec{B}=\vec{0}$$

অতএব, $\vec{B}=\vec{0}$ হলে $\vec{A}+\vec{B}=\vec{A}-\vec{B}$ হবে। [Ans.]

Example-5



চিত্রে দুটি ভেক্টরের লব্ধির মান R একটি ভেক্টরের মানের সমান এবং তার সাথে লম্ব; অন্যটির মান নির্ণয়: [রা.বো.'২৫]

সমাধান

আমরা জানি,

$$\tan\theta = \frac{Q\sin\alpha}{P + Q\cos\alpha}$$

$$\Rightarrow \tan 90° = \frac{Q\sin\alpha}{P + Q\cos\alpha}$$

$$\Rightarrow \infty = \frac{Q\sin\alpha}{P + Q\cos\alpha}$$

$$\Rightarrow P + Q\cos\alpha = 0 \quad \left[\because \frac{\text{যেকোনো সংখ্যা}}{0} = \infty\right]$$

$$\Rightarrow \cos\alpha = -\frac{P}{Q}$$

এখানে,
লব্ধি ভেক্টর, $R = P$
R ও P এর মধ্যবর্তী কোণ, $\theta = 90°$
P ও Q এর মধ্যবর্তী কোণ, α
$Q = ?$

আবার আমরা জানি,

$$R = \sqrt{P^2 + Q^2 + 2PQ\cos\alpha}$$

$$\Rightarrow R^2 = P^2 + Q^2 + 2PQ\left(-\frac{P}{Q}\right)$$

$$\Rightarrow R^2 = P^2 + Q^2 - 2P^2$$

$$\Rightarrow R^2 = Q^2 - P^2$$

$$\Rightarrow Q^2 = R^2 + P^2$$

$$\Rightarrow Q^2 = R^2 + R^2 = 2R^2$$

$$\therefore Q = \sqrt{2}R \text{ [Ans.]}$$

Example-6 $\vec{P}$ ও $\vec{Q}$ দুটি ভেক্টর রাশির মধ্যবর্তী কোণ 120° হলে তাদের লব্ধির মান নির্ণয়: [দি.বো.'২২]

সমাধান

$\vec{P}$ ও $\vec{Q}$ ভেক্টরদ্বয়ের লব্ধি $\vec{R}$ হলে,

লব্ধির মান, $|\vec{R}| = \sqrt{P^2 + Q^2 + 2PQ\cos 120°}$

$$= \sqrt{P^2 + Q^2 + 2PQ\left(-\frac{1}{2}\right)}$$

$$= \sqrt{P^2 + Q^2 - PQ} \text{ [Ans.]}$$

Similar Problem to the Example

- সমকোণে একটি বিন্দুতে ক্রিয়াশীল দুটি সমান বলের লব্ধির মান যে কোনো একটি বলের $\sqrt{2}$ গুণ। [সি.বো.'২৩]

Example-7 সমমানের দুটি বলের লব্ধির মান তাদের যে কোনো একটির অর্ধেক। বল দুটির মধ্যবর্তী কোণ নির্ণয়: [ব.বো.'১৭]

সমাধান

আমরা জানি,

$$R^2 = P^2 + Q^2 + 2PQ\cos\alpha$$

বা, $\left(\frac{P}{2}\right)^2 = P^2 + P^2 + 2.P.P.\cos\alpha$

বা, $\frac{P^2}{4} = 2P^2 + 2P^2\cos\alpha$

বা, $\frac{P^2}{4} = 2P^2(1 + \cos\alpha)$

বা, $\frac{1}{4} = 2(1 + \cos\alpha)$

বা, $\frac{1}{8} = 1 + \cos\alpha$

বা, $\cos\alpha = \frac{1}{8} - 1 = \frac{1-8}{8} = -\frac{7}{8}$

$$\therefore \alpha = \cos^{-1}\left(-\frac{7}{8}\right) = 151.04°$$

ধরি, বলদ্বয় P ও Q
এখানে,
বল দুটি সমমানের বলে, $Q = P$
লব্ধি, $R = \frac{P}{2}$
বলদ্বয়ের মধ্যবর্তী কোণ, $\alpha = ?$

অর্থাৎ, বল দুটির মধ্যবর্তী কোণ হবে 151.04°। [Ans.]

Similar Problem to the Example

- দুটি সমান ভেক্টর থেকে শূন্য ভেক্টর পেতে হলে এদের মধ্যবর্তী কোণ 180° হবে। [ব.বো.'১৫]

Example-8 দুইটি একক ভেক্টরের যোগফল যদি একটি একক ভেক্টর হয় তবে (i) তাদের মধ্যবর্তী কোণ ও (ii) বিয়োগফলের মান নির্ণয়: [ম.বো.'২৫]

সমাধান

(i) ধরি, একক ভেক্টর দুটির মধ্যবর্তী কোণ α। তাহলে প্রশ্নানুসারে,

আমরা জানি,

$$R^2 = A^2 + B^2 + 2AB\cos\alpha$$

$$\Rightarrow 1^2 = 1^2 + 1^2 + 2 \times 1 \times 1 \times \cos\alpha$$

$$\Rightarrow 1 = 2 + 2\cos\alpha$$

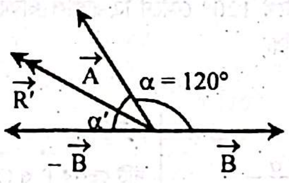
$$\Rightarrow \cos\alpha = -\frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \alpha = \cos^{-1}\left(-\frac{1}{2}\right) = 120°$$

এখানে,
প্রথম ভেক্টর, $A = 1$
দ্বিতীয় ভেক্টর, $B = 1$
লব্ধি ভেক্টর, $R = 1$

অতএব, ভেক্টরদ্বয়ের মধ্যবর্তী কোণ 120°। [Ans.]

(ii) $\vec{A}$ ও $\vec{B}$ ভেক্টরদ্বয়ের বিয়োগফল হবে $\vec{A}$ ও $-\vec{B}$ এর লব্ধি; যাদের মধ্যবর্তী কোণ, $\alpha' = 180° - \alpha = 180° - 120° = 60°$ (চিত্র)।



তাহলে উক্ত লব্ধিটি $\vec{R}'$ হলে,

$$R'^2 = A^2 + B^2 + 2AB\cos\alpha'$$

$$= 1^2 + 1^2 + 2 \times 1 \times 1 \times \cos 60°$$

$$= 2 + 2 \times \frac{1}{2}$$

$$= 3$$

$$\therefore R' = \sqrt{3}$$

সুতরাং, ভেক্টরদ্বয়ের বিয়োগফলের মান $\sqrt{3}$। [Ans.]

Example-9 $|\vec{A} + \vec{B}| = |\vec{A} - \vec{B}|$ হলে $\vec{A}$ ও $\vec{B}$ এর মধ্যবর্তী কোণ নির্ণয়: [দি.বো.'২৫,'১৭; ব.বো.'২১]

সমাধান

দেওয়া আছে,

$$|\vec{A} + \vec{B}| = |\vec{A} - \vec{B}|$$

$$\Rightarrow \sqrt{A^2 + B^2 + 2AB\cos\alpha} = \sqrt{A^2 + B^2 + 2AB\cos(180° - \alpha)}$$

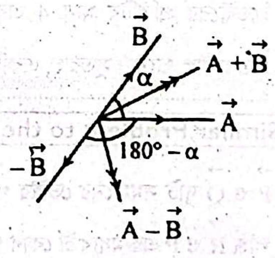
$$\Rightarrow 2AB\cos\alpha = -2AB\cos\alpha$$

$$\Rightarrow 4AB\cos\alpha = 0$$

$$\Rightarrow \cos\alpha = 0$$

$$\Rightarrow \alpha = \cos^{-1}(0)$$

$$\therefore \alpha = 90° \text{ [Ans.]}$$



Similar Problems to the Example

- ভেক্টর $\vec{P}$ ও $\vec{Q}$ এর মধ্যবর্তী কোণ θ এবং $|\vec{P} + \vec{Q}| = |\vec{P} - \vec{Q}|$ হলে, θ-এর মান 90° হবে। [রা.বো.'১৫]

Example-10 $|\hat{a}+\hat{b}|=\sqrt{3}$ হলে $\hat{a}$ ও $\hat{b}$ এর মধ্যবর্তী কোণ নির্ণয়:

সমাধান [কু.বো.'২৩]

ধরি, $\hat{a}$ ও $\hat{b}$ এর মধ্যবর্তী কোণ α।

$\therefore$ $\hat{a}$ ও $\hat{b}$ উভয়েই একক ভেক্টর, তাই এদের উভয়ের মান 1।

অর্থাৎ, $|\hat{a}|=a=1$ এবং $|\hat{b}|=b=1$

এখন, $|\hat{a}+\hat{b}|=\sqrt{3}$

$$\Rightarrow \sqrt{a^2+b^2+2ab\cos\alpha}=\sqrt{3}$$
$$\Rightarrow a^2+b^2+2ab\cos\alpha=3$$
$$\Rightarrow 1^2+1^2+2\times1\times1\times\cos\alpha=3$$
$$\Rightarrow 2+2\cos\alpha=3$$
$$\Rightarrow 2\cos\alpha=3-2=1$$
$$\Rightarrow \cos\alpha=\frac{1}{2}=\cos60^\circ$$
$$\therefore \alpha=60^\circ \text{ [Ans.]}$$

Similar Problem to the Example

- দুইটি ভেক্টরের মান সমান হলে পরস্পর 60° অবস্থানে এদের লব্ধি একটি ভেক্টরের মানের $\sqrt{3}$ গুণ হবে। [সি.বো.'২১]

Example-11 দুটি দিক রাশির প্রত্যেকটির মান 4 একক। এরা যে কোনো বিন্দুতে পরস্পরের সাথে 120° কোণে ক্রিয়াশীল থাকলে কোনো একটি ভেক্টরের সাথে লব্ধির কোণ নির্ণয়: [ম.বো.'২৪]

সমাধান

আমরা জানি,

$$\tan\theta=\frac{Q\sin\alpha}{P+Q\cos\alpha}$$
$$=\frac{Q\sin\alpha}{Q+Q\cos\alpha}$$
$$=\frac{\sin\alpha}{1+\cos\alpha}$$
$$=\frac{2\sin\frac{\alpha}{2}\cos\frac{\alpha}{2}}{2\cos^2\frac{\alpha}{2}}$$
$$\therefore \tan\theta=\tan\frac{\alpha}{2}$$
$$\Rightarrow \theta=\frac{\alpha}{2}=\frac{120^\circ}{2}=60^\circ \text{ [Ans.]}$$

এখানে,
দুটি ভেক্টর $\vec{P}$ ও $\vec{Q}$ এর উভয়ের মান,
$P=Q=4$ একক
$\vec{P}$ ও $\vec{Q}$ এর অন্তর্ভুক্ত কোণ, $\alpha=120^\circ$
ধরি, লব্ধি $\vec{R}$ ও $\vec{P}$ এর মধ্যবর্তী কোণ $=\theta$

Royal Shortcut

একই বিন্দুতে একই সময়ে ক্রিয়ারত দুটি ভেক্টরের মান সমান হলে এদের লব্ধি ভেক্টরদ্বয়ের মধ্যবর্তী কোণকে সমদ্বিখণ্ডিত করে। যেহেতু প্রশ্নে প্রদত্ত দুটি ভেক্টরের প্রতিটির মান 4 একক এবং এরা পরস্পরের সাথে 120° কোণে ক্রিয়াশীল থাকে। সুতরাং, একটি ভেক্টরের সাথে লব্ধির কোণ $=\frac{120^\circ}{2}=60^\circ$

Similar Problem to the Example

- $\vec{P}$ ও $\vec{Q}$ দুটি সমমানের ভেক্টর পরস্পর বিপরীত দিকে ক্রিয়া করলে ভেক্টর দুটির লব্ধি $\vec{R}$ ও $\vec{P}$ এর মধ্যবর্তী কোণ 90° হবে। [সি.বো.'২১]

Example-12 $\vec{P}=2\hat{i}+\hat{j}+\hat{k}$ এবং $\vec{Q}=\hat{i}+2\hat{j}-2\hat{k}$। ভেক্টরদ্বয়ের লব্ধির মান নির্ণয়: [ঢা.বো.'২১]

সমাধান

দেওয়া আছে, $\vec{P}=2\hat{i}+\hat{j}+\hat{k}$ এবং $\vec{Q}=\hat{i}+2\hat{j}-2\hat{k}$

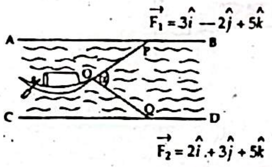
সুতরাং, ভেক্টরদ্বয়ের লব্ধি $=\vec{P}+\vec{Q}$

$$=2\hat{i}+\hat{j}+\hat{k}+\hat{i}+2\hat{j}-2\hat{k}$$
$$=3\hat{i}+3\hat{j}-\hat{k}$$

এবং লব্ধির মান $=\sqrt{(3)^2+(3)^2+(-1)^2}$

$$=\sqrt{9+9+1}=\sqrt{19} \text{ [Ans.]}$$

Similar Problems to the Example

- 
$\vec{F_1}=3\hat{i}-2\hat{j}+5\hat{k}$
A
B
P
O
θ
Q
C
D
$\vec{F_2}=2\hat{i}+3\hat{j}+5\hat{k}$

  একটি খালের AB এবং CD দুটি সমান্তরাল তীর। নৌকার O বিন্দু হতে $\vec{F_1}$ এবং $\vec{F_2}$ মানে বল প্রয়োগে দুজন ব্যক্তি গুণ টানছে। $\vec{F_1}$ এবং $\vec{F_2}$ ভেক্টরদ্বয়ে লব্ধির মান 11.22 হবে। [য.বো.'১৫]

- $\vec{A}=3\hat{i}-4\hat{j}$, $\vec{B}=-3\hat{i}+4\hat{j}$ এবং $\vec{R}$ তাদের লব্ধি হলে, $\vec{R}$ একটি নাল ভেক্টর হবে। [দি.বো.'২৩]

নদী ও নৌকার সমস্যা সম্পর্কিত

Example-13 4 km প্রস্থবিশিষ্ট একটি নদীতে একটি ট্রলারের বে 20 kmh^{-1} এবং স্রোতের বেগ 12 kmh^{-1}। ট্রলারটিকে ন্যূনতম দূরত্বে নদী পার হতে কত সময় লাগবে তা নির্ণয়: [ব.বো.'২৫]

সমাধান

ট্রলারের ন্যূনতম দূরত্বে নদী পার হওয়ার ক্ষেত্রে প্রয়োজনীয় সময়,

$$t=\frac{d}{\sqrt{v^2-u^2}}$$
$$=\frac{4}{\sqrt{20^2-12^2}}=0.25 \text{ h [Ans.]}$$

এখানে,
স্রোতের বেগ, $u=12\ kmh^{-1}$
ট্রলারের বেগ, $v=20\ kmh^{-1}$
নদীর প্রস্থ, $d=4$ km

Example-14 6 ms^{-1} বেগে প্রবাহিত নদীতে 12 ms^{-1} বেগে সাঁতার কাটতে সক্ষম সাঁতারু 1.2 km প্রশস্ত নদীতে সাঁতার কাটছে। সর্বনিম্ন কত সময়ে সাঁতারু নদী পাড়ি দিয়ে অপর পাড়ে পৌছতে পারবে এবং সর্বনিম্ন পথে নদী পাড়ি দিতে স্রোতের সাথে কত কোণে সাঁতার কাটতে হবে তা নির্ণয়: [সি.বো.'২৪]

সমাধান

নদী পাড়ি দেওয়ার সর্বনিম্ন সময়:

আমরা জানি, নদী পাড়ি দেওয়ার জন্য প্রয়োজনীয় সময়,

$$t=\frac{d}{v\sin\alpha}$$

এখানে,
সাঁতারুর বেগ, $v=12\ ms^{-1}$
নদীর প্রস্থ, $d=1.2$ km
$=1200$ m

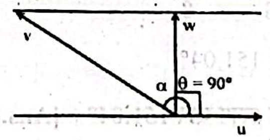
সর্বনিম্ন সময়ে নদী পাড়ি দেওয়ার জন্য স্রোতের বেগ ও সাঁতারুর বেগের অন্তর্ভুক্ত কোণ, $\alpha=90^\circ$

$\therefore$ নদী পাড়ি দেওয়ার সর্বনিম্ন সময়, $t_{min}=\frac{d}{v\sin90^\circ}$

$$=\frac{1200}{12\times1}=100\text{ s [Ans.]}$$

সর্বনিম্ন পথে নদী পাড়ি দেওয়ার দিক:

সর্বনিম্ন পথে নদী পাড়ি দিতে স্রোতের সাথে সাঁতারুর লব্ধি বেগের অন্তর্ভুক্ত কোণ = 90° হবে।



আমরা জানি,

$$\tan\theta = \frac{v\sin\alpha}{u + v\cos\alpha}$$

$$\Rightarrow \tan 90° = \frac{v\sin\alpha}{u + v\cos\alpha}$$

$$\Rightarrow \frac{\sin 90°}{\cos 90°} = \frac{v\sin\alpha}{u + v\cos\alpha}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{0} = \frac{v\sin\alpha}{u + v\cos\alpha}$$

$$\Rightarrow u + v\cos\alpha = 0$$

$$\Rightarrow \cos\alpha = -\frac{u}{v}$$

$$\Rightarrow \alpha = \cos^{-1}\left(-\frac{u}{v}\right)$$

$$= \cos^{-1}\left(-\frac{6}{12}\right)$$

$$= \cos^{-1}\left(-\frac{1}{2}\right) = 120° \text{ [Ans.]}$$

এখানে,
স্রোতের বেগ, $u = 6\ ms^{-1}$
সাঁতারুর বেগ, $v = 12\ ms^{-1}$
স্রোত ও সাঁতারুর লব্ধি বেগের অন্তর্ভুক্ত কোণ, $\theta = 90°$
স্রোত ও সাঁতারুর বেগের অন্তর্ভুক্ত কোণ, $\alpha = ?$

Royal Shortcut

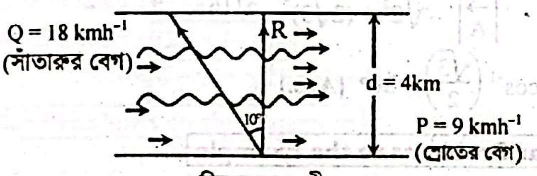
সোজাসোজা নদী পার হতে স্রোতের সাথে, $\alpha = \cos^{-1}\left(-\frac{u}{v}\right)$ কোণে সাঁতার কাটতে হবে যেখানে, u স্রোতের বেগ, v সাঁতারুর বেগ।

উপরের প্রশ্নের ক্ষেত্রে,

$$\alpha = \cos^{-1}\left(-\frac{6}{12}\right) = 120°$$

উল্লেখ্য যে, সাঁতারুর বেগ স্রোতের বেগের দ্বিগুণ হলে α এর মান সর্বদা 120° হবে।

Example-15



চিত্রঃ বহমান নদী

সাঁতারুর নদী পার হওয়ার সময় নির্ণয়ঃ *[ঢা.বো.'২৫]*

সমাধান

সাঁতারুর লব্ধি বেগ,

$$R = \sqrt{P^2 + Q^2 + 2PQ\cos\alpha}$$

$$= \sqrt{9^2 + 18^2 + 2 \times 9 \times 18 \times \cos 100°}$$

$$= 18.675\ kmh^{-1}$$

যদি সাঁতারুর লব্ধি বেগ স্রোতের সাথে θ কোণে আনত থাকে তাহলে,

$$\tan\theta = \frac{Q\sin\alpha}{P + Q\cos\alpha}$$

$$= \frac{18 \times \sin 100°}{9 + 18 \times \cos 100°}$$

$$= 3.018$$

$$\therefore \theta = \tan^{-1}(3.018) = 71.66°$$

সেক্ষেত্রে নদী পার হওয়ার প্রয়োজনীয় সময়,

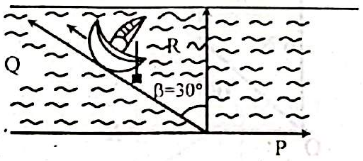
$$t = \frac{d}{R\sin\theta}$$

$$= \frac{4}{18.675 \times \sin 71.66°}$$

$$= 0.2256\ h \text{ [Ans.]}$$

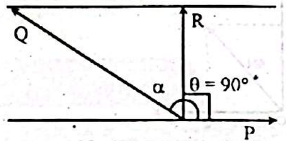
এখানে,
স্রোতের বেগ, $P = 9\ kmh^{-1}$
সাঁতারুর বেগ, $Q = 18\ kmh^{-1}$
নদীর প্রস্থ, $d = 4\ km$
স্রোত ও সাঁতারুর বেগের মধ্যবর্তী কোণ, $\alpha = 90° + 10° = 100°$

Example-16



চিত্রের আলোকে বহমান নদীতে স্রোতের বেগ $P = 9kmh^{-1}$, নৌকার লব্ধি বেগ R এবং নৌকার বেগ Q এর মধ্যবর্তী কোণ $\beta = 30°$ এবং নৌকাটি আড়াআড়ি পথে নদী পার হলে নৌকার বেগ Q এর মান নির্ণয়ঃ *[সি.বো.'২৩]*

সমাধান



আমরা জানি,

$$\tan\theta = \frac{Q\sin\alpha}{P + Q\cos\alpha}$$

$$\Rightarrow \tan 90° = \frac{Q\sin\alpha}{P + Q\cos\alpha}$$

$$\Rightarrow \frac{\sin 90°}{\cos 90°} = \frac{Q\sin\alpha}{P + Q\cos\alpha}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{0} = \frac{Q\sin\alpha}{P + Q\cos\alpha}$$

$$\Rightarrow P + Q\cos\alpha = 0$$

$$\Rightarrow Q = \frac{-P}{\cos\alpha}$$

$$= \frac{-9}{\cos 120°}$$

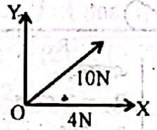
$$= \frac{-9}{\left(-\frac{1}{2}\right)} = 18\ kmh^{-1} \text{ [Ans.]}$$

এখানে,
স্রোতের বেগ, $P = 9\ kmh^{-1}$
স্রোত ও লব্ধি বেগের অন্তর্ভুক্ত কোণ, $\theta = 90°$
স্রোত ও নৌকার বেগের অন্তর্ভুক্ত কোণ, $\alpha = 90° + \beta$ [চিত্র হতে]
$= 90° + 30°$
$= 120°$
নৌকার বেগ, $Q = ?$

ভেক্টর বিভাজন সম্পর্কিত

Example-17

10N-এর একটি বলকে লম্ব উপাংশে বিভাজিত করলে OY এর মান নির্ণয়ঃ *[কু.বো.'২১]*



সমাধান

আমরা জানি,

$$R^2 = R_x^2 + R_y^2$$

$$\Rightarrow R_y^2 = R^2 - R_x^2$$

$$\Rightarrow R_y = \sqrt{R^2 - R_x^2}$$

$$= \sqrt{(10)^2 - (4)^2}$$

$$= \sqrt{100 - 16}$$

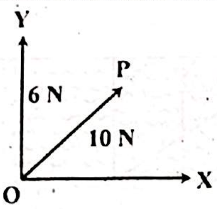
$$= \sqrt{84}$$

$$= 9.17\ N \text{ [Ans.]}$$

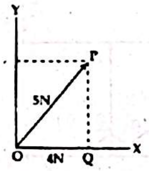
ধরি, $R = 10\ N$,
$R_x = 4\ N$
$R_y = ?$

Similar Problems to the Example

- 10 একক মানের একটি ভেক্টর দুটি লম্ব উপাংশে বিভক্ত করায় একটির মান 8 একক হলে অপরটির মান 6 একক। *[য.বো.'২১]*

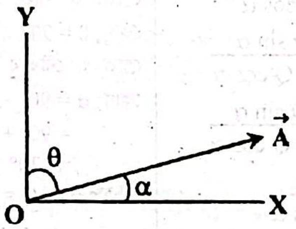
- 

চিত্রে 10 N এর একটি বলকে পরস্পর লম্বভাবে দুটি উপাংশে $\overrightarrow{OX}$ ও $\overrightarrow{OY}$ দ্বারা নির্দেশ করা হলো। $\overrightarrow{OX}$ এর মান 8 N। [য.বো.'২১]

- 

চিত্র অনুযায়ী OY অক্ষ বরাবর বলের মান 3N। [রা.বো.'১৫]

- $\vec{A}$ এর OX ও OY বরাবর উপাংশ যথাক্রমে $5\sqrt{3}$ ও 5 একক।

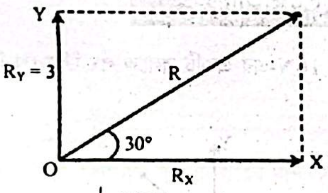


$\vec{A}$ এর মান 10 একক। [ব.বো.'২৪]

Example-18 একটি ভেক্টর X-এর সাথে 30° কোণে ক্রিয়াশীল। Y-অক্ষ বরাবর উপাংশের মান 3 একক হলে X-অক্ষ বরাবর উপাংশের মান নির্ণয়: [চ.বো.'২৪]

সমাধান

ধরি ভেক্টরটি $\vec{R}$, যার X ও Y-অক্ষ বরাবর উপাংশ যথাক্রমে R_X ও R_Y এবং এটি X অক্ষের সাথে θ কোণ উৎপন্ন করে।



আমরা জানি,

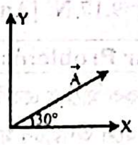
$$\tan\theta = \frac{R_X}{R_Y}$$

এখানে,
$R_Y = 3$ একক
$\theta = 30°$

$$\Rightarrow R_X = R_Y \tan\theta$$
$$= 3 \times \tan 30°$$
$$= 3 \times \frac{1}{\sqrt{3}} = \sqrt{3} \text{ একক} \quad [\text{Ans.}]$$

Example-19 $\vec{A}$, X অক্ষের সাথে 30° কোণে ক্রিয়াশীল। Y অক্ষ বরাবর উপাংশের মান 3 একক হলে X অক্ষ বরাবর উপাংশের মান নির্ণয়: [রা.বো.'১৬]

সমাধান



Y অক্ষে বরাবর উপাংশ, $A\sin\theta = 3$

বা, $A\sin 30° = 3$

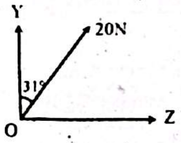
বা, $A \times \frac{1}{2} = 3$

$\therefore A = 6$

X অক্ষে বরাবর উপাংশ, $A\cos\theta = 6\cos 30°$

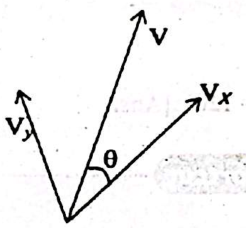
$$= 6 \times \frac{\sqrt{3}}{2}$$
$$= 3\sqrt{3} \quad [\text{Ans.}]$$

Similar Problems to the Example

- 

OZ বরাবর বলের উপাংশ 10.30 N। [কু.বো.'২

- একটি ভেক্টর রাশি $\vec{V}$ কে দুটি লম্ব উপাংশ V_x এবং V_y তে চিত্রানুযায়ী বিভাজ করা হল।



θ এর মান 45° হলে V_x এবং V_y উপাংশগুলি সমান হবে। [কু.বো.'১

Example-20 $\vec{A} = 2\hat{i} + 2\sqrt{3}\hat{j}$ ভেক্টরটি y-অক্ষের সাথে কত কো ক্রিয়াশীল তা নির্ণয়: [ঢা.বো.'২

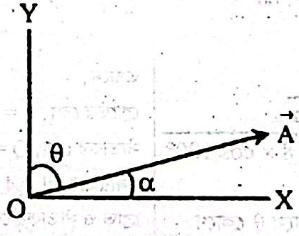
সমাধান

$\vec{A} = 2\hat{i} + 2\sqrt{3}\hat{j}$ ভেক্টরটি y-অক্ষের সাথে θ কোণ উৎপন্ন করলে,

$$\cos\theta = \frac{A_y}{|\vec{A}|} = \frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{2^2 + (2\sqrt{3})^2}} = \frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{16}} = \frac{2\sqrt{3}}{4} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\therefore \theta = \cos^{-1}\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = 30° \quad [\text{Ans.}]$$

Similar Problems to the Example

- Y-অক্ষের সাথে $\vec{r} = 4\hat{i} - 4\hat{k}$ ভেক্টরের উৎপন্ন কোণ হবে 90°। [দি.বো.'১৭
- 

$\vec{A}$ এর OX ও OY বরাবর উপাংশ যথাক্রমে $5\sqrt{3}$ ও 5 একক হলে, α ও θ এর মধ্যে সম্পর্ক হবে, α = 2θ। [ব.বো.'২৪]

Example-21 $\vec{A} = 3\hat{i} - 6\hat{j} + 2\hat{k}$ এর মান নির্ণয়: [দি.বো.'১৫]

সমাধান

আমরা জানি, কোনো ভেক্টর $\vec{A} = a_x\hat{i} + a_y\hat{j} + a_z\hat{k}$ এর মান

$$|\vec{A}| = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}$$

প্রদত্ত ভেক্টর, $\vec{A} = 3\hat{i} - 6\hat{j} + 2\hat{k}$

$$\therefore |\vec{A}| = \sqrt{3^2 + (-6)^2 + 2^2}$$
$$= \sqrt{9 + 36 + 4}$$
$$= \sqrt{49}$$
$$= 7 \quad [\text{Ans.}]$$

Similar Problems to the Example

- $3\hat{i} - 4\hat{j} + 12\hat{k}$ ভেক্টরটির মান 13 একক। [দি.বো.'২১]
- $\vec{P} = \hat{i} - \hat{j} - \hat{k}$ হলে $\vec{P}$ এর মান $\sqrt{3}$ । [সি.বো.'১৯]
- $2\hat{i} + 3\hat{j}$ ভেক্টরের মান $\sqrt{13}$ । [সি.বো.'১৬]

Example-22 A (3, 2, 2) এবং B (3, 2, – 1) বিন্দুদ্বয় সংযোগকারী $\overrightarrow{AB}$ ভেক্টরটির মান নির্ণয়: [সি.বো.'২৫]

সমাধান

এখানে,

$$\overrightarrow{AB} = \vec{B} - \vec{A}$$
$$= \left(3\hat{i} + 2\hat{j} - \hat{k}\right) - \left(3\hat{i} + 2\hat{j} + 2\hat{k}\right)$$
$$= -3\hat{k}$$
$$\therefore AB = \left|\overrightarrow{AB}\right| = \sqrt{(-3)^2} = 3 \text{ [Ans.]}$$

দেওয়া আছে,
A ও B এর স্থানাঙ্ক যথাক্রমে
(3, 2, 2) ও (3, 2, – 1)
$\therefore \vec{A} = 3\hat{i} + 2\hat{j} + 2\hat{k}$
ও $\vec{B} = 3\hat{i} + 2\hat{j} - \hat{k}$

Similar Problem to the Example

- P ও Q এর স্থানাংক (3, – 2, 1) এবং (3, – 4, 5); PQ এর মান $\sqrt{20}$ । [রা.বো.'১৭]

Example-23 $\vec{F} = 2\hat{i} + 3\hat{j} - 4\hat{k}$ বলটির ZX সমতলে মান নির্ণয়: [য.বো.'২৩]

সমাধান

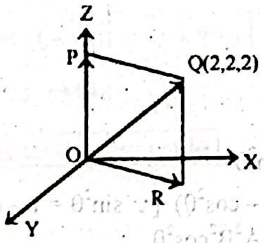
দেওয়া আছে, $\vec{F} = 2\hat{i} + 3\hat{j} - 4\hat{k}$
ZX তলে ভেক্টরটির শুধু Z ও X উপাংশ থাকবে।

সুতরাং, ভেক্টরটি হবে $2\hat{i} - 4\hat{k}$
এবং ভেক্টরটির মান $= \sqrt{(2)^2 + (-4)^2}$
$= \sqrt{4 + 16} = \sqrt{20}$ [Ans.]

Similar Problems to the Example

- $\vec{P} = \hat{i} + 2\hat{j} - 3\hat{k}$ ভেক্টরটির YZ তলে মান $\sqrt{13}$ । [রা.বো.'২১]
- XZ সমতলে $3\hat{i} + 5\hat{j} + 4\hat{k}$ ভেক্টরের দৈর্ঘ্য 5 একক। [ঢা.বো.'১৭]
- YZ সমতলে $5\hat{i} + 3\hat{j} + 4\hat{k}$ ভেক্টরের দৈর্ঘ্য $\sqrt{25}$ একক। [চ.বো.'১৬]

Example-24



$\overrightarrow{OR}$ ভেক্টরটি নির্ণয়: [দি.বো.'২৪]

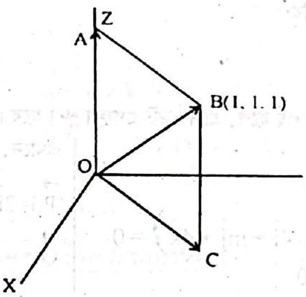
সমাধান

$\overrightarrow{OR}$ ভেক্টরটি XY তলেই বিদ্যমান এবং R বিন্দুর স্থানাঙ্ক (2, 2, 0)

তাই $\overrightarrow{OR} = R_x\hat{i} + R_y\hat{j} + R_z\hat{k}$
$= 2\hat{i} + 2\hat{j} + 0\hat{k}$
$= 2\hat{i} + 2\hat{j}$ [Ans.]

Similar Problem to the Example

-



$\overrightarrow{OC}$ ভেক্টর $= \hat{i} + \hat{j}$ । [ব.বো.'১৬]

ভেক্টর রাশির গুণন সম্পর্কিত

Example-25 4 একক ও 5 একক মানের দুটি ভেক্টর কোনো বিন্দুতে 60° কোণে ক্রিয়াশীল হলে স্কেলার গুণফল নির্ণয়: [ঢা.বো.'২১]

সমাধান

ধরি, P = 4 একক, Q = 5 একক এবং এদের অন্তর্ভুক্ত কোণ, θ = 60° ।

স্কেলার গুণফলের সংজ্ঞানুযায়ী, $\vec{P} \cdot \vec{Q} = PQ\cos\theta$
$= 4 \times 5 \times \cos(60°)$
$= 20 \times \frac{1}{2} = 10$ একক [Ans.]

Example-26 $\vec{A} = 2\hat{i} + 2\hat{j} - \hat{k}$, $\vec{B} = 6\hat{i} - 3\hat{j} + 2\hat{k}$; $\vec{A}$ এর উপর $\vec{B}$ এর লম্ব অভিক্ষেপের মান নির্ণয়: [সি.বো.'২৫]

সমাধান

দেওয়া আছে, $\vec{A} = 2\hat{i} + 2\hat{j} - \hat{k}$ এবং $\vec{B} = 6\hat{i} - 3\hat{j} + 2\hat{k}$

ধরি, $\vec{A}$ এবং $\vec{B}$ এর মধ্যবর্তী কোণ = θ

$\therefore$ $\vec{A}$ এর উপর $\vec{B}$ এর লম্ব অভিক্ষেপ = B cos θ

আমরা জানি,

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = AB\cos\theta$$
$$\Rightarrow B\cos\theta = \frac{\vec{A} \cdot \vec{B}}{A}$$
$$= \frac{\left(2\hat{i} + 2\hat{j} - \hat{k}\right) \cdot \left(6\hat{i} - 3\hat{j} + 2\hat{k}\right)}{\sqrt{(2)^2 + (2)^2 + (-1)^2}}$$
$$= \frac{12 - 6 - 2}{\sqrt{4 + 4 + 1}}$$
$$= \frac{4}{3} = 1.33 \text{ [Ans.]}$$

Similar Problems to the Example

- $\vec{A} = 2\hat{i} + 3\hat{j} + 4\hat{k}$ এবং $\vec{B} = 3\hat{i} + 4\hat{j} + 5\hat{k}$ । $\vec{B}$ বরাবর $\vec{A}$ এর লম্ব অভিক্ষেপ $\frac{38}{\sqrt{50}}$ । [সি.বো.'২৪]
- যদি $\vec{A} = \hat{i} + \hat{j} + \hat{k}$ এবং $\vec{B} = 2\hat{i} + 2\hat{j} + 2\hat{k}$ হয় তবে $\vec{B}$ বরাবর $\vec{A}$ এর লম্ব অভিক্ষেপ $\sqrt{3}$ । [য.বো.'২১]
- ভেক্টর $\vec{B} = 6\hat{i} - 3\hat{j} + 2\hat{k}$ এর উপর ভেক্টর $\vec{A} = 2\hat{i} + 2\hat{j} + \hat{k}$ এর লম্ব অভিক্ষেপ $\frac{8}{7}$ ।

Example-27 $\vec{P} = 2\hat{i} + 3\hat{j} - \hat{k}$ এবং $\vec{Q} = -4\hat{i} + m\hat{j} + 4\hat{k}$ ভেক্টর দুটি লম্ব হলে m এর মান নির্ণয়: [য.বো.'২৫]

সমাধান

$\vec{P}$ ও $\vec{Q}$ ভেক্টরদ্বয় পরস্পর লম্ব হলে, এদের ডট গুণফল শূন্য হবে।

এখানে,
$\vec{P} = 2\hat{i} + 3\hat{j} - \hat{k}$
$\vec{Q} = -4\hat{i} + m\hat{j} + 4\hat{k}$

অর্থাৎ, $\vec{P}\cdot\vec{Q} = 0$

$\Rightarrow (2\hat{i} + 3\hat{j} - \hat{k}).(-4\hat{i} + m\hat{j} + 4\hat{k}) = 0$

$\Rightarrow -8 + 3m - 4 = 0$

$\Rightarrow 3m = 12$

$\therefore m = \frac{12}{3} = 4$ [Ans.]

Similar Problems to the Example

- $\vec{P} = -3\hat{i} + 7\hat{j} - 3\hat{k}$, $\vec{Q} = 5\hat{i} - a\hat{j} + 2\hat{k}$, a এর মান – 3 হলে ভেক্টর দুটি লম্ব হবে। [রা.বো.'২৩]
- $\vec{A} = 3\hat{i} + 2\hat{j} + \hat{k}$; $\vec{B} = 6\hat{i} - m\hat{j} + 4\hat{k}$, m এর মান 11 হলে ভেক্টরদ্বয় লম্ব হবে। [দি.বো.'২১]
- $\vec{A} = 2\hat{i} + 3\hat{j}$ এবং $\vec{B} = m\hat{i} - 2\hat{j}$। m এর মান 3 হলে ভেক্টরদ্বয় পরস্পর লম্ব। [য.বো.'২২]
- m এর মান 8 হলে, $\vec{P} = 4\hat{i} + m\hat{j}$ এবং $\vec{Q} = 8\hat{i} - 4\hat{j} + 9\hat{k}$ পরস্পর লম্ব হবে। [ঢা.বো.'১৬]
- $\vec{A} = 3\hat{i} - 2\hat{j} + \hat{k}$; $\vec{B} = 6\hat{i} - m\hat{j} + 4\hat{k}$ এ m এর মান – 11 হলে ভেক্টরের লম্ব হবে। [ঢা.বো.'১৫]

Example-28 $|\vec{A}| = 2$, $|\vec{B}| = 4$ এবং $\vec{A}\cdot\vec{B} = 4$ হলে $\vec{A}$ ও $\vec{B}$ এর মধ্যবর্তী কোণ নির্ণয়: [কু.বো.'২৩]

সমাধান

দেওয়া আছে,

এখানে,
$|\vec{A}| = A = 2$
$|\vec{B}| = B = 4$
A ও B এর মধ্যবর্তী কোণ = θ (ধরি)

$\vec{A}\cdot\vec{B} = 4$

$\Rightarrow AB\cos\theta = 4$

$\Rightarrow 2 \times 4 \times \cos\theta = 4$

$\Rightarrow \cos\theta = \frac{4}{8}$

$\Rightarrow \cos\theta = \frac{1}{2} = \cos 60°$

$\therefore \theta = 60°$ [Ans.]

Example-29 একটি কণার উপর $\vec{F} = (2\hat{i} + 3\hat{j} - \hat{k})$N বল প্রয়োগ করায় কণাটির $\vec{r} = (\hat{i} + \hat{j} + \hat{k})$m সরণ ঘটে। $\vec{F}$ ও $\vec{r}$ এর মধ্যবর্তী কোণ নির্ণয়: [চ.বো.'২১]

সমাধান

ধরি, F ও r এর মধ্যবর্তী কোণ = θ

আমরা জানি,

$\vec{F}\cdot\vec{r} = Fr\cos\theta$

$\Rightarrow \cos\theta = \frac{\vec{F}\cdot\vec{r}}{Fr}$

$= \frac{(2\hat{i} + 3\hat{j} - \hat{k})\cdot(\hat{i} + \hat{j} + \hat{k})}{\sqrt{(2)^2 + (3)^2 + (-1)^2}\sqrt{(1)^2 + (1)^2 + (1)^2}}$

$= \frac{2 + 3 - 1}{\sqrt{4 + 9 + 1}\sqrt{1 + 1 + 1}}$

$= \frac{4}{\sqrt{14}\sqrt{3}}$

$\therefore \cos\theta = \frac{4}{\sqrt{42}}$

$\Rightarrow \theta = \cos^{-1}\left(\frac{4}{\sqrt{42}}\right) = 51.88°$ [Ans.]

Similar Problems to the Example

- $\hat{i} + \hat{j}$ এবং $\hat{i} - \hat{j}$ এর মধ্যবর্তী কোণ 90°। [কু.বো.'২৫]
- $\hat{j}$ এবং $(\hat{i} + \hat{j})$ ভেক্টরদ্বয়ের মধ্যবর্তী কোণ 45°। [রা.বো.'২২]
- $\vec{A} = \hat{i}$ এবং $\vec{B} = \hat{j} + \hat{k}$ হলে $\vec{A}$ ও $\vec{B}$ এর মধ্যবর্তী কোণ 90°। [চ.বো.'১৫]
- $\vec{A} = \hat{i}$, $\vec{B} = 2\hat{i} + \hat{k}$, $\vec{A}$ ও $\vec{B}$ ভেক্টরের মধ্যবর্তী কোণ 26.57°। [সি.বো.'২২; দি.বো.'১৬]

Example-30 3N ও 4N মানের দুটি বল একটি বিন্দুতে পরস্পর লম্বভাবে ক্রিয়া করলে ভেক্টর গুণফলের মান নির্ণয়: [চ.বো.'২২]

সমাধান

ভেক্টর গুণনের মান,

এখানে,
প্রথম ভেক্টর, A = 3N
দ্বিতীয় ভেক্টর, B = 4N
ভেক্টরদ্বয়ের মধ্যবর্তী কোণ, θ = 90°

$|\vec{A} \times \vec{B}| = AB\sin\theta$

$= 3 \times 4 \times \sin 90°$

$= 12$ N [Ans.]

Similar Problem to the Example

- $|\vec{A}| = |\vec{B}| = 3$ এবং $\vec{A}$ ও $\vec{B}$ এর মধ্যবর্তী কোণ θ হলে $|\vec{A} \times \vec{B}| = 9\sin\theta$। [ঢা.বো.'২৩]

Example-31 $\left|\vec{A} \times \vec{B}\right|^2 = A^2B^2 - (\vec{A}\cdot\vec{B})^2$ প্রমাণ: [রা.বো.'১৭]

সমাধান

আমরা জানি,

$\left|\vec{A} \times \vec{B}\right| = AB\sin\theta$

$\therefore \left|\vec{A} \times \vec{B}\right|^2 = A^2B^2\sin^2\theta$

$= A^2B^2(1 - \cos^2\theta)$ [$\because \sin^2\theta = 1 - \cos^2\theta$]

$= A^2B^2 - A^2B^2\cos^2\theta$

$= A^2B^2 - (AB\cos\theta)^2$

$= A^2B^2 - (\vec{A}.\vec{B})^2$ [$\vec{A}.\vec{B} = AB\cos\theta$]

$\therefore \left|\vec{A} \times \vec{B}\right|^2 = A^2B^2 - (\vec{A}.\vec{B})^2$ [Proved]

Similar Problem to the Example

- $|\vec{A} \times \vec{B}|^2 + |\vec{A}\cdot\vec{B}|^2$ এর মান $|\vec{A}|^2|\vec{B}|^2$। [চ.বো.'২১]

Example-32 দুটি ভেক্টর $\vec{A}$ ও $\vec{B}$ এর স্কেলার গুণফল 18 এবং ভেক্টর গুণফলের মান $6\sqrt{3}$ । $\vec{A}$ ও $\vec{B}$ এর মধ্যবর্তী কোণ নির্ণয়: [রা.বো.'২৪]

সমাধান

ধরি, $\vec{A}$ ও $\vec{B}$ ভেক্টরদ্বয়ের মধ্যবর্তী কোণ θ। তাহলে,

$$\vec{A}\cdot\vec{B} = AB\cos\theta = 18$$

$$|\vec{A}\times\vec{B}| = AB\sin\theta = 6\sqrt{3}$$

$$\therefore \tan\theta = \frac{AB\sin\theta}{AB\cos\theta}$$

$$= \frac{|\vec{A}\times\vec{B}|}{\vec{A}.\vec{B}}$$

$$= \frac{6\sqrt{3}}{18}$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\therefore \theta = \tan^{-1}\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right) = 30° \text{ [Ans.]}$$

Similar Problem to the Example

- দুটি ভেক্টর রাশির স্কেলার গুণফল $\sqrt{18}$ এবং ভেক্টর গুণফল $\sqrt{6}$। ভেক্টরদ্বয়ের মধ্যবর্তী কোণ হবে 30°। [ব.বো.'২১]
- $|\vec{A}\times\vec{B}| = \vec{A}\cdot\vec{B}$ হলে, এদের মধ্যবর্তী কোণ $\frac{\pi}{4}$ হবে। [য.বো.'২৫; দি.বো.'১৬]

Example-33 $(\hat{j}\times\hat{k})\times(\hat{j}\times\hat{i}) = \hat{j}$; তা নির্ণয়: [য.বো.'২৩]

সমাধান

প্রদত্ত সমীকরণ,

$$(\hat{j}\times\hat{k})\times(\hat{j}\times\hat{i}) = \hat{i}\times(-\hat{k}) \quad [\because \hat{j}\times\hat{k}=\hat{i};\ \ \hat{j}\times\hat{i}=-\hat{k}]$$

$$= -\hat{i}\times\hat{k}$$

$$= -(-\hat{j}) \quad [\because \hat{i}\times\hat{k}=-\hat{j}]$$

$$= \hat{j} \text{ [Ans.]}$$

Similar Problems to the Example

- $\hat{i}\times(\hat{j}\times\hat{k}) = 0$ [দি.বো.'২৪; রা.বো.'২৩]
- $\hat{i}\times(\hat{i}\times\hat{j}) = -\hat{j}$ [ম.বো.'২৩]
- $\hat{j}\times(\hat{j}\times\hat{k}) = -\hat{k}$ [সি.বো.'২২; রা.বো.'২১; য.বো.'১৫]
- $(\hat{i}\times\hat{k})\times(\hat{j}\times\hat{k}) = \hat{k}$ [ব.বো.'১৭]
- $(\hat{i}\times\hat{j})\times(\hat{i}\times\hat{k}) = \hat{i}$ [রা.বো.'২২]
- $\hat{i}.(\hat{k}\times\hat{j}) = -1$ [ম.বো.'২২]

Example-34 $\hat{k}\times(\hat{j}+\hat{k}) = -\hat{i}$; তা নির্ণয়: [কু.বো.'২৪]

সমাধান

প্রদত্ত সমীকরণ,

$$\hat{k}\times(\hat{j}+\hat{k}) = \hat{k}\times\hat{j}+\hat{k}\times\hat{k}$$

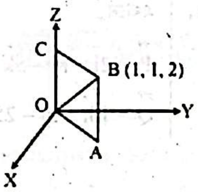
$$= -\hat{i}+\vec{0} \quad [\because \hat{k}\times\hat{j}=-\hat{i};\ \ \hat{k}\times\hat{k}=\vec{0}]$$

$$= -\hat{i} \text{ [Ans.]}$$

Similar Problem to the Example

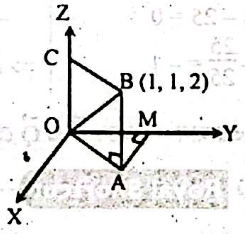
- $(\hat{i}+\hat{j})\times\hat{k} = -\hat{j}+\hat{i}$ [ম.বো.'২৫]
- $(\hat{j}+\hat{k})\times\hat{k} = \hat{i}$ [ঢা.বো.'২১; ব.বো.'১৫]

Example-35



OABC ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল তা নির্ণয়: [রা.বো.'২৩]

সমাধান



চিত্র হতে পাই,

AM = 1 একক (X অক্ষ বরাবর)

OM = 1 একক (Y অক্ষ বরাবর)

OC = 2 একক (Z অক্ষ বরাবর)

$$\therefore OA = \sqrt{AM^2+OM^2}$$

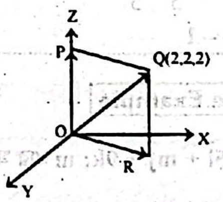
$$= \sqrt{1^2+1^2}$$

$$= \sqrt{2}$$

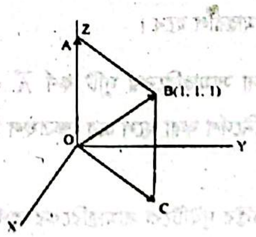
এখন, OABC ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = OA × OC

$$= \sqrt{2}\times 2 = 2\sqrt{2} \text{ একক [Ans.]}$$

Similar Problems to the Example

- 

  OPQR ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল $4\sqrt{2}$। [দি.বো.'২৪]

- 

  OABC ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল $\sqrt{2}$। [ব.বো.'১৬]

Example-36 $\vec{A} = 3\hat{i} - 4\hat{j} + 2\hat{k}$ এবং $\vec{B} = 6\hat{i} + 2\hat{j} - 3\hat{k}$ হলে $\vec{A} \times \vec{B}$ নির্ণয়: [কু.বো.'১৫]

সমাধান

$$\vec{A} \times \vec{B} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 3 & -4 & 2 \\ 6 & 2 & -3 \end{vmatrix}$$

$$= \hat{i}(12 - 4) - \hat{j}(-9 - 12) + \hat{k}(6 + 24)$$

$$= 8\hat{i} + 21\hat{j} + 30\hat{k}$$ [Ans.]

Example-37 n এর মান কত হলে $\vec{P} = 2\hat{i} + n\hat{j} - 5\hat{k}$ এবং $\vec{Q} = 10\hat{i} - 5\hat{j} - 25\hat{k}$ পরস্পর সমান্তরাল হবে; তা নির্ণয়: [চ.বো.'২৫; ব.বো.'২৪]

সমাধান

$\vec{P}$ ও $\vec{Q}$ পরস্পর সমান্তরাল হলে,

$$\vec{P} \times \vec{Q} = \vec{0}$$

$$\Rightarrow \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 2 & n & -5 \\ 10 & -5 & -25 \end{vmatrix} = \vec{0}$$

এখানে,

$\vec{P} = 2\hat{i} + n\hat{j} - 5\hat{k}$

$\vec{Q} = 10\hat{i} - 5\hat{j} - 25\hat{k}$

$$\Rightarrow \hat{i}(-25n - 25) - \hat{j}(-50 + 50) + \hat{k}(-10 - 10n) = \vec{0}$$

$$\Rightarrow (-25n - 25)\hat{i} - 0\hat{j} + (-10 - 10n)\hat{k} = 0\hat{i} - 0\hat{j} + 0\hat{k}$$

সুতরাং,

$$-25n - 25 = 0$$

$$\Rightarrow n = -\frac{25}{25} = -1$$

অথবা,

$$-10 - 10n = 0$$

$$\Rightarrow n = -\frac{10}{10} = -1$$

অর্থাৎ, n এর মান – 1 হলে $\vec{P}$ ও $\vec{Q}$ ভেক্টরদ্বয় পরস্পর সমান্তরাল হবে। [Ans.]

Royal Shortcut

$\vec{P} = a_1\hat{i} + b_1\hat{j} + c_1\hat{k}$ ও $\vec{Q} = a_2\hat{i} + b_2\hat{j} + c_2\hat{k}$ ভেক্টরদ্বয় পরস্পর সমান্তরাল হলে, $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$

☞ উপরের প্রশ্নের ক্ষেত্রে, $\frac{2}{10} = \frac{n}{-5} = \frac{-5}{-25}$

বা, $\frac{1}{5} = -\frac{n}{5} = \frac{1}{5}$

$\therefore \quad n = -1$

Similar Problem to the Example

- $\vec{A} = 5\hat{i} - 5\hat{j} + 3\hat{k}$; $\vec{B} = 15\hat{i} + m\hat{j} + 9\hat{k}$; m এর মান – 15 হলে $\vec{A} \parallel \vec{B}$ হবে। [চ.বো.'২১]
- $\vec{A} = 2\hat{i} + x\hat{j} - 4\hat{k}$ ও $\vec{B} = y\hat{i} + 6\hat{j} - 8\hat{k}$.x ও y এর মান যথাক্রমে 3 ও 4 হলে $\vec{A}$ ও $\vec{B}$ পরস্পর সমান্তরাল হবে। [ঢা.বো.'১৯]

Example-38 কোনো সামান্তরিকের দুটি কর্ণ $\vec{A} = 4\hat{i} - 4\hat{j} + 2\hat{k}$ এবং $\vec{B} = 3\hat{i} - 3\hat{j} + \hat{k}$ দ্বারা নির্দেশ করা হলে এর ক্ষেত্রফল নির্ণয়: [য.বো.'২৪]

সমাধান

আমরা জানি, $\vec{A}$ ও $\vec{B}$ ভেক্টর দুইটিকে সামান্তরিকের কর্ণ ধরে গঠিত সামান্তরিকের ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2}|\vec{A} \times \vec{B}|$

এখন,

$$\vec{A} \times \vec{B} = \begin{bmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 4 & -4 & 2 \\ 3 & -3 & 1 \end{bmatrix}$$

$$= \hat{i}(-4 + 6) - \hat{j}(4 - 6) + \hat{k}(-12 + 12)$$

$$= 2\hat{i} + 2\hat{j}$$

$$\therefore |\vec{A} \times \vec{B}| = \sqrt{2^2 + 2^2} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$$

সুতরাং, সামান্তরিকের ক্ষেত্রফল $= \frac{|\vec{A} \times \vec{B}|}{2}$

$= \frac{2\sqrt{2}}{2} = \sqrt{2}$ বর্গ একক [Ans.]

ভেক্টর ক্যালকুলাস সম্পর্কিত

Example-39 $Q(x, y) = 3x^2y$ হলে $(1, -2)$ বিন্দুতে $\vec{\nabla}Q$ নির্ণয়: [সি.বো.'১৬]

সমাধান

$$Q = 3x^2y$$

$$\vec{\nabla}Q = \left(\frac{\partial}{\partial x}\hat{i} + \frac{\partial}{\partial y}\hat{j} + \frac{\partial}{\partial z}\hat{k}\right)(3x^2y)$$

$$= 6xy\,\hat{i} + 3x^2\hat{j}$$

$(1, -2)$ বিন্দুতে, $\vec{\nabla}Q = 6 \times 1 \times (-2)\,\hat{i} + 3 \times (1)^2 \times \hat{j}$

$= -12\,\hat{i} + 3\,\hat{j}$ [Ans.]

Example-40 $\vec{r} = 3x\hat{i} - 2y\hat{j} + 4z\hat{k}$ হলে $\vec{\nabla} \cdot \vec{r}$ নির্ণয়: [রা.বো.'২৫]

সমাধান

এখানে, $\vec{r} = 3x\hat{i} - 2y\hat{j} + 4z\hat{k}$

$$\therefore \vec{\nabla} \cdot \vec{r} = \left(\hat{i}\frac{\partial}{\partial x} + \hat{j}\frac{\partial}{\partial y} + \hat{k}\frac{\partial}{\partial z}\right) \cdot \left(3x\hat{i} - 2y\hat{j} + 4z\hat{k}\right)$$

$$= \frac{\partial}{\partial x}(3x) + \frac{\partial}{\partial y}(-2y) + \frac{\partial}{\partial z}(4z)$$

$= 3 - 2 + 4 = 5$ [Ans.]

Similar Problem to the Example

- $\vec{V} = x^2\hat{i} - 2z\hat{j} - y\hat{k}$ হলে, div $\vec{V} = 2x$ হবে। [ব.বো.'২২]
- $\vec{r} = x\hat{i} + y\hat{j} + 2\hat{k}$ হলে, $\vec{\nabla} \cdot \vec{r} = 2$ হবে। [কু.বো.'১৫]

Example-41 $\vec{A} = (px + y)\,\hat{i} + (y - 2z)\,\hat{j} + (x + 3z)\,\hat{k}$ ভেক্টরটি সলিনয়ডাল হলে p এর মান নির্ণয়: [ব.বো.'১৭]

সমাধান

$\vec{A}$ ভেক্টরটি সলিনয়ডাল হবে যদি,

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{A} = 0$$

$$\left(\frac{\partial}{\partial x}\hat{i} + \frac{\partial}{\partial y}\hat{j} + \frac{\partial}{\partial z}\hat{k}\right) \cdot \left\{(px + y)\,\hat{i} + (y - 2z)\,\hat{j} + (x + 3z)\,\hat{k}\right\} = 0$$

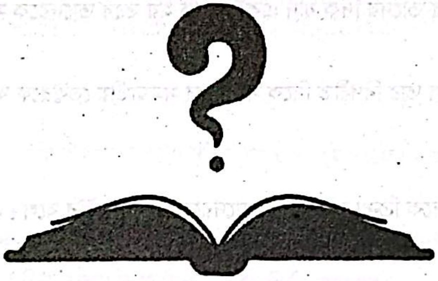
বা, $\frac{\partial}{\partial x}(px + y) + \frac{\partial}{\partial y}(y - 2z) + \frac{\partial}{\partial z}(x + 3z) = 0$

বা, $(p + 0) + (1 - 2 \times 0) + (0 + 3) = 0$

বা, $p + 1 + 3 = 0$

$\therefore p = -4$

সুতরাং, $p = -4$ হলে $\vec{A}$ ভেক্টরটি সলিনয়ডাল হবে। [Ans.]



Short Question-Answer

☑ জ্ঞানমূলক প্রশ্নোত্তর ('ক' অংশ)

☑ অনুধাবনমূলক প্রশ্নোত্তর ('খ' অংশ)

প্রিয় শিক্ষার্থী,

সৃজনশীল প্রশ্নের 'ক' ও 'খ' অংশের প্রস্তুতি খুবই গুরুত্বপূর্ণ। HSC পরীক্ষায় সৃজনশীল অংশে ভালো করতে হলে অবশ্যই 'ক' ও 'খ' নং প্রশ্ন অর্থাৎ 'জ্ঞানমূলক' ও 'অনুধাবনমূলক' প্রশ্নের সঠিক ও গোছানো উত্তরের কোনো বিকল্প নেই।

তোমাদের সুবিধার্থে, এই অধ্যায়ের বিগত বছরগুলোর HSC পরীক্ষার 'ক' ও 'খ' অংশের প্রশ্নোত্তরগুলো সহ গুরুত্বপূর্ণ অন্যান্য প্রশ্নোত্তরগুলো টপিক অনুসারে সাজিয়ে দেওয়া হয়েছে। এই প্রশ্নোত্তরগুলো অনুশীলন করলে এই অধ্যায়ের সব বোর্ড প্রশ্নতো Cover হবেই, সাথে এই অধ্যায় সংশ্লিষ্ট গুরুত্বপূর্ণ প্রায় প্রতিটি টপিকই তোমাদের আয়ত্তে চলে আসবে।

জ্ঞানমূলক প্রশ্নোত্তর

বিভিন্ন প্রকার ভেক্টর

প্রশ্ন-১। সমান ভেক্টর কী? [ঢা.বো.'২২]

উত্তর: সমজাতীয় দুটি ভেক্টরের মান যদি সমান হয় আর তাদের দিক যদি একই দিকে হয় তবে তাদেরকে সমান ভেক্টর বলে।

প্রশ্ন-২। ঋণাত্মক বা বিপরীত ভেক্টর কাকে বলে?

উত্তর: নির্দিষ্ট দিক বরাবর কোনো ভেক্টরকে ধনাত্মক ধরলে তার বিপরীত দিকে সমমানের সমজাতীয় ভেক্টরকে ঋণাত্মক ভেক্টর বা বিপরীত ভেক্টর বলে।

প্রশ্ন-৩। সদৃশ ভেক্টর কাকে বলে? [দি.বো.'২২]
***অথবা*, সমরেখ ভেক্টর কী?** [ব.বো.'২৫]

উত্তর: সমজাতীয় দুই বা ততোধিক ভেক্টর যদি একই দিকে ক্রিয়া করে তবে তাদেরকে সদৃশ ভেক্টর বলে। একে সমান্তরাল ভেক্টর কিংবা সমরেখ ভেক্টরও বলা হয়।

প্রশ্ন-৪। বিসদৃশ ভেক্টর কাকে বলে? [ম.বো.'২৩]

উত্তর: সমজাতীয় দুটি ভেক্টর যদি বিপরীত দিকে ক্রিয়া করে তবে তাদেরকে বিসদৃশ ভেক্টর বলে।

প্রশ্ন-৫। বিপ্রতীপ ভেক্টর কী? [কু.বো.'২৩]
***অথবা*, বিপ্রতীপ ভেক্টর কাকে বলে?** [রা.বো.'১৯]

উত্তর: দুটি সমান্তরাল ভেক্টরের একটির মান অপরটির বিপ্রতীপ হলে তাকে বিপ্রতীপ ভেক্টর বলে।

প্রশ্ন-৬। স্বাধীন ভেক্টর কী? [ব.বো.'২২]
***অথবা*, স্বাধীন ভেক্টর কাকে বলে?** [য.বো.'১৭]

উত্তর: যে সকল ভেক্টরের পাদবিন্দু নির্দিষ্ট নয় বরং ইচ্ছাধীন সে সকল ভেক্টরকে মুক্ত বা স্বাধীন ভেক্টর বলে।

প্রশ্ন-৭। সীমাবদ্ধ ভেক্টর কী? [য.বো.'১৯]
***অথবা*, সীমাবদ্ধ ভেক্টর কাকে বলে?** [কু.বো.'২৪]

উত্তর: যদি কোনো নির্দিষ্ট বিন্দুকে ভেক্টরের পাদবিন্দু হিসেবে ঠিক করে রাখা হয়, তবে সেই ভেক্টরকে সীমাবদ্ধ ভেক্টর বলে।

প্রশ্ন-৮। ব্যাসার্ধ ভেক্টর কাকে বলে? [কু.বো.'২৫; চ.বো.'২৫; সি.বো.'২৫; ঢা.বো.'১৬]
***অথবা*, অবস্থান ভেক্টর কাকে বলে?** [য.বো.'২৫; কু.বো.'২৪,'১৬; চ.বো.'২৪,'১৭; সি.বো.'২৪; দি.বো.'২৪; ম.বো.'২৪; রা.বো.'২৩; সি.বো.'২২]
***অথবা*, অবস্থান ভেক্টর কী?** [ঢা.বো.'২৪; য.বো.'২৩]
***অথবা*, অবস্থান ভেক্টরের সংজ্ঞা কী?** [রা.বো.'২৪]
***অথবা*, অবস্থান ভেক্টর বা ব্যাসার্ধ ভেক্টর কী?** [রা.বো.'২১; য.বো.'২১; চ.বো.'২১; ব.বো.'২১; দি.বো.'২১]

উত্তর: প্রসঙ্গ কাঠামোর মূলবিন্দুর সাপেক্ষে কোনো বিন্দুর অবস্থান যে ভেক্টর দিয়ে নির্দেশ করা হয় তাকে ঐ বিন্দুর অবস্থান ভেক্টর বা ব্যাসার্ধ ভেক্টর বলে।

প্রশ্ন-৯। একক ভেক্টর কী? [ঢা.বো.'২৩]
***অথবা*, একক ভেক্টর কাকে বলে?** [দি.বো.'২৫; কু.,য.বো.'২২; কু.বো.'২১]
***অথবা*, একক ভেক্টরের সংজ্ঞা দাও।** [রা.বো.'১৭]

উত্তর: যে ভেক্টরের মান এক একক তাকে একক ভেক্টর বলে।

প্রশ্ন-১০। আয়ত একক ভেক্টর কাকে বলে? [য.বো.'২৪,'১৬; ব.বো.'২৪; ঢা.বো.'২১; চ.বো.'১৯; ব.বো.'১৯]

উত্তর: ত্রিমাত্রিক স্থানাঙ্ক ব্যবস্থায় ধনাত্মক X, Y এবং Z অক্ষের দিকে ব্যবহৃত যথাক্রমে $\hat{i}$, $\hat{j}$ এবং $\hat{k}$ একক ভেক্টরগুলোকে আয়ত একক ভেক্টর বলে।

প্রশ্ন-১১। সঠিক ভেক্টর কাকে বলে?

উত্তর: যে সকল ভেক্টরের মান শূন্য নয় তাদেরকে সঠিক ভেক্টর বলে।

প্রশ্ন-১২। নাল ভেক্টর কী? [চ.বো.'২৫]
***অথবা*, নাল ভেক্টরের সংজ্ঞা লিখ।** [রা.বো.'২১; ম.বো.'২১; ব.বো.'১৭]

উত্তর: যে ভেক্টর রাশির মান শূন্য, তাকে নাল বা শূন্য ভেক্টর বলে।

প্রশ্ন-১৩। সমতলীয় ভেক্টরের সংজ্ঞা দাও। [রা.বো.'২৩]
***অথবা*, সমতলীয় ভেক্টর কাকে বলে?** [দি.বো.'২৩; ম.বো.'২৩]

উত্তর: দুই বা ততোধিক ভেক্টর একই তলে অবস্থান করলে তাদেরকে সমতলীয় ভেক্টর বলে।

প্রশ্ন-১৪। লব্ধি ভেক্টর কাকে বলে? [রা.বো.'১৬]
***অথবা*, লব্ধি ভেক্টর কী?** [য.বো.'১৫]

উত্তর: দুই বা ততোধিক ভেক্টর যোগ করে যে নতুন ভেক্টর পাওয়া যায় তাকে লব্ধি ভেক্টর বলে।

প্রশ্ন-১৫। তল ভেক্টর কাকে বলে? [সি.বো.'২৩; সি.বো.'২১]

উত্তর: কোনো বস্তু বা অবস্থানের ক্ষেত্রে যেকোনো তলের উপর অঙ্কিত অভিলম্ব বরাবর একটি ভেক্টর যার মান তলটির সমান, তাকে ঐ তলের তল ভেক্টর বলে।

প্রশ্ন-১৬। সরণ ভেক্টর কী? [চ.বো.'২২; ব.বো.'২১]

উত্তর: কোনো বস্তুর অবস্থান ভেক্টরের পরিবর্তনকে সরণ ভেক্টর বলে।

ভেক্টর বিভাজন

প্রশ্ন-১৭। ভেক্টর বিভাজন কী? [য.বো.'২১; সি.বো.'১৬; ব.বো.'১৫]

অথবা, ভেক্টর বিশ্লেষণ কী? [রা.বো.'১৫]

উত্তর: একটি ভেক্টরকে দুই বা ততোধিক উপাংশে বিভক্ত করার পদ্ধতিকে ভেক্টর বিভাজন বা ভেক্টর বিশ্লেষণ বলে।

প্রশ্ন-১৮। উপাংশ কী?

উত্তর: একটি ভেক্টর রাশিকে দুই বা ততোধিক ভেক্টর রাশিতে বিভক্ত করার পদ্ধতিকে ভেক্টরের বিশ্লেষণ বা বিভাজন বলে এবং বিভক্ত অংশগুলোকে মূল ভেক্টরটির উপাংশ বলে।

ভেক্টরের গুণন

প্রশ্ন-১৯। স্কেলার গুণন বা ডট গুণন কী? [চ.বো.'২২]

উত্তর: দুটি ভেক্টর রাশির গুণনে যদি একটি স্কেলার রাশি পাওয়া যায় তখন রাশি দুটির যে গুণন হয় তাকে স্কেলার গুণন বা ডট গুণন বলে।

প্রশ্ন-২০। ভেক্টর গুণন বা ক্রস গুণন কী?

উত্তর: দুটি ভেক্টর রাশির যে গুণনে একটি ভেক্টর রাশি পাওয়া যায়, তাকে ক্রস গুণন বা ভেক্টর গুণন বলে। দুটি ভেক্টর রাশির ক্রস গুণনের মান ভেক্টর দুটির মান ও তাদের মধ্যবর্তী কোণের সাইনের গুণফলের সমান এবং এর দিক ডানহাতি স্ক্রু নিয়মানুসারে নির্ণয় করা হয়।

ভেক্টর ক্যালকুলাস

প্রশ্ন-২১। স্কেলার ক্ষেত্র কাকে বলে? [সি.বো.'২৩]

উত্তর: কোনো স্থানের এলাকা বা অঞ্চলের প্রতিটি বিন্দুতে যদি একটি স্কেলার রাশি বিদ্যমান থাকে, তবে ঐ অঞ্চলকে ঐ রাশির স্কেলার ক্ষেত্র বলে।

প্রশ্ন-২২। ভেক্টর ক্ষেত্র কী?

উত্তর: কোনো স্থানের এলাকা বা অঞ্চলের প্রতিটি বিন্দুতে যদি একটি ভেক্টর রাশি $\left[\vec{V}(x, y, z)\right]$ বিদ্যমান থাকে, তবে ঐ অঞ্চলকে ঐ রাশির ভেক্টর ক্ষেত্র বলে।

প্রশ্ন-২৩। ভেক্টর অপারেটর কী? [ঢা.বো.'২৪; ম.বো.'২২]

উত্তর: যে গাণিতিক চিহ্নের দ্বারা একটি ভেক্টর রাশিকে অন্য একটি স্কেলার বা ভেক্টর রাশিতে রূপান্তর করা যায় বা কোনো পরিবর্তনশীল ভেক্টর রাশির ব্যাখ্যা দেওয়া যায় তাকে ভেক্টর অপারেটর বলে।

প্রশ্ন-২৪। ল্যাপ্লাসিয়ান অপারেটর কাকে বলে? [ব.বো.'২৩]

উত্তর: ভেক্টর ডিফারেন্সিয়াল অপারেটর $(\vec{\nabla})$-এর নিজেদের মধ্যে ডটগুণন $(\vec{\nabla}\cdot\vec{\nabla})$-এর মাধ্যমে যে নতুন অপারেটর পাওয়া যায় তাকে ল্যাপ্লাসিয়ান অপারেটর (∇^2) বলে। গাণিতিকভাবে লেখা যায়–

ল্যাপ্লাসিয়ান অপারেটর, $\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$

প্রশ্ন-২৫। ল্যাপলাসের সমীকরণ কাকে বলে? [রা.বো.'২৫]

উত্তর: কার্তেসীয় স্থানাঙ্ক ব্যবস্থায়, একটি ত্রি-মাত্রিক স্কেলার ফাংশন $\phi(x,y,z)$ এর জন্য ল্যাপলাসের সমীকরণটি হচ্ছে:

$$\nabla^2\phi = 0$$

বা, $\frac{\partial^2\phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\phi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2\phi}{\partial z^2} = 0$; যেখানে, $\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$ হচ্ছে ল্যাপ্লাসিয়ান অপারেটর।

প্রশ্ন-২৬। গ্রেডিয়েন্ট কাকে বলে? [ঢা.বো.'২১,'১৭]

উত্তর: কোনো স্কেলার ক্ষেত্রকে ভেক্টরক্ষেত্রে রূপান্তরের কৌশলকে গ্রেডিয়েন্ট বা স্কেলার অপেক্ষক বলে। এটি অদিক রাশির সর্বাধিক বৃদ্ধির হার প্রকাশ করে।

প্রশ্ন-২৭। স্কেলার অপেক্ষকের গ্র্যাডিয়েন্টের সংজ্ঞা লেখ। [সি.বো.'২৩]

উত্তর: যদি কোনো স্কেলার ক্ষেত্রের প্রতিটি বিন্দুতে $\varphi(x, y, z)$-কে একটি অন্তরীকরণযোগ্য রাশি হিসেবে সংজ্ঞায়িত করা যায়; অর্থাৎ φ যদি একটি অন্তরীকরণযোগ্য স্কেলার অপেক্ষক হয়, তাহলে এর গ্র্যাডিয়েন্ট বা $\vec{\nabla}\varphi$ এর সংজ্ঞা হলো– $\vec{\nabla}\varphi = \left(\hat{i}\frac{\partial}{\partial x} + \hat{j}\frac{\partial}{\partial y} + \hat{k}\frac{\partial}{\partial z}\right)\varphi$

প্রশ্ন-২৮। ডাইভারজেন্স কাকে বলে? [য.বো.'২৫; ঢা.বো.'২৩; কু.বো.'২২,'১৯]

উত্তর: ভেক্টর অপারেটর এবং একটি অন্তরীকরণযোগ্য ভেক্টর অপেক্ষকের ডট গুণফলকে উক্ত ভেক্টর অপেক্ষকের ডাইভারজেন্স বলে।

প্রশ্ন-২৯। কার্লের সংজ্ঞা দাও। [কু.বো.'২৫; দি.বো.'২৪; ব.বো.'২৩]

অথবা, কার্ল কী? [য.বো.'২৫; ব.বো.'২২; সি.বো.'১৭; কু.বো.'১৫]

অথবা, কার্ল কাকে বলে? [সি.বো.'১৭]

উত্তর: ভেক্টর অন্তরজ অপারেটর $\vec{\nabla}$ এবং কোনো অন্তরীকরণযোগ্য ভেক্টর অপেক্ষকের ক্রস গুণন বা ভেক্টর গুণন হল কার্ল।

অনুধাবনমূলক প্রশ্নোত্তর

বিভিন্ন প্রকার ভেক্টর সম্পর্কিত

প্রশ্ন-১। **একক ভেক্টর বলতে কী বোঝ? ব্যাখ্যা কর।**

উত্তর: কোনো ভেক্টরের মান যদি শূন্য না হয় তাহলে সেই ভেক্টরকে তার মান দিয়ে ভাগ করলে ভেক্টরটির দিকে একটি একক ভেক্টর পাওয়া যায়।

ধরা যাক, $\vec{A}$ একটি ভেক্টর যার সংখ্যাগত মান $A \neq 0$ তাহলে $\frac{\vec{A}}{A} = \hat{a}$ একটি একক ভেক্টর। $\hat{a}$ ভেক্টরের মান একক এবং দিক $\vec{A}$ এর দিকে এবং অক্ষরের ওপরে তীর চিহ্নের পরিবর্তে টুপি (Hat) চিহ্ন ($\wedge$), যেমন $\hat{a}$ বা $\hat{i}$ ব্যবহার করা হয়।

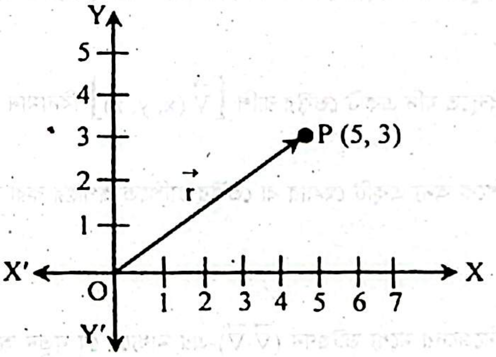
প্রশ্ন-২। **অবস্থান ভেক্টর একটি সীমাবদ্ধ ভেক্টর— ব্যাখ্যা কর।** ***[সি.বো.'২৫,'২১; চ.বো.'২৪; কু.বো.'২২; দি.বো.'১৭]***

উত্তর: প্রসঙ্গ কাঠামোর মূল বিন্দুর সাপেক্ষে কোনো বিন্দুর অবস্থান যে ভেক্টরের সাহায্যে নির্ণয় বা নির্দেশ করা হয় তাকে অবস্থান ভেক্টর বলে। একটি নির্দিষ্ট বিন্দুর জন্য প্রতিটি অক্ষ বরাবর অবস্থান ভেক্টরের মান নির্দিষ্ট থাকে। অতএব অবস্থান ভেক্টর একটি সীমাবদ্ধ ভেক্টর।

প্রশ্ন-৩। **$\vec{r} = 5\hat{i} + 3\hat{j}$ একটি সীমাবদ্ধ ভেক্টর–ব্যাখ্যা কর।** ***[দি.বো.'২৪]***

উত্তর: যদি কোনো নির্দিষ্ট বিন্দুকে ভেক্টরের পাদবিন্দু হিসেবে ঠিক করে রাখা হয়, তবে সেই ভেক্টরকে সীমাবদ্ধ ভেক্টর বলে।

এখানে, $\vec{r} = 5\hat{i} + 3\hat{j}$ হচ্ছে দ্বিমাত্রিক স্থানাঙ্ক ব্যবস্থায় অবস্থান ভেক্টর; যার পাদবিন্দু হচ্ছে স্থানাঙ্ক ব্যবস্থাটির মূলবিন্দু (0, 0) [চিত্রে O বিন্দু] এবং শেষবিন্দু হচ্ছে (5, 3) [চিত্রে P বিন্দু]।



সুতরাং, $\vec{r} = 5\hat{i} + 3\hat{j}$ একটি সীমাবদ্ধ ভেক্টর।

প্রশ্ন-৪। **নাল ভেক্টরের দিক ব্যাখ্যা কর।** ***[ব.বো.'২২; সি.বো.'২১]***

অথবা, নাল ভেক্টরের সুনির্দিষ্ট দিক নেই কেন? ***[রা.বো.'১৫]***

উত্তর: যে ভেক্টর রাশির মান শূন্য তাকে নাল ভেক্টর বলে। একটি ভেক্টরের সাথে তার বিপরীত ভেক্টর যোগ করলে বা দুটি সমান ভেক্টর বিয়োগ করলে নাল ভেক্টর পাওয়া যায়। নাল ভেক্টরের পাদবিন্দু এবং শীর্ষ বিন্দু একই। তাই নাল ভেক্টরের কোনো নির্দিষ্ট দিক নেই।

প্রশ্ন-৫। **স্বাধীন ভেক্টরের পাদবিন্দু মূলবিন্দুতে নয় কেন– ব্যাখ্যা কর।** ***[সি.বো.'১৫]***

উত্তর: যে ভেক্টর রাশির পাদবিন্দু ইচ্ছামত পছন্দ করা যায় তাকে স্বাধীন ভেক্টর বলে। অর্থাৎ এই ভেক্টরের পাদবিন্দু যেকেনো বিন্দুতে হতে পারে। তাই স্বাধীন ভেক্টরের পাদবিন্দু মূলবিন্দুতে থাকে না।

প্রশ্ন-৬। **সমান ভেক্টর, সমান্তরাল ভেক্টর কি-না? ব্যাখ্যা কর।** ***[চ.বো.'২১]***

উত্তর: সমজাতীয় একাধিক ভেক্টরের মান ও দিক একই হলে তাদেরকে সমান ভেক্টর বলা হয়। অপরদিকে, সমজাতীয় দু'টি ভেক্টর যদি একই দিকে ক্রিয়া করে, তবে তাদেরকে সমান্তরাল ভেক্টর বলে। তাই বলা যায়, সমান ভেক্টর এক ধরনের সমান্তরাল ভেক্টর। কারণ সমান্তরাল ভেক্টরের বৈশিষ্টাবলি সমান ভেক্টরের মধ্যে বিদ্যমান রয়েছে।

প্রশ্ন-৭। **সকল সমরেখ ভেক্টর সমান ভেক্টর নয়– ব্যাখ্যা কর।** ***[কু.বো.'১৯]***

উত্তর: একাধিক ভেক্টর যদি একই দিকে বা পরস্পর সমান্তরালে ক্রিয়া করে তবে তাদেরকে সমরেখ ভেক্টর বলে। অন্যদিকে সমজাতীয় একাধিক ভেক্টরের মান ও দিক একই হলে তাদেরকে সমান ভেক্টর বলা হয়। অর্থাৎ একাধিক ভেক্টর পরস্পর সমান হতে হলে তাদের দিক একই হওয়ার সাথে মানও একই হতে হবে। কিন্তু একাধিক ভেক্টর সমরেখ হলে তাদের মান সমান নাও হতে পারে। তাই সকল সমরেখ ভেক্টর সমান ভেক্টর নয়।

প্রশ্ন-৮। **একটি বিপ্রতীপ ভেক্টরকে সমরেখ ভেক্টর বলা যাবে কি? ব্যাখ্যা কর।** ***[দি.বো.'২৩]***

অথবা, একটি বিপ্রতীপ ভেক্টরকে সমরেখ ভেক্টর বলা যেতে পারে–ব্যাখ্যা কর। ***[কু.বো.'১৭]***

উত্তর: দুই বা ততোধিক ভেক্টর যদি এমন হয় যে তারা একই রেখায় বা সমান্তরালে ক্রিয়া করে, তবে তাদেরকে সমরেখ ভেক্টর বলে। আবার দুটি সমান্তরাল ভেক্টর, যাদের একটির মান অপরটির বিপ্রতীপ, তাহলে তাদেরকে বিপ্রতীপ ভেক্টর বলে। যেহেতু বিপ্রতীপ ভেক্টরগুলো একে অপরের সমান্তরাল হবে, সুতরাং তাদেরকে সমরেখ ভেক্টরও বলা যায়।

উদাহরণ: $\vec{A} = 5\hat{i}$ ও $\vec{B} = \frac{1}{5}\hat{i}$; এখানে $\vec{A}$ ও $\vec{B}$ বিপ্রতীপ ভেক্টর। ভেক্টর দুটি পরস্পর সমান্তরাল, বিপ্রতীপ ও $+x$ অক্ষ বরাবর সমরেখ।

দৃষ্টি আকর্ষণ

সব বিপ্রতীপ ভেক্টরই সমরেখ ভেক্টর হবে, কিন্তু সব সমরেখ ভেক্টর বিপ্রতীপ ভেক্টর হবে না।

প্রশ্ন-৯। **"কোনো ভেক্টরের বিপরীত ভেক্টর এবং বিপ্রতীপ ভেক্টরের মধ্যবর্তী কোণ সর্বদা একই হয়"-ব্যাখ্যা কর।** *[রা.বো.'২১]*

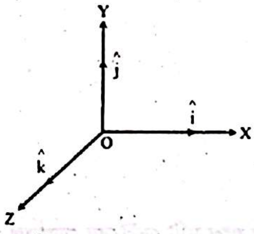
উত্তর: দু'টি সমান্তরাল ভেক্টরের একটির মান অপরটির বিপ্রতীপ হলে তাদেরকে বিপ্রতীপ ভেক্টর বলে। উদাহরণস্বরূপ, $\vec{A} = 5\hat{i}$ এবং $\vec{B} = \frac{1}{5}\hat{i}$ হলে, $\vec{A}$ ও $\vec{B}$ বিপ্রতীপ ভেক্টর। অপরদিকে, দু'টি ভেক্টরের মান সমান কিন্তু তাদের অভিমুখ বিপরীত হলে তাদের বিপরীত ভেক্টর বলা হয়। অর্থাৎ, একটি ভেক্টরের বিপ্রতীপ ভেক্টর ঐ ভেক্টরটির দিকে ক্রিয়া করলেও বিপরীত ভেক্টর বিপরীত দিকে ক্রিয়া করে। তাই কোনো ভেক্টরের বিপরীত ভেক্টর এবং বিপ্রতীপ ভেক্টরের মধ্যবর্তী কোণ 180° হয়, অর্থাৎ সর্বদা একই হয়।

প্রশ্ন-১০। **"আয়ত একক ভেক্টরের দিক নির্দিষ্ট হলেও একক ভেক্টরের দিক নির্দিষ্ট নয়"- ব্যাখ্যা কর।** *[রা.বো.'২১]*

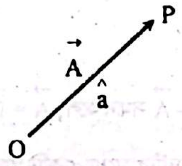
উত্তর: কার্তেসীয় স্থানাঙ্ক ব্যবস্থায় ধনাত্মক X-অক্ষ, Y-অক্ষ ও Z-অক্ষ বরাবর তিনটি একক ভেক্টরকে যথাক্রমে $\hat{i}, \hat{j}$ ও $\hat{k}$ দ্বারা প্রকাশ করা হয়। $\hat{i}, \hat{j}$ ও $\hat{k}$ কে আয়ত একক ভেক্টর বলে। সুতরাং, আয়ত একক ভেক্টরের দিক নির্দিষ্ট। আবার, যে ভেক্টরের মান এক তাকে একক ভেক্টর বলে। যদি একটি ভেক্টর $\vec{A}$ হয়, তবে $\hat{a} = \frac{\vec{A}}{A}$ হবে ভেক্টর $\vec{A}$ এর দিকে একটি একক ভেক্টর। অর্থাৎ, একক ভেক্টরের দিক নির্দিষ্ট নয়। এর দিক হবে প্রদত্ত ভেক্টরের দিকে। সুতরাং, দেখা যাচ্ছে যে, আয়ত একক ভেক্টরের দিক নির্দিষ্ট হলেও একক ভেক্টরের দিক নির্দিষ্ট নয়।

দৃষ্টি আকর্ষণ

চিত্রের সাহায্যে শিখি (পরীক্ষার খাতায় আঁকা আবশ্যক নয়):



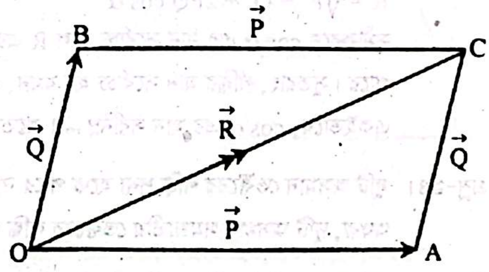
চিত্র : আয়ত একক ভেক্টর



চিত্র : একক ভেক্টর

ভেক্টর রাশির যোগ ও লব্ধি সম্পর্কিত

প্রশ্ন-১১। **ভেক্টর যোগের সামান্তরিক সূত্র বিনিময় সূত্র মেনে চলে।— ব্যাখ্যা কর।** *[রা.বো.'২৪]*



উত্তর: চিত্রে প্রদত্ত OABC সামান্তরিকের OA ও OB বাহু দ্বারা যথাক্রমে দুটি ভেক্টর $\vec{P}$ ও $\vec{Q}$ নির্দেশিত; অর্থাৎ, $\overrightarrow{OA} = \vec{P}$ এবং $\overrightarrow{OB} = \vec{Q}$। তাই ভেক্টর যোগের সামান্তরিক সূত্রানুসারে, সামান্তরিকটির কর্ণ OC ভেক্টর দুটির লব্ধি $\vec{R}$ নির্দেশ করে; অর্থাৎ,

$$\overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB}$$

বা, $\vec{R} = \vec{P} + \vec{Q}$

এটিই সামান্তরিক সূত্র প্রকাশকারী সমীকরণ।

এখন, OABC সামান্তরিকে ΔOAC ও ΔOBC তে ভেক্টর যোগের ত্রিভূজ সূত্রানুসারে আমরা পাই,

$$\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{OC}$$

বা, $\vec{P} + \vec{Q} = \vec{R}$ ……… (i)

এবং, $\overrightarrow{OB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{OC}$

বা, $\vec{Q} + \vec{P} = \vec{R}$ ……… (ii)

(i) নং ও (ii) নং উভয় সমীকরণ অনুসারে,

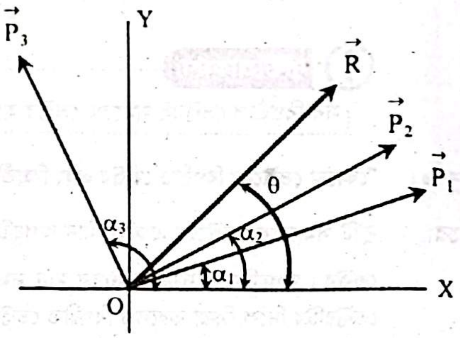
$\vec{P} + \vec{Q} = \vec{Q} + \vec{P}$; যা মূলত ভেক্টর যোগের বিনিময় সূত্র।

আবার, (i) নং সমীকরণ সামান্তরিক সূত্রকে নির্দেশ করে।

সুতরাং বলা যায়, ভেক্টর যোগের সামান্তরিক সূত্র বিনিময় সূত্র মেনে চলে।

প্রশ্ন-১২। **লম্বাংশের সাহায্যে ভেক্টর রাশির যোজন ব্যাখ্যা কর।** *[দি.বো.'২১]*

উত্তর: মনে করি, O বিন্দু OX ও OY দু'টি পরস্পর লম্ব রেখার ছেদবিন্দু এবং O হতে একইসাথে ক্রিয়াশীল P_1, P_2, P_3 সমজাতীয় তিনটি ভেক্টর OX রেখার সাথে যথাক্রমে α_1, α_2, α_3 কোণ উৎপন্ন করে। যদি এদের লব্ধির মান R হয় এবং লব্ধি OX রেখার সাথে θ কোণ উৎপন্ন করে তবে OX বরাবর এ লব্ধির লম্বাংশ হবে $R \cos \theta$ এবং OY বরাবর লব্ধির লম্বাংশ হবে $R \sin \theta$। এখন ভেক্টর যোগের লম্বাংশ সূত্রানুসারে এ লব্ধির লম্বাংশগুলো তাদের নিজ নিজ দিকে লব্ধি গঠনকারী ভেক্টরগুলোর প্রতিটি লম্বাংশের সমষ্টির সমান।



অর্থাৎ, $\mathbf{R \cos \theta = P_1 \cos \alpha_1 + P_2 \cos \alpha_2 + P_3 \cos \alpha_3}$

এবং $\mathbf{R \sin \theta = P_1 \sin \alpha_1 + P_2 \sin \alpha_2 + P_3 \sin \alpha_3}$

প্রশ্ন-১৩। **দুটি ভেক্টরের যোগফল ও বিয়োগফল সমান হতে পারে কি-না? ব্যাখ্যা করো।** *[ব.বো.'২৫]*

***অথবা*, একই জাতীয় দুটি ভেক্টরের যোগফল ও বিয়োগফল সমান হতে পারে কি? ব্যাখ্যা কর।** *[য.বো.'২৩; ঢা.বো.'১৭]*

***অথবা*, দুটি ভেক্টর রাশির যোগফল ও বিয়োগ ফলের মান সমান–ব্যাখ্যা কর।** *[রা.বো.'১৯]*

উত্তর: মনে করি, $\vec{A}$ ও $\vec{B}$ দুটি একই জাতীয় ভেক্টর রাশি।

ধরি, $\vec{A} + \vec{B}$ ও $\vec{A} - \vec{B}$ সমান; অর্থাৎ,

$$\vec{A} + \vec{B} = \vec{A} - \vec{B}$$

$$\Rightarrow \vec{B} + \vec{B} = \vec{A} - \vec{A}$$

$$\Rightarrow 2\vec{B} = \vec{0}$$

$$\therefore \vec{B} = \vec{0}$$

অনুরূপভাবে, $\vec{A} + \vec{B}$ ও $\vec{B} - \vec{A}$ সমান হলে, $\vec{A} = \vec{0}$ হবে।

সুতরাং, একই জাতীয় ভেক্টর দুটির মধ্যে একটি অথবা উভয়ই নাল ভেক্টর হলে দুটি ভেক্টরের যোগফল ও বিয়োগফল সমান হতে পারে।

প্রশ্ন-১৮। **দুটি ভেক্টরের লব্ধি সর্বোচ্চ ও সর্বনিম্ন হয় কখন?**

উত্তর: দুটি ভেক্টরের লব্ধি শুধু তাদের মানের উপর না– তাদের মধ্যবর্তী দিকের উপরও নির্ভর করে। দুটি ভেক্টর $\vec{P}$ ও $\vec{Q}$ কোনো বিন্দুতে α কোণে ক্রিয়া করলে,

$$R = \sqrt{P^2 + Q^2 + 2PQ \cos \alpha}$$

সমীকরণে cos α এর মান সর্বোচ্চ হলে R এর মান সর্বোচ্চ হয় এবং cos α এর মান সর্বনিম্ন হলে R এর মান সর্বনিম্ন হয়। cos α এর মান সর্বোচ্চ + 1 হতে পারে। সুতরাং, লব্ধির মান সর্বোচ্চ হয় যখন, $\cos \alpha = 1$ বা $\alpha = 0$।

একইভাবে, cos α এর মান সর্বনিম্ন – 1 হতে পারে। সুতরাং, লব্ধির মান সর্বনিম্ন হয় যখন $\cos \alpha = -1$ বা $\alpha = 180°$।

প্রশ্ন-১৪। **দুটি অসমান ভেক্টরের লব্ধি শূন্য হতে পারে না কেন? ব্যাখ্যা কর।** *[য.বো.'২২; দি.বো.'২২]*

***অথবা*, দুটি অসমান সমজাতীয় ভেক্টরের লব্ধি শূন্য হতে পারে কিনা ব্যাখ্যা কর।** *[চ.বো.'১৬]*

উত্তর: দুটি অসমান সমজাতীয় ভেক্টরের লব্ধি শূন্য হতে পারে না। মনে করি, $\vec{P}$ ও $\vec{Q}$ দুটি অসমান সমজাতীয় ভেক্টর এবং $\vec{R}$ এদের লব্ধি। তাহলে, সর্বনিম্ন লব্ধি, $R_{min} = P \sim Q$ অর্থাৎ, দুটি ভেক্টরের লব্ধির সর্বনিম্ন মান ভেক্টরদ্বয়ের অন্তরফলের সমান। দুটি সমজাতীয় ভেক্টর অসমান হলে এদের অন্তরফল বা পার্থক্য থাকবেই। আর এই পার্থক্যই হবে দুটি ভেক্টরের সর্বনিম্ন লব্ধি।

তাই দুটি অসমান ভেক্টরের লব্ধি কখনও শূন্য হতে পারে না।

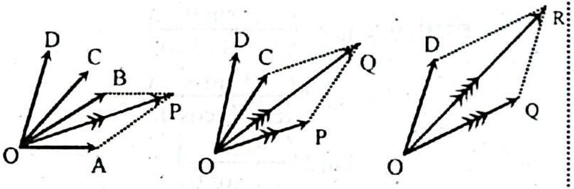
প্রশ্ন-১৫। **দুইয়ের অধিক ভেক্টরের লব্ধি সামান্তরিকের সূত্রের সাহায্যে নির্ণয় করা যায় কি? ব্যাখ্যা কর।** *[ব.বো.'২৩]*

উত্তর: দুইয়ের অধিক ভেক্টরের লব্ধি সমান্তরিকের সূত্রের সাহায্যে নির্ণয় করা যায়। আমরা জানি, ভেক্টর যোগের সামান্তরিক সূত্রানুসারে, কোনো সামান্তরিকের একই কৌণিক বিন্দু থেকে অঙ্কিত দুটি সন্নিহিত বাহু দ্বারা যেকোনো দুটি ভেক্টরকে মানে ও দিকে প্রকাশ করা হলে ঐ বিন্দু হতে অঙ্কিত সামান্তরিকের কর্ণ-ই ভেক্টরদ্বয়ের লব্ধির মান ও দিক নির্দেশ করবে। পাশাপাশি দুটি ভেক্টরকে সামান্তরিকের দুইটি সন্নিহিত বাহু বিবেচনা করে লব্ধি নির্ণয় করতে হয়। দুইয়ের অধিক ভেক্টর থাকলে প্রথমে পাশাপাশি সন্নিহিত ভেক্টরগুলোর লব্ধি নির্ণয় করে উক্ত লব্ধির সাথে নিকটস্থ বাহুকে সামান্তরিকের সন্নিহিত বাহু ধরে সামান্তরিক সূত্র ব্যবহার করা যায়। এভাবে দুইয়ের অধিক ভেক্টরের লব্ধি নির্ণয় করা যাবে।

Tutor Talk

চলো বিষয়টি একটি উদাহরণের সাহায্যে বুঝার চেষ্টা করি।

ধরা যাক, O বিন্দু হতে ক্রিয়াশীল $\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB}, \overrightarrow{OC}, \overrightarrow{OD}$ চারটি ভেক্টর। $\overrightarrow{OA}$ এবং $\overrightarrow{OB}$ কে সামান্তরিকের দুটি সন্নিহিত বাহু বিবেচনা করলে এদের লব্ধি $\overrightarrow{OP}$ সামান্তরিকের কর্ণ বরাবর ক্রিয়াশীল হবে (চিত্র-i)। অতঃপর, $\overrightarrow{OP}$ এবং $\overrightarrow{OC}$ কে সামান্তরিকের দুটি সন্নিহিত বাহু বিবেচনা করলে এদের লব্ধি $\overrightarrow{OQ}$ সামান্তরিকের কর্ণ বরাবর ক্রিয়াশীল হবে (চিত্র-ii)।



(i) (ii) (iii)

একইভাবে, $\overrightarrow{OQ}$ এবং $\overrightarrow{OD}$ এর লব্ধি $\overrightarrow{OR}$ সামান্তরিকের কর্ণ বরাবর ক্রিয়াশীল হবে (চিত্র-iii)। অর্থাৎ, $\overrightarrow{OR}$ হচ্ছে $\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB}, \overrightarrow{OC}, \overrightarrow{OD}$ ভেক্টরসমূহের লব্ধি যা সামান্তরিক সূত্রের সাহায্যে নির্ণয় করা যায়।

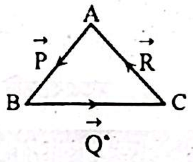
উল্লেখ্য যে, চিত্রে উল্লিখিত বাহুগুলোর দৈর্ঘ্য সঠিক স্কেল অনুসারে অঙ্কিত নয়।

প্রশ্ন-১৬। তিনটি ভেক্টরের লব্ধি কখন শূন্য হবে? ব্যাখ্যা কর। *[য.বো.'২৪]*

অথবা, ত্রিভুজের তিনটি বাহু যদি একইক্রমে তিনটি ভেক্টরকে নির্দেশ করে তা হলে ভেক্টরত্রয়ের লব্ধি শূন্য হয় কেন? ব্যাখ্যা কর। *[ব.বো.'২৩]*

অথবা, তিনটি ভেক্টরের লব্ধি কখন শূন্য হয়? *[রা.বো.'২২; ব.বো.'১৯]*

উত্তর: চিত্রে ABC ত্রিভুজের AB, BC ও CA বাহুর দ্বারা একই ক্রমে যথাক্রমে $\vec{P}, \vec{Q}$ ও $\vec{R}$ ভেক্টর তিনটি নির্দেশিত।



এখন, ভেক্টর যোগের ত্রিভুজ সূত্রানুসারে—

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$$

$$\Rightarrow \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} - \overrightarrow{AC} = \vec{0}$$

$$\Rightarrow \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CA} = \vec{0}$$

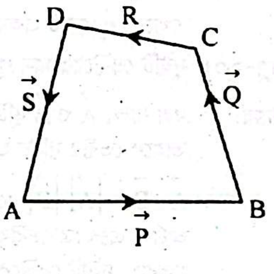
$$\therefore \vec{P} + \vec{Q} + \vec{R} = \vec{0}$$

অর্থাৎ, এক্ষেত্রে তিনটি ভেক্টরের লব্ধি শূন্য।

সুতরাং, একই সময়ে ক্রিয়ারত তিনটি সমজাতীয় সমতলীয় ভেক্টর রাশিকে কোনো ত্রিভুজের তিনটি বাহু যদি একইক্রমে নির্দেশ করে, তবে এদের লব্ধি শূন্য হয়।

প্রশ্ন-১৭। চারটি ভেক্টরের লব্ধি কখন শূন্য হবে—চিত্রের সাহায্যে ব্যাখ্যা কর। *[য.বো.'২৩]*

উত্তর: চিত্রে O বিন্দুতে ক্রিয়াশীল $\vec{P}, \vec{Q}, \vec{R}$ ও $\vec{S}$ চারটি একই মানের ভেক্টরকে ABCD চতুর্ভুজের চারটি বাহু দ্বারা একইক্রমে মানে ও দিকে প্রকাশ করা হয়েছে।



যেখানে, $\overrightarrow{AB} = \vec{P}, \overrightarrow{BC} = \vec{Q}, \overrightarrow{CD} = \vec{R}, \overrightarrow{DA} = \vec{S}$

এখন, $\vec{P} + \vec{Q} + \vec{R} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD}$

$$= \overrightarrow{AD} = -\overrightarrow{DA} = -\vec{S}$$

$$\Rightarrow \vec{P} + \vec{Q} + \vec{R} + \vec{S} = 0$$

সুতরাং, চারটি ভেক্টরের ক্ষেত্রে যদি প্রথম, দ্বিতীয় ও তৃতীয় ভেক্টরের লব্ধি চতুর্থ ভেক্টরের সমান ও বিপরীতমুখী হয়, তখন চারটি ভেক্টরের লব্ধি শূন্য হবে।

প্রশ্ন-১৯। ভিন্ন তলে অবস্থিত তিনটি ভেক্টর রাশির লব্ধি কখনো শূন্য হয় না— ব্যাখ্যা করো। *[য.বো.'২৫]*

উত্তর: যদি তিনটি ভেক্টর রাশি তারা ভিন্ন ভিন্ন সমতলে থাকে এবং তাদের দ্বারা কোনো একটি সাধারণ সমতল গঠিত.না হয়, তাহলে তাদের লব্ধি কখনও শূন্য হতে পারে না। কারণ দুটি ভেক্টরের লব্ধি সর্বদা তাদের দ্বারা গঠিত সমতলেই অবস্থান করে।

ধরা যাক, দুটি ভেক্টর $\vec{A}$ ও $\vec{B}$ একটি নির্দিষ্ট সমতলে রয়েছে এবং তাদের লব্ধি $\vec{R}_{AB} = \vec{A} + \vec{B}$। এখন, যদি তৃতীয় ভেক্টর $\vec{C}$ এদের লব্ধিকে শূন্য করতে চায়, তাহলে $\vec{C}$ অবশ্যই $\vec{R}_{AB}$ এর সমান ও বিপরীত হতে হবে, অর্থাৎ $\vec{R}_{AB} = -\vec{C}$। সুতরাং তখন $\vec{C}$ ভেক্টরটিকে $\vec{R}_{AB}$ ভেক্টরের সাথে একই রেখায় (বা একই সমতলে) থাকতে হবে। যেহেতু $\vec{R}_{AB}$ ভেক্টরটি $\vec{A}$ ও $\vec{B}$ ভেক্টরের সমতলে রয়েছে, তাই $\vec{C}$ ভেক্টরটিও যদি এই একই সমতলে না থাকে, তাহলে এটি কখনও $\vec{R}_{AB}$ কে বাতিল (nullify) করে মোট লব্ধিকে শূন্য করতে পারবে না।

সুতরাং, তিনটি ভেক্টরকে শূন্য লব্ধি হতে হলে তাদের অবশ্যই একই সমতলে অবস্থিত হতে হবে, অন্যথায় তা সম্ভব হবে না।

প্রশ্ন-২০। **দুটি সমমানের ভেক্টরের লব্ধি তাদের অন্তর্গত কোণকে সমদ্বিখণ্ডিত করে— ব্যাখ্যা করো।** **[য.বো.'২৫]**

উত্তর: ধরি, $\vec{A}$ ও $\vec{B}$ দুটি সমমানের ভেক্টর, যাদের মধ্যবর্তী কোণ θ এবং লব্ধি ভেক্টর $\vec{A}$ এর সাথে θ' কোণ উৎপন্ন করে। এক্ষেত্রে $A = B$।

তাহলে, $\theta' = \tan^{-1}\left(\dfrac{B\sin\theta}{A + B\cos\theta}\right)$

$$= \tan^{-1}\left(\frac{B\sin\theta}{B + B\cos\theta}\right)$$

$$= \tan^{-1}\left(\frac{\sin\theta}{1 + \cos\theta}\right)$$

$$= \tan^{-1}\left(\frac{2\sin\frac{\theta}{2}\cos\frac{\theta}{2}}{2\cos^2\frac{\theta}{2}}\right) \quad \left[\because \sin 2A = 2\sin A\cos A \text{ এবং } 1 + \cos 2A = 2\cos^2 A\text{; এক্ষেত্রে } A = \frac{\theta}{2}\right]$$

$$= \tan^{-1}\left(\frac{\sin\frac{\theta}{2}}{\cos\frac{\theta}{2}}\right)$$

$$= \tan^{-1}\left(\tan\frac{\theta}{2}\right)$$

$$= \frac{\theta}{2}$$

অতএব, দুটি সমমানের ভেক্টরের লব্ধি ভেক্টরদ্বয়ের মধ্যবর্তী কোণকে সমদ্বিখণ্ডিত করে।

ভেক্টর রাশির গুণন সম্পর্কিত

প্রশ্ন-২১। **স্কেলার বা ডট গুণন বলতে কী বোঝ?**

উত্তর: দুটি ভেক্টরের গুণফল যদি একটি স্কেলার রাশি হয় তাহলে এ ধরনের গুণনকে স্কেলার গুণন বা ডট গুণন বলে। এ গুণফলের মান রাশি দুটির মান ও এদের অন্তর্গত কোণের cosine-এর গুণফলের সমান। অর্থাৎ, $\vec{A}$ ও $\vec{B}$ যদি দুটি ভেক্টর এবং মধ্যবর্তী কোণ θ হলে, ডট বা স্কেলার গুণনের সূত্রানুসারে:

$$\vec{A}\cdot\vec{B} = |\vec{A}|\,|\vec{B}|\cos\theta = AB\cos\theta$$

প্রশ্ন-২২। **ভেক্টর বা ক্রস গুণন বলতে কী বোঝ?**

উত্তর: দুটি ভেক্টরের গুণফল যদি একটি ভেক্টর রাশি হয় তাহলে এ ধরনের গুণনকে ভেক্টর গুণন বা ক্রস গুণন বলে। এ গুণফলের মান রাশি দুটির মান ও এদের অন্তর্গত কোণের sine-এর গুণফলের সমান। এ গুণফলের দিক ডানহাতি স্ক্রু নিয়ম দ্বারা নির্ধারিত এবং উভয় ভেক্টরের তলের উপর লম্ব হয়।

ধরা যাক, $\vec{A}$ ও $\vec{B}$ দুটি ভেক্টর। এদের মধ্যবর্তী কোণ θ হলে, ভেক্টর বা ক্রস গুণনের সূত্রানুসারে, $\vec{A}\times\vec{B} = (AB\sin\theta)\,\hat{\eta}$

এখানে, $\hat{\eta}$ একটি একক ভেক্টর যা $\vec{A}\times\vec{B}$ এর দিক নির্দেশ করে।

প্রশ্ন-২৩। **দুইটি ভেক্টরের মান শূন্য না হলেও ডট গুণন শূন্য হতে পারে– ব্যাখ্যা কর।** **[সি.বো.'২৪]**

উত্তর: ধরা যাক, $\vec{A}$ ও $\vec{B}$ দুটি ভেক্টর যাদের মান অশূন্য এবং ভেক্টর দুটি মধ্যবর্তী কোণ 90°।

তাহলে ভেক্টর দুটির ডট গুণন,

$$\vec{A}\cdot\vec{B} = |\vec{A}|\,|\vec{B}|\cos 90^\circ = |\vec{A}|\,|\vec{B}|\times 0 = 0 \quad [\because \cos 90^\circ = 0]$$

অর্থাৎ, এক্ষেত্রে ভেক্টর দুটির ডট গুণন শূন্য।

সুতরাং, দুইটি ভেক্টরের মান শূন্য না হলেও এদের মধ্যবর্তী কোণ 90° হলে এদের ডট গুণন শূন্য হতে পারে।

প্রশ্ন-২৫। **ভেক্টর গুণন বিনিময় সূত্র মানে না— ব্যাখ্যা কর।** **[রা.বো.'২৪]**

***অথবা*, দুটি ভেক্টরের ভেক্টর গুণন বিনিময় সূত্র মেনে চলে না- ব্যাখ্যা কর।** **[ব.বো.'২১]**

উত্তর: মনে করি, $\vec{P}$ ও $\vec{Q}$ দুটি ভেক্টর রাশি এবং এদের মধ্যবর্তী কোণ θ। তাহলে ভেক্টর দুটির ভেক্টর গুণন বা ক্রস গুণন নিলে আমরা পাই,

$$\vec{P}\times\vec{Q} = \hat{\eta}\,PQ\sin\theta \;\ldots\;\ldots\;\ldots\text{(i)}$$ [এখানে, $\hat{\eta}$ একটি একক ভেক্টর যা $\vec{R}$ এর দিক নির্দেশ কর।]

এবং $\vec{Q}\times\vec{P} = PQ\sin\theta\left(-\hat{\eta}\right) = -(\hat{\eta}\,PQ\sin\theta)$

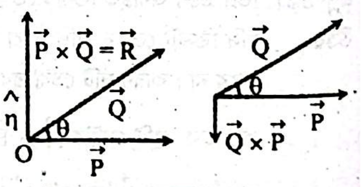
$$\therefore \vec{Q}\times\vec{P} = -\hat{\eta}\,PQ\sin\theta \;\ldots\;\ldots\;\ldots\text{(ii)}$$

(i) ও (ii) নং সমীকরণ থেকে আমরা পাই,

$$\vec{P}\times\vec{Q} = -\vec{Q}\times\vec{P}$$

$$\therefore \vec{P}\times\vec{Q} \neq \vec{Q}\times\vec{P}$$

সুতরাং, ভেক্টর গুণন বিনিময় সূত্রে মেনে চলে না।



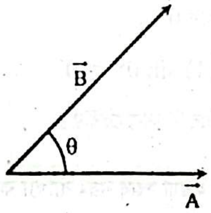
চিত্র: ভেক্টর বা ক্রস গুণন

প্রশ্ন-২৪। $\left|\vec{A} \times \vec{B}\right| = \left|\vec{A}.\vec{B}\right|$ হতে পারে কি? ব্যাখ্যা কর। [কু.বো.'২৪]

উত্তর: ধরি, $\vec{A}$ ও $\vec{B}$ ভেক্টরদ্বয়ের মধ্যবর্তী কোণ θ।

প্রশ্নমতে,

$$\left|\vec{A} \times \vec{B}\right| = \left|\vec{A}.\vec{B}\right|$$
$$\Rightarrow AB\sin\theta = AB\cos\theta$$
$$\Rightarrow \frac{\sin\theta}{\cos\theta} = 1$$
$$\Rightarrow \tan\theta = 1$$
$$\Rightarrow \theta = \tan^{-1}(1)$$
$$\Rightarrow \theta = 45°$$



সুতরাং, $\vec{A}$ ও $\vec{B}$ ভেক্টরদ্বয়ের মধ্যবর্তী কোণ 45° হলে, $\left|\vec{A} \times \vec{B}\right| = \left|\vec{A}.\vec{B}\right|$ হবে।

Similar Question

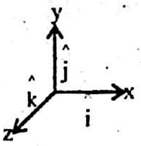
✓ $\vec{A}$ ও $\vec{B}$ ভেক্টরদ্বয়ের মধ্যবর্তী কোণ 45° হলে দেখাও যে, $\left|\vec{A} \times \vec{B}\right| = \left|\vec{A}.\vec{B}\right|$ [চ.বো.'১৫]

প্রশ্ন-২৬। $\hat{k}\cdot\hat{i} = 0$ কেন? ব্যাখ্যা কর। [রা., কু., চ., ব. (সম্মিলিত) বো.'১৮]

উত্তর: $\hat{k}$ ও $\hat{i}$ যথাক্রমে z ও x অক্ষ বরাবর একক ভেক্টর এবং $\hat{k}$ ও $\hat{i}$ এর মধ্যবর্তী কোণ θ = 90°

$\hat{k}\cdot\hat{i} = ki\cos\theta = ki\cos 90° = ki \times 0 = 1 \times 1 \times 0 = 0$

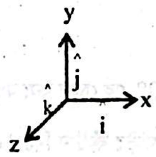
$\hat{k}$ এবং $\hat{i}$ এর মধ্যবর্তী কোণ 90° হওয়ার কারণ এদের ডটগুণফল শূন্য হয়।



প্রশ্ন-২৭। $\hat{i}\cdot\hat{i} \neq 0$ কেন? ব্যাখা কর। [ঢা.বো.'২৪]

উত্তর: $\hat{i}$ হচ্ছে x অক্ষ বরাবর একক ভেক্টর এবং এর ফলে $\hat{i}$ ও $\hat{i}$ এর মধ্যবর্তী কোণ θ = 0°

$\therefore \hat{i}\cdot\hat{i} = |\hat{i}|\,|\hat{i}|\cos\theta = (1)(1)\cos 0° = 1$



সুতরাং, $\hat{i}$ এবং $\hat{i}$ এর মধ্যবর্তী কোণ 0° হওয়ার কারণে এদের ডট গুণফল শূন্য হয় না।

প্রশ্ন-২৮। $\hat{k} \times \hat{j}$ একটি একক ভেক্টর—ব্যাখ্যা করো। [কু.বো.'২৫]

উত্তর: ভেক্টর গুণনের নিয়ম অনুসারে,

$$\hat{k} \times \hat{j} = \left(0\,\hat{i} + 0\,\hat{j} + \hat{k}\right) \times \left(0\,\hat{i} + \hat{j} + 0\,\hat{k}\right)$$
$$= \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{vmatrix}$$
$$= \hat{i}\,(0-1) - \hat{j}\,(0-0) + \hat{k}\,(0-0)$$
$$= -\hat{i}$$; যা হচ্ছে –X অক্ষ বরাবর একক ভেক্টর।

সুতরাং, $\hat{k} \times \hat{j}$ একটি একক ভেক্টর।

Similar Question

✓ $\hat{j} \times \hat{k}$ একটি একক ভেক্টর — ব্যাখ্যা কর। [দি.বো.'২৪]

প্রশ্ন-২৯। দেখাও যে, $\hat{i} \times \hat{j} = \hat{k}$. [য.বো.'২৪]

উত্তর: ভেক্টর গুণনের নিয়ম অনুসারে,

$$\hat{i} \times \hat{j} = \left(\hat{i} + 0\hat{j} + 0\hat{k}\right) \times \left(0\hat{i} + \hat{j} + 0\hat{k}\right)$$
$$= \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{vmatrix}$$
$$= \hat{i}\,(0-0) - \hat{j}\,(0-0) + \hat{k}\,(1-0)$$
$$= \hat{k}$$

সুতরাং, $\hat{i} \times \hat{j} = \hat{k}$। [দেখানো হলো]

প্রশ্ন-৩০। $\hat{k}\times\hat{k}$ একটি নাল ভেক্টর-ব্যাখ্যা কর। **[ব.বো.'২১]**

উত্তর: যে ভেক্টরের মান শূন্য তাকে নাল বা শূন্য ভেক্টর বলে। ত্রিমাত্রিক কার্তেসীয় ব্যবস্থায় ধনাত্মক Z অক্ষ বরাবর একক ভেক্টর হচ্ছে $\hat{k}$। সুতরাং, $\hat{k}$ এর মান 1 এবং Z অক্ষ বরাবর দু'টি একক ভেক্টরের মধ্যবর্তী কোণ 0°।

এখন, $\hat{k}\times\hat{k} = \hat{\eta}k\,.\,k\sin\theta = \hat{\eta}\,(1)\,(1)\sin 0° = 0$

যেহেতু, $\hat{k}\times\hat{k}$ এর মান শূন্য, তাই $\hat{k}\times\hat{k}$ একটি নাল ভেক্টর।

প্রশ্ন-৩১। $\hat{i}$ ও $\hat{j}$ এর মধ্যবর্তী কোণ 90° এর চেয়ে কম হওয়া সম্ভব নয়- ব্যাখ্যা কর। **[ব.বো.'২১]**

উত্তর: ধরি, $\vec{A} = \hat{i}$

$\therefore A = \left|\vec{A}\right| = \sqrt{1^2} = 1$

এবং $\vec{B} = \hat{j}$

$\therefore B = \left|\vec{B}\right| = \sqrt{1^2} = 1$

এখন, $\vec{A}\cdot\vec{B} = \hat{i}\cdot\hat{j}$

$$= \left(1\hat{i}+0\hat{j}\right)\cdot\left(0\hat{i}+1\hat{j}\right)$$
$$= 1.0 + 0.1$$
$$= 0 + 0 = 0$$

আবার, $\vec{A}\cdot\vec{B} = AB\cos\theta$

$\Rightarrow 0 = 1.1.\cos\theta$ [মান বসিয়ে]

$\Rightarrow \cos\theta = 0$

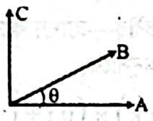
$\therefore \theta = 90°$

সুতরাং, $\hat{i}$ ও $\hat{j}$ এর মধ্যবর্তী কোণ 90° এর চেয়ে কম হওয়া সম্ভব নয়।

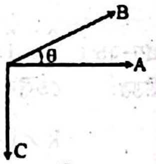
প্রশ্ন-৩২। একই তলে ক্রিয়াশীল দুটি ভেক্টরকে ঘড়ির কাঁটার দিকে এবং বিপরীত দিকে ঘোরালে লব্ধির দিক একই হবে কি না ব্যাখ্যা কর। **[কু.বো.'২১]**

উত্তর: দুটি ভেক্টরের সমতলে একটি ডানহাতি স্ক্রুকে লম্বভাবে স্থাপন করে প্রথম ভেক্টর থেকে দ্বিতীয় ভেক্টরের দিক ক্ষুদ্রতর কোণে ঘুরালে স্ক্রুটি যেদিকে অগ্রসর হবে সে দিক হবে ভেক্টর গুণফলের দিক।

মনে করি, $\vec{A}$ ও $\vec{B}$ দুইটি ভেক্টর একই সমতলে অবস্থিত। ভেক্টর দু'টিকে ঘড়ির কাঁটার দিকে ঘোরালে লব্ধির দিক হবে তলের লম্ব বরাবর নিচের দিকে (চিত্র-ক)। আবার, ভেক্টর দু'টিকে ঘড়ির কাঁটার বিপরীত দিকে ঘোরালে লব্ধির দিক হবে তলের লম্ব বরাবর উপরের দিকে (চিত্র-খ)।



চিত্র-ক



চিত্র-খ

ভেক্টর ক্যালকুলাস সম্পর্কিত

প্রশ্ন-৩৩। ভেক্টর অপারেটর স্কেলার রাশিকে ভেক্টর রাশিতে রূপান্তর করে— ব্যাখ্যা কর। **[চা.বো.'২২]**

উত্তর: ভেক্টর ক্যালকুলাসে বহুল ব্যবহৃত অপারেটরটি হচ্ছে—

$$\vec{\nabla} = \hat{i}\frac{\partial}{\partial x} + \hat{j}\frac{\partial}{\partial y} + \hat{k}\frac{\partial}{\partial z}$$

যদি কোনো স্থানের একটি এলাকায় প্রতিটি বিন্দুতে φ(x, y, z) কে একটি অন্তরীকরণযোগ্য রাশি হিসেবে সংজ্ঞায়িত করা যায় অর্থাৎ φ যদি একটি অন্তরীকরণযোগ্য স্কেলার অপেক্ষক হয়, তাহলে এর গ্রেডিয়েন্ট বা $\vec{\nabla}\varphi$ এর সংজ্ঞা হলো:

$$\vec{\nabla}\varphi = \left(\hat{i}\frac{\partial}{\partial x} + \hat{j}\frac{\partial}{\partial y} + \hat{k}\frac{\partial}{\partial z}\right)\varphi$$

বা, $\vec{\nabla}\varphi = \hat{i}\dfrac{\partial\varphi}{\partial x} + \hat{j}\dfrac{\partial\varphi}{\partial y} + \hat{k}\dfrac{\partial\varphi}{\partial z}$

এটি একটি ভেক্টর রাশি। এর মান অবস্থানের সাপেক্ষে ঐ স্কেলার রাশির সর্বোচ্চ বৃদ্ধিহার নির্দেশ করে। তাছাড়া এ বৃদ্ধি হারের দিকই হবে স্কেলার রাশিটির গ্রেডিয়েন্টের দিক। এভাবে ভেক্টর অপারেটর ব্যবহার করে স্কেলার রাশির গ্রেডিয়েন্ট নির্ণয় করে তাকে ভেক্টর রাশিতে রূপান্তর করা হয়।

প্রশ্ন-৩৪। একটি ভেক্টর রাশিকে কীরূপে স্কেলার রাশিতে রূপান্তর করবে? ব্যাখ্যা করো। **[ব.বো.'২৪]**

উত্তর: ভেক্টর ক্যালকুলাসে বহুল ব্যবহৃত অপারেটরটি হচ্ছে—

$$\vec{\nabla} = \hat{i}\frac{\partial}{\partial x} + \hat{j}\frac{\partial}{\partial y} + \hat{k}\frac{\partial}{\partial z}$$

ধরি, একটি ভেক্টর রাশি, $\vec{\varphi} = x\hat{i} + y\hat{j} + z\hat{k}$। $\vec{\nabla}$ ও $\vec{\varphi}$ এর ডট গুণন, তথা $\vec{\varphi}$ এর ডাইভারজেন্স হলো–

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{\varphi} = \left(\hat{i}\frac{\partial}{\partial x} + \hat{j}\frac{\partial}{\partial y} + \hat{k}\frac{\partial}{\partial z}\right) . (x\hat{i} + y\hat{j} + z\hat{k})$$

$$\Rightarrow \vec{\nabla}.\vec{\varphi} = 1 + 1 + 1 = 3$$

এটি একটি স্কেলার রাশি। এভাবে ভেক্টর রাশির ডাইভারজেন্স নির্ণয়ের মাধ্যমে তাকে স্কেলার রাশিতে রূপান্তর করা হয়।

প্রশ্ন-৩৫। ভেক্টর ক্ষেত্রের ডাইভারজেন্স স্কেলার রাশি—ব্যাখ্যা করো। *[কু.বো.'২৫]*

***অথবা*, ডাইভারজেন্স একটি অদিক রাশি— ব্যাখ্যা করো।** *[দি.বো.'২৫]*

উত্তর: যদি কোনো স্থানের একটি এলাকায় প্রতিটি বিন্দুতে $\vec{V}(x, y, z) = \hat{i}V_x + \hat{j}V_y + \hat{k}V_z$ কে একটি অন্তরীকরণযোগ্য রাশি হিসেবে সংজ্ঞায়িত করা যায় অর্থাৎ $\vec{V}$ যদি একটি অন্তরীকরণযোগ্য ভেক্টর অপেক্ষক হয়, তাহলে $\vec{V}$ এর ডাইভারজেন্স $\vec{\nabla} \cdot \vec{V}$ এর সংজ্ঞা হলো:

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{V} = \left(\hat{i}\frac{\partial}{\partial x} + \hat{j}\frac{\partial}{\partial y} + \hat{k}\frac{\partial}{\partial z}\right) \cdot \left(\hat{i}V_x + \hat{j}V_y + \hat{k}V_z\right)$$

$$\therefore \vec{\nabla} \cdot \vec{V} = \frac{\partial V_x}{\partial x} + \frac{\partial V_y}{\partial y} + \frac{\partial V_z}{\partial z}$$

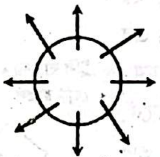
অর্থাৎ, ডাইভারজেন্স হচ্ছে $\vec{\nabla}$ এবং $\vec{V}$ এর ডট বা স্কেলার গুণফল এবং এটি একটি স্কেলার রাশি তথা অদিক রাশি।

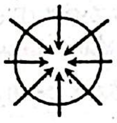
প্রশ্ন-৩৬। কোনো ভেক্টর ক্ষেত্রের ডাইভারজেন্স-এর ভৌত তাৎপর্য ব্যাখ্যা করো। *[চ.বো.'২৫]*

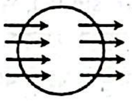
***অথবা*, কোনো প্রবাহীর আয়তনের পরিবর্তন নির্ণয়ে ডাইভারজেন্স এর ভূমিকা আছে কি-না? ব্যাখ্যা কর।** *[রা.বো.'২৩]*

***অথবা*, ভেক্টরের ডাইভারজেন্সের বৈশিষ্ট্য কী কী?** *[ঢা.বো.'২১]*

উত্তর: ডাইভারজেন্স দ্বারা একক আয়তনে কোনো দিক রাশির মোট কতটুকু ফ্লাক্স কোনো বিন্দু অভিমুখী বা অপসারিত হচ্ছে তা প্রকাশ করে। কোনো প্রবাহীর আয়তন $\vec{V}$ হলে $\vec{\nabla} \cdot \vec{V}$ বা, div $\vec{V}$ দ্বারা কোনো প্রবাহীর আয়তনের পরিবর্তনের হার বুঝায়।


(ক) ধনাত্মক ডাইভারজেন্স


(খ) ঋণাত্মক ডাইভারজেন্স


(গ) শূন্য ডাইভারজেন্স

(i) ডাইভারজেন্সের মান ধনাত্মক হলে, অর্থাৎ, $\vec{\nabla} . \vec{V}$ = '+' ve হলে প্রবাহীর আয়তন বৃদ্ধি পায়; ঘনত্বের হ্রাস ঘটে [চিত্র-(ক)]।

(ii) ডাইভারজেন্সের মান ঋণাত্মক হলে, অর্থাৎ, $\vec{\nabla} . \vec{V}$ = '–' ve হলে প্রবাহীর আয়তন হ্রাস পায়; ঘনত্বের বৃদ্ধি ঘটে [চিত্র-(খ)]।

(iii) ডাইভারজেন্স শূন্য হলে, অর্থাৎ $\vec{\nabla} . \vec{V} = 0$ হলে প্রবাহীর আয়তন ও ঘনত্ব অপরিবর্তিত থাকে [চিত্র-(গ)]।

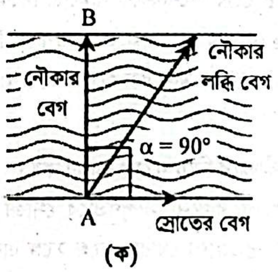
সুতরাং, প্রবাহীর আয়তনের পরিবর্তন নির্ণয়ে ডাইভারজেন্স এর ভূমিকা রয়েছে।

দৈনন্দিন জীবনে ভেক্টরের প্রয়োগ সম্পর্কিত

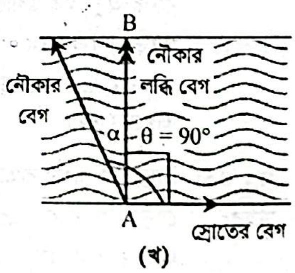
প্রশ্ন-৩৭। স্রোতের সাথে আড়াআড়িভাবে নদী পাড়ি দিতে নৌকা কীভাবে চালাতে হবে—ব্যাখ্যা করো। *[দি.বো.'২৩; য.বো.'২৩]*

***অথবা*, স্রোতের সাথে আড়াআড়িভাবে নদী পাড়ি দিতে নৌকা কীভাবে চালাতে হবে? ব্যাখ্যা কর।** *[রা.বো.'২৩]*

উত্তর: ধরা যাক, স্রোতস্বিনী কোনো নদীর এক পাড়ে একজন মাঝি A বিন্দুতে অবস্থিত এবং তাকে নৌকা আড়াআড়িভাবে অর্থাৎ সোজা নদীর ওপারে পারাপার হয়ে B বিন্দুতে পৌঁছাতে হবে। কিন্তু AB বরাবর মাঝি যাত্রা করলে তিনি B বিন্দুতে পৌঁছাতে পারবেন না, কেননা সেক্ষেত্রে নৌকার লব্ধি বেগের জন্য মাঝি স্রোতের অনুকূলের সাথে তীর্যকভাবে নদীর ওপারে পৌঁছাবে (চিত্র-ক)। এজন্যে AB বরাবর নদী পাড় হতে হলে তাকে স্রোতের প্রতিকূলের সাথে তীর্যকভাবে তথা চিত্রে প্রদত্ত α কোণের মতো করে কোণে যাত্রা করতে হবে যেখানে, α > 90°। তখন নৌকার লব্ধি বেগ স্রোতের সাথে লম্ব বরাবর ক্রিয়াশীল হবে।



(ক)



(খ)

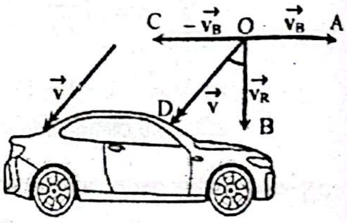
অর্থাৎ, লব্ধি বেগ ও স্রোতের মধ্যবর্তী কোণ, θ = 90° হবে এবং নৌকা নদী আড়াআড়িভাবে পাড়ি দিতে পারবে (চিত্র-খ)।

উল্লেখ্য যে, α এর মান নৌকার বেগ এবং স্রোতের বেগের উপর নির্ভর করবে।

প্রশ্ন-৩৮। **বৃষ্টির ফোঁটা চলন্ত মোটর গাড়ির সামনের কাঁচকে ভিজায় কিন্তু পিছনের কাচকে ভিজায় না কেন? ব্যাখ্যা করো।** *[রা.বো.'২৫]*

উত্তর: বৃষ্টির ফোঁটা চলন্ত মোটর গাড়ির সামনের কাঁচকে ভিজায়, কিন্তু পিছনের কাঁচকে ভিজায় না।

ধরা যাক, একটি গাড়ি OA বরাবর $\vec{v}_B$ বেগে গতিশীল এবং বৃষ্টির ফোঁটা OB বরাবর খাড়া নিচের দিকে $\vec{v}_R$ বেগে পড়ছে (চিত্র)। সুতরাং, গাড়ির সাপেক্ষে বৃষ্টির ফোঁটার আপেক্ষিক বেগ, $\vec{v} = \vec{v}_R - \vec{v}_B$।

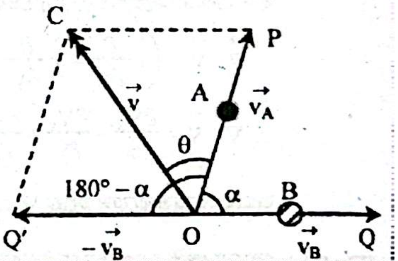


এখন, ভেক্টরের সামান্তরিক সূত্রানুসারে, $\vec{v}_R$ ও $-\vec{v}_B$ এর লব্ধি $\vec{v}$ এর দিক হবে OD বরাবর। চিত্র থেকে দেখা যায়, বৃষ্টির ফোঁটা খাড়াভাবে পড়লেও গাড়ির সাপেক্ষে আপেক্ষিক বেগ উল্লম্বের সাথে θ কোণে তীর্যকভাবে পড়ছে। চিত্র থেকে আরো দেখা যায়, বৃষ্টির ফোঁটা গাড়ির সামনের কাঁচে তীর্যকভাবে আঘাত করলেও পিছনের কাঁচকে আঘাত করতে পারছে না। অর্থাৎ, বৃষ্টির ফোঁটা চলন্ত গাড়ির সামনের কাঁচকে ভিজায়, কিন্তু পিছনের কাঁচকে ভিজায় না।

Basic Concept

দু'টি চলমান বস্তুর একটির সাপেক্ষে অপরটির বেগকে আপেক্ষিক বেগ বলে। যদি দুটি বস্তু A এবং B উভয়ের স্থান পরিবর্তিত হয়, তাহলে B-এর সাপেক্ষে A-এর আপেক্ষিক বেগ নির্ণয় করতে গেলে A-এর বেগ $\vec{v}_A$ এর সাথে B-এর বেগ $\vec{v}_B$ এর সমান ও বিপরীতমুখী বেগ তথা ঋণাত্মক বেগ $-\vec{v}_B$ যোগ করতে হবে (চিত্র)। এ দু'টি বেগের লব্ধিই হবে B-এর সাপেক্ষে A-এর আপেক্ষিক বেগ $\vec{v}$।

আপেক্ষিক বেগের Concept-টি 'অধ্যায়-৩: গতিবিদ্যা'-এর অন্তর্ভুক্ত হলেও, এই অধ্যায় হতে এইচএসসি পরীক্ষায় উক্ত Concept সম্পর্কিত প্রশ্নাবলি সাধারণত এসে থাকে।

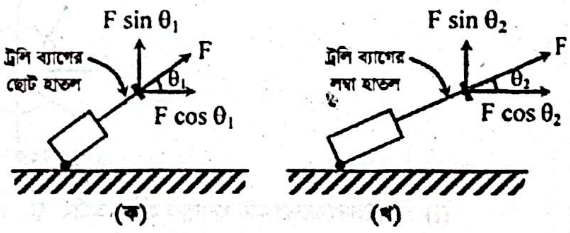


প্রশ্ন-৩৯। **ট্রলি ব্যাগের হাতল লম্বা রাখা হয় কেন? ব্যাখ্যা কর।** *[চ.বো.'২৫,'২৪; কু.বো.'১৬]*

***অথবা*, ট্রলি ব্যাগের হাতল লম্বা করার যৌক্তিকতা ব্যাখ্যা কর।** *[চ.বো.'২৩]*

***অথবা*, ট্রলি ব্যাগের হাতল লম্বা রাখার সুবিধা কী?** *[রা.বো.'২২; দি.বো.'২১]*

উত্তর: ট্রলি ব্যাগকে টানার সময় টানা বলের লম্ব উপাংশ ব্যাগটিকে উপরের দিকে তুলে রাখে আর অনুভূমিক উপাংশ ব্যাগটিকে সামনের দিকে টেনে নিয়ে যায়। ব্যাগের হাতল ছোট হলে সেক্ষেত্রে টানা বল ও অনুভূমিক উপাংশের মধ্যে কোণ বড় হয় (চিত্র-ক তে θ_1)। ফলে লম্ব উপাংশ ($F \sin \theta_1$), অনুভূমিক উপাংশ ($F \cos \theta_1$) এর চেয়ে বড় হয়। এতে অধিকাংশ টানা বল ব্যাগটিকে কেবল উপরে তুলতেই ব্যয় হয়। কিন্তু হাতল বড় হলে এই কোণের মান কমতে থাকে (চিত্র-খ তে θ_2 ; যেখানে, $\theta_2 < \theta_1$) অনুভূমিক উপাংশের মান বাড়তে থাকে, কারণ কোণের মান হ্রাস পেলে তার কোসাইনের মান বৃদ্ধি পায়। ফলস্বরূপ, টানা বলের অনুভূমিক উপাংশ ($F \cos \theta_2$) বৃদ্ধি পায়। এতে অধিকাংশ টানা বল ব্যাগটিকে সামনে টেনে নিতেই ব্যয় হয়। তাই ট্রলি ব্যাগের হাতল লম্বা রাখা হয়।



প্রশ্ন-৪০। **নৌকার গুণ টানার ক্ষেত্রে লম্বা দড়ি ব্যবহার করা হয় কেন? ব্যাখ্যা কর।** *[ঢা.বো.'২৫]*

***অথবা*, নৌকার গুণ টানার ক্ষেত্রে লম্বা রশি দিয়ে গুণ টানা হয় কেন? ব্যাখ্যা কর।** *[কু.বো.'২২; চ.বো.'২২; ঢা.বো.'২১]*

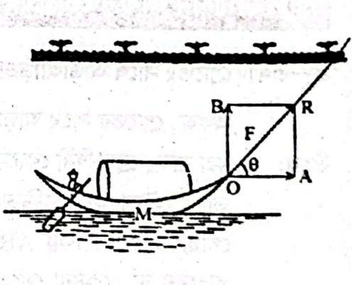
***অথবা*, নৌকার গুণ টানার সময় অনেক লম্বা দড়ি ব্যবহারের সুবিধা ব্যাখ্যা কর।** *[য.বো.'২১]*

উত্তর: একখানি দড়ি দিয়ে কূল থেকে টেনে নৌকা সামনের দিকে এগিয়ে নেয়াকে গুণটানা বলে।

মনে করি M একটি নৌকা। এর O বিন্দুতে গুণ বেঁধে OR বরাবর নদীর পাড় দিয়ে $\vec{F}$ বলে টেনে নেওয়া হচ্ছে। বিভাজন পদ্ধতি দ্বারা O বিন্দুতে F-কে দুটি উপাংশে বিভাজিত করা যায়; যথা- অনুভূমিক উপাংশ এবং উল্লম্ব উপাংশ।

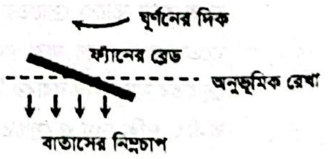
অনুভূমিক উপাংশ = $F \cos \theta$ এর দিক OA বরাবর। উল্লম্ব উপাংশ = $F \sin \theta$ এর দিক OB বরাবর।

বলের অনুভূমিক উপাংশ $F \cos \theta$ নৌকাকে সামনের দিকে এগিয়ে নিয়ে যায় এবং উল্লম্ব উপাংশ $F \sin \theta$ নৌকাটিকে পাড়ের দিকে টানে। কিন্তু নৌকার হাল দ্বারা উল্লম্ব উপাংশ $F \sin \theta$ প্রতিহত করা হয়। গুণ যত লম্বা হবে, θ-এর মান তত কম হবে; ফলে $F \sin \theta$ এর মান কম হবে এবং $F \cos \theta$ এর মান বেশি হবে। ফলে নৌকা দ্রুত সামনের দিকে এগিয়ে যাবে।



প্রশ্ন-৪১। **বৈদ্যুতিক পাখার বাতাস কীভাবে নিচে নামে? ব্যাখ্যা কর।** *[ব.বো.'২২; ম.বো.'২২]*

উত্তর: বৈদ্যুতিক পাখার ব্লেডগুলো কখনো সম্পূর্ণভাবে সোজা রাখা হয় না। ব্লেডগুলোকে একদিকে নিচে বাঁকানো অবস্থায় রাখা হয়। তাই ব্লেডগুলো ঘোরার সঙ্গে সঙ্গে একটা নিম্নমুখী চাপ সৃষ্টি হয়। ফলে বাতাস নিচের দিকে আসে। যতক্ষণ ফ্যানের ঘূর্ণন বজায় থাকে ততক্ষণ সেই নিম্নমুখী চাপ ও বজায় থাকে। এভাবে বৈদ্যুতিক পাখার বাতাস নিচে নামে এবং আমাদের গায়ে লাগে।



CS CamScanner

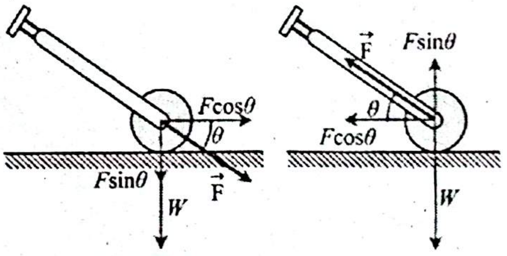
প্রশ্ন-৪২। লন রোলার ঠেলার চেয়ে টানা সহজ।— ব্যাখ্যা কর। [ব.বো.'২৪]
অথবা, ঠেলার ক্ষেত্রে লনরোলারকে ভারী মনে হয় কেন, ব্যাখ্যা কর। [কু.বো.'২৩]
অথবা, লন রোলার ঠেলা অপেক্ষা টানা সহজ কেন? ব্যাখ্যা কর। [সি.বো.'২২]

উত্তর: একটি লন রোলারকে ঠেলার সময় প্রযুক্ত বলের উল্লম্ব উপাংশ নিচের দিকে ক্রিয়া করে। ফলে রোলারটি প্রকৃত ওজনের চেয়ে ভারী মনে হয়। অন্যদিকে রোলারটিকে টানার সময় এর উপর প্রযুক্ত বলের উল্লম্ব উপাংশ উপরের দিকে হওয়ায় এটি রোলারের ওজন কমিয়ে দেয়। ফলে লন রোলার ঠেলার চেয়ে টানা সহজ হয়।

Tutor Talk

কোনো বস্তু যখন কোনো তলের উপর দিয়ে চলে তখন ঘর্ষণ বল এর গতিকে বাধা দেয়। বস্তু তলের উপর যত বেশি বল প্রয়োগ করবে ঘর্ষণ বলও তত বেশি হবে। নিম্নোক্ত চিত্র (ক) ও চিত্র (খ) তে যথাক্রমে লন রোলার ঠেলা ও টানা দেখানো হয়েছে।

ধরা যাক লন রোলারের উপর $\vec{F}$ বল অনুভূমিকের সাথে θ কোণে প্রয়োগ করা হয়েছে। ভেক্টর বিভাজনের নিয়মানুসারে $\vec{F}$ বলের একটি উপাংশ $F\cos\theta$ অনুভূমিক বরাবর ক্রিয়া করে লন রোলারকে গতিশীল করবে এবং অপর উপাংশ $F\sin\theta$ উল্লম্ব বরাবর ক্রিয়া করবে। ঠেলার ক্ষেত্রে (চিত্র-ক) ওজন W এবং $F\sin\theta$ উভয়ই নিচের দিকে ক্রিয়া করায় তলের উপর নীট বল হয় $W + F\sin\theta$ কিন্তু টানার ক্ষেত্রে (চিত্র-খ) ওজন W নিচের দিকে এবং $F\sin\theta$ উপরের দিকে ক্রিয়া করায় তলের উপর নীট বল হয় $W - F\sin\theta$। সুতরাং ঠেলার ক্ষেত্রে তলের উপর নীট বল অপেক্ষা টানার ক্ষেত্রে তলের উপর নীট বল কম হওয়ায় লন রোলার ঠেলা অপেক্ষা টানার ক্ষেত্রে ঘর্ষণ বল কম হয়। তাই বলা যায় ঠেলার ক্ষেত্রে লন রোলারকে ভারী মনে হয়।



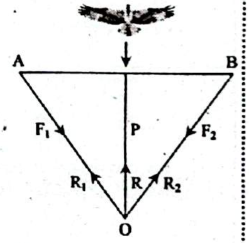
(ক) লন রোলার ঠেলা (খ) লন রোলার টানা

প্রশ্ন-৪৩। পাখি ওড়ার ক্ষেত্রে ভেক্টর যোজন নীতি ব্যাখ্যা কর। [ম.বো.'২১]

উত্তর: পাখি তার প্রতিটি ডানা দিয়ে বাতাসের উপর তীর্যকভাবে বল প্রয়োগ করে এবং পাখিটি সামনের দিকে এগিয়ে যায়। এর কারণ হলো বাতাসও পাখির প্রতিটি ডানার উপর বিপরীত দিকে তীর্যকভাবে প্রতিক্রিয়া বল প্রয়োগ করে। এই প্রতিক্রিয়া বলের লব্ধির দিকে পাখিটি এগিয়ে যায়। আর, এভাবেই পাখি ওড়ার ক্ষেত্রে ভেক্টর যোজন নীতি মেনে চলে।

Tutor Talk

যদি A ও B বিন্দু দু'টি পাখির ডানার প্রান্ত নির্দেশ করে, তবে ডানা দু'টি দিয়ে পাখিটি যথাক্রমে F_1 ও F_2 বল প্রয়োগ করে। বল দু'টির বিপরীত প্রতিক্রিয়া বল R_1 ও R_2, এর লব্ধি R-এর অভিমুখে ক্রিয়া করে যা পাখিটিকে আকাশে উড়তে সাহায্য করে। ডানা দিয়ে পাখিটি F_1 ও F_2 বল প্রয়োগ করে এবং বল দু'টির ক্রিয়ারেখা O বিন্দুতে মিলিত হয়। R_1 ও R_2 এর লব্ধি R পাখিটিকে বায়ুতে ভেসে থাকতে সাহায্য করে।



প্রশ্ন-৪৪। ডান হাতি স্ক্রু নিয়মের সাহায্যে বোতলের মুখ খোলা বা বন্ধ করা যায়– ব্যাখ্যা কর। [চ.বো.'১৯]

উত্তর: একটি ডানহাতি স্ক্রুকে ঘড়ির কাঁটার দিকে ঘোরালে তা নিচের দিকে এবং ঘড়ির কাঁটার বিপরীতে ঘোরালে উপরের দিকে অগ্রসর হয়। অর্থাৎ বোতলের মুখ খোলার ক্ষেত্রে মুখটিকে ঘড়ির কাঁটার বিপরীত দিকে ঘোরানো হয়। এতে বোতলের মুখ উপরের দিকে অগ্রসর হয়ে খুলে যায়। আবার বোতলের মুখ ঘড়ির কাঁটার দিকে ঘোরানো হলে তা বোতলের নিম্নমুখী দিকে অগ্রসর হয় এবং বোতলের মুখ বন্ধ হয়ে যায়। এভাবেই ডানহাতি স্ক্রু নিয়মের সাহায্যে বোতলের মুখ খোলা বা বন্ধ করা যায়।

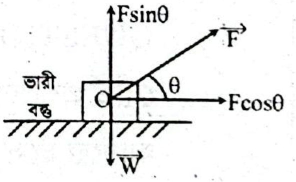
Royal Shortcut

কলম দিয়ে 'খ' লিখতে কলম শুরুতে যে দিকে ঘুরাতে হয় সেদিকে কোনো স্ক্রু খুলে। আবার 'ল' লিখার শেষে যেদিকে কলম ঘুরাতে হয় সেদিকে স্ক্রু লাগে।

প্রশ্ন-৪৫। একটি ভারী বস্তুকে স্বল্প কোণে টেনে নেওয়ার কারণ ব্যাখ্যা কর। [ব.বো.'১৭]

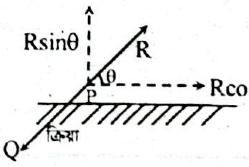
উত্তর: সহজে ভারী বস্তুকে টেনে নিয়ে যেতে স্বল্প কোণে বল প্রয়োগ করতে হয়। নিম্নে বর্ণিত চিত্রের সাহায্যে তা ব্যাখ্যা করা হলো–

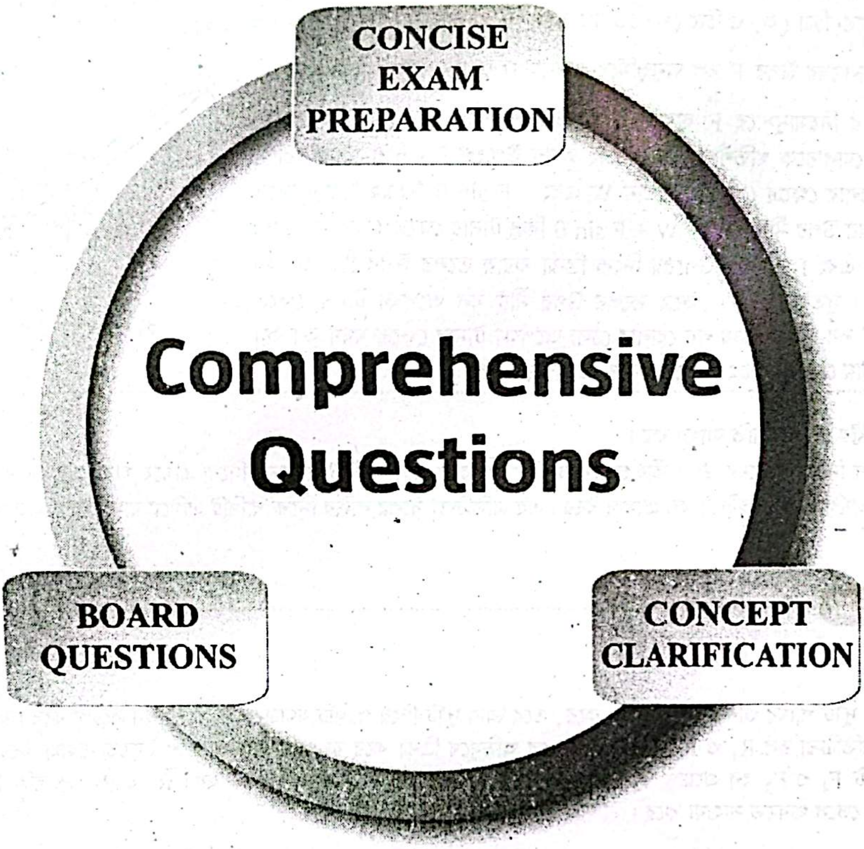
ভারী বস্তুতে θ কোণে $\vec{F}$ বল প্রয়োগ করলে এ বল O বিন্দুতে দুটি উপাংশে বিভাজিত হয়। বস্তুটিকে গতিশীল রাখতে $\vec{F}$ বলের অনুভূমিকের উপাংশ $F\cos\theta$ ক্রিয়া করে। θ এর মান যত স্বল্প বা ছোট হয়, $\cos\theta$ এর মান তত বড় হয়। ফলে $F\cos\theta$ তত বেশি হয় বিধায় ভারী বস্তু তত গতিশীল হয় এবং একে সহজে ঠেলে নেওয়া যায়।



প্রশ্ন-৪৬। আমাদের পায়ে হাঁটা কিভাবে ভেক্টর বিভাজনের মাধ্যমে ব্যাখ্যা করা যায়? [সি.বো.'১৭]

উত্তর: হাঁটার সময় আমরা সামনের পা দ্বারা মাটিতে খাড়াভাবে বল দেই আর পেছনের পা দ্বারা তির্যকভাবে PQ বরাবর মাটিতে বল দেই। পেছনের পায়ের PQ বরাবর দেয়া বলের ভূমি প্রতিক্রিয়া PR বরাবর কাজ করে। এই প্রতিক্রিয়া বলকে ভেক্টর বিভাজনের মাধ্যমে অনুভূমিক ও উল্লম্ব উপাংশে ভাগ করা যায়। অনুভূমিক উপাংশ ($R\cos\theta$) আমাদের সামনের দিকে এগিয়ে নেয় আর উল্লম্ব উপাংশ ($R\sin\theta$) শরীরের ওজন বহন করতে সহায়তা করে।




CONCISE
EXAM
PREPARATION
Comprehensive
Questions
BOARD
QUESTIONS
CONCEPT
CLARIFICATION

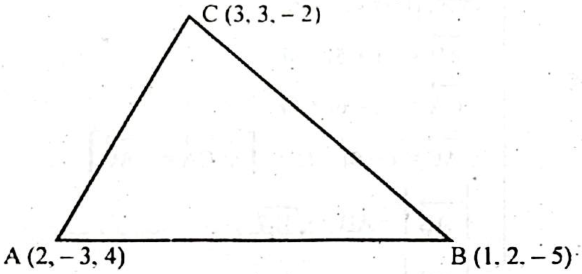
প্রিয় শিক্ষার্থী,

এই অধ্যায় থেকে বিগত HSC পরীক্ষায় মোট **৯৬টি সৃজনশীল প্রশ্ন** এসেছে। পরীক্ষার আগে এই অল্প সময়ে এতগুলো প্রশ্নোত্তর অনুশীলন করা তোমাদের জন্য কষ্টসাধ্য; এছাড়াও এই প্রশ্নোত্তরগুলোর অধিকাংশই প্রত্যক্ষ ও পরোক্ষভাবে 'Repeat' !!!

তোমাদের সুবিধার্থে এই ৯৬টি সৃজনশীল প্রশ্নকে সমন্বয় করে মাত্র ৫টি COMPREHENSIVE QUESTIONS এ পরিণত করা হয়েছে, যেগুলো বুঝে অনুশীলন করলে এই অধ্যায়ের সব বোর্ড প্রশ্নতো Cover হবেই সাথে এই অধ্যায় সংশ্লিষ্ট গুরুত্বপূর্ণ প্রায় প্রতিটি বিষয়ই তোমাদের আয়ত্তে চলে আসবে।

Comprehensive Questions

প্রশ্ন নং-১ অবস্থান ভেক্টরের সাথে সম্পৃক্ত ভেক্টর যোজন-বিয়োজন ও গুণন এবং ত্রিভুজ ও সামান্তরিকের সমস্যাবলি সম্পর্কিত



$\vec{A}$, $\vec{B}$ এবং $\vec{C}$ প্রসঙ্গ কাঠামোর মূলবিন্দুর সাপেক্ষে বিন্দু তিনটির অবস্থান ভেক্টর নির্দেশ করে।

(i) $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{BC}$ ও $\overrightarrow{CA}$ ভেক্টর এবং তাদের মান নির্ণয় করো। (*প্রয়োগমূলক*) [*অনুরূপ: ঢা.বো.'২২,'১৭*]

(ii) $\overrightarrow{AB}$ এবং $\overrightarrow{AC}$ ভেক্টরদ্বয়ের মধ্যবর্তী কোণের মান নির্ণয় করো। (*প্রয়োগমূলক*) [*অনুরূপ: চ.বো.'২৪,'২১; য.বো.'২১; ব.বো.'২১,'১৬; ম.বো.'২১; সি.বো.'১৯; দি.বো.'১৫*]

(iii) $\overrightarrow{AB}$ ভেক্টরটি অক্ষত্রয়ের সাথে যে কোণ উৎপন্ন করবে তার মানগুলি নির্ণয় করো। (*প্রয়োগমূলক*) [*অনুরূপ: চ.বো.'২৫*]

(iv) $\overrightarrow{AB}$ এর সমান্তরাল একক ভেক্টর নির্ণয় করো। (*প্রয়োগমূলক*) [*অনুরূপ: চ.বো.'২৫; সি.বো.'২৩; ব.বো.'২১; কু.বো.'১৭*]

(v) $\overrightarrow{AB}$ ও $\overrightarrow{AC}$ ভেক্টরদ্বয়ের লম্বদিকে একক ভেক্টর নির্ণয় করো। (*প্রয়োগমূলক*) [*অনুরূপ: ব.বো.'২৫; দি.বো.'২৫; কু.বো.'২৪; রা.বো.'২২; ঢা.বো.'১৯; চ.বো.'১৯; য.বো.'১৭*]

(vi) $\vec{B}$ এর উপর $\vec{C}$ ভেক্টরের লম্ব অভিক্ষেপের মান নির্ণয় করো। (*প্রয়োগমূলক*) [*অনুরূপ: কু.বো.'২৫,'২৩; য.বো.'২৫,'১৯; ঢা.বো.'২৪; রা.বো.'২১; দি.বো.'২১*]

(vii) $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{BC}$ এবং $\overrightarrow{CA}$ ভেক্টরত্রয় একই সমতলে থাকবে কি-না? গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ করো। (*উচ্চতর দক্ষতামূলক*)
[*অনুরূপ: ঢা.বো.'২৪,'২১; চ.বো.'২৪; কু.বো.'২৩; য.বো.'২১; দি.বো.'২১; সম্মিলিত বো.'১৮*]

(viii) ΔABC একটি সমকোণী ত্রিভুজ কি-না— গাণিতিকভাবে তা যাচাই করো। (*উচ্চতর দক্ষতামূলক*)
[*অনুরূপ: কু.বো.'২৫; দি.বো.'২৫; ম.বো.'২৪,'২২,'২১; সি.বো.'২৩; ব.বো.'২১,'১৭; য.বো.'১৯*]

(ix) ΔABC এর ক্ষেত্রফল নির্ণয় করো। (*উচ্চতর দক্ষতামূলক*) [*অনুরূপ: দি.বো.'২২; চ.বো.'২১; ঢা.বো.'১৭*]

(x) $\overrightarrow{AB}$ এবং $\overrightarrow{AC}$ ভেক্টরদ্বয়কে সামান্তরিকের সন্নিহিত বাহু ধরে সামান্তরিকটির ক্ষেত্রফল নির্ণয় করো। (*উচ্চতর দক্ষতামূলক*)
[*অনুরূপ: ম.বো.'২৪; য.বো.'২৩; ঢা.বো.'২১; ব.বো.'২২,'১৯*]

উত্তর

i আমরা জানি,

$$\overrightarrow{AB} = \vec{B} - \vec{A}$$
$$= (\hat{i} + 2\hat{j} - 5\hat{k}) - (2\hat{i} - 3\hat{j} + 4\hat{k})$$
$$= -\hat{i} + 5\hat{j} - 9\hat{k} \text{ [Ans.]}$$

এখানে,

A (2, – 3, 4) বিন্দুর অবস্থান ভেক্টর, $\vec{A} = 2\hat{i} - 3\hat{j} + 4\hat{k}$

B (1, 2, – 5) বিন্দুর অবস্থান ভেক্টর, $\vec{B} = \hat{i} + 2\hat{j} - 5\hat{k}$

C (3, 3, – 2) বিন্দুর অবস্থান ভেক্টর, $\vec{C} = 3\hat{i} + 3\hat{j} - 2\hat{k}$

এবং $\overrightarrow{AB}$ ভেক্টরের মান, $\left|\overrightarrow{AB}\right| = AB = \sqrt{(-1)^2 + 5^2 + (-9)^2} = \sqrt{1 + 25 + 81} = \sqrt{107}$ **[Ans.]**

আবার, $\overrightarrow{BC} = \vec{C} - \vec{B}$
$$= (3\hat{i} + 3\hat{j} - 2\hat{k}) - (\hat{i} + 2\hat{j} - 5\hat{k})$$
$$= 2\hat{i} + \hat{j} + 3\hat{k} \text{ [Ans.]}$$

এবং $\overrightarrow{BC}$ ভেক্টরের মান, $\left|\overrightarrow{BC}\right| = BC = \sqrt{2^2 + 1^2 + 3^2} = \sqrt{4 + 1 + 9} = \sqrt{14}$ **[Ans.]**

আবার, $\overrightarrow{CA} = \vec{A} - \vec{C}$
$$= (2\hat{i} - 3\hat{j} + 4\hat{k}) - (3\hat{i} + 3\hat{j} - 2\hat{k})$$
$$= -\hat{i} - 6\hat{j} + 6\hat{k} \text{ [Ans.]}$$

এবং $\overrightarrow{CA}$ ভেক্টরের মান, $\left|\overrightarrow{CA}\right| = CA = \sqrt{(-1)^2 + (-6)^2 + 6^2} = \sqrt{1 + 36 + 36} = \sqrt{73}$ **[Ans.]**

ii আমরা জানি,

$$\vec{AB}\,.\,\vec{AC} = AB\,.\,AC\,.\cos\theta$$

$$\Rightarrow \left(-\hat{i}+5\hat{j}-9\hat{k}\right).\left(\hat{i}+6\hat{j}-6\hat{k}\right) = \sqrt{107}\times\sqrt{73}\times\cos\theta$$

$$\Rightarrow -1+30+54 = \sqrt{107\times 73}\cos\theta$$

$$\Rightarrow 83 = \sqrt{107\times 73}\cos\theta$$

$$\Rightarrow \cos\theta = \frac{83}{\sqrt{107\times 73}}$$

$$\Rightarrow \cos\theta = \frac{83}{88.38}$$

$$\Rightarrow \theta = \cos^{-1}\left(\frac{83}{88.38}\right) = 20.1^\circ$$

এখানে, (i) নং হতে পাই,

$$\vec{AB} = -\hat{i}+5\hat{j}-9\hat{k}$$

$$\vec{CA} = -\hat{i}-6\hat{j}+6\hat{k}$$

$$\therefore \vec{AC} = \hat{i}+6\hat{j}-6\hat{k} \quad \left[\because \vec{CA} = -\vec{AC}\right]$$

$$\left|\vec{AB}\right| = AB = \sqrt{107}$$

$$\left|\vec{CA}\right| = CA = \sqrt{73}$$

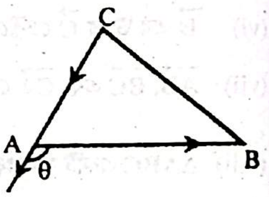
$$\therefore AC = \sqrt{73} \quad \left[\because \left|\vec{CA}\right| = \left|\vec{AC}\right|\right]$$

ধরি, ∠BAC = θ

সুতরাং, $\vec{AB}$ ও $\vec{AC}$ ভেক্টরদ্বয়ের মধ্যবর্তী কোণের মান **20.1°** **[Ans.]**

Alert

∠BAC এর মান নির্ণয়ের জন্য ডট গুণনের সূত্রে $\vec{AB}$ ও $\vec{AC}$ ব্যবহার করতে হবে। $\vec{AB}$ ও $\vec{CA}$ ব্যবহার করলে নিম্নোক্ত চিত্রানুযায়ী θ নির্ণয় হবে, যা প্রশ্নে চাওয়া হয়নি।
তাই ভেক্টরের দিকের ব্যাপারে শিক্ষার্থীদের সতর্ক থাকতে অনুরোধ করা হলো।



iii আমরা জানি,

$\vec{A} = A_x\hat{i}+A_y\hat{j}+A_z\hat{k}$ হলে, $\vec{A}$ ভেক্টরটির x অক্ষ, y অক্ষ এবং z অক্ষের সাথে উৎপন্ন কোণ যথাক্রমে $\theta_x = \cos^{-1}\left(\frac{A_x}{A}\right)$, $\theta_y = \cos^{-1}\left(\frac{A_y}{A}\right)$ ও $\theta_z = \cos^{-1}\left(\frac{A_z}{A}\right)$।

$\therefore \vec{AB}$ ভেক্টরটির–

x অক্ষের সাথে উৎপন্ন কোণ, $\theta_x = \cos^{-1}\left(\frac{AB_x}{AB}\right) = \cos^{-1}\left(\frac{-1}{\sqrt{107}}\right) = 95.5^\circ$ **[Ans.]**

y অক্ষের সাথে উৎপন্ন কোণ, $\theta_y = \cos^{-1}\left(\frac{AB_y}{AB}\right) = \cos^{-1}\left(\frac{5}{\sqrt{107}}\right) = 61.1^\circ$ **[Ans.]**

z অক্ষের সাথে উৎপন্ন কোণ, $\theta_z = \cos^{-1}\left(\frac{AB_z}{AB}\right) = \cos^{-1}\left(\frac{-9}{\sqrt{107}}\right) = 150.5^\circ$ **[Ans.]**

এখানে,
$\vec{AB} = -\hat{i}+5\hat{j}-9\hat{k}$ এবং $AB = \sqrt{107}$ [(i) নং হতে পাই]

iv $\vec{AB}$ এর সমান্তরাল একক ভেক্টর $= \pm\dfrac{\vec{AB}}{\left|\vec{AB}\right|}$

$$= \pm\frac{-\hat{i}+5\hat{j}-9\hat{k}}{\sqrt{107}}$$

$$= \pm\left(-\frac{1}{\sqrt{107}}\hat{i}+\frac{5}{\sqrt{107}}\hat{j}-\frac{9}{\sqrt{107}}\hat{k}\right)$$

এখানে,
$\vec{AB} = -\hat{i}+5\hat{j}-9\hat{k}$ এবং $\left|\vec{AB}\right| = \sqrt{107}$ [(i) নং হতে পাই]

সুতরাং, $\vec{AB}$ এর সমান্তরাল একক ভেক্টর $\pm\left(-\frac{1}{\sqrt{107}}\hat{i}+\frac{5}{\sqrt{107}}\hat{j}-\frac{9}{\sqrt{107}}\hat{k}\right)$ । **[Ans.]**

v $\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ -1 & 5 & -9 \\ 1 & 6 & -6 \end{vmatrix}$

$$= \hat{i}(-30+54) - \hat{j}(6+9) + \hat{k}(-6-5)$$

$$= 24\hat{i} - 15\hat{j} - 11\hat{k}$$

এখানে, (i) নং হতে পাই

$\overrightarrow{AB} = -\hat{i} + 5\hat{j} - 9\hat{k}$

$\overrightarrow{CA} = -\hat{i} - 6\hat{j} + 6\hat{k}$

$\therefore \overrightarrow{AC} = \hat{i} + 6\hat{j} - 6\hat{k}$

$\therefore$ $\overrightarrow{AB}$ ও $\overrightarrow{AC}$ ভেক্টরদ্বয়ের লম্বদিকে একক ভেক্টর, $\hat{\eta} = \pm \dfrac{\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC}}{\left|\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC}\right|}$

$$= \pm \frac{24\hat{i} - 15\hat{j} - 11\hat{k}}{\sqrt{(24)^2 + (-15)^2 + (-11)^2}}$$

$$= \pm \frac{24\hat{i} - 15\hat{j} - 11\hat{k}}{\sqrt{922}}$$

$$= \pm \left(\frac{24}{\sqrt{922}}\hat{i} - \frac{15}{\sqrt{922}}\hat{j} - \frac{11}{\sqrt{922}}\hat{k}\right)$$

সুতরাং, $\overrightarrow{AB}$ ও $\overrightarrow{AC}$ ভেক্টরদ্বয়ের লম্বদিকে একক ভেক্টর $\pm\left(\frac{24}{\sqrt{922}}\hat{i} - \frac{15}{\sqrt{922}}\hat{j} - \frac{11}{\sqrt{922}}\hat{k}\right)$। [Ans.]

vi আমরা জানি, $\vec{B} . \vec{C} = BC \cos\theta$

$$\Rightarrow \frac{\vec{B} . \vec{C}}{B} = C\cos\theta$$

$$\Rightarrow C\cos\theta = \frac{(\hat{i} + 2\hat{j} - 5\hat{k}) . (3\hat{i} + 3\hat{j} - 2\hat{k})}{\sqrt{1^2 + 2^2 + (-5)^2}}$$

$$= \frac{3 + 6 + 10}{\sqrt{30}}$$

$$= \frac{19}{\sqrt{30}}$$

এখানে,

$\vec{B} = \hat{i} + 2\hat{j} - 5\hat{k}$

$\vec{C} = 3\hat{i} + 3\hat{j} - 2\hat{k}$

$\vec{B}$ এর উপর $\vec{C}$ এর লম্ব অভিক্ষেপ, $C\cos\theta = ?$

$\therefore$ $\vec{B}$ এর উপর $\vec{C}$ ভেক্টরের লম্ব অভিক্ষেপ $\frac{19}{\sqrt{30}}$ একক। [Ans.]

vii $\overrightarrow{AB} \cdot \left(\overrightarrow{BC} \times \overrightarrow{CA}\right) = 0$ হলে ভেক্টরত্রয় একই সমতলে থাকবে।

এখন, $\overrightarrow{BC} \times \overrightarrow{CA} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 2 & 1 & 3 \\ -1 & -6 & 6 \end{vmatrix}$

$$= \hat{i}(6+18) - \hat{j}(12+3) + \hat{k}(-12+1)$$

$$= 24\hat{i} - 15\hat{j} - 11\hat{k}$$

এখানে,

(i) নং হতে পাই,

$\overrightarrow{AB} = -\hat{i} + 5\hat{j} - 9\hat{k}$

$\overrightarrow{BC} = 2\hat{i} + \hat{j} + 3\hat{k}$

$\overrightarrow{CA} = -\hat{i} - 6\hat{j} + 6\hat{k}$

$$\therefore \overrightarrow{AB} \cdot \left(\overrightarrow{BC} \times \overrightarrow{CA}\right) = (-\hat{i} + 5\hat{j} - 9\hat{k}) . (24\hat{i} - 15\hat{j} - 11\hat{k})$$

$$= -24 - 75 + 99$$

$$= 0$$

$\therefore$ $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{BC}$ ও $\overrightarrow{CA}$ ভেক্টরত্রয় একই সমতলে অবস্থিত।

CS CamScanner

viii এখানে,

$$BC^2 + CA^2 = (\sqrt{14})^2 + (\sqrt{73})^2$$
$$= 14 + 73$$
$$= 87$$

এবং, $AB^2 = (\sqrt{107})^2 = 107$

$\because AB^2 \neq BC^2 + CA^2$

সুতরাং, ΔABC একটি সমকোণী ত্রিভুজ নয়।

(i) নং হতে পাই,

$AB = \sqrt{107}$

$BC = \sqrt{14}$

$CA = \sqrt{73}$

ix
$$\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ -1 & 5 & -9 \\ 1 & 6 & -6 \end{vmatrix}$$
$$= \hat{i}(-30+54) - \hat{j}(6+9) + \hat{k}(-6-5)$$
$$= 24\hat{i} - 15\hat{j} - 11\hat{k}$$

$$\therefore \left|\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC}\right| = \sqrt{(24)^2 + (-15)^2 + (-11)^2}$$
$$= \sqrt{922}$$

$$\therefore \Delta ABC \text{ এর ক্ষেত্রফল} = \frac{1}{2}\left|\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC}\right|$$
$$= \frac{1}{2} \times \sqrt{922}$$
$$= 15.18 \text{ বর্গ একক}$$

সুতরাং, ΔABC এর ক্ষেত্রফল 15.18 বর্গ একক। [Ans.]

এখানে, (i) নং হতে পাই,

$\overrightarrow{AB} = -\hat{i} + 5\hat{j} - 9\hat{k}$

$\overrightarrow{CA} = -\hat{i} - 6\hat{j} + 6\hat{k}$

$\therefore \overrightarrow{AC} = \hat{i} + 6\hat{j} - 6\hat{k}$

বি:দ্র:

$\frac{1}{2}\left|\overrightarrow{BC} \times \overrightarrow{BA}\right|$ বা, $\frac{1}{2}\left|\overrightarrow{CA} \times \overrightarrow{CB}\right|$ দ্বারাও ΔABC এর ক্ষেত্রফল নির্ণয় করা যাবে।

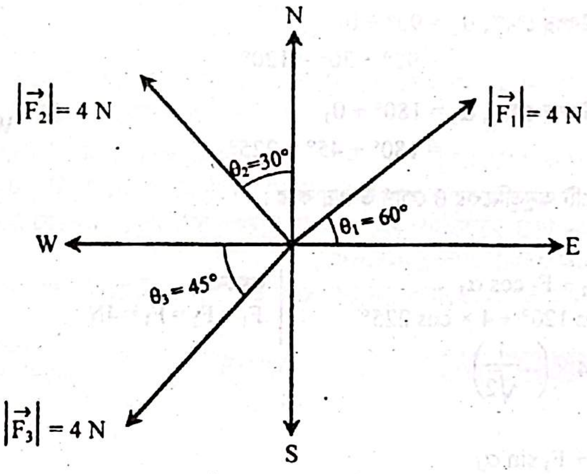
x $\overrightarrow{AB}$ ও $\overrightarrow{AC}$ ভেক্টরদ্বয় কোনো সামান্তরিকের সন্নিহিত বাহু হলে, উক্ত সামান্তরিকের ক্ষেত্রফল হবে = $\left|\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC}\right|$

এখন, $\left|\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC}\right| = \sqrt{922}$ [(ix) নং হতে পাই]
$$= 30.36$$

সুতরাং, সামান্তরিকটির ক্ষেত্রফল 30.36 বর্গ একক। [Ans.]

Comprehensive Questions

প্রশ্ন নং-২ ভেক্টরের লম্বাংশ সূত্রের সমস্যাবলি সম্পর্কিত



(i) $\vec{F}_1$ ভেক্টরটির উল্লম্ব এবং অনুভূমিক উপাংশ নির্ণয় করে এর ভেক্টর রূপটি লিখো। (*প্রয়োগমূলক*) [*অনুরূপ: রা.বো.'২৪; য.বো.'২৪*]

(ii) ভেক্টরত্রয়ের লব্ধির মান নির্ণয় করো এবং এদের মিলিত ফল কোন দিকে ক্রিয়া করবে? গাণিতিক বিশ্লেষণপূর্বক মন্তব্য করো। (*উচ্চতর দক্ষতামূলক*)
[*অনুরূপ: রা.বো.'২৪; ব.বো.'২২; দি.বো.'১৯*]

(iii) $\vec{F}_1 + \vec{F}_2$ এবং $\vec{F}_1 - \vec{F}_2$ পরস্পর লম্ব কি-না? গাণিতিকভাবে তা যাচাই কর। [*অনুরূপ: য.বো.'২৪*]

উত্তর

i এখানে, $\vec{F}_1$ ভেক্টরটি অনুভূমিকের সাথে θ_1 কোণ উৎপন্ন করে।

$$\vec{F}_1 \text{ ভেক্টরটির উলম্ব উপাংশ} = F_1 \sin\theta_1$$
$$= 4 \times \sin 60°$$
$$= 4 \times \frac{\sqrt{3}}{2}$$
$$= 2\sqrt{3}\text{ N}$$

$$\text{এবং } \vec{F}_1 \text{ ভেক্টরটির অনুভূমিক উপাংশ} = F_1 \cos\theta_1$$
$$= 4 \times \cos 60°$$
$$= 4 \times \frac{1}{2}$$
$$= 2\text{ N}$$

$$\therefore \vec{F}_1 = |\vec{F}_1| \cos\theta_1 \hat{i} + |\vec{F}_1| \sin\theta_1 \hat{j}$$
$$= 4 \times \cos(60°)\ \hat{i} + 4 \times \sin(60°)\ \hat{j}$$
$$= 4 \times \frac{1}{2}\hat{i} + 4 \times \frac{\sqrt{3}}{2}\hat{j}$$
$$= 2\hat{i} + 2\sqrt{3}\,\hat{j}$$

সুতরাং, $\vec{F}_1$ বলের ভেক্টর রূপ $2\hat{i} + 2\sqrt{3}\,\hat{j}$। **[Ans.]**

CS CamScanner

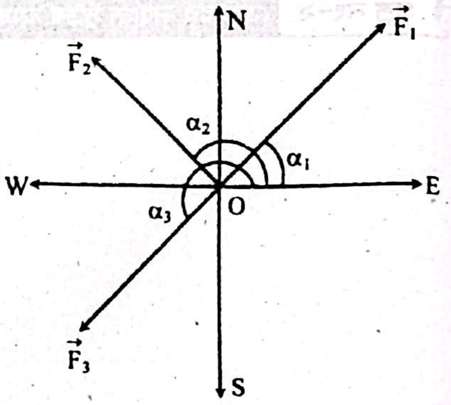
ii এখানে, $\vec{F_1}$ ভেক্টরটির অনুভূমিকের সাথে উৎপন্ন কোণ, $\alpha_1 = \theta_1 = 60°$

$\vec{F_2}$ ভেক্টরটির অনুভূমিকের সাথে উৎপন্ন কোণ, $\alpha_2 = 90° + \theta_2$

$= 90° + 30° = 120°$

$\vec{F_3}$ ভেক্টরটির অনুভূমিকের সাথে উৎপন্ন কোণ, $\alpha_3 = 180° + \theta_3$

$= 180° + 45° = 225°$



ধরি, ভেক্টর তিনটির লব্ধি ভেক্টর $\vec{F}$ এবং এটি অনুভূমিকের θ কোণ উৎপন্ন করে।

এখন, ভেক্টর যোগের লম্বাংশ সূত্রানুসারে,

$$F\cos\theta = F_1\cos\alpha_1 + F_2\cos\alpha_2 + F_3\cos\alpha_3$$
$$= 4\times\cos 60° + 4\times\cos 120° + 4\times\cos 225°$$
$$= 4\times\frac{1}{2} + 4\times\left(-\frac{1}{2}\right) + 4\times\left(-\frac{1}{\sqrt{2}}\right)$$
$$= -2.828\text{ N}$$

এখানে,
$F_1 = F_2 = F_3 = 4\text{N}$

এবং
$$F\sin\theta = F_1\sin\alpha_1 + F_2\sin\alpha_2 + F_3\sin\alpha_3$$
$$= 4\times\sin 60° + 4\times\sin 120° + 4\times\sin 225°$$
$$= 4\times\frac{\sqrt{3}}{2} + 4\times\frac{\sqrt{3}}{2} + 4\times\left(-\frac{1}{\sqrt{2}}\right)$$
$$= 4.099\text{ N}$$

এখন, $(F\cos\theta)^2 + (F\sin\theta)^2 = (-2.828)^2 + (4.099)^2$

$\Rightarrow F^2\cos^2\theta + F^2\sin^2\theta = 7.998 + 16.802$

$\Rightarrow F^2(\cos^2\theta + \sin^2\theta) = 24.8$

$\Rightarrow F^2 = 24.8 \quad [\because \cos^2\theta + \sin^2\theta = 1]$

$\Rightarrow F = \sqrt{24.8}$

$\therefore F = 4.98\text{ N}$

এখন, $\dfrac{F\sin\theta}{F\cos\theta} = \dfrac{4.099}{-2.828}$

$\Rightarrow \tan\theta = -1.449$

$\Rightarrow \theta = \tan^{-1}(-1.449)$

$\therefore \theta = 124.6°$

সুতরাং, $\vec{F_1}$, $\vec{F_2}$ ও $\vec{F_3}$ ভেক্টর তিনটির লব্ধির মান 4.98 N এবং এদের মিলিত ফল অনুভূমিকের সাথে 124.6° কোণে ক্রিয়া করে। [Ans.]

iii এখানে, $\vec{F_2}$ ভেক্টরটির অনুভূমিকের সাথে উৎপন্ন কোণ, $\alpha_2 = 120°$ এবং এর মান, $|\vec{F_2}| = 4\text{ N}$

সুতরাং,

$$\vec{F_2} = |\vec{F_2}|\cos\alpha_2\,\hat{i} + |\vec{F_2}|\sin\alpha_2\,\hat{j} = 4\times(\cos 120°)\hat{i} + 4\times(\sin 120°)\hat{j}$$
$$= 10\times\left(-\frac{1}{2}\right)\hat{i} + 10\times\frac{\sqrt{3}}{2}\hat{j}$$
$$= -5\,\hat{i} + 5\sqrt{3}\hat{j}$$

(i) হতে পাই, $\vec{F_1} = 2\hat{i} + 2\sqrt{3}\,\hat{j}$

এখন, $\vec{F_1} + \vec{F_2} = (2\hat{i} + 2\sqrt{3}\,\hat{j}) + (-5\,\hat{i} + 5\sqrt{3}\hat{j}) = -3\hat{i} + 7\sqrt{3}\hat{j}$

এবং, $\vec{F_1} - \vec{F_2} = (2\hat{i} + 2\sqrt{3}\,\hat{j}) - (-5\,\hat{i} + 5\sqrt{3}\hat{j}) = 7\hat{i} - 3\sqrt{3}\hat{j}$

$$\therefore (\vec{F_1} + \vec{F_2})\cdot(\vec{F_1} - \vec{F_2}) = (-3\hat{i} + 7\sqrt{3}\hat{j})\cdot(7\hat{i} - 3\sqrt{3}\hat{j})$$
$$= (-3)\times 7 + 7\sqrt{3}\times(-3\sqrt{3})$$
$$= -21 - 63$$
$$= -84$$

যেহেতু এদের ডট গুণনের মান শূন্য নয় সেহেতু, $\vec{F_1} + \vec{F_2}$ এবং $\vec{F_1} - \vec{F_2}$ পরস্পর লম্ব নয়।

প্রশ্ন নং-৩ বৃষ্টি, বায়ু ও ছাতার সমস্যাবলি সম্পর্কিত

দৃশ্যকল্প-১ : শান্ত বাতাসে 6 kmh^{-1} বেগে বৃষ্টি পড়ছে। এ সময়ে সাইকেলে চড়ে আবিদ 8 kmh^{-1} বেগে বাড়ি ফিরছে। হঠাৎ আবিদের চলার বিপরীত দিকে 2 kmh^{-1} বেগে বাতাস প্রবাহিত হতে লাগলো। উভয় ক্ষেত্রে বৃষ্টি থেকে বাঁচতে আবিদ ছাতা ব্যবহার করলো।

দৃশ্যকল্প-২ : 30° কোণে আনত একটি পাহাড়ের ঢাল বেয়ে 72 kmh^{-1} সমবেগে একটি বাস উপরে উঠছে। এমন সময়ে হঠাৎ বৃষ্টি 6 ms^{-1} সমবেগে খাড়া নিচে পড়তে শুরু করলো। বৃষ্টি যখন প্রায় শেষ তখন অনুভূমিকভাবে বায়ু প্রবাহ শুরু হলো।

(i) **দৃশ্যকল্প-১ থেকে স্থির বাতাসে বৃষ্টির লব্ধি বেগ নির্ণয় করো।** *(প্রয়োগমূলক)* *[ঢা.বো.'২২; অনুরূপ: ঢা.বো.'২৩; সি.বো.'২২; ম.বো.'২২; রা.বো.'১৭]*

(ii) **দৃশ্যকল্প-২ থেকে শুরুতে বাসচালক কত কোণে বৃষ্টি পড়তে দেখবে তা নির্ণয় করো?** *(প্রয়োগমূলক)* *[রা.বো.'১৯]*

(iii) **দৃশ্যকল্প-১ থেকে গাণিতিকভাবে যাচাই করো যে, বাতাস প্রবাহিত হওয়ার আগে ও পরে একইভাবে ছাতা ধরলে আবিদ বৃষ্টি থেকে রক্ষা পাবে না।** *(উচ্চতর দক্ষতামূলক)* *[ঢা.বো.'২২; অনুরূপ: ম.বো.'২৫,'২২; সি.বো.'২২; রা.বো.'১৭]*

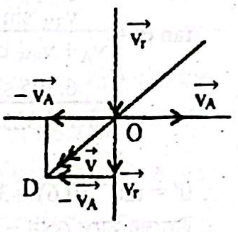
(iv) **দৃশ্যকল্প-২ এ বায়ু প্রবাহের দরুণ বাসচালক খাড়া নিচের দিকে বৃষ্টি পড়তে দেখলে বায়ু প্রবাহের প্রকৃত মান ও দিক গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ করো।** *(উচ্চতর দক্ষতামূলক)* *[রা.বো.'১৯]*

উত্তর

i এখানে, স্থির বাতাসে–

বৃষ্টির উল্লম্ববেগ, $v_r = 6\ \text{kmh}^{-1}$

সাইকেলে আবিদের বেগ, $v_A = 8\ \text{kmh}^{-1}$



যেহেতু স্থির বাতাসে আবিদের সাপেক্ষে পড়ন্ত বৃষ্টির লব্ধি বেগ নির্ণয় করতে হবে সেহেতু আবিদের বেগের মান শূন্য করতে হবে। সেজন্য $\vec{v_A}$ এর সাথে $-\vec{v_A}$ যোগ করি এবং $\vec{v_r}$ কে সমান ও সমান্তরাল রেখে $-\vec{v_A}$ এর সাথে মূলবিন্দু 'O' তে স্থাপন করি।

এখানে, $\vec{v_r}$ ও $-\vec{v_A}$ সন্নিহিত বাহু ধরে অঙ্কিত সামান্তরিকের কর্ণ $\overrightarrow{OD}$-ই লব্ধির মান ও দিক প্রকাশ করবে।

পড়ন্ত বৃষ্টির লব্ধি বেগের মান v হলে,

$$v = \sqrt{v_r^2 + (-v_A)^2 + 2v_r(-v_A)\cos 90°}$$

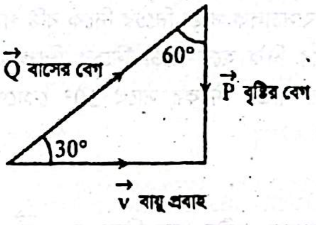
$$\Rightarrow v = \sqrt{v_r^2 + v_A^2}$$

$$= \sqrt{6^2 + 8^2} = 10\ \text{kmh}^{-1}$$

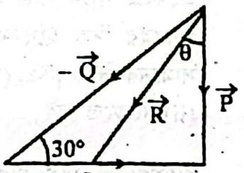
সুতরাং, **স্থির বাতাসে বৃষ্টির লব্ধি বেগের মান 10 kmh^{-1}। [Ans.]**

ii এখানে, চিত্র (i) এ $\vec{P}$ ও $\vec{Q}$ হলো যথাক্রমে বৃষ্টির ও বাসের বেগ নির্দেশক ভেক্টর। বাসটির বেগের কারণে বাসের চালক তার চারপাশের সবকিছুকে তার বেগের সমমানের বেগে বিপরীত দিকে পিছিয়ে যেতে দেখবে। তাই বৃষ্টির লব্ধিবেগ নির্ণয়ের জন্য $\vec{Q}$ এর দিক বিপরীত নিতে হবে।

চিত্র (ii) এ $\vec{R}$ হলো চালকের সাপেক্ষে বৃষ্টির আপেক্ষিক বেগ। ধরি, চালক উলম্বের সাথে θ কোণে বৃষ্টি পড়তে দেখবে।



চিত্র: (i)



চিত্র: (ii)

আমরা জানি,

$$\tan\theta = \frac{Q\sin\alpha}{P + Q\cos\alpha}$$

$$\Rightarrow \tan\theta = \frac{20\sin 60°}{6 + 20\cos 60°}$$

$$\Rightarrow \tan\theta = \frac{10\sqrt{3}}{16}$$

$$\Rightarrow \theta = \tan^{-1}\left(\frac{10\sqrt{3}}{16}\right) = 47.27°$$

এখানে,

বৃষ্টির বেগ, $P = 6\ \text{ms}^{-1}$

বাসের বেগ, $Q = 72\ \text{km/h} = \frac{72 \times 1000}{3600}\ \text{ms}^{-1} = 20\ \text{ms}^{-1}$

P ও Q এর মধ্যবর্তী কোণ, $\alpha = 60°$

সুতরাং, **শুরুতে বাস চালক উলম্বের সাথে 47.27° কোণে বৃষ্টি পড়তে দেখবে। [Ans.]**

iii **বাতাস প্রবাহিত হওয়ার আগের ক্ষেত্রে:**

এখানে, আবিদের সাপেক্ষে বৃষ্টির আপেক্ষিক বেগ $\vec{v_{RA}}$ হলে,

$$\vec{v_{RA}} = \vec{v_R} - \vec{v_A}$$

এবং এই বেগ উল্লম্বের সাথে θ_1 কোণ উৎপন্ন করলে ত্রিভুজ হতে আমরা পাই,

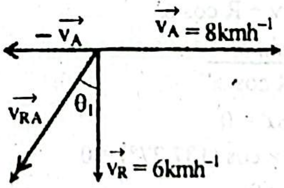
$$\tan\theta_1 = \frac{v_A}{v_R} = \frac{8}{6}$$

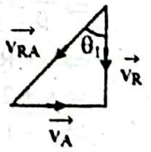
$$\therefore \theta_1 = \tan^{-1}\left(\frac{8}{6}\right) = 53.13°$$

এখানে, আবিদের বেগ, $\vec{v_A} = 8\ \text{kmh}^{-1}$

বাতাসের বেগ, $\vec{v_W} = -2\text{kmh}^{-1}$
(আবিদের গতির বিপরীত দিকে)

এবং বৃষ্টির বেগ, $\vec{v_R} = 6\ \text{kmh}^{-1}$ (উল্লম্বভাবে)


$-\vec{v_A}$
$\vec{v_A} = 8\text{kmh}^{-1}$
$\vec{v_{RA}}$
θ_1
$\vec{v_R} = 6\text{kmh}^{-1}$

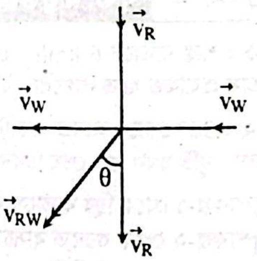


বাতাস প্রবাহিত হওয়ার পরের ক্ষেত্রে:

বৃষ্টি ও বাতাসের লব্ধি বেগ v_{RW} হলে,

$$v_{RW} = \sqrt{v_R^2 + v_W^2 + 2v_R v_W \cos\alpha}$$
$$= \sqrt{6^2 + 2^2 + 2 \times 6 \times 2 \times \cos 90^\circ}$$
$$= 6.325 \text{ kmh}^{-1}$$

এখানে,
বৃষ্টি ও বাতাসের বেগের মধ্যবর্তী কোণ, $\alpha = 90^\circ$

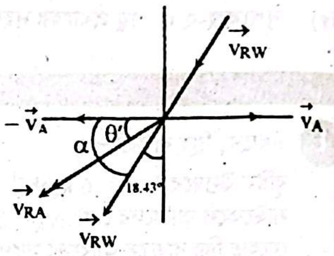


বৃষ্টি ও বাতাসের লব্ধি বেগ উল্লম্বের সাথে θ কোণ উৎপন্ন করলে,

$$\tan\theta = \frac{v_W}{v_R}$$

$$\Rightarrow \theta = \tan^{-1}\frac{2}{6} = 18.430^\circ$$

যেহেতু স্থির বাতাসে আবিদের সাপেক্ষে বাতাস প্রবাহিত হওয়ার পরে পড়ন্ত বৃষ্টির লব্ধি বেগ নির্ণয় করতে হবে সেহেতু আবিদের বেগের মান শূন্য করতে হবে। সেজন্য $\overrightarrow{v_A}$ এর সাথে $-\overrightarrow{v_A}$ যোগ করি এবং $\overrightarrow{v_{RW}}$ কে মূলবিন্দু O-তে স্থাপন করি।



∴ আবিদের সাপেক্ষে বৃষ্টি ও বাতাসের লব্ধি বেগ অনুভূমিকের সাথে θ' কোণ উৎপন্ন করলে,

$$\tan\theta' = \frac{v_{RW}\sin\alpha}{v_A + v_{RW}\cos\alpha}$$
$$= \frac{6.325 \sin 71.57^\circ}{8 + 6.325 \cos 71.57^\circ}$$
$$= 0.6$$
$$\therefore \theta' = \tan^{-1}(0.6) = 30.97^\circ$$

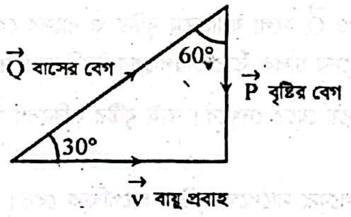
এখানে,
বৃষ্টি ও বাতাসের লব্ধিবেগ, $v_{RW} = 6.325 \text{ kmh}^{-1}$
বৃষ্টি ও বাতাসের লব্ধিবেগের সাথে $-\vec{v}_A$ এর মধ্যবর্তী কোণ,
$\alpha = 90^\circ - 18.43^\circ = 71.57^\circ$
আবিদের বেগ, $v_A = 8\text{kmh}^{-1}$

$\therefore$ উল্লম্বের সাথে কোণ $= 90^\circ - 30.97^\circ = 59.03^\circ$

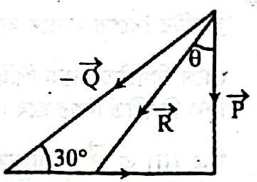
সুতরাং, বাতাস প্রবাহিত হওয়ার আগে আবিদকে উল্লম্বের সাথে 53.13° কোণে এবং বাতাস প্রবাহিত হওয়ার পরে উল্লম্বের সাথে 59.03° কোণে ছাতা ধরতে হবে। অর্থাৎ উভয়ক্ষেত্রে একইভাবে ছাতা ধরলে বৃষ্টি হতে রক্ষা পাবে না।

iv ধরি, এক্ষেত্রে বায়ু প্রবাহের মান $v \text{ ms}^{-1}$।

যেহেতু বায়ুপ্রবাহের দরুণ বাসচালক খাড়া নিচের দিকে বৃষ্টি পড়তে দেখে। সুতরাং এক্ষেত্রে নতুন লব্ধি বেগের দিক হবে খাড়া নিচের দিকে এবং এর জন্য বায়ু প্রবাহের দিক হবে বাসের গতির দিকের সাথে 30° কোণে অনুভূমিক বরাবর সামনের দিকে **[চিত্র: (i)]**।



চিত্র: (i)



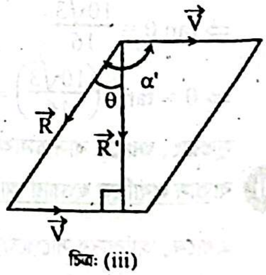
চিত্র: (ii)

(ii) নং হতে পাই,

বায়ুপ্রবাহের পূর্বে বাস সাপেক্ষে বৃষ্টির আপেক্ষিক বেগ $\vec{R}$ এবং উল্লম্বের সাথে আপেক্ষিক বেগের দিক, θ = 47.27° **[চিত্র: (ii)]**।

$$\therefore R = \sqrt{P^2 + Q^2 + 2PQ\cos\alpha}$$
$$= \sqrt{(6)^2 + (20)^2 + 2\cdot 6\cdot 20\cdot \cos(60)^\circ}$$
$$= 23.58 \text{ ms}^{-1}$$

আবার, যখন বায়ুপ্রবাহ শুরু হয় তখন নতুন লব্ধি বেগের দিক হয় উল্লম্ব বরাবর, অর্থাৎ নতুন লব্ধি বেগ বায়ু প্রবাহের দিকের সাথে 90° কোণ উৎপন্ন করে।



চিত্র: (iii)

এখানে, R' হলো বায়ু প্রবাহের দরুণ বাস সাপেক্ষে বৃষ্টির পরিবর্তিত আপেক্ষিক বেগ **[চিত্র: (iii)]**।

শর্তমতে, $\tan 90^\circ = \dfrac{R\sin\alpha'}{v + R\cos\alpha'}$

$$\Rightarrow \frac{\sin 90^\circ}{\cos 90^\circ} = \frac{R\sin\alpha'}{v + R\cos\alpha'}$$
$$\Rightarrow \frac{1}{0} = \frac{R\sin\alpha'}{v + R\cos\alpha'}$$
$$\Rightarrow v + R\cos\alpha' = 0$$
$$\Rightarrow v + 23.58 \times \cos(137.27^\circ) = 0$$
$$\Rightarrow v - 17.32 = 0$$
$$\therefore v = 17.32 \text{ ms}^{-1}$$

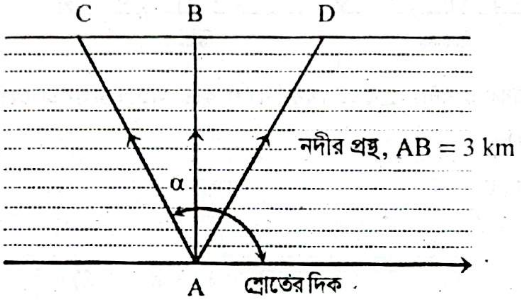
এখানে,
$\alpha' = (90^\circ + \theta)$
$= 90^\circ + 47.27^\circ$
$= 137.27^\circ$
$R = 23.58 \text{ ms}^{-1}$
$v = ?$

সুতরাং, বায়ুপ্রবাহের প্রকৃত মান 17.32 ms^{-1}। [Ans.]

প্রশ্ন নং-৪ ভেক্টরের গুণন এবং নদী ও নৌকার সমস্যাবলি সম্পর্কিত

দৃশ্যকল্প-১: দুটি ভেক্টর $\vec{v} = 2\hat{i} + 3\hat{j} - x\hat{k}$ এবং $\vec{u} = 3\hat{i} + 2\hat{j} + 2\hat{k}$ পরস্পর লম্ব। $\vec{v}$ এবং $\vec{u}$ এর মান যদি নৌকা ও একটি নদীতে স্রোতের বেগ নির্দেশ করে তবে সর্বনিম্ন পথে নদী পার হতে নৌকাটির 4 মিনিট সময় লাগে।

দৃশ্যকল্প-২:



হাসানের নৌকার স্রোতের অনুকূলে বেগ 6 kmh^{-1} এবং স্রোতের প্রতিকূলে বেগ 2 kmh^{-1}। A বিন্দু থেকে সোজাসুজি অপর পারে B বিন্দুতে যাওয়ার উদ্দেশ্যে হাসান AC বরাবর নৌকা চালনা করে। অপরদিকে একই সময়ে A বিন্দু থেকে নদীর ওপারে D বিন্দুতে আরিফের সাথে সাক্ষাৎ করার উদ্দেশ্যে হাসানের নৌকার সমবেগে হোসেন AB বরাবর আরেকটি নৌকা চালনা করে। উল্লেখ্য যে, আরিফ B বিন্দু থেকে 3 km দূরের D বিন্দুতে যাওয়ার উদ্দেশ্যে হোসেনের সাথে একই সময়ে 4 kmh^{-1} বেগে হাটা শুরু করে।

(i) দৃশ্যকল্প-১ 'x' এর মান নির্ণয় কর। (*প্রয়োগমূলক*) [*ম.বো.'২৪; অনুরূপ: রা.বো.'২৩; দি.বো.'২৩; ম.বো.'২৩*]

(ii) দৃশ্যকল্প-১ এ ন্যূনতম সময়ে নদী পার হতে হলে মাঝিকে নদীর প্রস্থ অপেক্ষা বেশি দূরত্ব অতিক্রম করতে হবে কি-না—গাণিতিকভাবে যাচাই কর। (*উচ্চতর দক্ষতামূলক*) [*ম.বো.'২৪; অনুরূপ: রা.বো.'২৩,'২২; দি.বো.'২৩; ম.বো.'২৩*]

(iii) দৃশ্যকল্প-১ এ 'x' এর সম্ভাব্য কোন মানের জন্য ভেক্টরদ্বয়ের স্কেলার গুণফল ও ভেক্টর গুণফলের মান সমান হবে? গাণিতিক বিশ্লেষণসহ মতামত দাও। (*উচ্চতর দক্ষতামূলক*) [*অনুরূপ: চ.বো.'২৫*]

(iv) দৃশ্যকল্প-২ এ α এর মান কত হলে হাসান নৌকা নিয়ে A বিন্দু থেকে যাত্রা শুরু করে B বিন্দুতে গিয়ে পৌঁছাবে? (*প্রয়োগমূলক*) [*অনুরূপ: কু.বো.'২৫,'১৫; দি.বো.'২৪; রা.বো.'২২; চ.বো.'২৪; ঢা.বো.'২১*]

(v) দৃশ্যকল্প-২ এ হাসানের নৌকার লব্ধি বেগ নির্ণয় করো। (*প্রয়োগমূলক*) [*অনুরূপ: কু.বো.'২৪,'২২,'১৯; চ.বো.'২৪; ঢা.বো.'২৩; দি.বো.'২৩; রা.বো.'২১*]

(vi) দৃশ্যকল্প-২ এ হাসান ও হোসেনের মধ্যে কার নৌকার অপর পাড়ে পৌঁছাতে কম সময় লাগবে? (*উচ্চতর দক্ষতামূলক*) [*অনুরূপ: ঢা.বো.'২৪,'২৩,'২১; চ.বো.'২৪,'২২,'১৭; ব.বো.'২৪; দি.বো.'২৪,'২২; রা.বো.'২২,'২১; কু.বো.'২২,'১৯; য.বো.'১৭*]

(vii) দৃশ্যকল্প-২ এ আরিফ ও হোসেনের সাক্ষাৎ একই সময়ে হবে, নাকি না– গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ করো। [*অনুরূপ: কু.বো.'২৫,'২৪,'১৫; চ.বো.'২৩*]

উত্তর

i এখানে, দৃশ্যকল্প-১ এ $\vec{u}$ ও $\vec{v}$ ভেক্টরদ্বয় পরস্পর লম্ব হলে, এদের ডট গুণফল শূন্য হবে।

অর্থাৎ, $\vec{u} \cdot \vec{v} = 0$

$\Rightarrow (3\hat{i} + 2\hat{j} + 2\hat{k}) \cdot (2\hat{i} + 3\hat{j} - x\hat{k}) = 0$

$\Rightarrow 6 + 6 - 2x = 0$

$\Rightarrow 2x = 12$

$\Rightarrow x = \frac{12}{2}$

$\therefore x = 6$

এখানে, দৃশ্যকল্প-১ এ-

$\vec{u} = 3\hat{i} + 2\hat{j} + 2\hat{k}$

$\vec{v} = 2\hat{i} + 3\hat{j} - x\hat{k}$

সুতরাং, দৃশ্যকল্প-১ এ x-এর মান 6। **[Ans.]**

ii 'i' হতে পাই, দৃশ্যকল্প-১ এ x = 6

$\therefore$ $\vec{v} = 2\hat{i} + 3\hat{j} - 6\hat{k}$ এবং $\vec{v}$ এর মান, $v = \sqrt{2^2 + 3^2 + (-6)^2}$

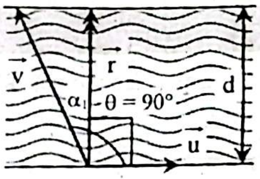
$= \sqrt{49}$

$= 7\ \text{ms}^{-1}$

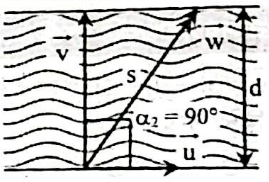
আবার, $\vec{u} = 3\hat{i} + 2\hat{j} + 2\hat{k}$

এবং $\vec{u}$ এর মান, $u = \sqrt{3^2 + 2^2 + 2^2}$

$= \sqrt{17}\ \text{ms}^{-1}$



চিত্র-ক



চিত্র-খ

দেওয়া আছে, দৃশ্যকল্প-১ এ $\vec{v}$ ও $\vec{u}$ যথাক্রমে নৌকা ও নদীর স্রোতের বেগ নির্দেশ করে যাদের মধ্যবর্তী কোণ α_1 এবং সর্বনিম্ন পথে তথা সোজাসুজিভাবে নৌকাটির নদী পার হতে সময় লাগে 4 মিনিট (চিত্র-ক)।

এক্ষেত্রে, স্রোতের বেগের সাথে নৌকার লব্ধি বেগের দিক, $\theta = 90°$।

তখন, $\tan\theta = \dfrac{v\sin\alpha_1}{u + v\cos\alpha_1}$

$$\Rightarrow \tan 90° = \frac{v\sin\alpha_1}{u + v\cos\alpha_1}$$

$$\Rightarrow \infty = \frac{v\sin\alpha_1}{u + v\cos\alpha_1}$$

$$\Rightarrow u + v\cos\alpha_1 = 0 \quad \left[\because \frac{\text{যেকোনো সংখ্যা}}{0} = \infty\right]$$

$$\Rightarrow \cos\alpha_1 = -\frac{u}{v} \; \dots\dots\dots \; (1)$$

এখন, নৌকার লব্ধি বেগ $\vec{r}$ ও নদীর প্রস্থ d হলে, $r = \sqrt{u^2 + v^2 + 2uv\cos\alpha_1}$

$$= \sqrt{u^2 + v^2 + 2uv\left(-\frac{u}{v}\right)} \quad \left[(1) \text{ নং হতে } \cos\alpha_1 = -\frac{u}{v} \text{ বসিয়ে}\right]$$

$$= \sqrt{u^2 + v^2 - 2u^2}$$

$$= \sqrt{v^2 - u^2}$$

$$= \sqrt{7^2 - (\sqrt{17})^2}$$

$$= \sqrt{32}$$

$$= 5.657 \text{ ms}^{-1}$$

এবং $d = rt$ [এখানে, নদী পার হওয়ার সময়, $t = 4$ min $= 240$ s]

$$= 5.657 \times 240$$

$$= 1357.68 \text{ m}$$

ধরি, একই নৌকার বেগ ও স্রোতের বেগে মাঝিটি নৌকা নিয়ে ন্যূনতম সময়ে নদী পার হতে চায়। এক্ষেত্রে নৌকার মাঝিকে স্রোতের সাথে লম্বদিকে নৌকা চালনা করতে হবে; অর্থাৎ, নৌকার বেগ ও স্রোতের বেগের মধ্যবর্তী কোণ, $\alpha_2 = 90°$ (চিত্র-খ) হবে।

তখন, নদী পার হওয়ার ন্যূনতম সময়, $t_{min} = \dfrac{d}{v}$ এবং নৌকার লব্ধি বেগ, $w = \sqrt{u^2 + v^2 + 2uv\cos\alpha_2}$

$$= \sqrt{u^2 + v^2 + 2uv \cdot 0}$$

$$= \sqrt{u^2 + v^2}$$

∴ সর্বনিম্ন সময়ে নৌকার অতিক্রান্ত দূরত্ব, $s = wt_{min}$

$$= \sqrt{u^2 + v^2} \times \frac{d}{v}$$

$$= \sqrt{(\sqrt{17})^2 + 7^2} \times \frac{1357.68}{7}$$

$$= \sqrt{66} \times \frac{1357.64}{7}$$

$$= 1575.68 \text{ m}$$

এখানে, $s > d$।

সুতরাং, দৃশ্যকল্প-১ এ যদি নৌকার মাঝি ন্যূনতম সময়ে নদী পার হতে চায় তবে সে নদীর প্রস্থ অপেক্ষা বেশি দূরত্ব অতিক্রম করবে।

iii এখানে, প্রদত্ত ভেক্টরদ্বয়, $\vec{u} = 3\hat{i} + 2\hat{j} + 2\hat{k}$ এবং $\vec{v} = 2\hat{i} + 3\hat{j} - x\hat{k}$ ।

সুতরাং, ভেক্টরদ্বয়ের স্কেলার গুণফল, $\vec{u}\cdot\vec{v} = \left(3\hat{i} + 2\hat{j} + 2\hat{k}\right)\cdot\left(2\hat{i} + 3\hat{j} - x\hat{k}\right)$

$$= 6 + 6 - 2x$$
$$= 12 - 2x$$

এবং ভেক্টরদ্বয়ের ভেক্টর গুণফল, $\vec{u}\times\vec{v} = \left(3\hat{i} + 2\hat{j} + 2\hat{k}\right)\times\left(2\hat{i} + 3\hat{j} - x\hat{k}\right)$

$$= \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 3 & 2 & 2 \\ 2 & 3 & -x \end{vmatrix}$$
$$= \hat{i}(-2x - 6) - \hat{j}(-3x - 4) + \hat{k}(9 - 4)$$
$$= -(2x + 6)\hat{i} + (3x + 4)\hat{j} + 5\hat{k}$$

অতএব, ভেক্টরদ্বয়ের গুণফলের মান, $\left|\vec{u}\times\vec{v}\right| = \sqrt{\{-(2x + 6)\}^2 + (3x + 4)^2 + 5^2}$

$$= \sqrt{(2x + 6)^2 + (2x + 4)^2 + 5^2}$$

প্রশ্নমতে, $\vec{u}\cdot\vec{v} = \left|\vec{u}\times\vec{v}\right|$

$$\Rightarrow 12 - 2x = \sqrt{(2x + 6)^2 + (3x + 4)^2 + 5^2}$$
$$\Rightarrow (12 - 2x)^2 = (2x + 6)^2 + (3x + 4)^2 + 5^2$$
$$\Rightarrow 144 - 48x + 4x^2 = 4x^2 + 24x + 36 + 9x^2 + 24x + 16 + 25$$
$$\Rightarrow 9x^2 + 96x - 67 = 0$$
$$\Rightarrow x = \frac{-96 \pm \sqrt{(96)^2 - 4\times 9\,(-67)}}{2\times 9}$$
$$= \frac{-96 \pm 6\sqrt{323}}{2\times 9}$$
$$= \frac{-16 \pm \sqrt{323}}{3}$$

$= 0.6574$ অথবা, -11.324

সুতরাং, দৃশ্যকল্প-১ এ x এর মান 0.6574 অথবা, – 11.324 হলে $\vec{u}$ এবং $\vec{v}$ ভেক্টরদ্বয়ের স্কেলার গুণফল ও ভেক্টর গুণফলের মান সমান। [Ans.]

iv ধরি, দৃশ্যকল্প-২ এ হাসানের নৌকার বেগ = P এবং স্রোতের বেগ = Q ।

প্রশ্নানুসারে, $P + Q = 6$ ……… (1)

$P - Q = 2$ ……… (2)

সমীকরণ (1) ও (2) যোগ করে পাই,

$$2P = 8$$
$$\Rightarrow P = \frac{8}{2} = 4\ \text{kmh}^{-1}$$

এবং সমীকরণ (1) থেকে (2) বিয়োগ করে পাই,

$$2Q = 4$$
$$\Rightarrow Q = \frac{4}{2} = 2\ \text{kmh}^{-1}$$

ধরা যাক, স্রোতের সাথে α কোণ করে নৌকা চালনা করলে তা R বেগে সোজা অপর পাড়ে B বিন্দুতে পৌঁছাবে। এক্ষেত্রে Q ও P এর মধ্যবর্তী কোণ, $\theta = 90°$ ।

$$\therefore \tan\theta = \frac{P\sin\alpha}{Q + P\cos\alpha}$$
$$\Rightarrow \tan 90° = \frac{4\sin\alpha}{2 + 4\cos\alpha}$$
$$\Rightarrow \infty = \frac{4\sin\alpha}{2 + 4\cos\alpha}$$
$$\Rightarrow 2 + 4\cos\alpha = \frac{4\sin\alpha}{\infty}$$

$$\Rightarrow 2(1 + 2\cos\alpha) = 0$$
$$\Rightarrow 1 + 2\cos\alpha = 0$$
$$\Rightarrow 2\cos\alpha = -1$$
$$\Rightarrow \cos\alpha = -\frac{1}{2}$$
$$\Rightarrow \alpha = \cos 120^\circ$$
$$\therefore \alpha = 120^\circ$$

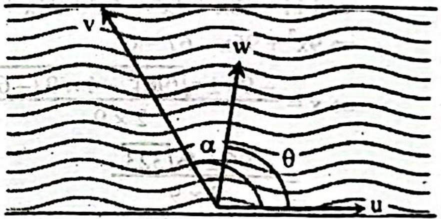
সুতরাং, দৃশ্যকল্প-২ এ α এর মান 120° হলে হাসান নৌকা নিয়ে A বিন্দু থেকে যাত্রা শুরু করে B বিন্দুতে গিয়ে পৌঁছাবে। [Ans.]

v আমরা জানি,

$$R = \sqrt{P^2 + Q^2 + 2PQ\cos\alpha}$$
$$= \sqrt{4^2 + 2^2 + 2 \times 4 \times 2 \times \cos 120^\circ}$$
$$= \sqrt{16 + 4 + 2 \times 4 \times 2 \times \left(-\frac{1}{2}\right)}$$
$$= \sqrt{16 + 4 - 8}$$
$$= \sqrt{16 - 4}$$
$$= \sqrt{12}$$
$$= 3.46 \text{ kmh}^{-1}$$

(iv) হতে পাই, দৃশ্যকল্প-২ এ–
হাসানের নৌকার বেগ, $P = 4 \text{ kmh}^{-1}$
স্রোতের বেগ, $Q = 2 \text{ kmh}^{-1}$
হাসানের নৌকার বেগ ও স্রোতের বেগের মধ্যবর্তী কোণ, $\alpha = 120^\circ$
নৌকার লব্ধি বেগ, $R = ?$

সুতরাং, দৃশ্যকল্প-২ এ নৌকার লব্ধি বেগ 3.46 kmh^{-1} [Ans.]



vi আমরা জানি, v বেগে গতিশীল কোনো নৌকা u বেগের স্রোতের সাথে α কোণ উৎপন্ন করলে এবং নৌকার লব্ধিবেগ w, u এর সাথে θ কোণ উৎপন্ন করলে (চিত্র), লম্বাংশ সূত্রানুসারে,

$$w\sin\theta = u\sin 0^\circ + v\sin\alpha = v\sin\alpha$$

এখন, নদীর প্রস্থ d ও নদী পার হতে প্রয়োজনীয় সময় t হলে,

$$t = \frac{d}{w\sin\theta}$$
$$\Rightarrow t = \frac{d}{v\sin\alpha}$$

সুতরাং,
AC বরাবর নৌকা চালিয়ে হাসানের B বিন্দুতে পৌঁছতে প্রয়োজনীয় সময়,

$$t_1 = \frac{d}{P\sin\alpha}$$
$$= \frac{3}{4 \times \sin 120^\circ}$$
$$= 0.87 \text{ h}$$

এখানে, দৃশ্যকল্প-২ এ–
নদীর প্রস্থ, $d = 3$ km
হাসান ও হোসেন উভয়ের নৌকার বেগ, $P = 4 \text{ kmh}^{-1}$
হাসানের নৌকার বেগ ও স্রোতের বেগের মধ্যবর্তী কোণ, $\alpha = 120^\circ$ [(iv) হতে পাই]
হোসেনের নৌকার বেগ ও স্রোতের বেগের মধ্যবর্তী কোণ, $\alpha' = 90^\circ$

সুতরাং, AB বরাবর নৌকা চালিয়ে হোসেনের D বিন্দুতে পৌঁছতে প্রয়োজনীয় সময়,

$$t_2 = \frac{d}{P\sin\alpha'}$$
$$= \frac{3}{4 \times \sin 90^\circ}$$
$$= 0.75 \text{ h}$$

এখানে, $t_2 < t_1$।

সুতরাং, দৃশ্যকল্প-২ এ হাসান ও হোসেনের মধ্যে হোসেনের নৌকার অপর পাড়ে পৌঁছাতে কম সময় লাগবে। [Ans.]

vii B বিন্দু থেকে D বিন্দুতে পৌঁছাতে আরিফের প্রয়োজনীয় সময়,

$$t' = \frac{s}{V}$$
$$= \frac{3}{4}$$

এখানে, দৃশ্যকল্প-২ এ–
আরিফের বেগ, $V = 4 \text{ kmh}^{-1}$
B বিন্দু থেকে D বিন্দুর দূরত্ব, $s = 3$ km

= 0.75 h; যা AB বরাবর নৌকা চালিয়ে হাসানের D বিন্দুতে পৌঁছতে প্রয়োজনীয় সময় t_2 এর সমান।

সুতরাং, দৃশ্যকল্প-২ এ আরিফ ও হোসেনের সাক্ষাৎ একই সময়ে হবে।

Comprehensive Questions

প্রশ্ন নং-৫ ভেক্টর ক্যালকুলাস (গ্র্যাডিয়েন্ট, ডাইভারজ্যান্স ও কার্ল) সম্পর্কিত

একদিন একটি অঞ্চলের তাপমাত্রা ও বাতাসের বেগ পাওয়া গেলো যথাক্রমে, $Q = 2xy^2z^3 - 4xy$ ও $\vec{v} = (y^2 \cos x + z^3)\,\hat{i} + (2y \sin x - 4)\,\hat{j} + (3x\,z^2 + 2)\,\hat{k}$। এছাড়াও, $\vec{A} = (6xy + z^3)\,\hat{i} + (3x^2 - z)\,\hat{j} + (3x\,z^2 - y)\,\hat{k}$, $\vec{C} = x^2y\,\hat{i} + y^2z\,\hat{j} + z^2x\,\hat{k}$ এবং $\vec{r} = ax\hat{i} + y\hat{j} + 2\hat{k}$ অপর তিনটি ভেক্টরক্ষেত্র।

(i) **(1, – 1, 2) বিন্দুতে ঐ অঞ্চলের তাপমাত্রার গ্র্যাডিয়েন্ট নির্ণয় করো।** *(প্রয়োগমূলক)* *[চ.বো.'২২; অনুরূপ: সি.বো.'২২]*

(ii) **(2, 1, – 1) বিন্দুতে $\vec{A}$ এর ডাইভারজেন্স এবং ভেক্টর ক্ষেত্রটি সলিনয়ডাল কিনা তা নির্ণয় করো।** *(প্রয়োগমূলক)* *[ব.বো.'২২; অনুরূপ: সি.বো.'২৫,'২৪]*

(iii) **a এর মান কত হলে $\vec{r}$ ভেক্টরের ক্ষেত্রটি সলিনয়ডাল হবে নির্ণয় কর।** *(প্রয়োগমূলক)* *[দি.বো.'২৪]*

(iv) **(2, – 1, 2) বিন্দুতে $\vec{C}$ ভেক্টরক্ষেত্রটি কোনো তরলের উৎস হিসেবে কাজ করবে কি-না? গাণিতিকভাবে ব্যাখ্যা করো।** *(উচ্চতর দক্ষতামূলক)* *[অনুরূপ: ব.বো.'২৫]*

(v) **ঐদিন ঐ অঞ্চলের বাতাসে কোনো ঘূর্ণন ছিলো কি-না— তা গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে মত দাও।** *(উচ্চতর দক্ষতামূলক)* *[চ.বো.'২২; অনুরূপ: সি.বো.'২৪; রা.বো.'২২; ব.বো.'২২]*

(vi) **Q ও $\vec{C}$ এর সাহায্যে গাণিতিক বিশ্লেষণ করে দেখাও যে, একটি স্কেলার ক্ষেত্রকে একটি ভেক্টর ক্ষেত্রে এবং একটি ভেক্টর ক্ষেত্রকে একটি স্কেলার ক্ষেত্রে রূপান্তর করা যায়।** *(উচ্চতর দক্ষতামূলক)* *[অনুরূপ: য.বো.'২৫]*

(vii) **গাণিতিক বিশ্লেষণের সাহায্যে দেখাও যে, $\vec{C}$ ভেক্টরের কার্লের ডাইভারজেন্স শূন্য।** *(উচ্চতর দক্ষতামূলক)* *[অনুরূপ: রা.বো.'২৫; চ.বো.'১৯]*

উত্তর

i এখানে, অঞ্চলটির তাপমাত্রা, $Q = 2xy^2z^3 - 4xy$

সুতরাং, অঞ্চলটির তাপমাত্রার গ্র্যাডিয়েন্ট, $\vec{\nabla}Q = \left(\hat{i}\frac{\partial}{\partial x} + \hat{j}\frac{\partial}{\partial y} + \hat{k}\frac{\partial}{\partial z}\right)(2xy^2z^3 - 4xy)$

$$= \hat{i}\frac{\partial}{\partial x}(2xy^2z^3 - 4xy) + \hat{j}\frac{\partial}{\partial y}(2xy^2z^3 - 4xy) + \hat{k}\frac{\partial}{\partial z}(2xy^2z^3 - 4xy)$$

$$= (2y^2z^3 - 4y)\hat{i} + (4xyz^3 - 4x)\hat{j} + 6xy^2z^2\hat{k}$$

(1, – 1, 2) বিন্দুতে অঞ্চলটির তাপমাত্রার গ্র্যাডিয়েন্ট, $\vec{\nabla}Q = \{2 \times (-1)^2 \times 2^3 - 4 \times (-1)\}\hat{i} + \{4 \times 1 \times (-1) \times 2^3 - 4 \times 1\}\hat{j} + 6 \times 1 \times (-1)^2 \times 2^2\hat{k}$

$$= (16 + 4)\hat{i} + (-32 - 4)\hat{j} + 24\hat{k}$$

$$= 20\hat{i} - 36\hat{j} + 24\hat{k}$$

সুতরাং, (1, – 1, 2) বিন্দুতে ঐ অঞ্চলের তাপমাত্রার গ্র্যাডিয়েন্ট $20\hat{i} - 36\hat{j} + 24\hat{k}$। [Ans.]

ii $\vec{A}$ এর ডাইভারজেন্স, $\vec{\nabla} \cdot \vec{A} = \left(\hat{i}\frac{\partial}{\partial x} + \hat{j}\frac{\partial}{\partial y} + \hat{k}\frac{\partial}{\partial z}\right) \cdot \{(6xy + z^3)\hat{i} + (3x^2 - z)\hat{j} + (3xz^2 - y)\hat{k}\}$

$$= \frac{\partial}{\partial x}(6xy + z^3) + \frac{\partial}{\partial y}(3x^2 - z) + \frac{\partial}{\partial z}(3xz^2 - y)$$

$$= 6y + 0 + 6xz$$

$$= 6(xz + y)$$

এখানে,
$\vec{A} = (6xy + z^3)\hat{i} + (3x^2 - z)\hat{j} + (3xz^2 - y)\hat{k}$

$\therefore$ (2, 1, – 1) বিন্দুতে $\vec{A}$ এর ডাইভারজেন্স $= 6\{2 \times (-1) + 1\} = -6$ **[Ans.]**

আবার, $\vec{\nabla} \cdot \vec{A} \neq 0$

সুতরাং, $\vec{A}$ ভেক্টরটি সলিনয়েডাল নয়। [Ans.]

iii কোন অবস্থান ভেক্টর ক্ষেত্রের ডাইভারজেন্স শূন্য হলে ঐ ভেক্টর ক্ষেত্রটিকে সলিনয়ডাল বলে।

এখানে, $\vec{r} = ax\hat{i} + y\hat{j} + 2\hat{k}$

$\therefore$ ভেক্টর ক্ষেত্রের ডাইভারজেন্স, $\vec{\nabla} \cdot \vec{r} = \left(\hat{i}\frac{\partial}{\partial x} + \hat{j}\frac{\partial}{\partial y} + \hat{k}\frac{\partial}{\partial z}\right) \cdot \left(ax\hat{i} + y\hat{j} + 2\hat{k}\right)$

$$= \frac{\partial}{\partial x}(ax) + \frac{\partial}{\partial y}(y) + \frac{\partial}{\partial z}(2)$$

$$= a + 1$$

প্রশ্নমতে, $\vec{\nabla} \cdot \vec{r} = 0$

$\Rightarrow a + 1 = 0$

$\Rightarrow a = -1$

সুতরাং, a এর মান – 1 হলে ভেক্টর ক্ষেত্রটি সলিনয়ডাল হবে। [Ans.]

CS CamScanner

iv এখানে, $\vec{C} = x^2y\,\hat{i} + y^2z\,\hat{j} + z^2x\,\hat{k}$

$\therefore$ $\vec{C}$ এর ডাইভারজেন্স, $\vec{\nabla}\cdot\vec{C} = \left(\hat{i}\frac{\partial}{\partial x} + \hat{j}\frac{\partial}{\partial y} + \hat{k}\frac{\partial}{\partial z}\right)\cdot\left(x^2y\,\hat{i} + y^2z\,\hat{j} + z^2x\,\hat{k}\right)$

$$= \frac{\partial}{\partial x}(x^2y) + \frac{\partial}{\partial y}(y^2z) + \frac{\partial}{\partial z}(z^2x) = 2xy + 2yz + 2zx$$

$\therefore$ $(2, -1, 2)$ বিন্দুতে $\vec{C}$ এর ডাইভারজেন্স $= 2\times2\times(-1) + 2\times(-1)\times2 + 2\times2\times2$

$$= -4 - 4 + 8 = 0$$

আমরা জানি, কোনো নির্দিষ্ট বিন্দুতে কোনো ভেক্টরক্ষেত্রের ডাইভারজেন্স ধনাত্মক হলে ভেক্টরক্ষেত্রটি কোনো তরলের উৎস হিসেবে কাজ করবে।

যেহেতু $\vec{C}$ এর ডাইভারজেন্স শূন্য; তাই বলা যায়, **(2, – 1, 2) বিন্দুতে $\vec{C}$ ভেক্টরক্ষেত্রটি কোনো তরলের উৎস হিসেবে কাজ করবে না।**

v বাতাসের বেগের কার্ল,

$$\vec{\nabla}\times\vec{v} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ y^2\cos x + z^3 & 2y\sin x - 4 & 3xz^2 + 2 \end{vmatrix}$$

এখানে,
অঞ্চলটির বাতাসের বেগ,
$\vec{v} = (y^2\cos x + z^3)\hat{i} + (2y\sin x - 4)\hat{j} + (3xz^2 + 2)\hat{k}$

$$= \hat{i}\left\{\frac{\partial}{\partial y}(3xz^2+2) - \frac{\partial}{\partial z}(2y\sin x - 4)\right\} - \hat{j}\left\{\frac{\partial}{\partial x}(3xz^2+2) - \frac{\partial}{\partial z}(y^2\cos x + z^3)\right\} + \hat{k}\left\{\frac{\partial}{\partial x}(2y\sin x - 4) - \frac{\partial}{\partial y}(y^2\cos x + z^3)\right\}$$

$$= \hat{i}(0-0) - \hat{j}(3z^2 - 3z^2) + \hat{k}\,(2y\cos x - 2y\cos x)$$

$$= 0\hat{i} + 0\hat{j} + 0\hat{k} = \vec{0}$$

আমরা জানি, কোনো ভেক্টরের কার্ল শূন্য হলে ভেক্টরটি অঘূর্ণনশীল হবে। যেহেতু $\vec{v}$ এর কার্ল শূন্য।

সুতরাং, **ঐদিন ঐ অঞ্চলের বাতাসে কোনো ঘূর্ণন ছিলো না।**

Note

যে ভেক্টর ক্ষেত্র কোনো একটি স্কেলার ক্ষেত্রের গ্রেডিয়েন্ট তাকে একটি সংরক্ষণশীল (conservative) ভেক্টর ক্ষেত্র বলে। $\phi(x, y, z)$ কোনো স্কেলার ক্ষেত্র হলে, $\vec{A} = \vec{\nabla}\phi$ হবে একটি সংরক্ষণশীল ভেক্টরক্ষেত্র। সেক্ষেত্রে ভেক্টর ক্ষেত্রটির কার্ল, $\vec{\nabla}\times\vec{A} = \vec{\nabla}\times\vec{\nabla}\phi = \vec{0}$। **কেননা একটি স্কেলার ক্ষেত্রের গ্রেডিয়েন্টের কার্ল সর্বদা শূন্য হবে। তাই, কোনো ভেক্টরক্ষেত্র সংরক্ষণশীল হলে ভেক্টর ক্ষেত্রটির কার্ল শূন্য হবে।**

vi (i) নং হতে পাই, Q এর গ্র্যাডিয়েন্ট, $\vec{\nabla}Q = (2y^2z^3 - 4y)\hat{i} + (4xyz^3 - 4x)\hat{j} + 6xy^2z^2\hat{k}$; যা একটি ভেক্টর ক্ষেত্র।

এবং (iv) নং হতে পাই, $\vec{C}$ এর ডাইভারজেন্স, $\vec{\nabla}\cdot\vec{C} = 2xy + 2yz + 2zx$; যা একটি স্কেলার ক্ষেত্র।

সুতরাং, Q এর গ্র্যাডিয়েন্ট ও $\vec{C}$ এর ডাইভারজেন্স এর সাহায্যে এটি প্রতিয়মান যে, একটি স্কেলার ক্ষেত্রকে একটি ভেক্টর ক্ষেত্রে এবং একটি ভেক্টর ক্ষেত্রকে একটি স্কেলার ক্ষেত্রে রূপান্তর করা যায়।

vii দেওয়া আছে, $\vec{\nabla} = \hat{i}\frac{\partial}{\partial x} + \hat{j}\frac{\partial}{\partial y} + \hat{k}\frac{\partial}{\partial z}$

$$\therefore \vec{\nabla}\times\vec{C} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ x^2y & y^2z & z^2x \end{vmatrix}$$

এখানে,
$\vec{C} = x^2y\hat{i} + y^2z\hat{j} + z^2x\hat{k}$

$$= \hat{i}\left\{\frac{\partial}{\partial y}(z^2x) - \frac{\partial}{\partial z}(y^2z)\right\} - \hat{j}\left\{\frac{\partial}{\partial x}(z^2x) - \frac{\partial}{\partial z}(x^2y)\right\} + \hat{k}\left\{\frac{\partial}{\partial x}(y^2z) - \frac{\partial}{\partial y}(x^2y)\right\}$$

$$= \hat{i}(0 - y^2) - \hat{j}(z^2 - 0) + \hat{k}\,(0 - x^2)$$

$$= -\hat{i}y^2 - \hat{j}z^2 - \hat{k}x^2 = -\left(\hat{i}y^2 + \hat{j}z^2 + \hat{k}x^2\right)$$

এখন, $\vec{\nabla}\cdot\left(\vec{\nabla}\times\vec{C}\right) = \left(\hat{i}\frac{\partial}{\partial x} + \hat{j}\frac{\partial}{\partial y} + \hat{k}\frac{\partial}{\partial z}\right)\cdot\left\{-\left(\hat{i}y^2 + \hat{j}z^2 + \hat{k}x^2\right)\right\}$

$$= -\left\{\frac{\partial}{\partial x}(y^2) + \frac{\partial}{\partial y}(z^2), + \frac{\partial}{\partial z}(x^2)\right\}$$

$$= -(0 + 0 + 0)$$

$$= 0$$

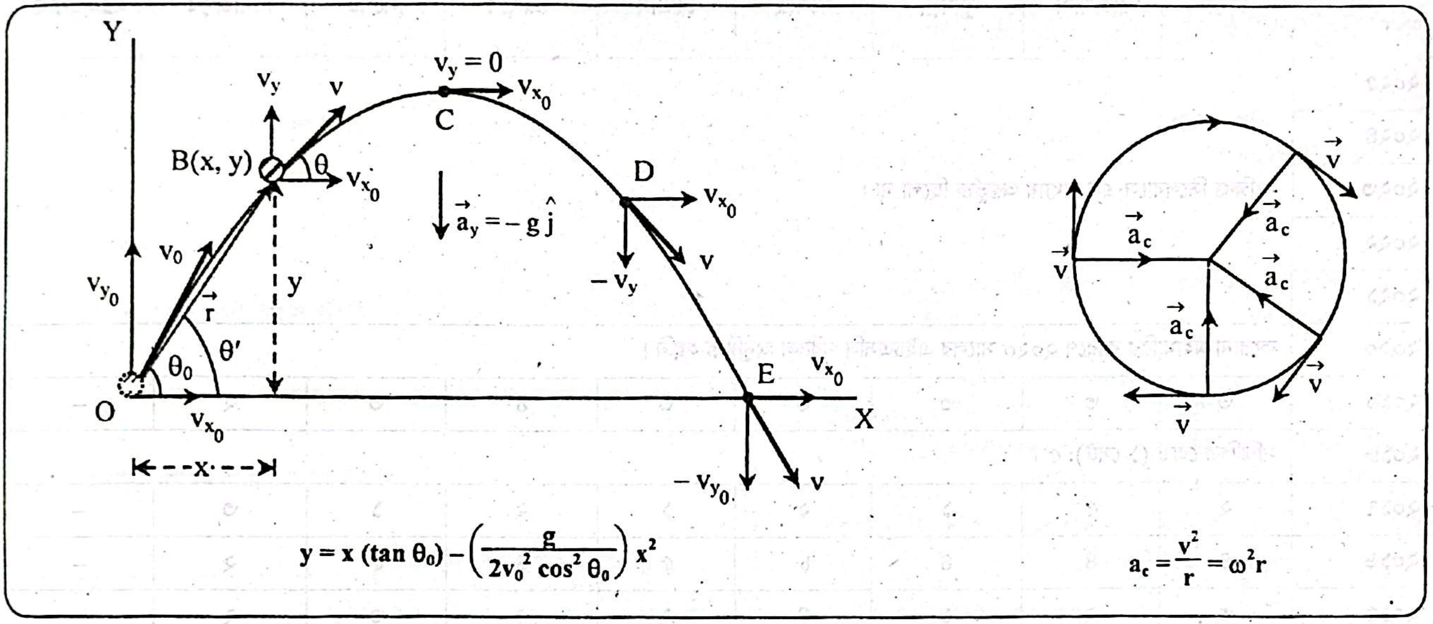
$$\therefore \vec{\nabla}\cdot\left(\vec{\nabla}\times\vec{C}\right) = 0$$

সুতরাং, উপরোক্ত গাণিতিক বিশ্লেষণ হতে বলা যায়, **$\vec{C}$ ভেক্টরের কার্লের ডাইভারজেন্স শূন্য হবে।**

অধ্যায় ৩

গতিবিদ্যা

Dynamics


Y
X
O
B(x, y)
C
D
E
$v_y = 0$
v_y
v
v_{x_0}
θ
v_0
v_{y_0}
$\vec{r}$
θ_0
θ′
y
x
$\vec{a}_y = -g\hat{j}$
$-v_y$
$-v_{y_0}$
$y = x(\tan\theta_0) - \left(\frac{g}{2v_0^2\cos^2\theta_0}\right)x^2$
$\vec{v}$
$\vec{a}_c$
$a_c = \frac{v^2}{r} = \omega^2 r$

CHAPTER INDEX

বিষয়বস্তু	পৃষ্ঠা নং
Board Questions Analysis	৮০
Chapter Analysis	৮১
Crash Course	৮২-১০০
• প্রয়োজনীয় তত্ত্ব, সূত্র, প্রতীক ও একক পরিচিতি	৮৩
• গুরুত্বপূর্ণ লেখচিত্রসমূহ	৮৮
• MCQ এর জন্য গুরুত্বপূর্ণ তথ্যসমূহ	৮৯
• MCQ এর জন্য গুরুত্বপূর্ণ গাণিতিক সমস্যাবলি	৯১
Short Question-Answer	১০১-১০৭
• জ্ঞানমূলক প্রশ্নোত্তর	১০২
• অনুধাবনমূলক প্রশ্নোত্তর	১০৪
Comprehensive Questions	১০৮-১১৬

BOARD QUESTIONS ANALYSIS

এই অধ্যায় থেকে বিভিন্ন বোর্ডে বিগত **বছরগুলোতে এইচএসসি পরীক্ষায় ১০৯টি বহুনির্বাচনি প্রশ্ন ও ৩০টি সৃজনশীল প্রশ্ন এসেছে।** নিচের 'Board Questions Analysis' অংশে এই অধ্যায় থেকে কোন সালে কোন বোর্ডে কতটি প্রশ্ন হয়েছে তা দেখানো হলো।

☑ বহুনির্বাচনি প্রশ্ন

বোর্ড সাল	ঢাকা	রাজশাহী	কুমিল্লা	যশোর	চট্টগ্রাম	বরিশাল	সিলেট	দিনাজপুর	ময়মনসিংহ
২০২৫	সংক্ষিপ্ত সিলেবাসে এই অধ্যায় অন্তর্ভুক্ত ছিলো না।								
২০২৪									
২০২৩									
২০২২									
২০২১									
২০২০	করোনা মহামারির কারণে ২০২০ সালের এইচএসসি পরীক্ষা অনুষ্ঠিত হয়নি।								
২০১৯	৩	৩	৩	৩	৩	৪	৩	২	–
২০১৮	সম্মিলিত বোর্ড (১ সেট): ৫।								
২০১৭	২	৫	১	২	১	২	১	৩	–
২০১৬	৪	৪	৪	৮	৫	৪	৫	২	–
২০১৫	৩	২	৬	৪	২	৩	৩	২	–

☑ সৃজনশীল প্রশ্ন

বোর্ড সাল	ঢাকা	রাজশাহী	কুমিল্লা	যশোর	চট্টগ্রাম	বরিশাল	সিলেট	দিনাজপুর	ময়মনসিংহ
২০২৫	সংক্ষিপ্ত সিলেবাসে এই অধ্যায় অন্তর্ভুক্ত ছিলো না।								
২০২৪									
২০২৩									
২০২২									
২০২১									
২০২০	করোনা মহামারির কারণে ২০২০ সালের এইচএসসি পরীক্ষা অনুষ্ঠিত হয়নি।								
২০১৯	১	১	১	১	১	১	১	১	–
২০১৮	সম্মিলিত বোর্ড (২ সেট): ২								
২০১৭	১	১	২	১	১	–	১	১	–
২০১৬	–	১	১	১	–	১	–	১	–
২০১৫	১	১	১	১	২	১	–	–	–

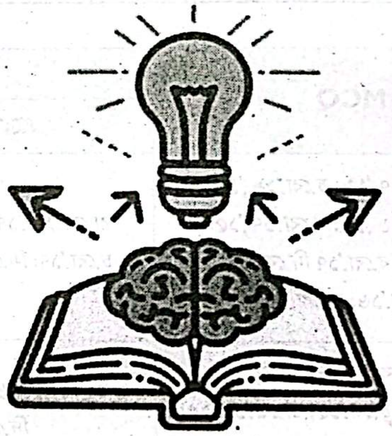
CHAPTER ANALYSIS

প্রিয় শিক্ষার্থী

এই অধ্যায়ের কোন Topic গুলো HSC পরীক্ষার জন্য গুরুত্বপূর্ণ তা নিচের চার্ট থেকে বুঝতে পারবে।
যেসব Topic থেকে প্রায়ই HSC পরীক্ষা প্রশ্ন হয়ে থাকে সে Topic গুলোকে অধিক গুরুত্ব দিবে।

Topic	MCQ	CQ	
		প্রয়োগমূলক	উচ্চতর দক্ষতামূলক
গতিবিদ্যার বিভিন্ন রাশিমালা নির্ণয় সম্পর্কিত	কু.বো.'১৯,'১৭,'১৬; চ.বো.'১৯,'১৬; রা.বো.'১৭,'১৬,'১৫; ব.বো.'১৭,'১৫; য.বো.'১৬,'১৫; ব.বো.'১৭ দি.বো.'১৭,'১৬; সি.বো.'১৬; ঢা.বো.'১৫	রা.বো.'১৯,'১৭,'১৬; কু.বো.'১৯; চ.বো.'১৭; সি.বো.'১৭; য.বো.'১৫	কু.বো.'১৯; রা.বো.'১৯,'১৭,'১৬; চ.বো.'১৭; সি.বো.'১৭
প্রাস ও প্রাসের রাশিমালা সম্পর্কিত	ঢা.বো.'১৯; ব.বো.'১৯; দি.বো.'১৫; সি.বো.'১৯,'১৫; চ.বো.'১৫; রা.বো.'১৭,'১৫; য.বো.'১৯,'১৬; কু.বো.'১৬,'১৫	য.বো.'১৯,'১৬; ব.বো.'১৯,'১৫; দি.বো.'১৯	য.বো.'১৯,'১৬; ব.বো.'১৯,'১৫; দি.বো.'১৯
প্রাসের বাস্তবিক প্রয়োগ সম্পর্কিত	—	ঢা.বো.'১৯,'১৭,'১৫; চ.বো.'১৯,'১৫; সি.বো.'১৯; সম্মিলিত বো.'১৮; কু.বো.'১৭,'১৬,'১৫; য.বো.'১৭; দি.বো.'১৭,'১৬; ব.বো.'১৬; রা.বো.'১৫	ঢা.বো.'১৯,'১৭,'১৫; চ.বো.'১৯,'১৫; সি.বো.'১৯; সম্মিলিত বো.'১৮; কু.বো.'১৭,'১৬,'১৫; য.বো.'১৭,'১৫; দি.বো.'১৭,'১৬; ব.বো.'১৬; রা.বো.'১৫

CS CamScanner



Crash Course

প্রিয় শিক্ষার্থী,

Crash Course-এ বিগত বছরগুলোর HSC পরীক্ষার বহুনির্বাচনি প্রশ্নগুলো বিশ্লেষণ করে–

- গুরুত্বপূর্ণ তথ্যসমূহ টপিক অনুসারে সাজানো হয়েছে যেন, শেষ মুহূর্তে গুছিয়ে রিভিশন করতে পারো।
- 'প্রয়োজনীয় তত্ত্ব, সূত্র, প্রতীক ও একক পরিচিতি' সন্নিবেশিত হয়েছে, যেগুলো আয়ত্তে আনার মাধ্যমে তোমরা সহজে বহুনির্বাচনি অংশের প্রস্তুতি নিতে পারবে।
- এছাড়াও MCQ এর জন্য গুরুত্বপূর্ণ গাণিতিক সমস্যাবলির সমাধান Topic অনুসারে সাজানো হয়েছে, সাথে Similar Problems ও যুক্ত করা হয়েছে, যাতে তোমাদের পরীক্ষার প্রস্তুতি হয় পূর্ণাঙ্গ।

CS CamScanner

প্রয়োজনীয় তত্ত্ব, সূত্র, প্রতীক ও একক পরিচিতি

◆ **পড়ন্ত বস্তুর সূত্রাবলি:**

- একমাত্রিক গতিসম্পন্ন পড়ন্ত বস্তু সম্পর্কে বিজ্ঞানী গ্যালিলিও তিনটি সূত্র বের করেন।
- **প্রথম সূত্র:** স্থির অবস্থান এবং একই উচ্চতা থেকে বিনা বাধায় সব পড়ন্ত বস্তু সমান সময়ে সমান পথ অতিক্রম করে।
- **দ্বিতীয় সূত্র:** স্থির অবস্থান থেকে বিনা বাধায় পড়ন্ত বস্তুর নির্দিষ্ট সময়ে প্রাপ্ত বেগ ঐ সময়ের সমানুপাতিক। অর্থাৎ স্থির অবস্থান থেকে বিনা বাধায় কোনো পড়ন্ত বস্তু t সময় পরে v বেগ প্রাপ্ত হলে, $v \propto t$। *[য.বো.'১৬]*
- **তৃতীয় সূত্র:** স্থির অবস্থান থেকে বিনা বাধায় পড়ন্ত বস্তু নির্দিষ্ট সময়ে যে দূরত্ব অতিক্রম করে তা ঐ সময়ের বর্গের সমানুপাতিক। অর্থাৎ স্থির অবস্থান থেকে বিনা বাধায় কোনো পড়ন্ত বস্তু t সময়ে h দূরত্ব অতিক্রম করলে $h \propto t^2$ হবে। *[দি.বো.'১৬]*

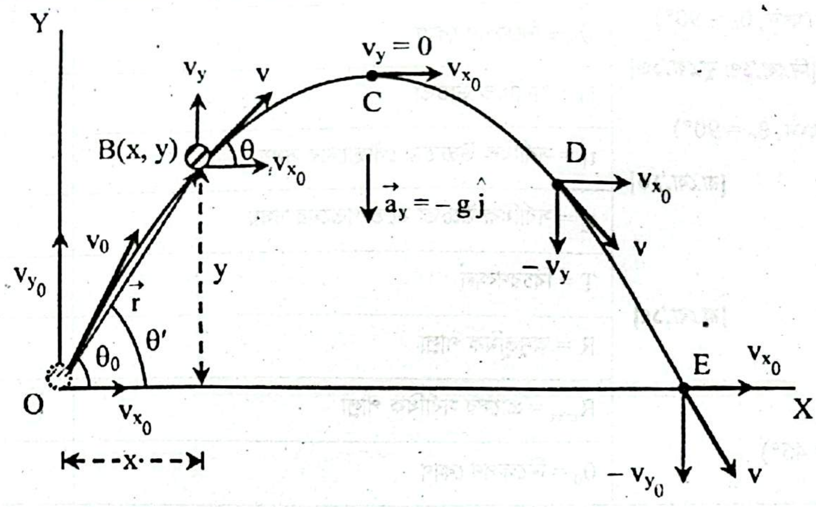
সূত্র	প্রতীক পরিচিতি	একক
➲ সরণ, বেগ ও ত্বরণ সম্পর্কিত		
■ অবস্থান ভেক্টরের ক্ষেত্রে– • $\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{d\vec{s}}{dt}$ *[য.বো.'১৬]* • $\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d^2\vec{r}}{dt^2}$ **■ একমাত্রিক গতির ক্ষেত্রে–** • $v = \frac{dx}{dt}$ • $a = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2}$	$\vec{r}/\vec{s}$ = সরণ	মিটার (m)
	$\vec{v}$ = বেগ	মিটার/সে. (ms^{-1})
	$\vec{a}$ = ত্বরণ	মিটার/সে.² (ms^{-2})
	x = বস্তুর অবস্থান	মিটার (m)
	t = সময়	সেকেন্ড (s)
➲ আপেক্ষিক বেগ		
■ আপেক্ষিক বেগের ক্ষেত্রে • $v = \sqrt{v_1^2 + v_2^2 + 2v_1v_2\cos(180° - \alpha)}$ • $\tan\theta = \frac{v_2\sin(180° - \alpha)}{v_1 + v_2\cos(180° - \alpha)}$	v_1 ও v_2 দু'টি গতিশীল বস্তুর বেগ	মিটার/সে. (ms^{-1})
	$v = v_1$ ও v_2 এর আপেক্ষিক বেগ	মিটার/সে. (ms^{-1})
	$\alpha = v_1$ ও v_2 এর মধ্যবর্তী কোণ	ডিগ্রি (°)
	θ = আপেক্ষিক বেগ v ও v_1 এর মধ্যবর্তী কোণ	ডিগ্রি (°)
➲ গতির সমীকরণ		
• সমবেগে চলমান বস্তুর জন্য, $s = vt$ **■ গতির সমীকরণ–** • প্রথম সমীকরণ, $v = v_0 + at$ • দ্বিতীয় সমীকরণ, $s = \bar{v}t = \left(\frac{v_0 + v}{2}\right)t$ • তৃতীয় সমীকরণ, $s = v_0t + \frac{1}{2}at^2$ • চতুর্থ সমীকরণ, $v^2 = v_0^2 + 2as$ • নির্দিষ্ট সেকেন্ড অতিক্রান্ত দূরত্ব, $s_{th} = v_0 + \frac{2t-1}{2}a$	v_0 = আদিবেগ	মিটার/সে. (ms^{-1})
	v = সমবেগ/শেষবেগ	মিটার/সে. (ms^{-1})
	$\bar{v}$ = গড় বেগ	মিটার/সে. (ms^{-1})
	t = সময়	সেকেন্ড (s)
	a = ত্বরণ	মিটার/সে.² (ms^{-2})
	s = অতিক্রান্ত দূরত্ব/সরণ	মিটার (m)
	s_{th} = t তম সেকেন্ডে অতিক্রান্ত দূরত্ব	মিটার (m)
➲ অভিকর্ষের দিকে/বিপরীতে গতির সমীকরণ		
■ অভিকর্ষের দিকে (ধনাত্মক চিহ্নবিশিষ্ট)/বিপরীত দিকে (ঋণাত্মক চিহ্নবিশিষ্ট) গতির সমীকরণ– • $v = v_0 \pm gt$ • $v^2 = v_0^2 \pm 2gh$	v_0 = আদিবেগ	মিটার/সে. (ms^{-1})
	v = শেষবেগ	মিটার/সে. (ms^{-1})
	g = অভিকর্ষজ ত্বরণ	মিটার/সে.² (ms^{-2})

সূত্র	প্রতীক পরিচিতি	একক
• $h = v_0t \pm \frac{1}{2}gt^2$	t = সময়	সেকেন্ড (s)
• $h_{th} = v_0 \pm \frac{1}{2}g(2t-1)$	h_{th} = t তম সেকেন্ডে অতিক্রান্ত উচ্চতা	মিটার (m)
➲ খাড়া উপরে নিক্ষিপ্ত বস্তু সংক্রান্ত বিভিন্ন রাশি		
• $H = \frac{v_0^2}{2g}$ • $t_1 = \frac{v_0}{g}$ • $t_2 = \frac{v_0}{g}$ • $T = \frac{2v_0}{g}$	H = সর্বোচ্চ উচ্চতা	মিটার (m)
	v_0 = নিক্ষিপ্ত আদিবেগ	মিটার/সে. (ms^{-1})
	t_1 = সর্বাধিক উচ্চতায় পৌঁছানোর সময়	সেকেন্ড (s)
	t_2 = সর্বাধিক উচ্চতা হতে পতনের সময়	সেকেন্ড (s)
	T = বিচরণকাল	সেকেন্ড (s)
	g = অভিকর্ষজ ত্বরণ	মিটার/সে.² (ms^{-2})
➲ প্রক্ষেপক বা প্রাসের গতি সম্পর্কিত		
■ প্রাসের বেগ সংক্রান্ত রাশিসমূহ: • $v_{x_0} = v_0 \cos\theta_0$ • $v_{y_0} = v_0 \sin\theta_0$ • $v_x = v_{x_0} = v_0 \cos\theta_0$ • $v_y = v_{y_0} - gt = v_0 \sin\theta_0 - gt$ • $v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$ • $\tan\theta = \frac{v_y}{v_x}$ **■ প্রাসের অবস্থান সংক্রান্ত রাশিসমূহ:** **➤ নির্দিষ্ট সময় উল্লেখ থাকলে–** • $x = (v_0 \cos\theta_0)t$ • $y = (v_0 \sin\theta_0)t - \frac{1}{2}gt^2$ • $r = \sqrt{x^2 + y^2}$ • $\tan\theta' = \frac{y}{x}$ **➤ নির্দিষ্ট সময় উল্লেখ না থাকলে–** • $y = (\tan\theta_0)x - \frac{g}{2v_0^2\cos^2\theta_0}x^2$	$\vec{v}_c$ = আদিবেগ/নিক্ষেপণ বেগ	মিটার/সে. (ms^{-1})
	θ_0 = নিক্ষেপণ কোণ	ডিগ্রি (°)
	v_{x_0} = $\vec{v}_0$ এর X অক্ষ বরাবর উপাংশ	মিটার/সে. (ms^{-1})
	v_{y_0} = $\vec{v}_0$ এর Y অক্ষ বরাবর উপাংশ	মিটার/সে. (ms^{-1})
	t = প্রয়োজনীয় সময়	সেকেন্ড (s)
	$\vec{v}$ = t সময় পর বেগ	মিটার/সে. (ms^{-1})
	v_x = t সময় পর $\vec{v}$ বেগের অনুভূমিক উপাংশ	মিটার/সে. (ms^{-1})
	v_y = t সময় পর $\vec{v}$ বেগের উল্লম্ব উপাংশ	মিটার/সে. (ms^{-1})
	θ' = t সময়ে প্রাপ্ত বেগ $\vec{v}$ এর অনুভূমিক অক্ষের সাথে উৎপন্ন কোণ	ডিগ্রি (°)
	g = অভিকর্ষজ ত্বরণ	মিটার/সে.² (ms^{-2})
	$\vec{r}$ = t সময়ে প্রাসের অবস্থান ভেক্টর	মিটার (m)
	θ' = t সময়ে প্রাসের অবস্থান ভেক্টর $\vec{r}$ এর অনুভূমিক অক্ষের সাথে উৎপন্ন কোণ	ডিগ্রি (°)
	x = $\vec{r}$ এর অনুভূমিক উপাংশ = t সময়ে অতিক্রান্ত অনুভূমিক দূরত্ব	মিটার (m)
	y = $\vec{r}$ এর উল্লম্ব উপাংশ = t সময়ে অতিক্রান্ত উল্লম্ব দূরত্ব	মিটার (m)

সূত্র	প্রতীক পরিচিতি	একক
➲ **প্রাস সংক্রান্ত বিভিন্ন রাশি**		
■ **প্রাসের ক্ষেত্রে,** • $H = \frac{v_0^2 \sin^2 \theta_0}{2g} = \frac{v_0^2}{2g}$ (যখন, $\theta_0 = 90°$) [সি.বো.'১৭; কু.বো.'১৬] • $t_1 = \frac{v_0 \sin \theta_0}{g} = \frac{v_0}{g}$ (যখন, $\theta_0 = 90°$) [রা.বো.'১৬] • $t_2 = \frac{v_0 \sin \theta_0}{g}$ • $T = \frac{2v_0 \sin \theta_0}{g}$ [রা.বো.'১৭] • $R = \frac{v_0^2 \sin 2\theta_0}{g}$ • $R_{max} = \frac{v_0^2}{g}$ (যখন, $\theta_0 = 45°$)	v_0 = নিক্ষেপণ বেগ	মিটার/সে. (ms^{-1})
	θ_0 = নিক্ষেপণ কোণ	ডিগ্রি (°)
	H = সর্বাধিক উচ্চতা	মিটার (m)
	t_1 = সর্বাধিক উচ্চতায় পৌছানোর সময়	সেকেন্ড (s)
	t_2 = সর্বাধিক উচ্চতা হতে পতনের সময়	সেকেন্ড (s)
	T = বিচরণকাল	সেকেন্ড (s)
	R = অনুভূমিক পাল্লা	মিটার (m)
	R_{max} = প্রাসের সর্বাধিক পাল্লা	মিটার (m)
	θ_0 = নিক্ষেপণ কোণ	ডিগ্রি (°)
➲ **বৃত্তীয় গতি সম্পর্কিত**		
• $\theta = \frac{s}{r}$ • $\omega = \frac{d\theta}{dt}$ • $\alpha = \frac{d\omega}{dt}$ • $\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi N}{t} = 2\pi f$ • $\theta = \omega t$ • $\theta = \left(\frac{\omega_0 + \omega}{2}\right) t = \bar{\omega} t$ • $\omega = \omega_0 + \alpha t$ • $\theta = \omega_0 t + \frac{1}{2} \alpha t^2$ • $\omega^2 = \omega_0^2 + 2\alpha\theta$ • $v = \omega r$ • $a = \alpha r$	θ = কৌণিক সরণ	রেডিয়ান (rad.)
	t = সময়	সেকেন্ড (s)
	α = কৌণিক ত্বরণ	রেডিয়ান/সে.² ($rad.s^{-2}$)
	s = রৈখিক দূরত্ব বা বৃত্তীয় চাপ	মিটার (m)
	r = ব্যাসার্ধ	মিটার (m)
	T = পর্যায়কাল	সেকেন্ড (s)
	f = কম্পাঙ্ক	হার্জ (Hz)
	N = t সময়ে ঘূর্ণন সংখ্যা	–
	ω_0 = আদি কৌণিক বেগ	রেডিয়ান/সে. ($rad.s^{-1}$)
	ω = সমকৌণিক বেগ/শেষ কৌণিক বেগ	রেডিয়ান/সে. ($rad.s^{-1}$)
	$\bar{\omega}$ = গড় কৌণিক বেগ	রেডিয়ান/সে. ($rad.s^{-1}$)
	v = রৈখিক দ্রুতি	মিটার/সে. (ms^{-1})
	a = রৈখিক ত্বরণ	মিটার/সে.² (ms^{-2})
➲ **কেন্দ্রমুখী ত্বরণ**		
• $a_c = \frac{v^2}{r} = \omega^2 r$ • $a_t = \alpha r$ • $a = \sqrt{a_c^2 + a_t^2}$ • $\theta = \tan^{-1}\left(\frac{a_c}{a_t}\right)$	α = কৌণিক ত্বরণ	রেডিয়ান/সে.² ($rad.s^{-2}$)
	ω = শেষ কৌণিক বেগ	রেডিয়ান/সে. ($rad.s^{-1}$)
	r = ব্যাসার্ধ	মিটার (m)
	v = রৈখিক দ্রুতি	মিটার/সে. (ms^{-1})
	a_c = কেন্দ্রমুখী ত্বরণ	মিটার /সে.² (ms^{-2})
	a_t = রৈখিক ত্বরণ/স্পর্শকীয় ত্বরণ	মিটার /সে.² (ms^{-2})
	a_R = লব্ধি ত্বরণ	মিটার /সে.² (ms^{-2})
	θ = স্পর্শকের সাথে লব্ধির ত্বরণের দিক	ডিগ্রি (°)

প্রাসের গতিপথ

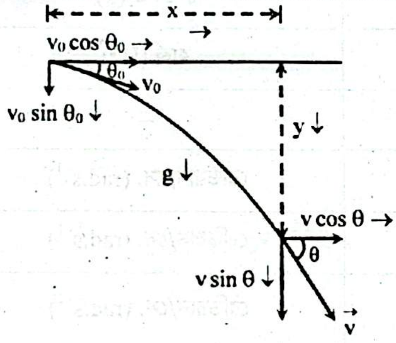
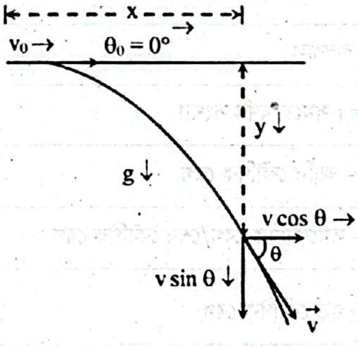
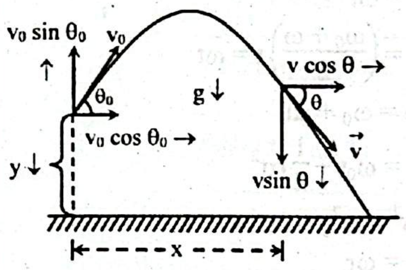
অনুভূমিকের সাথে উপরের দিকে নিক্ষিপ্ত প্রাসের ক্ষেত্রে:


Y
v_y
v
$v_y = 0$
v_{x_0}
C
B(x, y)
θ
v_{x_0}
D
v_{x_0}
$\vec{a}_y = -g\hat{j}$
v_0
v_{y_0}
y
$-v_y$
v
$\vec{r}$
θ'
θ_0
E
v_{x_0}
O
v_{x_0}
X
x
$-v_{y_0}$
v

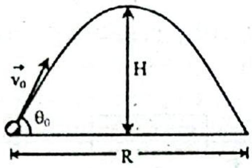
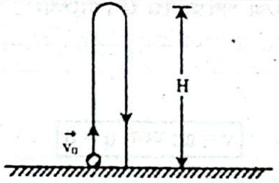
অনুভূমিকের উপর অবস্থিত O বিন্দু হতে অনুভূমিক X অক্ষের সাথে θ_0 কোণে XY তলে $\vec{v}_0$ বেগে একটি প্রাসকে নিক্ষেপ করা হলো।

অভিকর্ষজ ত্বরণ $\vec{g}$ এর অভিমুখ খাড়া নিচের দিকে। সুতরাং সুষম ত্বরণ, $\vec{a} = -g\hat{j}$; যার অনুভূমিক ও উলম্ব উপাংশ যথাক্রমে $a_x = 0$ ও $a_y = -g$।

x অক্ষ বরাবর গতির পরিবর্তন উক্ত অক্ষ বরাবর বেগের উপর নির্ভরশীল। y অক্ষ বরাবর গতির পরিবর্তন উক্ত অক্ষ বরাবর বেগ ও ত্বরণের উপর নির্ভরশীল। তবে দু'টি অক্ষ বরাবর গতির পরিবর্তন পরস্পর নির্ভরশীল নয়।

অনুভূমিকের সাথে নিচের দিকে নিক্ষিপ্ত প্রাসের ক্ষেত্রে	অনুভূমিক বরাবর নিক্ষিপ্ত প্রাসের ক্ষেত্রে	উচ্চতর স্থান হতে অনুভূমিকের সাথে উপরের দিকে নিক্ষিপ্ত প্রাসের ক্ষেত্রে
 x $v_0 \cos\theta_0 \rightarrow$ θ_0 v_0 $v_0 \sin\theta_0 \downarrow$ $y\downarrow$ $g\downarrow$ $v\cos\theta \rightarrow$ θ $v\sin\theta\downarrow$ $\vec{v}$	 x $v_0 \rightarrow$ $\theta_0 = 0°$ $y\downarrow$ $g\downarrow$ $v\cos\theta \rightarrow$ θ $v\sin\theta\downarrow$ $\vec{v}$	 $v_0 \sin\theta_0$ v_0 θ_0 $g\downarrow$ $v\cos\theta \rightarrow$ θ $v_0\cos\theta_0 \rightarrow$ $\vec{v}$ $y\downarrow$ $v\sin\theta\downarrow$ x
অনুভূমিকের সাথে নিচের দিকে নিক্ষিপ্ত প্রাসের ক্ষেত্রে $v_0 \sin\theta$, $v\sin\theta$, y ও g সবগুলো রাশির দিক নিচের দিকে হওয়ায় নিচের দিককে ধনাত্মক ধরে গতির সমীকরণগুলো নিম্নরূপ– $v\sin\theta = v_0\sin\theta_0 + gt$ এবং $y = v_0\sin\theta_0\, t + \frac{1}{2}gt^2$	অনুভূমিকভাবে নিক্ষিপ্ত প্রাসের ক্ষেত্রে, $\theta_0 = 0°$ তখন, $v_0 \sin\theta_0 = 0$। $v\sin\theta$, y ও g সবগুলো রাশির দিক নিচের দিকে হওয়ায় নিচের দিককে ধনাত্মক ধরে গতির সমীকরণগুলো নিম্নরূপ– $v\sin\theta = gt$ এবং $y = \frac{1}{2}gt^2$	ভূমি হতে উচ্চতর স্থান হতে অনুভূমিকের সাথে উপরের দিকে নিক্ষিপ্ত প্রাসের ক্ষেত্রে y, $v\sin\theta$ ও g রাশিগুলোর দিক নিচের দিক এবং শুধুমাত্র $v_0\sin\theta_0$ এর দিক উপরের দিকে হওয়ায় নিচের দিককে ধনাত্মক এবং উপরের দিক ঋণাত্মক ধরে প্রাসের জন্য গতির সমীকরণগুলো নিম্নরূপ– $v\sin\theta = -v_0\sin\theta_0 + gt$ এবং $y = -v_0\sin\theta_0\, t + \frac{1}{2}gt^2$

প্রাস ও খাড়া উপরে নিক্ষিপ্ত বস্তু গতি সম্পর্কিত রাশিসমূহের তুলনা

প্রাসের ক্ষেত্রে	খাড়া উপরে নিক্ষিপ্ত বস্তুর ক্ষেত্রে ($\theta_0 = 90°$)
	
$H = \frac{v_0^2 \sin^2 \theta_0}{2g}$	$H = \frac{v_0^2 \sin^2 90°}{2g} = \frac{v_0^2}{2g}$
$t_1 = t_2 = \frac{v_0 \sin \theta_0}{g}$	$t_1 = t_2 = \frac{v_0 \sin 90°}{g} = \frac{v_0}{g}$
$T = \frac{2v_0 \sin \theta_0}{g}$	$T = \frac{2v_0 \sin 90°}{g} = \frac{2v_0}{g}$
$R = \frac{v_0^2 \sin 2\theta_0}{g}$	$R = \frac{v_0^2 \sin (2 \times 90°)}{g} = 0$

সরলরৈখিক গতি ও বৃত্তীয় গতির রাশি এবং সমীকরণসমূহের তুলনা

রৈখিক গতি এবং কৌণিক গতির ক্ষেত্রে নিম্নোক্ত রাশিসমূহ সমতুল্য–

- রৈখিক সরণ s এর পরিবর্তে কৌণিক সরণ θ
- আদি রৈখিক বেগ v_0 এর পরিবর্তে আদি কৌণিক বেগ ω_0
- চূড়ান্ত রৈখিক বেগ v এর পরিবর্তে চূড়ান্ত কৌণিক বেগ ω
- গড় রৈখিক বেগ $\bar{v}$ এর পরিবর্তে গড় কৌণিক বেগ $\bar{\omega}$
- রৈখিক ত্বরণ a এর পরিবর্তে কৌণিক ত্বরণ α

নিম্নে প্রদত্ত ছকে রৈখিক গতি ও কৌণিক গতির সমীকরণগুলোর তুলনা করা হলো–

সরলরৈখিক গতির সমীকরণসমূহ	বৃত্তীয় গতির সমীকরণসমূহ
$s = vt$	$\theta = \omega t$
$v = v_0 + at$	$\omega = \omega_0 + \alpha t$
$s = \left(\frac{v_0 + v}{2}\right) t = \bar{v} t$	$\theta = \left(\frac{\omega_0 + \omega}{2}\right) t = \bar{\omega} t$
$s = v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$	$\theta = \omega_0 t + \frac{1}{2} \alpha t^2$
$v^2 = v_0^2 + 2as$	$\omega^2 = \omega_0^2 + 2\alpha\theta$

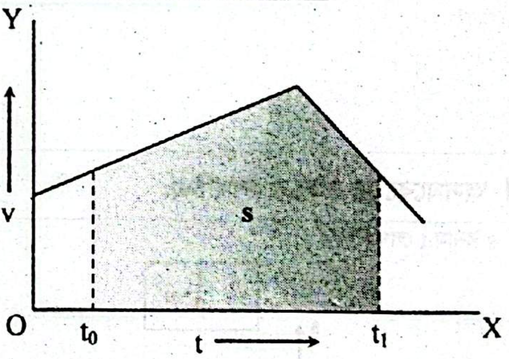
বেগ-সময় লেখচিত্র হতে অতিক্রান্ত দূরত্ব ও গড় বেগ নির্ণয়

আমরা জানি, সময়ের সাপেক্ষে কোনো বস্তুর অবস্থানের পরিবর্তনের হারই বেগ। অর্থাৎ,

$$\text{বেগ, } v = \frac{dx}{dt}$$

$$\Rightarrow dx = v\,dt$$

এখন, t_0 আদিসময়ে বস্তুর আদি অবস্থান x_0 এবং t_1 সময় শেষে এর অবস্থান x_1 হলে, উপরিউক্ত সমীকরণের উভয়পক্ষকে এই সীমার মধ্যে যোগজীকরণ করে পাই,



$$\int_{x_0}^{x_1} dx = \int_{t_0}^{t_1} v\,dt$$

$$\Rightarrow [x]_{x_0}^{x_1} = \int_{t_0}^{t_1} v\,dt$$

$$\Rightarrow x_1 - x_0 = \int_{t_0}^{t_1} v\,dt \quad \ldots\ldots\ldots \quad \ldots\ldots (1)$$

এখানে, সমীকরণ (1) এর ডানপক্ষের যোগজীকরণটি মূলত t_0 হতে t_1 সময় ব্যবধানে বেগ-সময় লেখচিত্রের বেগ ও সময় অক্ষের দ্বারা সীমাবদ্ধ ক্ষেত্রফলের নির্দেশ করে (চিত্র)।

যেহেতু, অতিক্রান্ত দূরত্ব, s = শেষ অবস্থান – আদি অবস্থান = $x_1 - x_0$

সুতরাং, বস্তু দ্বারা অতিক্রান্ত দূরত্ব বেগ-সময় লেখচিত্রের বেগ ও সময় অক্ষের দ্বারা সীমাবদ্ধ ক্ষেত্রফলের সমান হয়।

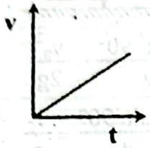
প্রাপ্ত অতিক্রান্ত দূরত্বকে প্রয়োজনীয় সময় দ্বারা ভাগ করলে গড়বেগ পাওয়া যাবে। অর্থাৎ গড়বেগ, $\bar{v} = \frac{s}{t_1 - t_0}$ ।

গুরুত্বপূর্ণ লেখচিত্রসমূহ

☐ সমত্বরণের ক্ষেত্রে কতিপয় লেখচিত্র:

✓ v বনাম t লেখচিত্র:

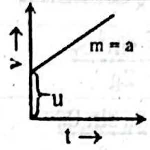
$\boxed{v = at;\ \text{যখন},\ u = 0}$



[ঢা.বো.'১৯; দি.বো.'১৫]

✓ v বনাম t লেখচিত্র:

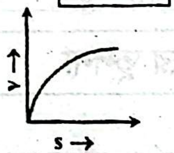
$\boxed{v = u + at}$



[দি.বো.'১৬]

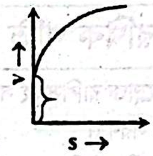
✓ v বনাম s লেখচিত্র:

$\boxed{v_0^2 = 2as}$



✓ v বনাম s লেখচিত্র:

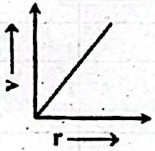
$\boxed{v^2 = v_0^2 + 2as}$



☐ কৌণিক ত্বরণের ক্ষেত্রে লেখচিত্র:

✓ v বনাম r লেখচিত্র:

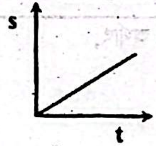
$\boxed{v = \omega r}$



☐ সমবেগের ক্ষেত্রে লেখচিত্র:

✓ s বনাম t লেখচিত্র:

$\boxed{s = vt}$

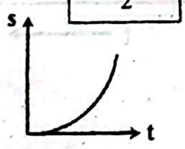


[সম্মিলিত বো.'১৮]

☐ অসমবেগের ক্ষেত্রে লেখচিত্র:

✓ s বনাম t লেখচিত্র:

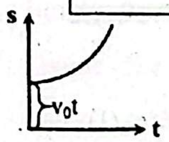
$\boxed{s = \frac{1}{2}at^2}$



[সম্মিলিত বো.'১৮; চ.বো.'১৭]

✓ s বনাম t লেখচিত্র:

$\boxed{s = v_0t + \frac{1}{2}at^2}$



MCQ এর জন্য গুরুত্বপূর্ণ তথ্যসমূহ

দৃষ্টি আকর্ষণ

বহুনির্বাচনি প্রশ্নের জন্য 'প্রয়োজনীয় সূত্রাবলি, প্রতীক ও একক পরিচিতি' এবং 'গুরুত্বপূর্ণ লেখচিত্রসমূহ' অংশগুলো অবশ্যই ভালোভাবে পড়ে নিবে।

প্রসঙ্গ কাঠামো, আপেক্ষিক গতি ও স্থিতি

- একমাত্রিক বস্তুসমূহ হচ্ছে: লম্বা সরু কাঠি, ঋজু সুতা।
- দ্বিমাত্রিক বস্তু সমূহ হচ্ছে: পাতলা কাগজ, পাতলা টিনের পাত।
- কোনো বস্তু প্রকৃতপক্ষে স্থির কি না তা নির্ভর করছে প্রসঙ্গ বস্তুর উপর। প্রসঙ্গ বস্তু যদি প্রকৃতপক্ষে স্থির হয় তাহলে তার সাপেক্ষে যে বস্তু স্থিতিশীল রয়েছে সেও প্রকৃতপক্ষে স্থির। এ ধরনের স্থিতিকে আমরা পরম স্থিতি বলতে পারি। আর পরম স্থিতিশীল প্রসঙ্গ বস্তুর সাপেক্ষে কোন বস্তুর গতিকে পরম গতি বলে।
- দুটি চলমান বস্তুর একটির সাপেক্ষে অপরটির গতিকে আপেক্ষিক গতি বলে।
- এ মহাবিশ্বের সকল গতি ও স্থিতিই আপেক্ষিক। কোনো গতি ও স্থিতিই পরম নয়।
- দুটি বাহন পরস্পরের বিপরীত দিকে গতিশীল হলে, প্রথম বাহনের সাপেক্ষে দ্বিতীয় বাহনের আপেক্ষিক বেগ হবে বাহন দুটির বেগের যোগফলের সমান। অপরদিকে দুটি বাহন একইদিকে গতিশীল হলে, প্রথম বাহনের সাপেক্ষে দ্বিতীয় বাহনের আপেক্ষিক বেগ হবে দ্বিতীয় বাহনের বেগ হতে প্রথম বাহনের বেগের বিয়োগফলের সমান। উদাহরণস্বরূপ–
  - একটি ট্রাক V_T বেগে পূর্ব দিকে এবং একটি কার V_C বেগে পশ্চিম দিকে গতিশীল হলে ট্রাকের সাপেক্ষে কারের আপেক্ষিক বেগ $(V_T + V_C)$। [য.বো.'১৯]
  - একটি কার V_C বেগে ও একটি মোটর সাইকেল V_M বেগে একই দিকে গতিশীল হলে কারের সাপেক্ষে মোটর সাইকেলের আপেক্ষিক বেগ $(V_M - V_C)$। [রা.বো.'২৩]

গতি বিষয়ক বিভিন্ন রাশি ও লেখচিত্র

- বেগের S.I. একক ms^{-1} এবং মাত্রা LT^{-1}। [চ.বো.'১৯]
- তাৎক্ষণিক বেগ কিংবা তাৎক্ষণিক ত্বরণ পেতে হলে সময় ব্যবধান শূন্যের কাছাকাছি বিবেচনা করতে হবে।
- কোনো বস্তুর যাত্রাপথের কোনো বিন্দুতে তাৎক্ষণিক ত্বরণ এর দিক ওই বিন্দুতে বস্তুটির বেগের লম্ব বরাবর হবে।
- সমবেগে চলমান বস্তুর ত্বরণ শূন্য হয়।
- ত্বরণের S.I. একক ms^{-2} এবং মাত্রা LT^{-2}।
- দূরত্ব বনাম সময় লেখচিত্রের যেকোনো বিন্দুতে ঢাল $\left(\frac{\Delta x}{\Delta t}\right)$ ওই বিন্দুর বেগ নির্দেশ করে। [য.বো.'১৬]
- বেগ বনাম সময় লেখচিত্রের যেকোনো বিন্দুতে ঢাল $\left(\frac{\Delta v}{\Delta t}\right)$ ওই বিন্দুর ত্বরণ নির্দেশ করে।
- বেগ বনাম সময় লেখচিত্রের অক্ষ দ্বারা সীমাবদ্ধ ক্ষেত্রফল বস্তুর অতিক্রান্ত দূরত্ব নির্দেশ করে।

প্রক্ষেপণ গতি বা প্রাস

- প্রক্ষেপকের গতি একটি সমত্বরণসম্পন্ন দ্বিমাত্রিক গতি। [ব.বো.'১৯]
- প্রাসের উপর একমাত্র ক্রিয়াশীল বল অভিকর্ষ বল। [য.বো.'১৯]
- প্রাসের গতিপথ প্যারাবোলা বা পরাবৃত্তাকার। [দি.বো.'১৫]
- প্রাসের গতিপথের যেকোনো বিন্দুতে ত্বরণের আনুভূমিক উপাংশ শূন্য। [সি.বো.'১৯; চ.বো.'১৫]
- প্রাসের গতিপথের সর্বোচ্চ উচ্চতায় বেগ ও ত্বরণের ডট গুণফল শূন্য। [ঢা.বো.'১৯]
- প্রাসের নিক্ষেপণ বিন্দু ও পতন বিন্দুর মধ্যবর্তী দূরত্ব হলো পাল্লা। [য.বো.'১৬]

- প্রাসের গতিপথের সর্বোচ্চ বিন্দুতে বেগের উল্লম্ব উপাংশ এবং ত্বরণের অনুভূমিক উপাংশ শূন্য। [রা.বো.'১৬]
- অনুভূমিকের সাথে 45° কোণে নিক্ষিপ্ত প্রাস সর্বাধিক দূরত্ব অতিক্রম করে। [সি.বো., রা.বো.'১৫]
- 76° কোণে কোনো বস্তুকে নিক্ষেপ করলে এর অনুভূমিক পাল্লা ও সর্বাধিক উচ্চতা একই হয়। [কু.বো.'১৫]
- খাড়া উপরের দিকে নিক্ষিপ্ত বস্তুর অনুভূমিক দূরত্ব R এর মান শূন্য। [য.বো.'১৯]

বৃত্তীয় গতি

- কৌণিক কম্পাঙ্ক এর মাত্রা T^{-1}। [ঢা.বো.'১৯]
- সুষম বৃত্তাকার গতির সমকৌণিক বেগ বিদ্যমান, তাই কৌণিক ত্বরণ শূন্য হয়। [য.বো.'১৯]
- কৌণিক ত্বরণের মাত্রা L^0T^{-2} বা T^{-2}। [য.বো.'২১]
- সেকেন্ডের কাঁটার পর্যায়কাল 1 মিনিট এবং কৌণিক বেগ 0.1046 rad/sec। [সম্মিলিত বো.'১৮]
- মিনিটের কাঁটার কৌণিক বেগ $\frac{\pi}{1800}$ rads^{-1}। [য.বো.'১৫]
- ঘড়ির ঘন্টার কাঁটার কৌণিক বেগ $\frac{\pi}{360}$ rad/min। [চ.বো.'১৬]
- একটি ঘড়ির সেকেন্ড, মিনিট ও ঘন্টার কাঁটার কৌণিক বেগের অনুপাত 720 : 12 : 1। [দি.বো.'২২; রা.বো.'১৬]
- ঘড়ির মিনিটের কাঁটার দৈর্ঘ্য কমলে রৈখিক বেগ কমে তবে কৌণিক বেগ স্থির থাকে। [কু.বো.'১৭]
- 1 rps $= 2\pi$ rads^{-1} [rps = revolution per second] [ম.বো.'২৫; ঢা.বো.'১৫]
- সমকৌণিক বেগে বৃত্তাকার পথে ঘূর্ণায়মান সুষম বৃত্তাকার গতির কেন্দ্রমুখী ত্বরণ থাকলেও কৌণিক ত্বরণ থাকে না। [য.বো.'১৯]
- বৃত্তাকার পথে সমান সময়ে সমান কৌণিক দূরত্ব অতিক্রমকারী কোনো কণার রৈখিক বেগের শুধু দিকের পরিবর্তন হবে। [দি.বো.'১৭]

MCQ এর জন্য গুরুত্বপূর্ণ গাণিতিক সমস্যাবলি

দৃষ্টি আকর্ষণ

এই অংশে বিগত বছরের প্রশ্ন বিশ্লেষণ করে MCQ এর জন্য গুরুত্বপূর্ণ বেশ কিছু গাণিতিক সমস্যাবলির সমাধান Topic অনুসারে সাজানো হয়েছে। এছাড়াও গাণিতিক সমস্যার সমাধানের সাথে Similar Problems যুক্ত করা হয়েছে, যাতে তোমাদের পরীক্ষার প্রস্তুতি হয় পূর্ণাঙ্গ।

প্রসঙ্গ কাঠামো, গতি ও স্থিতি

Example-1 A ও B দুটি গাড়ি যথাক্রমে 10 km h^{-1} ও 20 km h^{-1} বেগে একই দিকে চলছে। A-এর সাপেক্ষে B-এর আপেক্ষিক বেগ নির্ণয়: [ব.বো.'১৫]

সমাধান

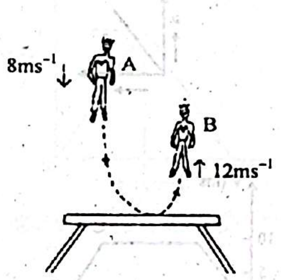
দুটি বস্তু A ও B একই দিকে চলছে এবং এদের বেগ যথাক্রমে v_A ও v_B হলে, A বস্তুর সাপেক্ষে B বস্তুর আপেক্ষিক বেগ, $v_{BA} = v_B - v_A$।

$\therefore v_{BA} = v_B - v_A$

$= (20 - 10)$

$= 10\ kmh^{-1}$ [Ans.]

Example-2



চিত্রে একজন সার্কাস কর্মী-এর একটি লম্ফ-এর দুই বিন্দুতে গতির দিক দেখানো হলো। A হতে B বিন্দুতে যেতে সার্কাস কর্মী-এর বেগের পরিবর্তন নির্ণয়:[কু.বো.'১৬]

সমাধান

এখানে, $v_A = -8\ ms^{-1}$ (নিচের দিকে বলে ঋণাত্মক)

$v_B = 12\ ms^{-1}$

$\therefore$ A বিন্দু হতে B বিন্দুতে যেতে বেগের পরিবর্তন $= v_B - v_A$

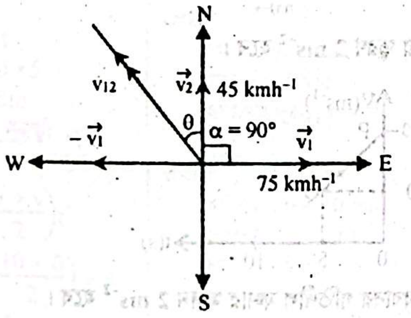
$= 12 - (-8)$

$= 20\ ms^{-1}$ [Ans.]

Example-3 একটি জাহাজ সোজা পূর্ব দিকে ঘণ্টায় 75 km বেগে এবং অপর একটি জাহাজ সোজা উত্তর দিকে ঘণ্টায় 45 km বেগে চলছে। প্রথম জাহাজের যাত্রীর নিকট দ্বিতীয় জাহাজটির বেগের দিক কোন দিকে হবে তা নির্ণয়: [য.বো.'২৪]

সমাধান

ধরি, প্রথম জাহাজের সাপেক্ষে দ্বিতীয় জাহাজের আপেক্ষিক বেগ v_{12} এবং এটি পূর্ব দিকের সাথে θ কোণ উৎপন্ন করে (চিত্র)।



$$\therefore \tan\theta = \frac{v_1 \sin(180° - \alpha)}{v_2 + v_1 \cos(180° - \alpha)}$$

$$\Rightarrow \tan\theta = \frac{v_1 \sin 90°}{v_2 + v_1 \cos 90°}$$

$$= \frac{v_1}{v_2}$$

$$\Rightarrow \tan\theta = \frac{75}{45} = \frac{5}{3}$$

$$\therefore \theta = \tan^{-1}\left(\frac{5}{3}\right) = 59.04°$$

এখানে,
১ম জাহাজের বেগ, $v_1 = 75\ kmh^{-1}$
২য় জাহাজের বেগ, $v_2 = 45\ kmh^{-1}$
$\vec{v}_1$ ও $\vec{v}_2$ অর্থাৎ পূর্ব ও উত্তর দিকের মধ্যবর্তী কোণ, $\alpha = 90°$

সুতরাং,

প্রথম জাহাজের সাপেক্ষে দ্বিতীয় জাহাজের দিক $= (90° + 59.04°)$

$= 149.04°$

অর্থাৎ, প্রথম জাহাজের যাত্রীর নিকট দ্বিতীয় জাহাজটির বেগের দিক পূর্ব দিকের সাথে 149.04° কোণে উত্তর-পশ্চিম দিকে হবে। [Ans.]

বেগ ও ত্বরণের প্রাথমিক ধারণা

Example-4 একটি বস্তুর বেগ $v = (6t^2 + 3t)\ ms^{-1}$, 3 s পরে বস্তুর সরণ নির্ণয়: [ম.বো.'২৫]

সমাধান

আমরা জানি,

বেগ, $v = \frac{ds}{dt}$ [এখানে, s = সরণ এবং t = সময়]

$\Rightarrow ds = vdt$

সমাকলন করে পাই,

$\int ds = \int vdt$

$\Rightarrow s = \int (6t^2 + 3t)dt$

$= 6 \times \frac{t^3}{3} + 3 \times \frac{t^2}{2}$

$= 2t^3 + \frac{3}{2}t^2$

$\therefore$ 3 s পরে বস্তুর সরণ,

$s = 2 \times (3)^3 + \frac{3}{2} \times (3)^2$

$= 2 \times 27 + 1.5 \times 9$

$= 67.5$ m [Ans.]

Similar Problem to the Example

- একটি বস্তুর বেগ $v(t) = (6t^2 + 2t)\ ms^{-1}$। 2sec পর বস্তুটির সরণ 20 m। [ব.বো.'১৭]

Example-5 একটি গতিশীল বস্তুকণার বেগ $v = (10 + 4t^2)$ সমীকরণ দ্বারা প্রকাশ করা হয়। 3 সেকেন্ড পরে বস্তুটির ত্বরণ নির্ণয়: [রা.বো.'১৭]

সমাধান

এখানে, গতিশীল বস্তুকণার বেগ, $v = 10 + 4t^2$

এখন, ত্বরণ, $a = \frac{dv}{dt} = \frac{d}{dt}(10 + 4t^2)$

$= 0 + 8t$

$= 8t$

$\therefore$ $t = 3s$ হলে, $a = 8 \times 3 = 24\ ms^{-2}$ [Ans.]

Example-6 কোনো বস্তুর অবস্থান $x = (12ms^{-1})t - (1.2ms^{-1})t^2$, যেখানে অবস্থান x সময় t এর উপর নির্ভরশীল। t = 3sec সময়ে বস্তুটির বেগের মান কত হবে তা নির্ণয়: [সি.বো.'১৬]

সমাধান

$x = (12\ ms^{-1})\ t - (1.2\ ms^{-1})t^2$

$v = \frac{dx}{dt} = 12 - (2 \times 1.2)t$

$= (12 - 2.4t)\ ms^{-1}$

$= (12 - 2.4 \times 3)\ ms^{-1}$

$= 4.8\ ms^{-1}$ [Ans.]

Example-7 কোনো বস্তুর অবস্থান $x = (12t - 1.2t^2)$, যেখানে অবস্থান x সময় t এর উপর নির্ভরশীল। বস্তুটির ত্বরণ নির্ণয়: [সি.বো.'১৬]

সমাধান

এখানে,

বেগ, $v = \frac{dx}{dt}$

$= \frac{d}{dt}(12t - 1.2t^2)$

$= 12 - 2.4t$

ত্বরণ, $a = \frac{dv}{dt}$

$= \frac{d}{dt}(12 - 2.4t)$

$= -2.4\ ms^{-2}$ [Ans.]

Example-8 দুটি বস্তুর ভর 2kg এবং 5kg। এদের বেগ যথাক্রমে $6ms^{-1}$ এবং $4ms^{-1}$। প্রথমটি 2m দূরত্বে থামানো হল। এর ত্বরণ নির্ণয়: [য.বো.'১৬]

সমাধান

$v^2 = u^2 + 2as$

$\Rightarrow 0^2 = 6^2 + 2a \times 2$

$a = -9\ ms^{-2}$ [Ans.]

অবস্থান-সময় ও বেগ-সময় লেখচিত্র

Example-9 [কু.বো.'১৫]

সময় t (s)	0.50	1.00	1.50	2.00	2.75
বেগ v (cms⁻¹)	0.50	1.00	1.50	2.00	2.75

প্রদত্ত সারণির আলোকে v – t গ্রাফ নির্ণয়:

সমাধান

বেগের পরিবর্তনের হারকে ত্বরণ বলে। আবার, যে ত্বরণের মান সময়ের সাথে পরিবর্তিত হয় না, তাকে সুষম ত্বরণ বলে। সুষম ত্বরণের ক্ষেত্রে, বেগ – সময় (v ~ t) গ্রাফ/লেখচিত্র সরল রৈখিক হয়।

এখানে, প্রতিটি ক্ষেত্রেই ত্বরণের মান, $a = \frac{v}{t}$

$a_1 = \frac{0.5}{0.5} = 1;\ t = 0.5$ sec.

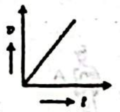
$a_2 = \frac{1.00}{1.00} = 1;\ t = 1$ sec.

$a_3 = \frac{1.50}{1.50} = 1;\ t = 1.5$ sec.

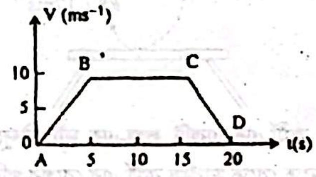
$a_4 = \frac{2.00}{2.00} = 1;\ t = 2$ sec.

$a_5 = \frac{2.75}{2.75} = 1;\ t = 2.75$ sec.

সুতরাং, দেখা যাচ্ছে এখানে সময়ের সাথে ত্বরণের কোন পরিবর্তন ঘটেনি। তাই এর লেখচিত্রটি হবে সরল রৈখিক।



Example-10



CD রেখায় ত্বরণ নির্ণয়: [ঢা.বো.'১৭]

সমাধান

এখানে, CD অংশে–
আদিবেগ, $u = 10\ ms^{-1}$
শেষবেগ, $v = 0\ ms^{-1}$
সময়, $t = (20 - 15)$ sec
$= 5$ sec
ত্বরণ, $a = ?$

আমরা জানি,

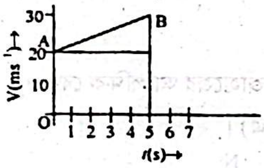
$a = \frac{v - u}{t}$

$= \frac{0 - 10}{5}$

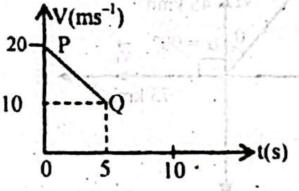
$= -2\ ms^{-2}$

অর্থাৎ, CD রেখার ত্বরণ $-2\ ms^{-2}$ [Ans.]

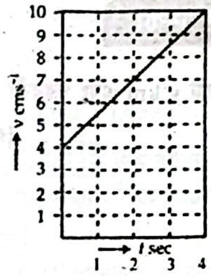
Similar Problems to the Example

- 

  AB অংশের ত্বরণ 2 ms⁻² হবে। [দি.বো.'১৭]

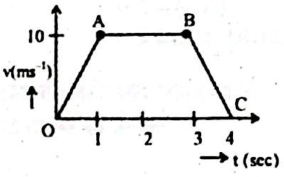
- 

  PQ রেখা বরাবর গতিশীল কণার মন্দন 2 ms⁻² হবে। [চ.বো.'১৬]

- 

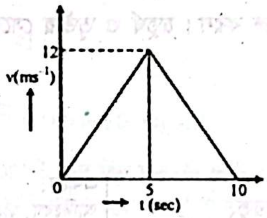
ত্বরণ 1.5 cms^{-2} হবে। [কু.বো.'১৫]

- নিম্নের বেগ বনাম সময় লেখচিত্র অনুযায়ী গতিশীল বস্তুর ক্ষেত্রে।



O থেকে A বিন্দুতে যেতে ত্বরণ 10 ms^{-2} হবে। [দি.বো.'১৬]

Example-11



লেখচিত্র অনুযায়ী $t = 0s$ হতে $t = 10s$ সময়ে বস্তুটির অতিক্রান্ত দূরত্ব কত হবে তা নির্ণয়: [ঢা.বো.'১৯]

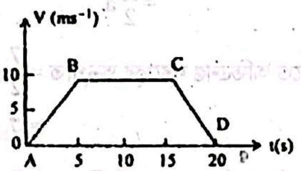
সমাধান

অতিক্রান্ত দূরত্ব = ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল

$$= \frac{1}{2} \times 10 \times 12$$

$$= 60 \text{ m}$$

Example-12



শেষ 10 সেকেন্ডে অতিক্রান্ত দূরত্ব নির্ণয়: [ঢা.বো.'১৭]

সমাধান

শেষ 10 সেকেন্ডে, তথা 10 তম সেকেন্ড থেকে 20 তম সেকেন্ড পর্যন্ত গাড়িটি প্রথম 5 সেকেন্ডে $10ms^{-1}$ বেগ নিয়ে সমবেগে চলে এবং পরবর্তী 5 সেকেন্ডে সমমন্দনে চলে।

সমবেগে অতিক্রান্ত দূরত্ব:

আমরা জানি,

$$s_1 = v_1 t$$
$$= 10 \times 5$$
$$= 50 m$$

এখানে,
সমবেগ, $v_1 = 10 \text{ ms}^{-1}$
সময়, $t = 5$ sec
অতিক্রান্ত দূরত্ব, $s_1 = ?$

সমত্বরণে অতিক্রান্ত দূরত্ব:

আমরা জানি,

$$s_2 = \left(\frac{u + v}{2}\right)t$$
$$= \left(\frac{10 + 0}{2}\right) \times 5$$
$$= 25 \text{ m}$$

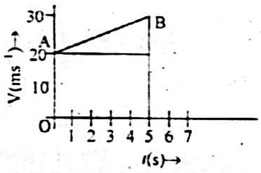
এখানে,
আদিবেগ, $u = 10 \text{ ms}^{-1}$
শেষবেগ, $v = 0 \text{ ms}^{-1}$
সময়, $t = 5$ sec
অতিক্রান্ত দূরত্ব, $s_2 = ?$

সুতরাং মোট অতিক্রান্ত দূরত্ব, $s = s_1 + s_2$

$$= (50 + 25) \text{ m}$$
$$= 75 \text{ m}$$

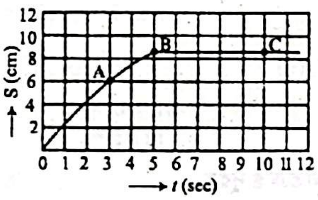
অতএব, শেষ 10 সেকেন্ডে অতিক্রান্ত দূরত্ব 75 m। [Ans.]

Similar Problem to the Example

- 

5 sec এ অতিক্রান্ত দূরত্ব 125 m হবে। [দি.বো.'১৭]

Example-13 একটি বস্তুর সরণ (s) বনাম সময় (t) লেখচিত্র নিম্নে প্রদর্শিত হলো:



লেখচিত্রের A বিন্দুতে বস্তুটির বেগ নির্ণয়: [সি.বো.'১৫]

সমাধান

আমরা জানি,

বস্তুর বেগ, $v = \frac{\text{দূরত্ব}}{\text{সময়}}$

বা, $v = \frac{s}{t}$

A বিন্দুতে সরণ, $s = (6 - 0)$ cm

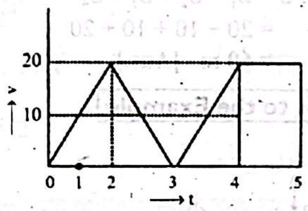
সময়, $t = 3s$

$\therefore$ বেগ, $v = \frac{s}{t}$

$$= \frac{6}{3} \text{ cms}^{-1}$$

$$= 2 \text{ cms}^{-1}$$ [Ans.]

Example-14



যখন $t = 0$ থেকে $t = 5$ সে.-এ বস্তুর অতিক্রান্ত দূরত্ব নির্ণয়: [কু.বো.'১৫]

সমাধান

আমরা জানি,

5 সেকেন্ডে অতিক্রান্ত দূরত্ব = লেখচিত্র দ্বারা সীমাবদ্ধ অংশের ক্ষেত্রফল।

প্রথম 3 সেকেন্ডে অতিক্রান্ত দূরত্ব $= \frac{1}{2} \times 20 \times 3$

$$= 30 \text{ m}$$

পরবর্তী 1 সেকেন্ডে অতিক্রান্ত দূরত্ব $= \frac{1}{2} \times 20 \times 1$

$$= 10 \text{ m}$$

শেষ 1 সেকেন্ডে অতিক্রান্ত দূরত্ব $= 20 \times 1$

$$= 20 \text{ m}$$

মোট অতিক্রান্ত দূরত্ব $= (30 + 10 + 20) \text{ m} = 60 \text{ m}$

বিকল্প সমাধান

বস্তুটি প্রথম $t_1 = 2$ সেকেন্ড সমত্বরণে চলে, তারপর $t_2 = 1$ সেকেন্ড সমমন্দনে চলে। পরবর্তী $t_3 = 1$ সেকেন্ড আবার সমত্বরণে চলে। শেষ $t_1 = 1$ সেকেন্ড সমবেগে চলে।

প্রথম 2 সেকেন্ডের সমত্বরণ a_1 হলে,

$$v = v_0 + a_1t_1$$
$$\Rightarrow 20 = 0 + a_1 \times 2$$
$$\Rightarrow a_1 = \frac{20}{2} = 10\ ms^{-2}$$

এই সময়ে অতিক্রান্ত দূরত্ব,

$$\therefore S_1 = v_0t_1 + \frac{1}{2}a_1t_1^2$$
$$= 0 + \frac{1}{2} \times 10 \times 2^2$$
$$= 20\ m$$

সমমন্দন a_2 হলে,

$$v = v_0 - a_2t_2$$
$$\Rightarrow 0 = 20 - a_2 \times 1$$
$$\therefore a_2 = 20\ ms^{-2}$$

$t_2 = 1$ সেকেন্ড সময়ে অতিক্রান্ত দূরত্ব,

$$S_2 = v_0t_2 - \frac{1}{2}a_2t_2^2$$
$$= 20 \times 1 - \frac{1}{2} \times 20 \times 1^2$$
$$= 10\ m$$

$t_3 = 1$ সেকেন্ড গাড়িটি a_3 সমত্বরণে চলে,

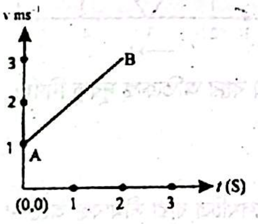
$$v = v_0 + a_3t_3$$
$$\Rightarrow 20 = 0 + a_3 \times 1$$
$$\therefore a_3 = \frac{20}{1} = 20\ ms^{-2}$$
$$\therefore S_3 = v_0t_3 + \frac{1}{2}a_3t_3^2 = 0 + \frac{1}{2} \times 20 \times 1 = 10\ m$$

$t_4 = 1$ সেকেন্ড গাড়িটি $v = 20\ ms^{-1}$ সমবেগে চলে।

$$\therefore S_4 = vt_4$$
$$= 20 \times 1$$
$$= 20m$$

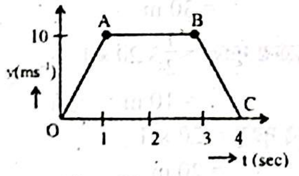
$\therefore$ মোট অতিক্রান্ত দূরত্ব, $S = S_1 + S_2 + S_3 + S_4$
$= 20 + 10 + 10 + 20$
$= 60\ m$ **[Ans.]**

Similar Problems to the Example

- 

লেখচিত্রের AB অংশে অতিক্রান্ত দূরত্ব 4 m হবে। [চ.বো.'১৫]

- নিম্নের বেগ বনাম সময় লেখচিত্র অনুযায়ী গতিশীল বস্তুর ক্ষেত্রে।



A থেকে C বিন্দু পর্যন্ত বস্তু কর্তৃক অতিক্রান্ত দূরত্ব 30 m হবে। [দি.বো.'১৬]

গতির সমীকরণ সম্পর্কিত গাণিতিক সমস্যা

Example-15 একটি গাড়ি প্রথম x মিনিটে y km এবং পরবর্তী y মিনিটে x km যায়। গাড়িটির গড় দ্রুতি নির্ণয়: [রা.বো.'১৬]

সমাধান

$$\text{গড় দ্রুতি} = \frac{\text{মোট দূরত্ব}}{\text{মোট সময়}}$$
$$= \frac{(x + y)\ km}{(x + y)\ min}$$
$$= \frac{1\ km}{1\ min}$$
$$= \frac{1\ km}{\frac{1}{60}\ hr}$$
$$= 60\ kmh^{-1}\ \textbf{[Ans.]}$$

Example-16 স্থিরাবস্থা থেকে কোনো বস্তুকণা সুষম ত্বরণে আনুভূমিক সরলরেখা বরাবর যাত্রা শুরু করল। চতুর্থ ও তৃতীয় সেকেন্ডে অতিক্রান্ত দূরত্বের অনুপাত নির্ণয়: [দি.বো.'১৭]

সমাধান

আমরা জানি,

t তম সেকেন্ডে অতিক্রান্ত দূরত্ব,

$$s_t = v_0 + \frac{1}{2}a\,(2t - 1)$$

এখানে,
আদিবেগ, $v_0 = 0\ m/s$
ধরি, ত্বরণ $= a$

$\therefore$ চতুর্থ সেকেন্ডে অতিক্রান্ত দূরত্ব, $s_4 = 0 + \frac{1}{2}a\,(2 \times 4 - 1)$
$= \frac{7}{2}a$

এবং তৃতীয় সেকেন্ডে অতিক্রান্ত দূরত্ব, $s_3 = 0 + \frac{1}{2}a\,(2 \times 3 - 1)$
$= \frac{5}{2}a$

$\therefore$ চতুর্থ ও তৃতীয় সেকেন্ডে অতিক্রান্ত দূরত্বের অনুপাত $= \frac{7}{2}a : \frac{5}{2}a$
$= 7 : 5$ **[Ans.]**

Example-17 একটি গাড়ি প্রথম, দ্বিতীয়, তৃতীয় ও চতুর্থ সেকেন্ডে যথাক্রমে 7, 18, 29 ও 40 m দূরত্ব অতিক্রম করছে। গাড়িটির আদিবেগ ও ত্বরণ নির্ণয়:

সমাধান

আমরা জানি, t-তম সেকেন্ডে অতিক্রান্ত দূরত্ব; $s = u + \frac{1}{2}a\,(2t - 1)$

$\therefore 7 = u + \frac{1}{2}a\,(2 \times 1 - 1)$ [$\because t = 1\ s$ ও $s = 7\ m$]

$\Rightarrow u + \frac{1}{2}a = 7 \ldots\ldots\ldots$ (i)

আবার, $18 = u + \frac{1}{2}a\,(2 \times 2 - 1)$ [$\because t = 2\ s$ ও $s = 18\ m$]

$\Rightarrow u + \frac{3}{2}a = 18 \ldots\ldots\ldots$ (ii)

(ii) − (i) $\Rightarrow a = 11\ ms^{-2}$ **[Ans.]**

(i) নং সমীকরণে a এর মান বসিয়ে পাই,

$$u + \frac{11}{2} = 7$$

$$\Rightarrow u = 1.5\ \mathrm{ms}^{-1}\ \ [\mathrm{Ans.}]$$

Example-18 এক ব্যক্তি 5km/h বেগে তার গন্তব্যে পৌঁছায় এবং 4km/h বেগে পূর্বের অবস্থানে ফিরে আসে। তার আপেক্ষিক বেগ নির্ণয়: *[চ.বো.'১৬]*

সমাধান

ধরি, গন্তব্যে পৌঁছানোর সময় ব্যক্তির বেগ, $v_A = 5$ km/h

এবং গন্তব্যে থেকে ফেরার সময় ব্যক্তির বেগ, $v_B = -4$ km/h [বিপরীতমুখী]

সুতরাং, লোকটির আপেক্ষিক বেগ $= v_A - v_B$

$$= 5 - (-4)$$

$$= 9\ \mathrm{km/h}\ \ [\mathrm{Ans.}]$$

Example-19 কোনো একটি বস্তুর আদিবেগ $3\hat{i} + 4\hat{j}$ এবং ত্বরণ $0.4\hat{i} + 0.3\hat{j}$ হলে 10s পরে বেগ কত একক তা নির্ণয়: *[সি.বো.'১৬]*

সমাধান

$$\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{a}\,t$$

$$= (3\hat{i} + 4\hat{j}) + (0.4\hat{i} + 0.3\hat{j}) \times 10$$

$$= 3\hat{i} + 4\hat{j} + 4\hat{i} + 3\hat{j}$$

$$= 7\hat{i} + 7\hat{j}$$

$$v = |\vec{v}| = \sqrt{7^2 + 7^2} = 9.9 \approx 10\ \ [\mathrm{Ans.}]$$

Example-20 একটি ট্রেন স্থির অবস্থান হতে 10 ms^{-2} ত্বরণে চলতে আরম্ভ করল। একই সময় একটি গাড়ি 100 ms^{-1} সমবেগে ট্রেনের সমান্তরালে চলা শুরু করলো। ট্রেন গাড়িটিকে কখন পিছনে ফেলবে তা নির্ণয়:

সমাধান

মনে করি, ট্রেনটি t সময় পরে s দূরত্ব অতিক্রম করে গাড়িটি পিছনে ফেলবে।

ট্রেনের ক্ষেত্রে,

$$s = V_{0_1} t \times \frac{1}{2} a_1 t^2$$

বা, $s = 0 + \frac{1}{2} \times 10 \times t^2$

বা, $s = 5t^2$ ....(i)

এখানে,
ট্রেনের আদিবেগ, $V_{0_1} = 0$
ত্বরণ, $a_1 = 10\ \mathrm{ms}^{-2}$
গাড়ির আদিবেগ, $V_{0_2} = 100\ \mathrm{ms}^{-1}$
গাড়ির ত্বরণ, $a_2 = 0$

গাড়ির ক্ষেত্রে,

$$s = V_{0_2} t + \frac{1}{2} a_2 t^2$$

বা, $s = 100t + \frac{1}{2} \times 0$

বা, $s = 100t$ ....(ii)

(i) ও (ii) নং সমীকরণ হতে,

$$5t^2 = 100t$$

বা, $t = \frac{100}{5}$

$\therefore$ $t = 20$ sec [Ans.]

Royal Shortcut

যদি একটি গাড়ি স্থির অবস্থা হতে a ত্বরণে চলা শুরু করে এবং অপর একটি গাড়ি v সমবেগে চললে, যদি তারা t সময় পরে পরস্পরকে অতিক্রম করে তবে,

$$t = \frac{2v}{a}$$

এখানে, উপরের প্রশ্নটির ক্ষেত্রে, ট্রেন গাড়িটিকে পিছনে ফেলবে,

$$t = \frac{2v}{a}$$

$$= \frac{2 \times 100}{10}$$

$$= 20\ \text{sec পরে।}$$

Example-21 একটি গাড়ি স্থির অবস্থান থেকে 2 ms^{-2} সমত্বরণে চলতে শুরু করে। 2 s পরে এটি কত দূর যাবে তা নির্ণয়: *[সি.বো.'১৯]*

সমাধান

আমরা জানি,

$$s = ut + \frac{1}{2} at^2$$

$$= 0 \times 2 + \frac{1}{2} \times 2 \times (2)^2$$

$$= 0 + 4$$

$$= 4\ \mathrm{m}\ \ [\mathrm{Ans.}]$$

Example-22 একটি গাড়ি স্থির অবস্থান থেকে 2 ms^{-2} সমত্বরণে চলতে শুরু করে। 2s পরে অতিক্রান্ত দূরত্ব 4 m। 2s পরে তার অতিক্রান্ত দূরত্ব 4s এ অতিক্রান্ত দূরত্বের কত গুণ হবে তা নির্ণয়: *[সি.বো.'১৯]*

সমাধান

2s পরে অতিক্রান্ত দূরত্ব, $s_1 = 4$ m

4s পরে অতিক্রান্ত দূরত্ব, $s_2 = 0 \times 4 + \frac{1}{2} \times 2 \times (4)^2$

$$= 0 + 16$$

$$= 16\ \mathrm{m}$$

এখন, $\frac{s_2}{s_1} = \frac{16}{4} = 4$

সুতরাং, 4s পরে গাড়িটির অতিক্রান্ত দূরত্ব 2s এ অতিক্রান্ত দূরত্বের 4 গুণ হবে। [Ans.]

Example-23 স্থিরাবস্থা থেকে যাত্রা শুরু করে একটি বস্তু প্রথম সেকেন্ডে 2m দূরত্ব অতিক্রম করে, পরবর্তী 2m দূরত্ব অতিক্রম করতে কত সময় লাগবে তা নির্ণয়: *[রা.বো.'১৭]*

সমাধান

আমরা জানি,

$$s_1 = v_0 t_1 + \frac{1}{2} a t_1^2$$

এখানে,
আদিবেগ, $v_0 = 0\mathrm{ms}^{-1}$

বা, $2\mathrm{m} = 0 + \frac{1}{2} a \times (1\mathrm{s})^2$

$\therefore$ $a = 2 \times 2$

$$= 4\ \mathrm{ms}^{-2}$$

এখন, ধরি, প্রথম থেকে মোট $s = (2 + 2)\mathrm{m} = 4\mathrm{m}$ দূরত্ব অতিক্রম করতে t সময় লাগে।

$\therefore$ $s = v_0 t + \frac{1}{2} at^2$

বা, $4 = 0 + \frac{1}{2} \times 4 \times t^2$

বা, $t^2 = \frac{4 \times 2}{4} = 2$

$\therefore$ $t = \sqrt{2}\mathrm{s}$

অতএব, শেষের 2m দূরত্ব অতিক্রম করতে সময় লাগে

$$t_2 = t - t_1$$

$$= (\sqrt{2} - 1)\ \mathrm{s}$$

$$= 0.41\ \mathrm{s}\ \ [\mathrm{Ans.}]$$

Example-24 একটি বুলেট নির্দিষ্ট পুরুত্বের তক্তা ভেদ করার পর বেগ $\frac{1}{16}$ অংশ হ্রাস পায়। অনুরূপ কতটি তক্তা ভেদ করতে পারবে তা নির্ণয়:

সমাধান

মনে করি, একটি তক্তার পুরুত্ব = x

আমরা জানি, $v^2 = u^2 - 2as$

$$\Rightarrow \left(\frac{15v_0}{16}\right)^2 = v_0^2 - 2ax$$

$$\Rightarrow 2ax = v_0^2 - \frac{225\ v_0^2}{256}$$

$$\Rightarrow 2ax = \frac{31v_0^2}{256}$$

$$\therefore a = \frac{31v_0^2}{512\,x}$$

ধরি, n সংখ্যক তক্তা ভেদ করতে পারবে।

আবার, $v^2 = v_0^2 - 2as$

$$\Rightarrow 0 = v_0^2 - 2 \times \frac{31v_0^2}{512\,x} \times nx$$

$$\Rightarrow \frac{62v_0^2 n}{512} = v_0^2$$

$$\Rightarrow n = \frac{512}{62}$$

$\therefore n = 8.258 \approx 8$ টি [Ans.]

Royal Shortcut

কোন বস্তু s দূরত্ব অতিক্রম করার পর যদি বেগ $\frac{1}{n}$ অংশ হ্রাস পায়, তবে ভেদকৃত তক্তার সংখ্যা $= \frac{n}{2}$ এখানে, $\frac{1}{n} = \frac{1}{16}$ বা, $n = 16$

উপরের প্রশ্নের ক্ষেত্রে, ভেদকৃত তক্তার সংখ্যা, $\frac{n}{2} = \frac{16}{2} = 8$টি।

Royal Tips

বুলেট ও তক্তা বিষয়ক:

বুলেটের আদিবেগ v হলে এবং d দূরত্ব যাবার পরে বেগ $\frac{v}{n}$ হলে আর যতটুকু তক্তার ভেতর দিয়ে যেতে পারে তার মান $= \frac{d}{n^2 - 1}$ এই সূত্র সকল ক্ষেত্রে ব্যবহার করা যায়।

যেমন- 50% হ্রাস পেলে $\frac{1}{n} = 50\% = \frac{1}{2}$

$$\therefore n = 2$$

একইভাবে 40% হ্রাস পেলে, $\frac{1}{n} = 60\%$

$$= \frac{6}{10}$$

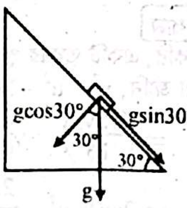
$$= \frac{3}{5}$$

$$\therefore n = \frac{5}{3}$$

এরপর মান বসালে অঙ্ক হয়ে যাবে।

Example-25 স্থির অবস্থান থেকে 100 kg ভরের একটি গাড়ি অনুভূমিকের সাথে 30° কোণে 20 m দূরত্বের একটি আনত তল বেয়ে নামছে। গাড়িটির বেগ নির্ণয়: [রা.বো.'১৫]

সমাধান



তল বরাবর অভিকর্ষ ত্বরণের মান $= g\sin\theta$

$$= 9.8 \sin 30°$$

$$= 4.9$$

$$v^2 = v_\circ^2 + 2as$$

$$= 0 + 2 \times 4.9 \times 20$$

$$\Rightarrow v = \sqrt{2 \times 4.9 \times 20}$$

$\therefore v = \sqrt{196} = 14\ \text{ms}^{-1}$ [Ans.]

প্রক্ষেপণ গতি

Example-26 আনুভূমিকের সাথে 45° কোণে নিক্ষিপ্ত একটি বস্তুর আনুভূমিক পাল্লা 100 m। সর্বোচ্চ উচ্চতা নির্ণয়: [ঢা.বো.'১৯]

সমাধান

যেহেতু বস্তুটি আনুভূমিকের সাথে 45° কোণে নিক্ষেপ করা হয়েছে; সেহেতু,

আনুভূমিক পাল্লা, $R = \frac{v_0^2}{g}$

বা, $v_0 = \sqrt{Rg}$

$$= \sqrt{100 \times 9.8}$$

$$= 31.3$$

এখন, সর্বোচ্চ উচ্চতা, $h_m = \frac{(v_0 \sin\theta_0)^2}{2g}$

$$= \frac{(31.3 \times \sin 45°)^2}{2 \times 9.8}$$

$$= \frac{\left(31.3 \times \frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2}{2 \times 9.8}$$

$= 25$ m [Ans.]

Example-27 একটি রাইফেল 300ms^{-1} নিক্ষেপণ বেগে এবং 40° ও 50° নিক্ষেপণ কোণের গুলি ছুড়তে পারে। বিচরণকাল অসমান এবং পাল্লা সমান হবে কিনা তা নির্ণয়: [ব.বো.'১৭]

সমাধান

- **বিচরণকাল:**

প্রথম ক্ষেত্রে, $T_1 = \frac{2v_0 \sin 40°}{g}$

$$= \frac{2 \times 300 \times \sin 40°}{9.8}$$

$= 39.35$ sec

দ্বিতীয় ক্ষেত্রে, $T_2 = \frac{2v_0 \sin 50°}{g}$

$$= \frac{2 \times 300 \times \sin 50°}{9.8}$$

$= 46.90$ sec

অর্থাৎ, বিচরণকাল অসমান হবে। [Ans.]

- **পাল্লা:**

প্রথম ক্ষেত্রে, $R_1 = \frac{v_0^2}{g} \sin(2 \times 40°)$

$$= \frac{300^2}{9.8} \sin 80°$$

$= 9044.153$ m

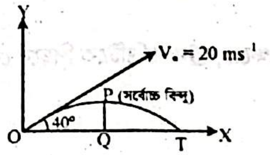
দ্বিতীয় ক্ষেত্রে, $R_2 = \frac{v_0^2}{g} \sin(2 \times 50°)$

$$= \frac{300^2}{9.8} \sin 100°$$

$= 9044.153$ m

অর্থাৎ, পাল্লা সমান হবে। [Ans.]

Similar Problem to the Example

- 

চিত্রে O বিন্দু হতে একটি পাথর $20\ \text{ms}^{-1}$ বেগে 40° কোণে ছোঁড়া হলো। T বিন্দুতে পৌছতে পাথরটির 2.62 sec সময় লাগবে। [ঢা.বো.'১৬]

Example-28 ইশান একটি ক্রিকেট বলকে 30° কোণে 25 ms^{-1} বেগে ব্যাট দ্বারা আঘাত করে। বলটি কত সময় পরে ভূমিতে ফিরে আসবে তা নির্ণয়: $[g = 9.8\ ms^{-2}]$ [কু.বো.'১৯]

সমাধান

আমরা জানি,

$$T = \frac{2v_0 \sin\theta_0}{g}$$

$$= \frac{2 \times 25 \times \sin 30°}{9.8}$$

$$= 2.55\ s\ \text{[Ans.]}$$

এখানে,
নিক্ষেপ কোণ, $\theta_0 = 30°$
আদিবেগ, $v_0 = 25\ ms^{-1}$
অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g = 9.8ms^{-2}$
দূরত্ব, $s = 80m$
উড্ডয়নকাল, $T = ?$
শেষবেগ, $v = ?$

Example-29 ইশান একটি ক্রিকেট বলকে 30° কোণে 25 ms^{-1} বেগে ব্যাট দ্বারা আঘাত করে। ব্যাটসম্যান থেকে 80 m দূরে থাকা একজন ফিল্ডার ন্যূনতম কতবেগে দৌড়ালে বলটি মাটিতে পড়ার পূর্বে ধরতে পারবে তা নির্ণয়: $[g = 9.8\ ms^{-2}]$ [কু.বো.'১৯]

সমাধান

পূর্বের সমাধান থেকে পাই, বলটির পর্যায়কাল, $T = 2.55$ sec

আমরা জানি,

$$s = vT$$

বা, $v = \frac{s}{T}$

বা, $v = \frac{80m}{2.55s}$

$\therefore$ $v = 31.37\ ms^{-1}$ **[Ans.]**

Example-30 ভূমির সাথে 30° কোণে এবং 50 ms^{-1} বেগে উপরের দিকে একটি বস্তুকে নিক্ষেপ করা হলো। নিক্ষেপ করার 2 sec পর বস্তুটির বেগ কত হবে তা নির্ণয়: [চ.বো.'১৯]

সমাধান

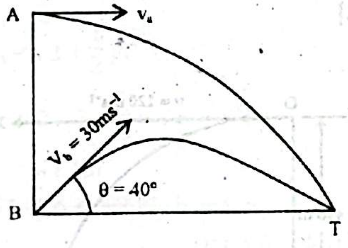
নিক্ষেপ করার 2 sec পর বস্তুটির বেগ, $v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$

$v_x = v_0 \cos\theta_0$
$= 50 \cos 30°$
$= 43.3\ ms^{-1}$

$v_y = v_0 \sin\theta_0 - gt$
$= 50 \sin 30° - 9.8 \times 2$
$= 5.4\ ms^{-1}$

$\therefore$ $v = \sqrt{(43.3)^2 + (5.4)^2} = 43.63\ ms^{-1}$ **[Ans.]**

Similar Problems to the Example

- একটি ফুটবলকে অনুভূমিকের সাথে 30° কোণে 40ms^{-1} বেগে কিক করা হলো। 2 sec পর এর বেগ 34.64 ms^{-1} হবে। [রা.বো.'১৯]
- 

চিত্রানুযায়ী A ও B বিন্দু থেকে দুটি বস্তু নিক্ষেপ করা হলো। B বিন্দু থেকে নিক্ষিপ্ত বস্তুটির 1 সে. পর বেগের উল্লম্ব উপাংশ 9.48 ms^{-1} হবে। [সম্মিলিত বো.'১৮]

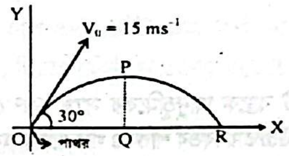
Example-31 ভূমির সাথে 30° কোণে এবং 50 ms^{-1} বেগে উপরের দিকে একটি বস্তুকে নিক্ষেপ করা হলো। প্রাসটির ক্ষেত্রে অনুভূমিক পাল্লা এবং সর্বাধিক উচ্চতায় বেগের উলম্ব উপাংশ নির্ণয়: [চ.বো.'১৯]

সমাধান

প্রাসটির ক্ষেত্রে–

- আনুভূমিক পাল্লা, $R = \frac{v_0^2 \sin 2\theta_0}{g}$
$= \frac{50^2 \times \sin (2\times30)°}{9.8}$
$= 220.92$ m **[Ans.]**
- যেকোনো প্রাসের সর্বাধিক উচ্চতায় বেগের উলম্ব উপাংশ শূন্য হয় এবং সেখানে শুধুমাত্র বেগের আনুভূমিক উপাংশ থাকে। **[Ans.]**

Example-32



P সর্বোচ্চ বিন্দু হলে, OQ এর মান নির্ণয়: [ব.বো.'১৯]

সমাধান

আমরা জানি,

$$R = \frac{v_0^2 \sin 2\theta_0}{g}$$

$$= \frac{(15)^2 \times \sin (2\times30°)}{9.8}$$

$$= 19.88m$$

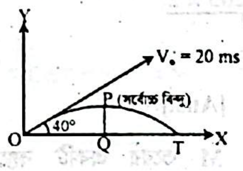
$$\therefore OQ = \frac{R}{2}$$

$$= \frac{19.88}{2}$$

$= 9.94$ m **[Ans.]**

এখানে,
$v_0 = 15\ ms^{-1}$
$\theta_0 = 30°$
$g = 9.8\ ms^{-1}$
আনুভূমিক পাল্লা, $R = OR$
$OQ = \frac{R}{2} = ?$

Similar Problem to the Example

- 

চিত্রে O বিন্দু হতে একটি পাথর 20 ms^{-1} বেগে 40° কোণে ছোঁড়া হলো। OQ এর মান 20 m হবে। [ঢা.বো.'১৬]

Example-33 t সময় পরে $x = 6t$ এবং $y = 8t - 5t^2$ হলে ঐ প্রাসের নিক্ষেপণ বেগ নির্ণয়: [রা.বো.'১৯]

সমাধান

আদিবেগ v_0 ও নিক্ষেপণ কোণ θ_0 হলে,

$X = v_0 \cos\theta_0 t = 6t$

বা, $v_0 \cos\theta_0 = 6$ ……… (i)

$\therefore$ $Y = v_0 \sin\theta_0 t - \frac{1}{2}gt^2 = 8t - 5t^2$

বা, $v_0 \sin\theta_0\, t = 8t - 5t^2 + 5t^2 = 8t$ $\left[\because \frac{1}{2}gt^2 = \frac{1}{2}10 \times t^2 = 5t^2\right]$

বা, $v_0 \sin\theta_0 = 8$ ……… (ii)

(ii) ÷ (i) $\Rightarrow \tan\theta_0 = \frac{8}{6}$

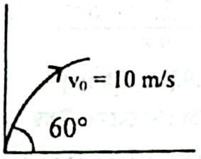
$\therefore \theta_0 = 53.13°$

(i) থেকে পাই, $v_0 = 10\ ms^{-1}$ **[Ans.]**

Example-34 একটি বস্তুকে আনুভূমিকের সাথে 60° কোণে $10\ ms^{-1}$ বেগে নিক্ষেপ করা হলো। নিক্ষিপ্ত বস্তুর আনুভূমিক বেগ নির্ণয়: [য.বো.'১৭]

সমাধান

নিক্ষিপ্ত বস্তুর অনুভূমিক বেগ,



$$v_{x0} = v_0 \cos\theta_0$$
$$= 10 \cos 60°$$
$$= 10 \times \frac{1}{2}$$
$$= 5\ ms^{-1}\ [\text{Ans.}]$$

Example-35 একটি বস্তুকে আনুভূমিকের সাথে 60° কোণে $10\ ms^{-1}$ বেগে নিক্ষেপ করা হলো। সর্বোচ্চ উচ্চতায় বিভব শক্তি ও গতিশক্তির অনুপাত নির্ণয়: [য.বো.'১৭]

সমাধান

সর্বোচ্চ উচ্চতা, $h_m = \frac{v_0^2 \sin^2\theta_0}{2g}$

$$= \frac{10^2 (\sin 60°)^2}{2 \times 9.8}$$
$$= \frac{100 \times \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2}{19.6}$$
$$= 3.8265\ m$$

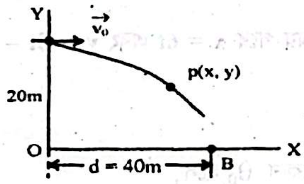
সর্বোচ্চ উচ্চতায় বেগ, $v_h = v_{x0} = 5\ ms^{-1}$

এখন, $\frac{\text{বিভব শক্তি}}{\text{গতিশক্তি}} = \frac{mgh}{\frac{1}{2}mv_h^2}$

$$= \frac{gh \times 2}{v_h^2}$$
$$= \frac{9.8 \times 3.8265 \times 2}{5^2}$$
$$= 2.99 \approx 3$$

$\therefore$ বিভবশক্তি : গতিশক্তি = 3 : 1 [Ans.]

Example-36 চিত্রানুযায়ী M ভরের একটি বস্তুকে v_0 আদিবেগে অনুভূমিকভাবে B বিন্দুর লক্ষ্যবস্তুকে আঘাত করার জন্য নিক্ষেপ করায় চলার পথের সমীকরণ $x^2 = 80y$ পাওয়া গেল। এখানে $g = 10ms^{-2}$।



v_0 এর মান নির্ণয়: [ব.বো.'১৬]

সমাধান

$$h = v_{y_0} t + \frac{1}{2} gt^2$$

$20 = -(0 \times t) + \frac{1}{2} \times 10 \times t^2$ [অনুভূমিকভাবে নিক্ষিপ্ত বলে $v_{y_0} = 0$]

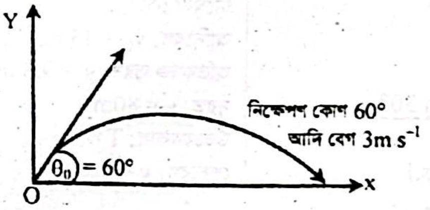
$\Rightarrow t = 2$ second

এখন,

$$x = v_{x_0} t$$
$$\Rightarrow 40 = v_{x_0} \times 2$$
$$\Rightarrow v_{x_0} = 20\ ms^{-1}$$

$$\therefore v_0 = \sqrt{v^2_{x_0} + v^2_{y_0}}$$
$$= \sqrt{20^2 + 0^2}$$
$$= 20\ ms^{-1}\ [\text{Ans.}]$$

Example-37



সর্বোচ্চ উচ্চতায় উঠতে প্রাসটির কত সময় লাগে তা নির্ণয়: [ব.বো.'১৫]

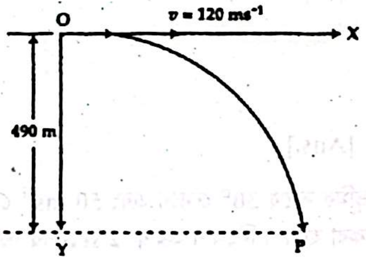
সমাধান

উত্থান কাল,

$$t = \frac{v_0 \sin\theta_0}{g}$$
$$= 0.26\ s\ [\text{Ans.}]$$

এখানে,
নিক্ষেপণ বেগ, $V_0 = 3ms^{-1}$
নিক্ষেপণ কোণ, $\theta_0 = 60°$
উত্থান কাল, $t = ?$

Example-38



একটি বোমারু বিমান ভূমি হতে 490 m উচ্চতায় ভূমির সমান্তরালে $120ms^{-1}$ বেগে বোমা ফেলে দিল। ভূ-পৃষ্ঠের উপর P একটি বিন্দু। বোমাটি কখন P বিন্দুতে আঘাত হানবে তা নির্ণয়: [য.বো.'১৫]

সমাধান

$$y = -V_{y_0} t + \frac{1}{2} gt^2$$

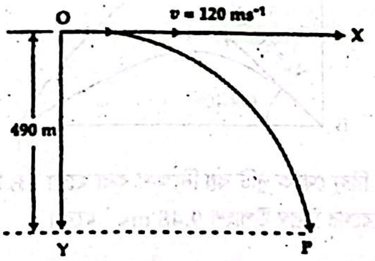
বা, $y = -V_0 \sin\theta_0 t + \frac{1}{2} gt^2$ [$\because$ বেগটির আদিবেগের উলম্ব উপাংশ $V_0 \sin\theta_0 = 0$]

বা, $y = \frac{1}{2} gt^2$

বা, $490 = \frac{1}{2} gt^2$

$$\therefore t = \sqrt{\frac{2 \times 490}{9.8}}$$
$$= 10\ s\ [\text{Ans.}]$$

Example-39



একটি বোমারু বিমান ভূমি হতে 490 m উচ্চতায় ভূমির সমান্তরালে $120ms^{-1}$ বেগে বোমা ফেলে দিল। ভূ-পৃষ্ঠের উপর P একটি বিন্দু। Y ও P এর মধ্যবর্তী দূরত্ব নির্ণয়: [য.বো.'১৫]

সমাধান

$$X = V_{x_0} t + \frac{1}{2} a_x t^2$$

বা, $X = V_{x_0} t$ [*এখানে, ত্বরণের অনুভূমিক উপাংশ, $a_x = 0$*]

বা, $X = V_0 \cos 0° \, t$

$= (120 \times 10)$m

$= \mathbf{1200\ m}$ **[Ans.]**

পড়ন্ত বস্তুর গতি

Example-40 পানি থেকে 19.6 m উপরে থাকা ব্রিজ থেকে একটি বস্তুকে নৌকার উপর ফেলার জন্য ছেড়ে দেওয়া হলো তখন নৌকাটি ব্রিজ থেকে 6 m দূরে থাকলে নৌকার দ্রুতি কত হবে তা নির্ণয়: [ম.বো.'২৪]

সমাধান

আমরা জানি,

$$h = \frac{1}{2} g t^2$$

$$\Rightarrow t^2 = \frac{2h}{g}$$

এখানে,
পানি থেকে উচ্চতা, $h = 19.6$ m
নৌকার দূরত্ব, $s = 6$ m
ধরি,
বস্তুর নৌকায় পড়তে প্রয়োজনীয় সময় $= t$
নৌকার বেগ $= v$

$$= \sqrt{\frac{2h}{g}}$$

$$= \sqrt{\frac{2 \times 19.6}{9.8}}$$

$= 2$s

আবার,

$$v = \frac{s}{t}$$

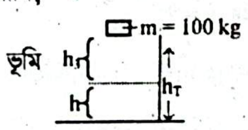
$$= \frac{6}{2}$$

$= 3\ \text{ms}^{-1}$ **[Ans.]**

Example-41 100 kg ভরের একটি পাথরকে 200 m উঁচু থেকে ফেলে দেয়া হলো। বাতাসের বাধা অগ্রাহ্য করা হলে এবং $g = 9.8\ \text{ms}^{-2}$ হলে 3s পর পাথরটি মাটি থেকে কত উঁচুতে থাকবে তা নির্ণয়: [য.বো.'২৩]

সমাধান

আমরা জানি,



এখানে,
সময়, $t = 3$ sec
আদিবেগ, $v_0 = 0\ \text{ms}^{-1}$
মোট উচ্চতা, $h_T = 200$ m

3 সেকেন্ডে দূরত্ব, $h_3 = v_0 t + \frac{1}{2} g t^2$

$= 0 \times 3 + \frac{1}{2} \times 9.8 \times 3^2$

$= 44.1$m

$\therefore$ মাটি থেকে বস্তুটির দূরত্ব বা উচ্চতা, $h = h_T - h_3$

$= (200 - 44.1)$ m

$= 155.9$ m **[Ans.]**

Example-42 45 m উচ্চতায় অবস্থিত নল হতে সমান সময় ব্যবধানে পানির ফোঁটা ভূমিতে পতিত হচ্ছে। প্রথম ফোঁটা যখন ভূমিতে পড়ে তখন চতুর্থ ফোঁটা নল হতে পড়ার উপক্রম হয়। প্রথম ফোঁটা ভূমিতে পড়ার মুহূর্তে তৃতীয় ফোঁটা ভূমি হতে কত উচ্চতায় থাকবে তা নির্ণয়: ($g = 10\ \text{ms}^{-2}$) [দি.বো.'১৯]

সমাধান

আমরা জানি,

$$h = ut + \frac{1}{2} g t^2$$

বা, $h = 0 + \frac{1}{2} \times 10 \times t^2$

বা, $\frac{45 \times 2}{10} = t^2$

বা, $t = \sqrt{\frac{90}{10}}$

$\therefore t = 3$ sec.

3 সেকেন্ড অতিক্রান্ত হলে প্রথম ফোঁটা ভূমি স্পর্শ করে এবং চতুর্থ ফোঁটা পড়ার উপক্রম হয়। সুতরাং, দ্বিতীয় ফোঁটা অতিক্রান্ত করে 2 সেকেন্ড এবং তৃতীয় ফোঁটা অতিক্রান্ত করে 1 সেকেন্ড।

1 সেকেন্ডে দূরত্ব অতিক্রম করে,

$$h = ut + \frac{1}{2} g t^2$$

এখন,
সময়, $t = 1$ sec

বা, $h = \frac{1}{2} \times 10 \times 1^2$

$\therefore h = 5$ m

প্রথম ফোঁটা ভূমিতে পড়ার মুহূর্তে তৃতীয় ফোঁটা ভূমি হতে $(45 - 5) = 40$ m উচ্চতায় থাকবে। **[Ans.]**

Similar Problem to the Example

- **4kg ভরের একটি পাথরকে 100m উঁচু বিল্ডিংয়ের উপর থেকে ছেড়ে দেয়া হলে ভূমিতে পতিত হতে 4.5 সে. সময় লাগবে।** *[রা.বো.'১৭]*

Example-43 একটি বস্তুকে 180m উঁচু একটি মিনারের চূড়া হতে ছেড়ে দেয়া হলো। একই সময়ে অন্য একটি বস্তুকে 60ms^{-1} বেগে খাড়া উপরের দিকে নিক্ষেপ করা হলো। কখন বস্তুদ্বয় পরস্পর মিলিত হবে তা নির্ণয়: [রা.বো.'১৯]

সমাধান

মনে করি, t সময় পর বস্তুদ্বয় পরস্পর মিলিত হবে।

$h = \frac{1}{2} g t^2$ ……… (i)

$180 - h = 60t - \frac{1}{2} g t^2$ ……… (ii)

(i) + (ii) $\Rightarrow$

$180 = 60t$

$\therefore t = 3$ s **[Ans.]**

Example-44 45 m উচ্চতায় অবস্থিত নল হতে সমান সময় ব্যবধানে পানির ফোঁটা ভূমিতে পতিত হচ্ছে। প্রথম ফোঁটা যখন ভূমিতে পড়ে তখন চতুর্থ ফোঁটা নল হতে পড়ার উপক্রম হয়। প্রথম ফোঁটা ভূমিতে পড়ার মুহূর্তে তৃতীয় ফোঁটা ও দ্বিতীয় ফোঁটার বেগের অনুপাত নির্ণয়: ($g = 10\ \text{ms}^{-2}$) *[দি.বো.'১৯]*

সমাধান

প্রথম ফোঁটা ভূমিতে পড়ার মুহূর্তে–

২য় ফোঁটার বেগ, $v_2 = g t_2 = 10 \times 2$

$= 20\ \text{ms}^{-1}$

৩য় ফোঁটার বেগ, $v_3 = g t_3$

$= 10 \times 1$

$= 10\ \text{ms}^{-1}$

$v_3 : v_2 = 10 : 20$

$= 1 : 2$ **[Ans.]**

Example-45 m ভরের বস্তুকে খাড়া উপরের দিকে $98ms^{-1}$ বেগে নিক্ষেপ করার পর ফিরে আসলো। এখানে, $g = 9{\cdot}8ms^{-2}$। বস্তুটি কত সময় শূন্যে বিচরণ করেছে তা নির্ণয়: [ব.বো.'১৬]

সমাধান

আদিবেগ, $v_0 = 98\ ms^{-1}$

$g = 9.8\ ms^{-2}$

বিচরণকাল, $T = \frac{2v_0}{g}$

$= \frac{2 \times 98}{9.8}$

$= 20\ s$ [Ans.]

Similar Problem to the Example

- $9.8ms^{-1}$ বেগে একটি পাথর উপরের দিকে নিক্ষেপ করা হলো। এটি 2 s সময় পরে ভূ-পৃষ্ঠে ফিরে আসবে। [চ.বো.'১৬]

বৃত্তীয় গতি

Example-46 পৃথিবীর নিজ অক্ষের ঘূর্ণনের জন্য জাতীয় স্মৃতিসৌধের কৌণিক বেগ নির্ণয়: [দি.বো.'২২]

সমাধান

পৃথিবীর নিজ অক্ষের সাপেক্ষে আবর্তনকাল, T = 1 দিন

$= 86400\ s$

∴ জাতীয় স্মৃতিসৌধের কৌণিক বেগ,

$\omega = \frac{2\pi}{T}$

$= \frac{2 \times 3.14}{86400}$

$= 7.27 \times 10^{-5}\ rads^{-1}$ [Ans.]

Similar Problem to the Example

- পৃথিবীর নিজ অক্ষে ঘূর্ণনের জন্য "আইফেল টাওয়ারের" কৌণিক বেগ $4.167 \times 10^{-3}\ deg/s^{-1}$ হবে। [দি.বো.'১৭]

Example-47 একটি পাখা প্রতি মিনিটে 30 বার ঘুরছে। এর কৌণিক বেগ নির্ণয়: [য.বো.'১৭]

সমাধান

কৌণিক বেগ, $\omega = 2\pi f$

$= \frac{2\pi N}{t}$

$= \frac{2\pi \times 30}{60}$

$= \pi\ rads^{-1}$ [Ans.]

এখানে,

সময়, $t = 1min$

$= 60\ sec$

ঘূর্ণন সংখ্যা, $N = 30$

Example-48 0.01m দৈর্ঘ্যের একটি ঘড়ির মিনিটের কাটার প্রান্তীয় বিন্দুর রৈখিক বেগের মান নির্ণয়: [রা.বো.'১৯]

সমাধান

জানা আছে,

$v = \omega r$

বা, $v = \frac{2\pi}{60 \times 60} \times 0.01$

$\therefore v = 1.74 \times 10^{-5}\ ms^{-1}$ [Ans.]

এখানে,

মিনিটের কাটার পর্যায়কাল, $T = 60 \times 60s$

ব্যাসার্ধ, $r = 0.01\ m$

কৌণিক বেগ, $\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{60 \times 60}\ rads^{-1}$

Example-49 বৃত্তাকার পথে 72 km/h সমদ্রুতিতে চলমান একটি গাড়ির কেন্দ্রমুখী ত্বরণ $2ms^{-2}$। বৃত্তাকার পথের ব্যাসার্ধ নির্ণয়: [ব.বো.'২৩]

সমাধান

আমরা জানি,

$a = \frac{v^2}{r}$

$\Rightarrow r = \frac{v^2}{a}$

$= \frac{(20)^2}{2}$

$= 200\ m$ [Ans.]

এখানে,

কেন্দ্রমুখী ত্বরণ, $a = 2\ ms^{-2}$

গাড়ীর বেগ, $v = 72\ kmh^{-1}$

$= \frac{72 \times 1000}{3600}\ ms^{-1}$

$= 20\ ms^{-1}$

বৃত্তাকার পথের ব্যাসার্ধ, r = ?

Example-50 একটি চাকার জড়তার ভ্রামক $5 \times 10^{-3}\ kgm^2$ এবং এটি প্রতি সেকেন্ডে 20 বার আবর্তন করছে। চাকাটিকে 20 সেকেন্ডে থামানো হলে ইহার কৌণিক ত্বরণ কত তা নির্ণয়: [ব.বো.'২১]

সমাধান

আমরা জানি,

$\omega = \omega_o - \alpha t$

$\therefore \alpha = \frac{\omega_o - \omega}{t}$

$= \frac{40\pi - 0}{20}$

$= 2\pi\ rads^{-2}$ [Ans.]

এখানে,

আদি কৌণিক বেগ, $\omega_o = 2\pi \frac{N}{t}$

$= 2\pi \times \frac{20}{1}$

$= 40\pi\ rads^{-1}$

শেষ কৌণিক বেগ, $\omega = 0$

সময়, $t = 20\ s$

Example-51 একটি ঘড়ির সেকেন্ডের কাঁটার দৈর্ঘ্য 3cm। সেকেন্ডের কাঁটার প্রান্তের রৈখিক বেগ নির্ণয়: [সম্মিলিত বো.'১৮]

সমাধান

আমরা জানি,

$\omega = \frac{2\pi}{T}$

$= \frac{2\pi}{60}$

$= \frac{\pi}{30}$

$= 0.1047\ rad/sec$

$v = \omega r$

$= \frac{\pi}{30} \times 0.03$

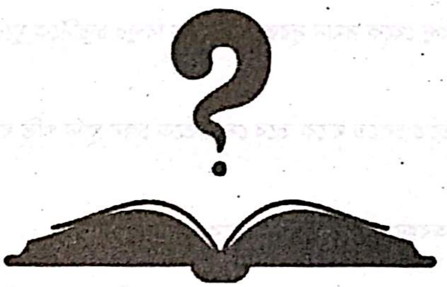
$= 3.1416 \times 10^{-3}\ ms^{-1}$ [Ans.]

এখানে,

সেকেন্ডের কাটার পর্যায়কাল, $T = 60\ s$

ব্যাসার্ধ, $r = 3\ cm = 0.03\ m$

রৈখিক বেগ, v = ?



Short Question-Answer

☑ জ্ঞানমূলক প্রশ্নোত্তর ('ক' অংশ)
☑ অনুধাবনমূলক প্রশ্নোত্তর ('খ' অংশ)

প্রিয় শিক্ষার্থী,

সৃজনশীল প্রশ্নের 'ক' ও 'খ' অংশের প্রস্তুতি খুবই গুরুত্বপূর্ণ। HSC পরীক্ষায় সৃজনশীল অংশে ভালো করতে হলে অবশ্যই 'ক' ও 'খ' নং প্রশ্ন অর্থাৎ 'জ্ঞানমূলক' ও 'অনুধাবনমূলক' প্রশ্নের সঠিক ও গোছানো উত্তরের কোনো বিকল্প নেই।

তোমাদের সুবিধার্থে, এই অধ্যায়ের বিগত বছরগুলোর HSC পরীক্ষার 'ক' ও 'খ' অংশের প্রশ্নোত্তরগুলো সহ গুরুত্বপূর্ণ অন্যান্য প্রশ্নোত্তরগুলো টপিক অনুসারে সাজিয়ে দেওয়া হয়েছে। এই প্রশ্নোত্তরগুলো অনুশীলন করলে এই অধ্যায়ের সব বোর্ড প্রশ্নতো Cover হবেই, সাথে এই অধ্যায় সংশ্লিষ্ট গুরুত্বপূর্ণ প্রায় প্রতিটি টপিকই তোমাদের আয়ত্তে চলে আসবে।

CS CamScanner

জ্ঞানমূলক প্রশ্নোত্তর

বিভিন্ন ধরনের গতি সম্পর্কিত

প্রশ্ন-১। **ঘূর্ণন গতি কাকে বলে?**

উত্তর: গতিশীল অবস্থায় বস্তুর কণাসমূহ যদি কোনো বিন্দু থেকে সমান দূরত্ব রেখে উক্ত বিন্দুর চতুর্দিকে ঘুরে তবে তাকে ঘূর্ণন গতি বলে।

প্রশ্ন-২। **চলন ঘূর্ণন গতি কাকে বলে?**

উত্তর: কোনো বস্তু যদি একই সময়ে চলন ও ঘূর্ণন গতিতে চলতে থাকে তবে সে গতিকে চলন ঘূর্ণন গতি বলে।

প্রশ্ন-৩। **পরম গতি কাকে বলে?**

উত্তর: নিশ্চল কোনো প্রসঙ্গ কাঠামোর সাপেক্ষে বস্তুর অবস্থানের পরিবর্তন হওয়াকে পরম গতি বলে।

প্রশ্ন-৪। **আপেক্ষিক বেগ কাকে বলে?** [ব.বো.'১১]

উত্তর: দুটি চলমান বস্তুর একটির সাপেক্ষে অপরটির অবস্থানের পরিবর্তনের হারকে আপেক্ষিক বেগ বলে।

গতি ও এসম্পর্কিত রাশিসমূহ

প্রশ্ন-৫। **দ্রুতি কী?**

উত্তর: একক সময়ে বস্তুর অতিক্রান্ত দূরত্বকে দ্রুতি বলে। একে v দ্বারা প্রকাশ করা হয়।

প্রশ্ন-৬। **বেগ কী?**

উত্তর: কোনো নির্দিষ্ট দিকে কোনো বস্তু একক সময়ে যে দূরত্ব অতিক্রম করে তাকে বেগ বলে।

প্রশ্ন-৭। **একমাত্রিক বস্তু কাকে বলে?**

উত্তর: যেসব বস্তুর বিভিন্ন কণার অবস্থান একটিমাত্র স্থানাঙ্ক দ্বারা নির্দেশ করা যায় তাদেরকে একমাত্রিক বস্তু বলে।

প্রশ্ন-৮। **দ্বিমাত্রিক বস্তু কাকে বলে?**

উত্তর: যেসব বস্তুর বিভিন্ন কণার অবস্থান দুটি স্থানাঙ্ক দ্বারা নির্দেশ করা যায় তাদেরকে দ্বিমাত্রিক বস্তু বলে।

প্রশ্ন-৯। **ত্রিমাত্রিক বস্তু কাকে বলে?**

উত্তর: যেমন বস্তুর বিভিন্ন কণার অবস্থান তিনটি স্থানাঙ্ক দ্বারা নির্দেশ করা যায় তাদেরকে ত্রিমাত্রিক বস্তু বলে।

প্রশ্ন-১০। **জড় কাঠামোর সংজ্ঞা লিখ।** [ব.বো.'১৭]

উত্তর: যে সব প্রসঙ্গ কাঠামোতে জড়তার সূত্র এবং নিউটনের গতির প্রথম সূত্র প্রযোজ্য হয় তাকে জড় কাঠামো বলে।

প্রশ্ন-১১। **গড় বেগ কী?**

উত্তর: যদি কোনো বস্তু বা কণা অসমবেগে চলে তবে মোট অতিক্রান্ত দূরত্বকে মোট অতিবাহিত সময় দ্বারা ভাগ করলে যে বেগ পাওয়া যায় তাকেই গড় বেগ বলে।

প্রশ্ন-১২। **অসমবেগ কী?**

উত্তর: কোনো বস্তুর গতিকালে যদি তার বেগের মান ও দিক উভয় পরিবর্তিত হয় তাহলে সে বেগকে অসমবেগ বলে।

প্রশ্ন-১৩। **তাৎক্ষণিক বেগ কাকে বলে?** [ঢা.বো.'১৭,'১৬; সি.বো.'১৭; য.বো.'১৫]

উত্তর: সময় ব্যবধান শূন্যের কাছাকাছি হলে সময়ের সাথে বস্তুর সরণের হারকে তাৎক্ষণিক বেগ বলে।

প্রশ্ন-১৪। **সমত্বরণ কী?**

উত্তর: কোনো বস্তুর বেগ বৃদ্ধির হার সর্বদা সমান থাকে তবে ঐ বস্তুর ত্বরণকে সমত্বরণ বা সুষমত্বরণ বলে। অভিকর্ষের টানে মুক্তভাবে পড়ন্ত বস্তুর ত্বরণ সমত্বরণ।

প্রশ্ন-১৫। **অসমত্বরণ কী?**

উত্তর: যদি কোনো বস্তুর গতিকালে তার ত্বরণের মান বা দিক বা উভয়ই পরিবর্তিত হয় তাহলে সে ত্বরণকে অসমত্বরণ বলে।

প্রশ্ন-১৬। **তাৎক্ষণিক ত্বরণ কাকে বলে?** [সি.বো.'১৫]

উত্তর: কোনো গতিশীল বস্তুর সময়ের ব্যবধান শুন্যের কাছাকাছি হলে সময়ের সাপেক্ষে বেগ পরিবর্তনের হারকে তাৎক্ষণিক ত্বরণ বলে।

প্রশ্ন-১৭। **মন্দন কী?**

উত্তর: গতিশীল বস্তুর বেগ হ্রাসের হারকে মন্দন বলে। মন্দন হলো ঋণাত্মক ত্বরণ।

CS CamScanner

প্রাস ও এসম্পর্কিত রাশিসমূহ

প্রশ্ন-১৮। প্রক্ষেপক বা প্রাস কাকে বলে? *[চ.বো.'১৯; দি.বো.'১৭; সি.বো.'১৫]*

উত্তর: কোনো বস্তুকে অনুভূমিকের সঙ্গে তির্যকভাবে উপরের দিকে নিক্ষেপ করা হলে তাকে প্রক্ষেপক বলে।

প্রশ্ন-১৯। নিক্ষেপণ বিন্দু কী?

উত্তর: যে বিন্দু হতে প্রাসটি নিক্ষিপ্ত হয় তাকে নিক্ষেপণ বিন্দু বলে।

প্রশ্ন-২০। প্রাসের পাল্লা কী? *[ঢা.বো.'১৯; দি.বো.'১৯]*

উত্তর: কোনো প্রাস নিক্ষেপের পর আদি উচ্চতায় ফিরে আসতে যে আনুভূমিক দূরত্ব অতিক্রম করে তাকে উক্ত প্রাসের পাল্লা বলে।

প্রশ্ন-২১। বিচরণকাল কী?

উত্তর: নিক্ষেপণ বিন্দুগামী অনুভূমিক সমতলকে প্রসঙ্গ সমতল বলে। উৎক্ষেপণ মুহূর্ত হতে যে সময় পরে কোনো প্রাস প্রসঙ্গ সমতলে ফিরে আসে তাকে বিচরণ কাল বলে।

প্রশ্ন-২২। নিক্ষেপণ বেগ কী?

উত্তর: যে আদি বেগে কোনো প্রাসকে শূন্যে নিক্ষেপ করা হয় তাকে নিক্ষেপণ বেগ বলে।

প্রশ্ন-২৩। নিক্ষেপণ কোণ কী?

উত্তর: যাত্রা শুরুর মুহূর্তে নিক্ষেপণ বেগের অভিমুখ অনুভূমিকের সাথে যে কোণ সৃষ্টি করে তাকে নিক্ষেপণ কোণ বলে।

বৃত্তীয় গতি ও এসম্পর্কিত রাশিসমূহ

প্রশ্ন-২৪। বৃত্তীয় গতি কাকে বলে? *[ব.বো.'১৯]*

উত্তর: কোনো বস্তু যদি কোনো বিন্দু বা অক্ষকে কেন্দ্র করে বৃত্তাকার পথে গতিশীল হয়, তখন তার গতিকে বৃত্তাকার বা বৃত্তীয় গতি বলে।

প্রশ্ন-২৫। কৌণিক সরণ কী?

উত্তর: বৃত্তপথে ঘূর্ণায়মান একটি কণা একটি নির্দিষ্ট সময়ে বৃত্তের একটি নির্দিষ্ট চাপ পরিভ্রমণ করে। সেই চাপকেন্দ্রে যে কোণ উৎপন্ন করে তাকে কৌণিক সরণ বলে।

প্রশ্ন-২৬। কৌণিক বেগ কাকে বলে? *[ব.বো.'২৫; ম.বো.'২১; ঢা., য., সি., দি. (সম্মিলিত) বো.'১৮; দি.বো.'১৭]*

***অথবা*, কৌণিক বেগ কী?** *[দি.বো.'১৭]*

উত্তর: সময় ব্যবধান শূন্যের কাছাকাছি হলে কোন বিন্দু বা অক্ষকে কেন্দ্র করে বৃত্তাকার পথে ঘূর্ণায়মান কোনো বস্তুর সময়ের সাথে কৌণিক সরণের হারকে কৌণিক বেগ বলে।

প্রশ্ন-২৭। কৌণিক ত্বরণ কাকে বলে? *[রা., কু., চ., ব. (সম্মিলিত) বো.'১৮]*

উত্তর: সময় ব্যবধান শূন্যের কাছাকাছি হলে সময়ের সাথে বস্তুর কৌণিক বেগের পরিবর্তনের হারকে কৌণিক ত্বরণ বলে।

প্রশ্ন-২৮। কেন্দ্রমুখী ত্বরণ কাকে বলে? *[য.বো.'২৫; দি.বো.'১৯]*

***অথবা*, কেন্দ্রমুখী ত্বরণ কী?** *[কু.বো.'১৭]*

উত্তর: কোনো বস্তুকণা যখন বৃত্তাকার পথে ঘুরতে থাকে তখন বৃত্তের ব্যাসার্ধ বরাবর এবং কেন্দ্রের অভিমুখে বস্তুকণার উপর যে ত্বরণ ক্রিয়া করে তাকে কেন্দ্রমুখী বা অভিকেন্দ্র ত্বরণ বলে।

প্রশ্ন-২৯। স্পর্শীয় ত্বরণ কাকে বলে? *[রা.বো.'১৭]*

উত্তর: কোনো বৃত্তাকার পথে ঘূর্ণায়মান বস্তুর বৃত্তাকার পথের স্পর্শক বরাবর যে ত্বরণ কাজ করে তাকে স্পর্শীয় ত্বরণ বলে।

অনুধাবনমূলক প্রশ্নোত্তর

গতি ও এসম্পর্কিত রাশিসমূহ

প্রশ্ন-১। বায়ুপ্রবাহ না থাকলেও একজন সাইকেল আরোহী বাতাসের ঝাপটা অনুভব করেন কেন? ব্যাখ্যা কর। *[রা.বো.'১৯]*

উত্তর: বায়ুপ্রবাহ না থাকলেও একজন সাইকেল আরোহী বাতাসের ঝাপটা অনুভব করেন। এটি বাতাসের আপেক্ষিক গতির কারণে ঘটে। কারণ, যখন সাইকেল আরোহী একটি নির্দিষ্ট বেগে গতিশীল হয় তখন বাতাসও ঐ আরোহীর সাপেক্ষে আরোহীর সমান কিন্তু বিপরীতমুখী বেগ প্রাপ্ত হয়। ফলে আপেক্ষিক বেগের কারণে আরোহী বাতাসের ঝাপটা অনুভব করেন।

প্রশ্ন-২। দূরত্ব ও সরণের মধ্যে পার্থক্য লেখ?

উত্তর: দূরত্ব ও সরণের মধ্যে পার্থক্য নিচে দেওয়া হলো–

পার্থক্যের বিষয়	দূরত্ব	সরণ
১. সংজ্ঞাগত	যেকোনো দিকে বস্তুর পারিপার্শ্বিকের সাপেক্ষে অবস্থানের মোট পরিবর্তন।	নির্দিষ্ট দিকে বস্তুর পারিপার্শ্বিকের সাপেক্ষে অবস্থানের পরিবর্তন।
২. রাশিগত	স্কেলার রাশি।	ভেক্টর রাশি।
৩. পরিমাণগত	বস্তুর মোট অতিক্রান্ত পথ।	বস্তুর আদি ও শেষ অবস্থানের মধ্যে সরল রৈখিক পথ।

প্রশ্ন-৩। "গড়বেগ শূন্য হলেও গড়দ্রুতি কখনও শূন্য হয় না" এর ব্যাখ্যা লিখ। *[ব.বো.'১৭]*

উত্তর: আমরা জানি, গড় বেগ $= \frac{\text{মোট সরণ}}{\text{সময়}}$

কোনো বস্তুর সরণ একটি ভেক্টর, যার মান বস্তুটির গতিপথের শেষ এবং আদি অবস্থানের মধ্যে ন্যূনতম দূরত্ব এবং এর দিক হলো আদি অবস্থান থেকে শেষ অবস্থানের দিক। সুতরাং, নির্দিষ্ট দূরত্ব অতিক্রম করার পরেও যদি কোনো বস্তুর আদি ও শেষ অবস্থান একই হয়ে যায় (যেমন: বৃত্তাকার পথে ঘূর্ণনশীল বস্তু) তাহলে মোট সরণ শূন্য হবে।

সুতরাং, গড়বেগ $= \frac{0}{\text{সময়}} =$ শূন্য; যদিও বস্তুটি একটি দূরত্ব অতিক্রম করে।

আবার, গড়দ্রুতি $= \frac{\text{মোট অতিক্রান্ত দূরত্ব}}{\text{মোট ব্যয়িত সময়}}$

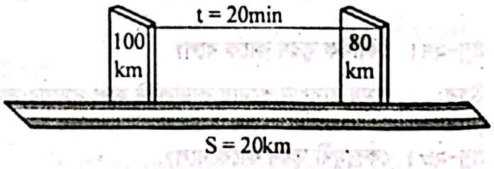
কিন্তু মোট সরণ শূন্য হতে পারলেও মোট অতিক্রান্ত দূরত্ব কখনও শূন্য হতে পারে না। ফলে গড়দ্রুতি কখনও শূন্য হয় না।

প্রশ্ন-৪। কোনো বাসযাত্রী রাস্তার পাশের কিলোমিটার স্টোন এবং সাথে থাকা একটি হাতঘড়ি ব্যবহার করে চলমান বাসটির গড় বেগ কিভাবে নির্ণয় করবে ব্যাখ্যা কর। *[ঢা., য., সি., দি. (সম্মিলিত) বো.'১৮]*

উত্তর: রাস্তার পাশে কিলোমিটার স্টোন এবং হাতঘড়ি ব্যবহার করে খুব সহজেই গাড়ির গড় বেগ পাওয়া যায়।

আমরা জানি, গড়বেগ $v = \frac{s}{t}$.

ধরা যাক, ঢাকা-ময়মনসিংহে যাবার পথে দুপুর ১২ : ০০ টায় একজন গাড়িতে বসে হাতঘড়িতে দেখলেন পার্শ্ববর্তী কিলোমিটার স্টোনে লেখা ময়মনসিংহ 100 km বাকি। অতঃপর দুপুর ১২ : ২০ এ তিনি দেখলেন, ময়মনসিংহ 80 km বাকি। অর্থাৎ.
20 মিনিটে 20 km পথ অতিক্রম করলে,



$\therefore$ তার গড়বেগ $v = \frac{s}{t} = \frac{20\text{km}}{20\text{min}} = 1\text{km/min} = 60\text{km/hr}.$

প্রশ্ন-৫। দ্রুতি ও বেগের মধ্যে পার্থক্য লেখ?

উত্তর: দ্রুতি ও বেগের মধ্যে পার্থক্য নিচে দেওয়া হলো–

পার্থক্যের বিষয়	দ্রুতি	বেগ
১. সংজ্ঞাগত	একক সময়ে অতিক্রান্ত দূরত্ব।	নির্দিষ্ট দিকে একক সময়ে অতিক্রান্ত দূরত্ব।
২. গতিপথ	বস্তু এক অবস্থান থেকে দ্বিতীয় অবস্থানে গেলে এবং একই সময়ে ঐ পথে ফিরে এলে এদের দ্রুতি সমান হবে।	বস্তু এক অবস্থান থেকে দ্বিতীয় অবস্থানে গেলে এবং একই সময়ে ঐ পথে ফিরে এলে এদের বেগ বা গতি ভিন্ন হবে।
৩. প্রকৃতি	স্কেলার রাশি	ভেক্টর রাশি

প্রশ্ন-৬। তাৎক্ষণিক বেগ বলতে কী বোঝ?

উত্তর: সময় ব্যবধান শূন্যের কাছাকাছি হলে সময়ের সাথে যেকোনো মুহূর্তে বস্তুকণার সরণের পরিবর্তনের হারকে তাৎক্ষণিক বেগ বলে।

ব্যাখ্যা: বস্তুর t_1 সময়ে সরণ $\vec{r_1}$ এবং t_2 সময়ে সরণ $\vec{r_2}$ হলে, সরণের পরিবর্তন $\vec{r_2} - \vec{r_1} = \Delta\vec{r}$ এবং সময় ব্যবধান, $t_2 - t_1 = \Delta t$। এক্ষেত্রে, Δt এর সীমাস্থ মান শূন্যের কাছাকাছি হলে–

তাৎক্ষণিক বেগ, $\vec{v} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t} = \frac{d\vec{r}}{dt}$

তাৎক্ষণিক বেগের দিক কণাটির গতিপথের ওপর অঙ্কিত স্পর্শক বরাবর।

Short Question-Answer

প্রশ্ন-৭। সমদ্রুতিতে চলমান বস্তুর ত্বরণ থাকে কি? ব্যাখ্যা কর। *[ব.বো.'১৫]*

উত্তর: ত্বরণ হলো বস্তুর একক সময়ে কোন নির্দিষ্ট দিকে বেগ বৃদ্ধির হার। সমদ্রুতিতে চলমান বস্তুর দ্রুতির মানের কোনো পরিবর্তন হয় না। তবে এর দিক পরিবর্তিত হতে পারে। যেহেতু বস্তুর বেগ তার মান তথা দ্রুতি এবং এর দিকের উপর নির্ভরশীল। তাই সমদ্রুতিতে চলমান বস্তুর বেগ সময়ের সাপেক্ষে পরিবর্তিত হতে পারে। আবার আমরা জানি সময়ের সাপেক্ষে বস্তুর বেগের পরিবর্তনই বস্তুর ত্বরণ নির্দেশ করে। সুতরাং, সমদ্রুতিতে চলমান বস্তুর দিক পরিবর্তন হলে এর ত্বরণ থাকে।

প্রশ্ন-৮। ত্বরণ ও মন্দনের মধ্যে পার্থক্য লেখ?

উত্তর: ত্বরণ ও মন্দনের মধ্যে পার্থক্য নিচে দেওয়া হলো–

পার্থক্যের বিষয়	ত্বরণ	মন্দন
১. সংজ্ঞাগত	বেগ বৃদ্ধির হারকে ত্বরণ বলে।	বেগ হ্রাসের হারকে মন্দন বলে।
২. বল প্রয়োগ	ত্বরণের ফলে বস্তুর গতির অভিমুখে বল প্রয়োগ করিতে হয়।	মন্দন সৃষ্টির জন্য বস্তুর গতির বিপরীত অভিমুখে বল প্রয়োগ করতে হয়।
৩. গতিশক্তি	ত্বরণের ফলে বস্তুর ভরবেগ ও গতিশক্তি ক্রমশ বৃদ্ধি পায়।	মন্দনের ফলে বস্তুর ভরবেগ ও গতিশক্তি ক্রমশ হ্রাস পায়।
৪. পরিমাপ	একক সময়ে বেগের পরিবর্তন দ্বারা ত্বরণ পরিমাপ করা হয়।	একক সময়ে বেগের পরিবর্তন দ্বারা মন্দনের পরিমাপ করা হয়।

প্রাস ও এসম্পর্কিত রাশিসমূহ

প্রশ্ন-৯। প্রাসের গতি দ্বিমাত্রিক হলেও একমাত্রিক হতে পারে কি? ব্যাখ্যা কর। *[রা., কু., চ., ব. (সম্মিলিত) বো.'১৮]*

উত্তর: প্রাসের গতি দ্বিমাত্রিক হলেও সর্বোচ্চ উচ্চতায় একমাত্রিক হয়। কারণ, সর্বোচ্চ উচ্চতায় বেগের উলম্ব উপাংশ শূন্য হয় এবং শুধুমাত্র অনুভূমিক দিকে বেগের উপাংশ থাকে। সুতরাং বলা যায়, প্রাসের গতি দ্বিমাত্রিক হলেও একমাত্রিক হতে পারে।

প্রশ্ন-১০। প্রাসের বেগ বিশ্লেষণ কর। *[য.বো. '১৬]*

উত্তর: অনুভূমিকের সাথে তীর্যকভাবে নিক্ষিপ্ত বস্তুর গতিপথকে প্রাস বলে।

প্রাসের গতি দ্বিমাত্রিক গতির একটি উদাহরণ। প্রাসের গতিপথ হল প্যারাবোলা। মনে করি, v_0 আদিবেগে অনুভূমিকের সাথে θ কোণে একটি বস্তু নিক্ষিপ্ত হল। আদিবেগের উপাংশদ্বয় হবে,

$$v_{x_0} = v_0 \cos\theta$$

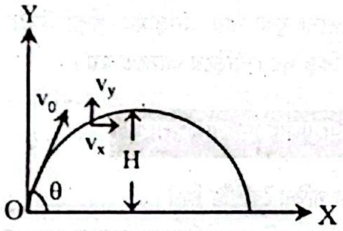
$$v_{y_0} = v_0 \sin\theta$$

X অক্ষ বরাবর কোন ত্বরণ নেই তাই সর্বদা X উপাংশ হবে,

$$v_x = v_{x_0} = v_0 \cos\theta$$

Y অক্ষ বরাবর $-g$ ত্বরণ ক্রিয়াশীল, $v_y = v_{y_0} - gt = v_0 \sin\theta - gt$

একোনো সময় বেগ, $v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$

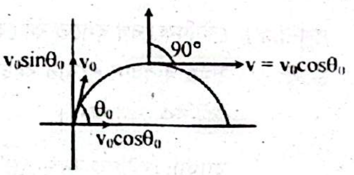


প্রশ্ন-১১। প্রাসের ক্ষেত্রে কোন সময়ে বেগ সর্বোচ্চ হবে? ব্যাখ্যা দাও। *[ঢা.বো.'১৯]*

উত্তর: একটি প্রাসের বেগকে অনুভূমিক ও উল্লম্ব উপাংশে বিভক্ত করা যায়। গতিপথে বেগের অনুভূমিক উপাংশের কোনো পরিবর্তন হয় না। কিন্তু উল্লম্ব উপাংশের ওপর অভিকর্ষজ বল ক্রিয়া করে। ফলে নিক্ষেপের পর এই উপাংশের মান কমতে থাকে এবং সর্বোচ্চ বিন্দুতে শূন্য হয়ে পরবর্তিতে আবার বাড়তে থাকে। যেহেতু প্রাসের বেগ উভয় উপাংশের ভেক্টর যোগফল এবং উপাংশদ্বয় পরস্পর লম্ব, তাই যখন উল্লম্ব উপাংশের মান সর্বোচ্চ তখন প্রাসের বেগও সর্বোচ্চ হবে। অর্থাৎ নিক্ষেপণ মুহূর্তে এবং নিক্ষেপণ তলে ফিরে আসার মুহূর্তে প্রাসের বেগ সর্বোচ্চ হবে।

প্রশ্ন-১২। প্রাসের গতিপথের সর্বোচ্চ বিন্দুতে বেগ কি শূন্য? ব্যাখ্যা কর। *[ঢা.বো.'১৭; সি.বো.'১৭]*

উত্তর: সর্বোচ্চ উচ্চতায় প্রাস এর কোনো উল্লম্ব বেগ নেই, শুধু অনুভূমিক বেগ আছে। সর্বোচ্চ উচ্চতায় প্রাস অনুভূমিকের সমান্তরালে চলে অর্থাৎ সর্বোচ্চ উচ্চতায় বেগের দিক অনুভূমির বরাবর থাকে।
উলম্ব দিকে তখন বেগের উপাংশ = $v_0 \cos 90° = 0$। অর্থাৎ সর্বোচ্চ উচ্চতায় কোনো উল্লম্ব বেগ নেই। অপরদিকে অনুভূমিক দিকে বেগের কোন পরিবর্তন হয় না কারণ কোনো ত্বরণ নেই। অর্থাৎ $v = v_0 \cos \theta_0$। সুতরাং সর্বোচ্চ বিন্দুতে প্রাসের গতি শূন্য নয়।



প্রশ্ন-১৩। প্রাসের গতিপথের সর্বোচ্চ বিন্দুতে গতিশক্তি সর্বনিম্ন কি না– ব্যাখ্যা কর। *[দি.বো.'১৯]*
***অথবা*, প্রাসের গতিপথের সর্বোচ্চ বিন্দুতে গতিশক্তি শূন্য কিনা? ব্যাখ্যা কর।** *[ঢা.বো.'১৭; চ.বো.'১৭]*

উত্তর: প্রাসের গতিপথের সর্বোচ্চ বিন্দুতে বেগের মান সর্বনিম্ন কিন্তু তা শূন্য নয়। কারণ, প্রাসটির যখন সর্বোচ্চ উচ্চতায় থাকে, তখন এর বেগের উল্লম্ব উপাংশ শূন্য হয় ঠিকই; কিন্তু এর বেগের অনুভূমিক উপাংশের মান আদিবেগের অনুভূমিক উপাংশের সমান থাকে। ফলে সেই অবস্থানে প্রাসের বেগ সর্বনিম্ন হয় কিন্তু তা অশূন্য। যেহেতু গতিশক্তি বেগের বর্গের সমানুপাতিক। তাই প্রাসের গতিপথের সর্বোচ্চ বিন্দুতে গতিশক্তি সর্বনিম্ন হয় কিন্তু শূন্য হয় না।

Nice to Know

আমরা জানি, প্রাসের যে কোন বিন্দুতে বেগের অনুভূমিক ও উল্লম্ব উপাংশ যথাক্রমে v_x এবং v_y হলে, বেগ $v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$ হবে।
সর্বোচ্চ বিন্দুতে উল্লম্ব উপাংশ শূন্য হয়, অর্থাৎ $v_y = 0$। কিন্তু অপর উপাংশ v_x প্রাসের গতিপথ জুড়ে সর্বদা ধ্রুবক থাকে। অর্থাৎ, সর্বোচ্চ বিন্দুতে গতি,

$$v = \sqrt{v_x^2 + 0^2} = \sqrt{v_x^2} = v_x$$

সুতরাং, সর্বোচ্চ বিন্দুতে প্রাসের গতি যেহেতু শূন্য নয়, তাই গতিশক্তি ও শূন্য হবে না।

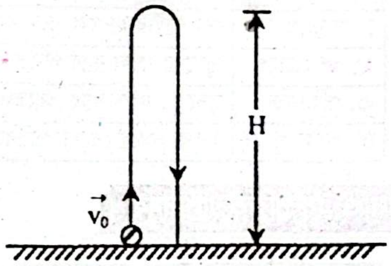
প্রশ্ন-১৪। **উড্ডয়নকালে প্রাসের আনুভূমিক বেগের কোনো পরিবর্তন হয় কি? ব্যাখ্যা কর।** **[ব.বো.'১১**

উত্তর: তির্যকভাবে নিক্ষিপ্ত কোনো বস্তুতে বেগের দুটি উপাংশ কাজ করে। একটি অনুভূমিক উপাংশ (v_x) এবং অপরটি উল্লম্ব উপাংশ (v_y)।

v_x ও v_y এর প্রারম্ভিক মান যথাক্রমে $v_0 \cos \theta$ এবং $v_0 \sin \theta$ হয়। সেখানে, v_0 ও θ যথাক্রমে নিক্ষেপণ বেগ এবং নিক্ষেপন কোণ। বেগের উল্লম্ব উপাংশে বিপরীত দিকে অভিকর্ষজ ত্বরণ কার্যকর থাকায় এর মান সময়ের সাথে সাথে কমতে থাকে কিন্তু বেগের আনুভূমিক উপাংশের দিকে কোনো ত্বরণ কার্যকর না থাকায় এর মান অপরিবর্তনীয় থাকে। সুতরাং উড্ডয়নকালে বেগের আনুভূমিক বেগের কোনো পরিবর্তন হয় না।

প্রশ্ন-১৫। **খাড়া উপরে নিক্ষিপ্ত বস্তুর অনুভূমিক দূরত্ব শূন্য হয় কেন- ব্যাখ্যা কর।**

উত্তর: খাড়া উপরের দিকে নিক্ষিপ্ত বস্তু ভূমির সাথে 90° কোণ উৎপন্ন করে। অর্থাৎ, $\theta = 90°$।



আবার, নিক্ষিপ্ত বস্তুর ক্ষেত্রে অতিক্রান্ত আনুভূমিক দূরত্ব,

$$x = v_{x_0} t + \frac{1}{2} a_x t^2$$

কিন্তু অনুভূমিক বরাবর কোনো ত্বরণ কাজ করে না এবং অনুভূমিক বরাবর বেগ,

$$v_{x_0} = v_0 \cos \theta_0$$

সুতরাং, $x = (v_0 \cos \theta_0)\, t + 0$

$x = (v_0 \cos 90°)\, t = 0$

অর্থাৎ, নিক্ষিপ্ত বস্তুর অনুভূমিক দূরত্ব শূন্য।

প্রশ্ন-১৬। **একজন অ্যাথলেট লং জাম্প দেয়ার পূর্বে বেশ কিছুদূর দৌড় দেন কেন?**

উত্তর: লং জাম্প এ অ্যাথলেটের ভর কেন্দ্রের গতিকে প্রাসের গতি হিসেবে বিবেচনা করা যায়। প্রত্যেক অ্যাথলেটেরই লক্ষ্য থাকে সর্বাধিক অনুভূমিক পাল্লা অতিক্রম করা।

আমরা জানি, প্রাসের অনুভূমিক পাল্লা, $R = \frac{v_0^2 \sin 2\theta_0}{g}$ [যেখানে, v_0 = নিক্ষেপণ বেগ, θ_0 = নিক্ষেপণ কোণ এবং g = অভিকর্ষজ ত্বরণ]

সমীকরণটি থেকে বুঝা যায় অনুভূমিক পাল্লা নির্ভর করবে উড্ডয়নের সময় অ্যাথলেটের বেগ এর উপর। তাই উড্ডয়নের সময় সর্বোচ্চ বেগ প্রাপ্তির জন্য অ্যাথলেটকে কিছু দূর দৌড়িয়ে আসতে হয়।

বৃত্তীয় গতি ও এসম্পর্কিত রাশিসমূহ

প্রশ্ন-১৭। **সুষম বৃত্তাকার গতির বৈশিষ্ট্য লিখ।**

উত্তর: বৃত্তাকার পথে সমদ্রুতিতে ঘূর্ণায়মান কোনো বস্তুকণার গতিকে সুষম বৃত্তীয় গতি বলে। সুষম বৃত্তীয় গতিতে সময়ের সাথে বস্তুর বেগের মান অপরিবর্তিত থাকে কিন্তু বেগের অভিমুখ পরিবর্তিত হয়। ফলে বেগের পরিবর্তন হয়। বেগের অভিমুখ পরিবর্তনের ফলে বস্তুর উপর ত্বরণ ক্রিয়া করে। এই ত্বরণের অভিমুখ গতিপথের লম্ব বরাবর বৃত্তের কেন্দ্রমুখী। সুষম বৃত্তীয় গতিতে বস্তুর ত্বরণ বিদ্যমান থাকে।

প্রশ্ন-১৮। **কোনো বস্তুর বৃত্তাকার পথে সমবেগে চলা সম্ভব নয়- ব্যাখ্যা কর।** **[কু.বো.'১৫]**

উত্তর: যখন কোনো বস্তু সমদ্রতিতে বৃত্তের পরিধি বরাবর ঘুরতে থাকে তখন ঐ বস্তুর গতিকে সুষম বৃত্তাকার গতি বলে। কোনো বস্তু যদি সমদ্রুতিতে বৃত্তাকার পথে চলে তাহলে বেগের মানের কোনো পরিবর্তন হয় না কিন্তু দিকের পরিবর্তন হয়। কেননা বৃত্তাকার পথের কোনো বিন্দুতে বেগের দিক বৃত্তের পরিধির উপর ঐ বিন্দুতে স্পর্শক বরাবর। বেগের দিক সর্বদা পরিবর্তন হয়। তাই বৃত্তাকার পথে কোনো বস্তুর সমবেগে চলা সম্ভব নয়।

প্রশ্ন-১৯। **কৌণিক বেগ বলতে কী বোঝ?**

উত্তর: সময় ব্যবধান শূন্যের কাছাকাছি হলে কোনো বিন্দু বা অক্ষকে কেন্দ্র করে বৃত্তাকার পথে চলমান কোনো বস্তুর সময়ের সাথে কৌণিক সরণের পরিবর্তনের হারকে কৌণিক বেগ বলে।

ব্যাখ্যা: কৌণিক সরণ $\Delta\vec{\theta}$ এবং সময় ব্যবধান Δt এর সীমান্থ মান শূন্যের কাছাকাছি হলে,

কৌণিক বেগ, $\vec{\omega} = \lim\limits_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\vec{\theta}}{\Delta t} = \frac{d\vec{\theta}}{dt}$

অর্থাৎ, সময়ের সাথে কৌণিক সরণের পরিবর্তনের হারকে কৌণিক বেগ বলে।

প্রশ্ন-২০। **রৈখিক বেগ ও কৌণিক বেগের মধ্যে পার্থক্য লেখ।**

উত্তর: রৈখিক বেগ ও কৌণিক বেগের মধ্যে পার্থক্য নিচে দেওয়া হলো–

রৈখিক বেগ	কৌণিক বেগ
রৈখিক বেগের মাত্রা LT^{-1}	কৌণিক বেগের মাত্রা T^{-1}
রৈখিক বেগের মাত্রা একক ms^{-1}	কৌণিক বেগের মাত্রা একক $rads^{-1}$
এটি সরলরৈখিক গতির ক্ষেত্রে প্রযোজ্য	এটি ঘূর্ণন গতির ক্ষেত্রে প্রযোজ্য
বস্তু সমরৈখিক বেগে চললে এর রৈখিক ত্বরণ থাকে না	বস্তু সমকৌণিক বেগে চললেও এর রৈখিক ত্বরণ থাকে

প্রশ্ন-২১। **ঘূর্ণনশীল কণার ক্ষেত্রে রৈখিক বেগ ও কৌণিক বেগ পরস্পরের সাথে লম্ব—ব্যাখ্যা কর।** [কু.বো.'১৭]

উত্তর: ঘূর্ণনশীল কণার ক্ষেত্রে রৈখিক বেগ ও কৌণিক বেগ উভয়ই থাকে। যে কোন বিন্দুতে কণাটির রৈখিক বেগ ঐ বিন্দুতে বৃত্তাকার পথটির স্পর্শক বরাবর গতির অভিমুখে কাজ করে। অপরদিকে, বস্তুটির কৌণিক বেগের দিক ডানহাতি স্ক্রু নিয়ম থেকে পাওয়া যায়। কৌণিক বেগ সবসময় বৃত্তাকার পথের অভিলম্ব বরাবর অর্থাৎ, Z-অক্ষ বরাবর কাজ করে।

যেহেতু রৈখিক বেগ বৃত্তাকার পথের তলে কাজ করে এবং কৌণিক বেগ বৃত্তাকার পথের অভিলম্ব বরবার কাজ করে, তাই রৈখিক বেগ ও কৌণিক বেগ পরস্পরের সাথে লম্ব।

প্রশ্ন-২২। **ঘূর্ণন অক্ষ সাপেক্ষে বৈদ্যুতিক পাখার সকল বিন্দুর কৌণিক বেগ সমান কেন?** [দি.বো.'২১]

উত্তর: আমরা জানি, বৃত্তাকার পথে গতিশীল কোন বিন্দুর জন্য–

কৌণিক বেগ, $\omega = \frac{v}{r}$

বৈদ্যুতিক পাখার ক্ষেত্রে,

$$\text{রৈখিক বেগ, } v = \frac{\text{বৃত্তাকার পথের পরিধি}}{\text{পরিধির সমান দূরত্ব অতিক্রম করতে সময়}} = \frac{2\pi r}{T}$$

$$\therefore v \propto r \left[\text{সমদ্রুতিতে গতিশীল বলে } \frac{2\pi}{T} \text{ ধ্রুবক}\right].$$

অর্থাৎ, কোন বিন্দুর রৈখিক বেগ (v), ঘূর্ণন অক্ষ হতে এর দূরত্ব (r) এর সমানুপাতিক।

এখন, কৌণিক বেগ, r এর ব্যস্তানুপাতিক এবং v এর সমানুপাতিক বলে পাখার ঘূর্ণন অক্ষ হতে কোন বিন্দুর দূরত্ব (r) যত বাড়বে একই সাথে এর সমানুপাতে রৈখিক বেগও (v) বাড়বে ফলে কৌণিক বেগের মান একই থাকবে। কিন্তু কোনো বিন্দুর রৈখিক বেগের মান ঘূর্ণন অক্ষ হতে ঐ বিন্দুর দূরত্বের উপর নির্ভরশীল বিধায় ভিন্ন ভিন্ন বিন্দুতে রৈখিক বেগের মান ভিন্ন ভিন্ন হয়।

Similar Question

✓ **ঘূর্ণন অক্ষের সাপেক্ষে বৈদ্যুতিক পাখার সকল বিন্দুর কৌণিক বেগ সমান কিন্তু রৈখিক বেগ ভিন্ন ভিন্ন কেন? ব্যাখ্যা কর।** [য.বো.'২১]

প্রশ্ন-২৩। **কোনো বস্তুর কৌণিক ত্বরণ 3 rads^{-2} বলতে কী বুঝ?** [য.বো.'১৭]

উত্তর: সময় ব্যবধান শূন্যের কাছাকাছি হলে সময়ের সাথে বস্তুর কৌণিক বেগের পরিবর্তনের হারকে কৌণিক ত্বরণ বলে। কৌণিক ত্বরণ বলতে সাধারণত তাৎক্ষণিক ত্বরণ বোঝায়। এর একক রেডিয়ান/সেকেন্ড^2 (rads^{-2}); অর্থাৎ কৌণিক ত্বরণ, $\alpha = \frac{\omega}{t}$।

এখন কোন বস্তুর কৌণিক ত্বরণ 3 rads^{-2} বলতে বোঝায় যে, ঐ বস্তুর কৌণিক বেগ প্রতি সেকেন্ডে 3 rads^{-1} হারে বৃদ্ধি পাচ্ছে।

প্রশ্ন-২৪। **কেন্দ্রমুখী ত্বরণ বলতে কী বোঝ?**

উত্তর: কোনো বস্তুকণা যখন বৃত্তাকার পথে ঘুরতে থাকে তখন বৃত্তের ব্যাসার্ধ বরাবর এবং কেন্দ্রের অভিমুখে বস্তুকণার ওপর যে ত্বরণ ক্রিয়া করে তাকে কেন্দ্রমুখী ত্বরণ বলে। r ব্যাসার্ধের বৃত্তাকার পথে ω সমদ্রুতিতে গতিশীল একটি বস্তুর রৈখিক বেগ v হলে বস্তুটির কেন্দ্রের অভিমুখে ক্রিয়াশীল কেন্দ্রমুখী ত্বরণ হবে, $a = \omega^2 r = \frac{v^2}{r}$।

প্রশ্ন-২৫। **কেন্দ্রমুখী ত্বরণের ভেক্টর রূপ আলোচনা কর।** [রা.বো.'১৬]

উত্তর: বৃত্তাকার পথে গতিশীল বস্তুর ক্ষেত্রে বৃত্তের কেন্দ্র বরাবর বেগের পরিবর্তনকে কেন্দ্রমুখী ত্বরণ বলে। কেন্দ্রে সরণ Δθ হলে,

$$\text{কেন্দ্রমুখী ত্বরণ, } a_c = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{|\Delta \vec{v}|}{\Delta t}$$

$$= \lim_{\Delta t \to 0} \frac{v\,\Delta\theta}{\Delta t}$$

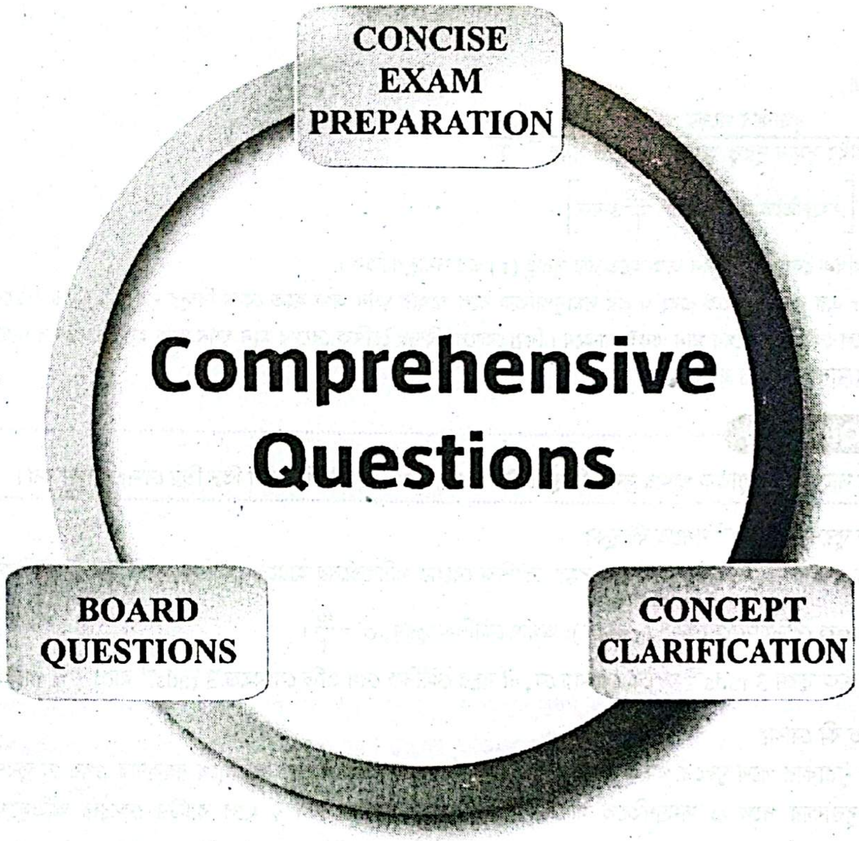
$$= v \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\theta}{\Delta t}$$

$$= v\frac{d\theta}{dt}$$

$$= v\omega$$

কিন্তু, $v = r\omega$

$$\therefore \vec{a}_c = -\vec{r}\omega^2 = -\vec{r}\frac{v^2}{r^2}.$$


CONCISE EXAM PREPARATION
BOARD QUESTIONS
CONCEPT CLARIFICATION

Comprehensive Questions

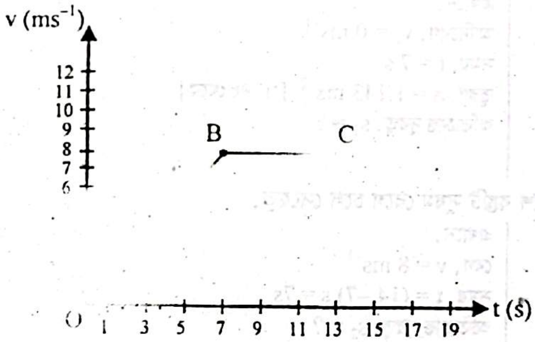
প্রিয় শিক্ষার্থী,

এই অধ্যায় থেকে বিগত HSC পরীক্ষায় মোট **৩০টি সৃজনশীল প্রশ্ন** এসেছে। পরীক্ষার আগে এই অল্প সময়ে এতগুলো প্রশ্নোত্তর অনুশীলন করা তোমাদের জন্য কষ্টসাধ্য; এছাড়াও এই প্রশ্নোত্তরগুলোর অধিকাংশই প্রত্যক্ষ ও পরোক্ষভাবে 'Repeat'!!!

তোমাদের সুবিধার্থে এই ৩০টি সৃজনশীল প্রশ্নকে সমন্বয় করে মাত্র ৩টি COMPREHENSIVE QUESTIONS এ পরিণত করা হয়েছে, যেগুলো বুঝে অনুশীলন করলে এই অধ্যায়ের সব বোর্ড প্রশ্নতো Cover হবেই সাথে এই অধ্যায় সংশ্লিষ্ট গুরুত্বপূর্ণ প্রায় প্রতিটি বিষয়ই তোমাদের আয়ত্তে চলে আসবে।

CS CamScanner

প্রশ্ন নং-১ গতির সমীকরণ ও লেখচিত্র সম্পর্কিত



(i) OB অংশে ত্বরণ নির্ণয় করো। *(প্রয়োগমূলক)* [অনুরূপ: রা.বো.'১৭,'১৬]

(ii) সপ্তম সেকেন্ডে দূরত্ব নির্ণয় করো। *(প্রয়োগমূলক)* [অনুরূপ: চ.বো.'১৭]

(iii) OB ও BC অংশের দূরত্বের তুলনা করো। *(প্রয়োগমূলক)* [অনুরূপ: রা.বো.'১৭]

(iv) y অক্ষে বেগের পরিবর্তে দূরত্ব (s) বিবেচনা করলে, BC অংশে সমবেগ না স্থিরাবস্থা নির্দেশ করবে? *(উচ্চতর দক্ষতামূলক)* [অনুরূপ: রা.বো.'১৬]

(v) 10 gm ভরের একটি গতিশীল কণা উপরের লেখচিত্র অনুসরণ করলে, কণাটির 6 সেকেন্ডে সম্পাদিত কাজ এবং 6-তম সেকেন্ডে সম্পাদিত কাজ একই হবে কি-না। *(উচ্চতর দক্ষতামূলক)* [অনুরূপ: চ.বো.'১৭]

(vi) প্রথম 11 সেকেন্ডে গড়বেগ নির্ণয় করো। *(প্রয়োগমূলক)* [অনুরূপ: রা.বো.'১৯]

(vii) 14 সেকেন্ডে অতিক্রান্ত দূরত্ব লেখচিত্রের অন্তর্ভুক্ত ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফলের সমান কি-না। *(উচ্চতর দক্ষতামূলক)* [অনুরূপ: রা.বো.'১৯]

উত্তর

i **OB অংশের ত্বরণ:**

আমরা জানি,

$v = v_0 + at$

$\Rightarrow a = \frac{v - v_0}{t}$

$= \frac{8 - 0}{7}$

$= 1.143\ ms^{-2}$

এখানে,
O বিন্দুতে বেগ, $v_0 = 0\ ms^{-1}$
B বিন্দুতে বেগ, $v = 8\ ms^{-1}$
সময়, $t = (7 - 0)\ s$
$= 7\ s$
ত্বরণ, $a = ?$

অতএব, **OB অংশের ত্বরণ 1.143 ms^{-2} [Ans.]**

Note

যদি সরণ (s) বনাম সময় (t) লেখচিত্র দেওয়া থাকে, সেক্ষেত্রে $v = \frac{s}{t}$ এর সাহায্যে v এর মান বের করে নিতে হবে।

ii আমরা জানি,

ত্বরণ, $a = \frac{v - v_0}{t}$

$= \frac{8 - 0}{7}$

$= 1.143\ ms^{-2}$

এখানে,
আদিবেগ, $v_0 = 0\ ms^{-1}$
7s পর বেগ, $v = 8\ ms^{-1}$
সময়কাল, $t = 7\ sec$
অতিক্রান্ত দূরত্ব, $s = ?$

t-তম সেকেন্ডে অতিক্রান্ত দূরত্ব, $S_t = u + \frac{1}{2} a (2t - 1)$

সুতরাং, ৭ম সেকেন্ডে অতিক্রান্ত দূরত্ব,

$S_{7th} = u + \frac{1}{2} a (2t - 1)$

$= 0 + \frac{1}{2} \times 1.143 (2 \times 7 - 1)$

$= 7.43\ m$

অতএব, **কণাটি ৭ম সেকেন্ডে 7.43 m দূরত্ব অতিক্রম করবে। [Ans.]**

iii **OB অংশের অতিক্রান্ত দূরত্ব:**

আমরা জানি,

$$s_1 = v_0t + \frac{1}{2}at^2$$

$$= 0\times7 + \frac{1}{2}\times 1.143 \times 7^2$$

$$= 28\text{m}$$

এখানে,
আদিবেগ, $v_0 = 0\ \text{ms}^{-1}$
সময়, $t = 7\ \text{s}$
ত্বরণ, $a = 1.143\ \text{ms}^{-2}$ ['i' নং থেকে]
অতিক্রান্ত দূরত্ব, $s_1 = ?$

BC অংশের অতিক্রান্ত দূরত্ব: যেহেতু BC অংশে বস্তুটি সুষম বেগে চলে সেহেতু,

$$s_2 = vt$$

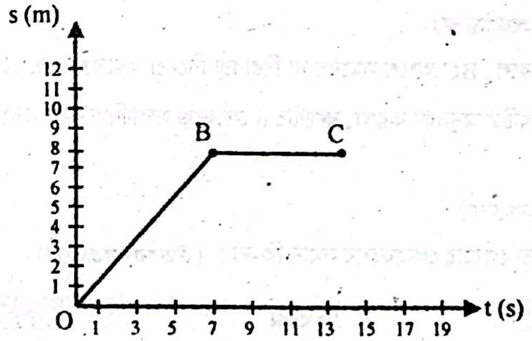
$$= (8 \times 7)\ \text{m}$$

$$= 56\ \text{m}$$

এখানে,
বেগ, $v = 8\ \text{ms}^{-1}$
সময়, $t = (14 - 7)\ \text{s} = 7\text{s}$
অতিক্রান্ত দূরত্ব, $s_2 = ?$

উপরের গাণিতিক বিশ্লেষণ থেকে দেখা যাচ্ছে যে, **OB এবং BC অংশের দূরত্ব ভিন্ন।**

iv y অক্ষে বেগের পরিবর্তে দূরত্ব বিবেচনা করে পাই,



B বিন্দুতে বস্তুটির সরণ 7 sec-এ 8m
C বিন্দুতে বস্তুটির সরণ 14 sec-এ 8m
অর্থাৎ, B থেকে C বিন্দুতে বস্তুর কোনো সরণ হয়নি, $\Delta s = 0$
B থেকে C বিন্দুতে যেতে সময়, $\Delta t = (14 - 7)\ \text{sec}$
$= 7\ \text{sec}$

এখন, BC অংশে বেগ, $v = \frac{\Delta s}{\Delta t}$

$$= \frac{0}{7}$$

$$= 0\ \text{ms}^{-1}$$

অতএব, BC অংশে বস্তুর কোন বেগ নেই অর্থাৎ স্থির।

v দেওয়া আছে,

কণাটির ভর, $m = 10\ \text{gm} = 10 \times 10^{-3}\ \text{kg}$
ত্বরণ, $a = 1.143\ \text{ms}^{-2}$ ['i' নং থেকে]

আমরা জানি,
সম্পাদিত কাজ = বস্তুটির গতিশক্তির পরিবর্তন
সুতরাং, 6 সেকেন্ডে সম্পাদিত কাজ
= 6 সেকেন্ডে বস্তুটির গতিশক্তির পরিবর্তন
= (t = 6 সময়ে বস্তুটির গতিশক্তি) – (t = 0 সময়ে বস্তুটির গতিশক্তি)

$$= \frac{1}{2}mv_6^2 - \frac{1}{2}mv_0^2$$

$$= \frac{1}{2}m(v_6^2 - v_0^2)$$

$$= \frac{1}{2}\times 10 \times 10^{-3}(6.86^2 - 0^2)$$

$$= 0.235\ \text{J}$$

6 সেকেন্ড পর বেগ,
$v_6 = v_0 + at$
$= 0 + 1.143 \times 6$
$\therefore v_6 = 6.86\ \text{ms}^{-1}$

6 তম সেকেন্ডে সম্পাদিত কাজের পরিমাণ জানতে হলে 5s পরে শেষবেগ (v) জানতে হবে।

$v_5 = 0 + 1.143 \times 5$
$\Rightarrow v_5 = 5.715\ \text{ms}^{-1}$

অর্থাৎ, 6-তম সেকেন্ডে সম্পাদিত কাজ

$$= 6 \text{ তম সেকেন্ডে বস্তুটির গতিশক্তির পরিবর্তন}$$

$$= (t = 6 \text{ সময়ে বস্তুটির গতিশক্তি}) - (t = 5 \text{ সময়ে বস্তুটির গতিশক্তি})$$

$$= \frac{1}{2} mv_6^2 - \frac{1}{2} mv_5^2$$

$$= \frac{1}{2} m (v_6^2 - v_5^2)$$

$$= \frac{1}{2} \times 10 \times 10^{-3} (6.86^2 - 5.715^2)$$

$$= 0.072 \text{ J}$$

অতএব, 6 সেকেন্ডে [illegible]

সুতরাং, [illegible]

vi **প্রথম 7 s সময়ে:**

প্রথম 7 s এ অতিক্রান্ত দূরত্ব,

$$s = \left(\frac{u + v}{2}\right) t$$

$$= \frac{0 + 8}{2} \times 7 \text{ m}$$

$$= 28 \text{ m}$$

এখানে,
সময়, $t_1 = 7$ s
আদিবেগ, $u = 0$ ms^{-1}
শেষবেগ, $v = 8$ ms^{-1}

পরবর্তী 4s সময়ে:

পরবর্তী 4s সময়ে 8 ms^{-1} সমবেগে চলে।

∴ পরবর্তী 4s এ অতিক্রান্ত দূরত্ব, $s_2 = vt_2$

$$= 8 \times 4 \text{ m}$$

$$= 32 \text{ m}$$

এখানে,
সময়, $t_2 = 4$ s

$$\therefore \text{ গড়বেগ, } v_{avg} = \frac{s}{t} = \frac{s_1 + s_2}{t_1 + t_2}$$

$$= \frac{28 + 32}{7 + 4}$$

$$= 5.45 \text{ ms}^{-1}$$

সুতরাং, গাড়িটির গতিকালীন প্রথম ১১ সেকেন্ডে গড়বেগ 5.45 ms^{-1}। [Ans.]

vii প্রথম 7 sec-এ অতিক্রান্ত দূরত্ব, $s_1 = 28$ m [(vi) নং হতে]

পরবর্তী, 7 sec থেকে 14 sec পর্যন্ত গাড়িটি 8 ms^{-1} সমবেগে চলে। [লেখচিত্র হতে পাই]

সুতরাং, পরবর্তী (14 – 7) s বা, 7s এ অতিক্রান্ত দূরত্ব,

$$s_2 = (8 \times 7) \text{ m}$$

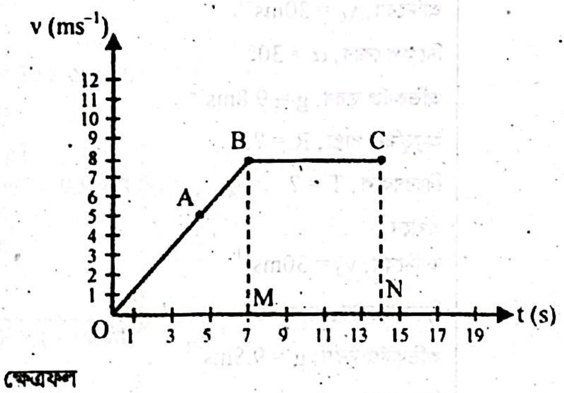
$$= 56 \text{ m}$$

তাহলে, যাত্রা শুরু হতে 14s -এ মোট অতিক্রান্ত দূরত্ব,

$$s = s_1 + s_2$$

$$= (28 + 56) \text{ m}$$

$$= 84 \text{ m}$$



এখন, লেখচিত্রের ক্ষেত্রফল = OBCN-এর ক্ষেত্রফল

$$= \Delta OBM + \square BMNC$$

$$= \frac{1}{2} \times (7 \times 8) + (14 - 7) \times (8 - 0)$$

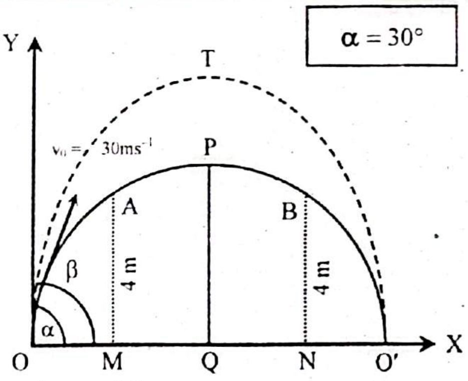
$$= 28 + 56$$

$$= 84 \text{ m}$$

অতএব, গাড়িটির 14s অতিক্রান্ত দূরত্ব লেখচিত্রের অন্তর্ভুক্ত ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফলের সমান।

CS CamScanner

প্রশ্ন নং-২ নিক্ষিপ্ত বস্তু তথা প্রাস সম্পর্কিত



(i) প্রাসটি নিক্ষেপণ বিন্দু হতে সর্বাধিক কত উচ্চতায় উঠবে? *(প্রয়োগমূলক)* *[অনুরূপ: সম্মিলিত বো.'১৮; ঢা.বো.'১৫; চ.বো.'১৫; ব.বো.'১৫]*

(ii) প্রাসটির পাল্লা ও বিচরণকাল নির্ণয় করো। *(প্রয়োগমূলক)* *[অনুরূপ: ব.বো.'১৯ ,'১৬; য.বো.'১৬]*

(iii) 2 সেকেন্ড পর P বিন্দুতে প্রাসটির বেগ কত হবে? *(প্রয়োগমূলক)* *[ব.বো.'১৫; অনুরূপ: ঢা.বো.'১৯ ,'১৭; চ.বো.'১৯; সি.বো.'১৯; কু.বো.'১৭ ,'১৬; য.বো.'১৭; দি.বো.'১৭]*

(iv) $30ms^{-1}$ বেগে নিক্ষেপ করলে OTO′ পথে বস্তুটি O′ বিন্দুতে পৌঁছাবে কি-না? *(উচ্চতর দক্ষতামূলক)* *[অনুরূপ: ব.বো.'১৯]*

(v) α কোণে ক্রিয়ারত প্রাসটি কত বেগে ও কত কোণে O′ বিন্দুতে পতিত হবে? *(প্রয়োগমূলক)* *[অনুরূপ: য.বো.'১৯]*

(vi) MN অংশের দৈর্ঘ্য ও প্রাসটির পাল্লার দৈর্ঘ্যের তুলনা করো। *(উচ্চতর দক্ষতামূলক)* *[অনুরূপ: ব.বো.'১৫]*

(vii) OQ > PQ কি-না যাচাই করো। *(উচ্চতর দক্ষতামূলক)* *[অনুরূপ: য.বো.'১৯]*

(viii) BN = 2m হলে O হতে 85 মিটার দূরে BN দেয়াল থাকলে, নিক্ষেপণ কোণের সর্বনিম্ন কি পরিবর্তন করলে দেয়ালে বস্তুটি বাঁধা পাবে? *(উচ্চতর দক্ষতামূলক)* *[অনুরূপ: ঢা.বো.'১৭]*

(ix) t = 1s পর A বিন্দুতে প্রাসটির অবস্থান করলে A বিন্দুর গতিশক্তি ও সর্বোচ্চ বিন্দুর গতিশক্তি একই হবে কি-না। গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ করো। *(উচ্চতর দক্ষতামূলক)* *[অনুরূপ: দি.বো.'১৯]*

উত্তর

i আমরা জানি,

প্রাসের ক্ষেত্রে সর্বাধিক উচ্চতা

$$H_m = \frac{(v_0 \sin\alpha)^2}{2g}$$

$$= \frac{(30 \times \sin 30°)^2}{2 \times 9.8}$$

$$= 11.48 \text{ m}$$

এখানে,

আদিবেগ, $v_0 = 30ms^{-1}$

নিক্ষেপ কোণ, $\alpha = 30°$

অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g = 9.8ms^{-2}$

সর্বাধিক উচ্চতা, H = ?

সুতরাং, প্রাসটি নিক্ষেপণ বিন্দু হতে সর্বাধিক 11.48 m উচ্চতায় উঠবে। [Ans.]

ii আমরা জানি,

$$\text{অনুভূমিক পাল্লা, } R = \frac{v_0^2 \sin 2\alpha}{g}$$

$$= \frac{30^2 \times \sin 60°}{9.8}$$

$$= 79.53 \text{ m}$$

এখানে,

আদিবেগ, $v_0 = 30ms^{-1}$

নিক্ষেপ কোণ, $\alpha = 30°$

অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g = 9.8ms^{-2}$

অনুভূমিক পাল্লা, R = ?

বিচরণকাল, T = ?

এবং বিচরণকাল,

$$T = \frac{2v_0 \sin\alpha}{g}$$

$$= \frac{2 \times 30 \times \sin 30°}{9.8}$$

$$= 3.06 \text{ s}$$

এখানে,

আদিবেগ, $v_0 = 30ms^{-1}$

নিক্ষেপ কোণ, $\alpha = 30°$

অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g = 9.8ms^{-2}$

বিচরণকাল, T = ?

সুতরাং, প্রাসটির পাল্লা 79.53 m এবং বিচরণকাল 3.06 s। [Ans.]

Note

এইচএসসি বোর্ড পরীক্ষায় কোনো কোনো সময় নিক্ষেপণ কোণ (α) বা আদিবেগ (v_0) এর মানও বের করতে বলা হয়। সেক্ষেত্রে, অবশ্যই সূত্রে ব্যবহৃত বাকি রাশিগুলোর মান দেওয়া থাকবে।

iii এখানে,

বলের নিক্ষেপণ বেগ, $v_0 = 30\ ms^{-1}$

সময়, $t = 2s$

t সময় পরে বেগের অনুভূমিক উপাংশ,

$$\begin{aligned} v_x &= v_0 \cos\alpha \\ &= 30 \cos 30° \\ &= \frac{30\sqrt{3}}{2} \\ &= 15\sqrt{3}\ ms^{-1} \end{aligned}$$

এবং উল্লম্ব উপাংশ, $v_y = v_0 \sin\alpha - gt$

$$\begin{aligned} &= 30 \sin 30° - 9.8 \times 2 \\ &= -4.6\ ms^{-1} \end{aligned}$$

$\therefore$ বেগ, $v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$

$$\begin{aligned} &= \sqrt{(15\sqrt{3})^2 + (-4.6)^2} \\ &= 26.4\ ms^{-1} \end{aligned}$$

সুতরাং, 2s পরে বলটির বেগ $26.4\ ms^{-1}$। [Ans.]

Note

অনেক ক্ষেত্রে নিক্ষিপ্ত বস্তুটি আনুভূমিকের সাথে কত কোণ উৎপন্ন করে তা চাওয়া হয়। সেক্ষেত্রে, $\theta = \tan^{-1}\frac{v_y}{v_x}$ থেকে আমরা তার মান নির্ণয় করতে পারি।

iv (ii) নং হতে পাই, $R = 79.53\ m$

বস্তুটিকে একই বেগে ($30\ ms^{-1}$) নিক্ষেপ করে OTO′ পথে O′ বিন্দুতে পৌঁছাতে হলে পাল্লার সমান দূরত্ব অতিক্রম করতে হয়।
R এর মান নিক্ষেপ কোণ (α) এবং ($90° - \alpha$) এর জন্য সমান (v ও g একই থাকলে)।
ধরি, এক্ষেত্রে নিক্ষেপণ কোণ, $\theta = 90° - \alpha$

$$\begin{aligned} &= 90° - 30° \\ &= 60° \end{aligned}$$

এক্ষেত্রে, পাল্লা, $R' = \frac{v^2 \sin 2\theta}{g}$

$$\begin{aligned} &= \frac{(30)^2 \times \sin(2 \times 60°)}{9.8} \\ &= 79.53\ m \end{aligned}$$

এখানে, $R = R'$

সুতরাং, বস্তুটিকে একই বেগে 60° কোণে নিক্ষেপ করলে OTO′ পথে O′ বিন্দুতে পৌঁছানো সম্ভব।

v O এবং O′ বিন্দু একই অনুভূমিক তলে অবস্থিত হওয়ায় O হতে O′ বিন্দুতে পৌঁছানোর সময় = বিচরণকাল, T

(ii) নং হতে পাই, $T = 3.06s$

এখন, নিক্ষিপ্ত বস্তুটির বেগ v হলে,

বেগের অনুভূমিক উপাংশ, $v_x = v_0 \cos\alpha = 30 \times \cos 30°$

$\therefore v_x = 25.98\ ms^{-1}$

এবং বেগের উল্লম্ব উপাংশ, $v_y = v_0 \sin\alpha - gT$

$$\begin{aligned} &= 30 \times \sin 30° - 9.8 \times 3.06 \\ &= 15 - 29.98 \\ &= -14.98\ ms^{-1} \end{aligned}$$

$\therefore$ বেগ, $v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$

$$\begin{aligned} &= \sqrt{(25.98)^2 + (-14.98)^2} \\ &\cong 30\ ms^{-1} \end{aligned}$$

অতএব, নিক্ষিপ্ত বস্তুটি $30\ ms^{-1}$ বেগে O′ বিন্দুতে পতিত হবে।

আঘাতের সময় বস্তুটি অনুভূমিকের সাথে θ কোণ উৎপন্ন করলে,

$$\tan\theta = \frac{v_y}{v_x} = \frac{-14.98}{25.98}$$

$\therefore \theta \cong -30°$

অর্থাৎ, বিন্দুতে আঘাতের মুহূর্তে বেগের দিক হবে অনুভূমিকের সাথে 30° তবে তা নিচের দিকে। [Ans.]

vi (ii) নং হতে পাই, R = 79.53 m

আমরা জানি,

$$y = v_0 \sin\alpha t - \frac{1}{2}gt^2$$

$$\Rightarrow 4 = 30 \sin 30° \, t - \frac{1}{2} \times 9.8 \times t^2$$

$$\Rightarrow 4.9t^2 - 15t + 4 = 0$$

$$\therefore t = \frac{-(-15) \pm \sqrt{(-15)^2 - 4 \times 4 \times 4.9}}{2 \times 4.9}$$

$$= \frac{15 \pm 12}{9.8}$$

$$\therefore t_1 = \frac{15 - 12}{9.8}$$

$$= \frac{3}{9.8}$$

$$= 0.30\text{s}$$

এখানে,
সরণ, $y = 4$ m
নিক্ষেপ কোণ, $\alpha = 30°$
এবং $v_0 = 30\text{ms}^{-1}$

$$\therefore OM = v_0 \cos\alpha \times t_1$$

$$= 30 \cos 30° \times 0.3$$

$$= 7.8 \text{ m}$$

$$\therefore t_2 = \frac{15 + 12}{9.8} = \frac{27}{9.8} = 2.75\text{s}$$

মুলবিন্দু O থেকে প্রাসটি, $t_1 = 0.30$s সময়ে OM দূরত্ব এবং t

$$\therefore ON = v_0 \cos\alpha \times t_2$$

$$= 30 \cos$$

64 m

$$\therefore R > MN$$

সুতরাং, প্রাসটির অনুভূমিক পাল্লার দৈর্ঘ্য MN অংশের দৈর্ঘ্য থেকে বড়। [Ans.]

vii OQ = অনুভূমিক পাল্লার অর্ধেক

$$\therefore OQ = \frac{R}{2}$$

$$= \frac{v_0^2 \sin 2\alpha}{2g}$$

$$= \frac{30^2 \sin (2 \times 30°)}{2 \times 9.8}$$

$$= 39.77 \text{ m}$$

এখানে,
নিক্ষেপ বেগ, $v_0 = 30 \text{ ms}^{-1}$
নিক্ষেপ কোণ, $\alpha = 30°$
জানা আছে,
অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g = 9.8 \text{ ms}^{-2}$

আবার, সর্বোচ্চ উচ্চতা, $PQ = \dfrac{v_0^2 \sin^2\alpha}{2g}$

$$\therefore PQ = \frac{(30)^2 \times \sin^2 30°}{2 \times 9.8}$$

$$= 11.48 \text{ m}$$

সুতরাং, গাণিতিক বিশ্লেষণ হতে বলা যায়, OQ > PQ।

viii ধরি, বস্তুটিকে θ কোণে নিক্ষেপ করলে BN দেয়ালের উপর দিয়ে চলে যাবে।

আমরা জানি,

$$y = (\tan\theta)\, x - \frac{g}{2(v_0\cos\theta)^2} \times x^2$$

এখানে,
নিক্ষেপণ বেগ, $v_0 = 30 \text{ ms}^{-1}$
নিক্ষেপণ কোণ, $\alpha = 30°$
BN দেয়ালের দূরত্ব, $x = 85$ m
BN দেয়ালের উচ্চতা, $y = 2$ m

$$\Rightarrow 2 = \tan\theta \times 85 - \frac{9.8}{2(30\cos\theta)^2} \times (85)^2$$

$$\Rightarrow 2 = \tan\theta \times 85 - \frac{39.33}{\cos^2\theta}$$

$$\Rightarrow 2 = \tan\theta \times 85 - \sec^2\theta\,(39.33)$$

$$\Rightarrow 2 = \tan\theta \times 85 - 39.33\,(1 + \tan^2\theta)$$

$$\Rightarrow 2 = \tan\theta \times 85 - 39.33 - 39.33\,\tan^2\theta$$

$$\Rightarrow 39.33\tan^2\theta - 85\tan\theta + 41.33 = 0$$

$$\Rightarrow \tan\theta = \frac{-(-85) \pm \sqrt{(-85)^2 - 4 \times 39.33 \times 41.33}}{2 \times 39.33}$$

$\therefore \tan\theta = 1.42$ [(+ve) নিয়ে]   অথবা, $\tan\theta = 0.74$ [(–ve) নিয়ে]

$\Rightarrow \theta = \tan^{-1}(1.42)$ $\Rightarrow \theta = \tan^{-1}(0.74)$

$\therefore \theta = 54.84°$ $\therefore \theta = 36.5°$

অতএব, নিক্ষেপণ কোণ সর্বনিম্ন $(36.5 - 30)° = 6.5°$ বাড়ালে প্রাসটি BN দেয়ালে বাধা পাবে। [Ans.]

ix প্রাসটি $t = 1s$ পর A বিন্দুতে যায়।

t সময় পর A বিন্দুতে বেগের আনুভূমিক উপাংশ,

$$v_x = v_0\cos\theta = 15\sqrt{3}\ \text{ms}^{-1}$$

এবং বেগের উল্লম্ব উপাংশ, $v_y = v_0\sin\theta - gt$

$$= 15 - 9.8 \times 1$$

$$\therefore v_y = 5.2\ \text{ms}^{-1}$$

$\therefore$ A বিন্দুতে বস্তুর বেগ, $v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$

$$= \sqrt{(15\sqrt{3})^2 + (5.2)^2}$$

$$= 26.5\ \text{ms}^{-1}$$

এখন, সর্বোচ্চ বিন্দুতে বেগের উল্লম্ব উপাংশ শূন্য, $v'_y = 0$

এবং আনুভূমিক উপাংশ, $v'_x = v_0\cos30°$

$$= 30\cos30°$$

$$= 15\sqrt{3}\ \text{ms}^{-1}$$

$\therefore$ সর্বোচ্চ উচ্চতায় বস্তুর বেগ, $v' = \sqrt{(v'_x)^2 + (v'_y)^2}$

$$= \sqrt{(15\sqrt{3})^2 + (0)^2}$$

$$= 15\sqrt{3}\ \text{ms}^{-1}$$

ধরি, প্রাসটির ভর m

$\therefore$ A বিন্দুতে প্রাসটির গতিশক্তি, $E_k = \frac{1}{2}mv^2$

$$= \frac{1}{2} \times m \times (26.5)^2$$

$$= 351.13\ \text{m J}$$

এবং সর্বোচ্চ বিন্দুতে প্রাসটির গতিশক্তি, $E'_k = \frac{1}{2}mv'^2$

$$= \frac{1}{2} \times m \times (15\sqrt{3})^2$$

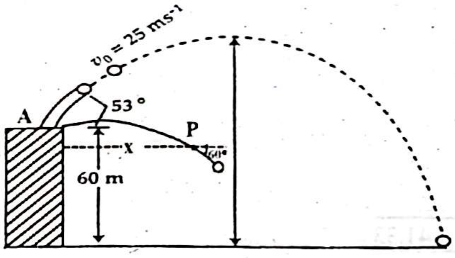
$$= 337.5\ \text{m J}$$

যেহেতু, $E_k \neq E'_k$

সুতরাং, প্রাসটির A বিন্দুতে গতিশক্তি ও সর্বোচ্চ বিন্দুতে গতিশক্তি একই হবে না।

CS CamScanner

প্রশ্ন নং-৩ উচ্চতর স্থান হতে নিক্ষিপ্ত বস্তু তথা প্রাস সম্পর্কিত



চিত্রে পাহাড়ের চূড়া থেকে 'A' কামান দিয়ে গুলি ছোঁড়া হচ্ছে।

(i) কামানের গুলি ভূমি হতে সর্বোচ্চ কত উচ্চতায় উঠবে? *(প্রয়োগমূলক)* [কু.বো.'১৫]

(ii) P বিন্দুতে গুলিটির বেগ নির্ণয় করো। *(প্রয়োগমূলক)* [অনুরূপ: সম্মিলিত বো.'১৮]

(iii) পাহাড়ের চূড়া হতে ছোঁড়া গুলি এবং পাহাড়ের আনুভূমিকভাবে ছোঁড়া গুলির কোনটি আগে মাটিতে আঘাত করবে? *(উচ্চতর ও দক্ষতামূলক)* [কু.বো.'১৫]

উত্তর

i পাহাড়ের চূড়া থেকে যেহেতু গুলিটি নিক্ষেপ করা হয়েছে সেক্ষেত্রে পাহাড়ের চূড়া হতে সর্বাধিক উচ্চতা হবে–

$$H = \frac{v_0^2 \sin^2\theta}{2g}$$
$$= \frac{(25)^2 \times (\sin 53°)^2}{2 \times 9.8}$$
$$= 20.34 \text{ m}$$

এখানে
নিক্ষেপণ বেগ, $v_0 = 25$ ms^{-1}
নিক্ষেপণ কোণ, $\theta_0 = 53°$
সর্বাধিক উচ্চতা = ?

সুতরাং, ভূমি হতে কামানের গুলিটির সর্বাধিক উচ্চতা হবে (20.34 + 60

ii আদিবেগ, $v_0 = 25$ ms^{-1}

P বিন্দুতে বেগের অনুভূমি

$v_x = v_0 \cos$

$_0 = 0°]$

ms

আবার, $\tan\theta = \frac{v_y}{v_x}$

$\therefore v_y = \tan 60° \times 25$ [$\because$ শেষকোণ, $\theta = 60°$]
$= 43.30$ ms^{-1}

$\therefore$ P বিন্দুতে বেগ, $v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$
$= \sqrt{25^2 + 43.30^2}$
$= 50$ ms^{-1} **[Ans.]**

iii এখন, আদিবেগের উল্লম্ব উপাংশ, $v_{y_0} = 25 \sin 53°$
$= 20$ ms^{-1}

এখন, $Y = -v_{y_0} t_1 + \frac{1}{2} g t_1^2$
$\Rightarrow 60 = -20\, t_1 + \frac{1}{2} \times 9.8\, t_1^2$
$\Rightarrow 4.9\, t_1^2 - 20 t_1 - 60 = 0$
$\Rightarrow t_1 = 6.09$ sec , -2.01 sec

এখানে,
নিক্ষেপ কোণ, $\theta = 53°$
আদিবেগ, $v_0 = 25$ ms^{-1}
উচ্চতা, $Y = 60$ m

কিন্তু -2.01 s গ্রহণযোগ্য নয়।
$\therefore t_1 = 6.09$ sec

আবার, যখন অনুভূমিকভাবে নিক্ষেপ করা হয়, তখন,
$v_{y_0} = 25 \sin 0° = 0$
$\therefore y = -v_{y_0} t_2 + \frac{1}{2} g t_2^2$
$\Rightarrow 60 = 0 + 4.9\, t_2^2$
$\Rightarrow t_2 = 3.5$ sec

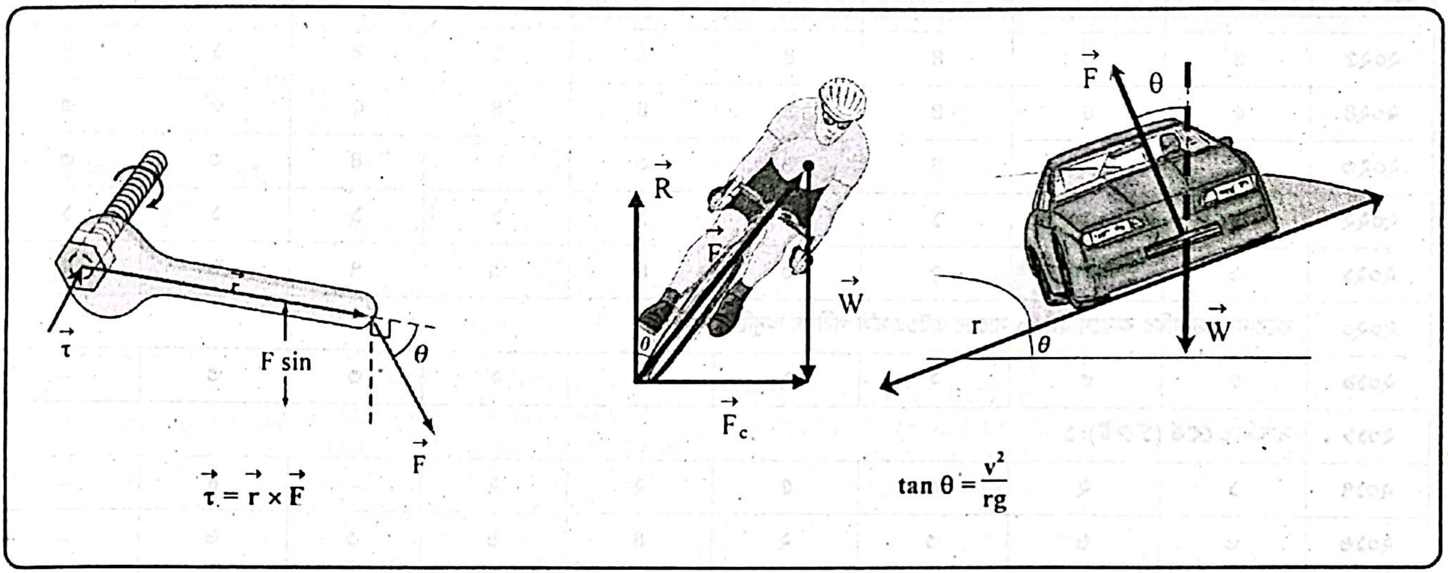
যেহেতু $t_1 > t_2$; সুতরাং পাহাড়ের চূড়া হতে অনুভূমিকভাবে নিক্ষিপ্ত বর্ণিত গুলিটি আগে মাটিতে আঘাত করবে।

অধ্যায়
৪

নিউটনিয়ান বলবিদ্যা

Newtonian Mechanics

TRSP


$\vec{\tau}$
F sin
θ
$\vec{F}$
$\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F}$
$\vec{R}$
$\vec{F}$
$\vec{W}$
θ
$\vec{F}_c$
$\vec{F}$
θ
r
θ
$\vec{W}$
$\tan\theta = \frac{v^2}{rg}$

CHAPTER INDEX

বিষয়বস্তু	পৃষ্ঠা নং
✪ Board Questions Analysis	১১৮
✪ Chapter Analysis	১১৯
✪ Crash Course	১২০-১৩৭
• প্রয়োজনীয় তত্ত্ব, সূত্র, প্রতীক ও একক পরিচিতি	১২১
• MCQ এর জন্য গুরুত্বপূর্ণ তথ্যসমূহ	১২৬
• MCQ এর জন্য গুরুত্বপূর্ণ গাণিতিক সমস্যাবলি	১২৯
✪ Short Question-Answer	১৩৮-১৫২
• জ্ঞানমূলক প্রশ্নোত্তর	১৩৯
• অনুধাবনমূলক প্রশ্নোত্তর	১৪১
✪ Comprehensive Questions	১৫৩-১৬৮

BOARD QUESTIONS ANALYSIS

এই অধ্যায় থেকে বিভিন্ন বোর্ডে বিগত বছরগুলোতে এইচএসসি পরীক্ষায় ২৭২টি বহুনির্বাচনি প্রশ্ন ও ৮০টি সৃজনশীল প্রশ্ন এসেছে। নিচের 'Board Questions Analysis' অংশে এই অধ্যায় থেকে কোন সালে কোন বোর্ডে কতটি প্রশ্ন হয়েছে তা দেখানো হলো –

☑ বহুনির্বাচনি প্রশ্ন

বোর্ড সাল	ঢাকা	রাজশাহী	কুমিল্লা	যশোর	চট্টগ্রাম	বরিশাল	সিলেট	দিনাজপুর	ময়মনসিংহ
২০২৫	৪	৬	৪	৪	৩	৫	৪	১	৪
২০২৪	৫	৪	৪	৪	৪	৪	৫	৫	৩
২০২৩	৫	৪	৪	৬	৩	৮	৪	৩	৩
২০২২	১	১	১	১	১	১	১	১	১
২০২১	৬	৫	৫	৩	৪	৩	৭	৬	৫
২০২০	করোনা মহামারির কারণে ২০২০ সালের এইচএসসি পরীক্ষা অনুষ্ঠিত হয়নি।								
২০১৯	৫	৩	২	২	৪	২	৩	৩	–
২০১৮	সম্মিলিত বোর্ড (১ সেট): ১								
২০১৭	১	২	৩	৫	২	২	–	৪	–
২০১৬	৬	৬	৩	২	৪	৬	৩	৬	–
২০১৫	৩	৫	৩	২	৪	১	৪	৪	–

সৃজনশীল প্রশ্ন

বোর্ড সাল	ঢাকা	রাজশাহী	কুমিল্লা	যশোর	চট্টগ্রাম	বরিশাল	সিলেট	দিনাজপুর	ময়মনসিংহ
২০২৫	২	২	১	১	১	২	১	২	১
২০২৪	১	১	১	১	১	১	২	১	১
২০২৩	১	১	১	১	২	২	১	১	১
২০২২	১	১	১	১	১	১	১	১	১
২০২১	২	১	২	২	২	১	২	২	২
২০২০	করোনা মহামারির কারণে ২০২০ সালের এইচএসসি পরীক্ষা অনুষ্ঠিত হয়নি।								
২০১৯	১	–	১	১	১	১	–	১	–
২০১৮	সম্মিলিত বোর্ড (২ সেট): ২								
২০১৭	–	১	–	–	–	১	১	১	–
২০১৬	১	১	–	১	১	–	১	১	–
২০১৫	–	–	–	–	–	১	১	১	–

CS CamScanner

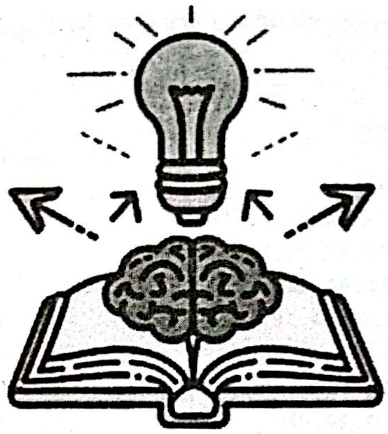
CHAPTER ANALYSIS

প্রিয় শিক্ষার্থী

এই অধ্যায়ের কোন Topic গুলো HSC পরীক্ষার জন্য গুরুত্বপূর্ণ তা নিচের চার্ট থেকে বুঝতে পারবে।
যেসব Topic থেকে প্রায়ই HSC পরীক্ষা প্রশ্ন হয়ে থাকে সে Topic গুলোকে অধিক গুরুত্ব দিবে।

Topic	MCQ	CQ	
		প্রয়োগমূলক	উচ্চতর দক্ষতামূলক
নিউটনের গতিসূত্র ও বল সম্পর্কিত	ঢা.বো.'২৫,'২৪,'২৩,'২২,'১৯,'১৭,'১৬,'১৫; রা.বো.'২৫,'২৪,'২৩,'২২,'১৭,'১৫; য.বো.'২৫,'২৪,'২৩,'২২,'২১,'১৫; ব.বো.'২৫,'২৪,'২২,'২১,'১৯,'১৭,'১৬; সি.বো.'২৫,'২৪,'২৩,'২২,'২১,'১৯,'১৬; দি.বো.'২৫,'২৪,'২৩,'২২,'২১,'১৬,'১৫; ম.বো.'২৫,'২৩,'২২,'২১; কু.বো.'২৪,'২৩,'২২,'২১,'১৯,'১৬,'১৫; চ.বো.'২৩	—	—
ভরবেগ ও ভরবেগের সংরক্ষণ সম্পর্কিত	ম.বো.'২৫,'২৪,'২৩,'২২,'২১; ঢা.বো.'২৪,'২৩,'২১,'১৫; চ.বো.'২৪,'২৩; ব.বো.'২৪,'২৩,'১৭,'১৬; দি.বো.'২৪,'২৩,'১৫; কু.বো.'১৬,'১৫; সি.বো.'২২,'২১,'১৫; য.বো.'১৭,'১৬; রা.বো.'১৯,'১৫	ঢা.বো.'২৫,'২২; রা.বো.'২৫; দি.বো.'২৫,'২১; কু.বো.'২৪; সি.বো.'২৪; চ.বো.'২৩,'২২; ব.বো.'২৩,'১৯; সি.বো.'২৩; য.বো.'১৭; কু.বো.'১৯	ঢা.বো.'২৫; চ.বো.'২৩; ব.বো.'২৩,'১৯; রা.বো.'১৬
কৌণিক বেগ, কৌণিক ভরবেগ, ঘূর্ণন গতিশক্তি ও টর্ক সম্পর্কিত	ঢা.বো.'২৫; রা.বো.'২৫,'২৩,'২২,'২১.'১৬; কু.বো.'২৫,'২৩,'২২,'১৭; য.বো.'২৫,'২৩,'২১,'১৭; চ.বো.'২৫,'২৪,'২২,'২১,'১৯,'১৬; ব.বো.'২৫,'২৪,'২৩,'২২,'২১,'১৬,'১৫; দি.বো.'২৪,'২২,'১৯,'১৭; ম.বো.'২৪,'২১; সি.বো.'২৩; ঢা.বো.'১৯	য.বো.'২৫,'২৪,'২৩,'২১,'১৯; '১৬; চ.বো.'২৫,'২৩,'২১,'১৯; ব.বো.'২৫,'২৪; দি.বো.'২৫,'২৩,'২২,'২১,'১৭; সি.বো.'২৪; ম.বো.'২৪; রা.বো.'২২; কু.বো.'২২,'২১,'১৭	য.বো.'২৫,'২৪,'১৯,'১৬; চ.বো.'২৫,'২৩,'২২; রা.বো.'২৪.'২২,'২১; ব.বো.'২৪,'১৭; সি.বো.'২৪; ম.বো.'২৪; দি.বো.'২৩; কু.বো.'২১,'১৭
জড়তার ভ্রামক সম্পর্কিত	রা.বো.'২৫,'২৪,'২১,'১৫; কু.বো.'২৫,'২৪,'২১,'১৭,'১৫; য.বো.'২৫,'২৪,'১৯.'১৭.'১৬; চ.বো.'২৫,'২৪,'২৩,'২২,'২১,'১৯,'১৬; সি.বো.'২৫,'২৪,'২১,'১৬; ঢা.বো.'২৩,'২১,'১৯,'১৭; ব.বো.'২৩	য.বো.'২২; ঢা.বো.'২১; ব.বো.'২১,'১৭; দি.বো.'১৯; সম্মিলিত বো.'১৮	দি.বো.'২৫,'১৯; চ.বো.'২৪; রা.বো.'২৩; ঢা.বো.'২১; য.বো.'২১; চ.বো.'২১; সম্মিলিত বো.'১৮; সি.বো.'১৫
কেন্দ্রমুখী বল, কেন্দ্রবিমুখী বল ও রাস্তার ব্যাংকিং সম্পর্কিত	ঢা.বো.'২৫; রা.বো.'২৫,'২১; চ.বো.'২৫,'২৪,'২১,'১৫; ব.বো.'২৫; সি.বো.'২৫,'২৪,'২৩,'২১,'১৯; ম.বো.'২৫; য.বো.'২৪,'২৩; দি.বো.'২৪,'২১,'১৬; কু.বো.'২১	ঢা.বো.'২৫,'২৪,'২৩,'২১; রা.বো.'২৫,'২৪,'১৭; কু.বো.'২৫,'২৩,'২১; সি.বো.'২৫,'২১,'১৭,'১৬; ম.বো.'২৫,'২৩,'২২,'২১; চ.বো.'২৪, '২১,'১৬; দি.বো.'২৪; ব.বো.'২৩,'২২; য.বো.'২১	ঢা.বো.'২৫,'২৪,'২৩,'২২,'২১,'১৯; রা.বো.'২৫,'১৭; কু.বো.'২৫,'২৩,'২১,'১৯; ব.বো.'২৫,'২৩,'২২; সি.বো.'২৫,'২১,'১৭,'১৬; ম.বো.'২৫,'২৩,'২২,'২১; দি.বো.'২৪; য.বো.'২১; চ.বো.'২১,'১৬; সম্মিলিত বো.'১৮

CS CamScanner



Crash Course

প্রিয় শিক্ষার্থী,

Crash Course-এ বিগত বছরগুলোর HSC পরীক্ষার বহুনির্বাচনি প্রশ্নগুলো বিশ্লেষণ করে–

- গুরুত্বপূর্ণ তথ্যসমূহ টপিক অনুসারে সাজানো হয়েছে যেন, শেষ মুহূর্তে গুছিয়ে রিভিশন করতে পারো।
- 'প্রয়োজনীয় তত্ত্ব, সূত্র, প্রতীক ও একক পরিচিতি' সন্নিবেশিত হয়েছে, যেগুলো আয়ত্তে আনার মাধ্যমে তোমরা সহজে বহুনির্বাচনি অংশের প্রস্তুতি নিতে পারবে।
- এছাড়াও MCQ এর জন্য গুরুত্বপূর্ণ গাণিতিক সমস্যাবলির সমাধান Topic অনুসারে সাজানো হয়েছে, সাথে Similar Problems ও যুক্ত করা হয়েছে, যাতে তোমাদের পরীক্ষার প্রস্তুতি হয় পূর্ণাঙ্গ।

প্রয়োজনীয় তত্ত্ব, সূত্র, প্রতীক ও একক পরিচিতি

◆ **নিউটনের গতিসূত্র**

- **প্রথম সূত্র :** বাহ্যিক বল প্রয়োগে বস্তুর অবস্থার পরিবর্তন করতে বাধ্য না করলে স্থির বস্তু চিরকাল স্থিরই থাকবে এবং গতিশীল বস্তু সমবেগে অর্থাৎ সমদ্রুতিতে সরলপথে চলতে থাকবে।
- **দ্বিতীয় সূত্র :** বস্তুর ভরবেগের পরিবর্তনের হার তার ওপর প্রযুক্ত বলের সমানুপাতিক এবং বল যেদিকে ক্রিয়া করে বস্তুর ভরবেগের পরিবর্তনও সেদিকে ঘটে।
- **তৃতীয় সূত্র :** প্রত্যেক ক্রিয়ারই একটা সমান ও বিপরীত প্রতিক্রিয়া আছে।

◆ **ঘূর্ণনগতির ক্ষেত্রে নিউটনের গতিসূত্র**

- **প্রথম সূত্র :** বাহ্যিক টর্ক প্রয়োগ করে বস্তুর ঘূর্ণনগতির অবস্থার পরিবর্তন করতে বাধ্য না করলে ঘূর্ণনশীল বস্তু সমকৌণিক বেগে ঘুরতে থাকবে বা অঘূর্ণনশীল বস্তু ঘুরবে না।
- **দ্বিতীয় সূত্র :** কোনো বস্তুর কৌণিক ভরবেগের পরিবর্তনের হার তার ওপর প্রযুক্ত টর্কের সমানুপাতিক এবং কৌণিক ভরবেগের এ পরিবর্তন প্রযুক্ত টর্কের দিকে ঘটে।
- **তৃতীয় সূত্র :** ঘূর্ণনশীল বস্তুর ক্ষেত্রে ক্রিয়া প্রতিক্রিয়াকারী জোড়া জোড়া কণার ওপর প্রযুক্ত টর্ক সমান ও বিপরীতমুখী।

◆ **ভরবেগের নিত্যতার সূত্র**

যখন কোনো ব্যবস্থার উপর প্রযুক্ত বাহ্যিক বল শূন্য হয় তখন ব্যবস্থাটির মোট ভরবেগ সংরক্ষিত থাকে।

◆ **কৌণিক ভরবেগের নিত্যতার সূত্র**

কোনো বস্তুর উপর ক্রিয়াশীল বহিঃস্থ টর্কের লব্ধি শূন্য হলে বস্তুটির কৌণিক ভরবেগ সংরক্ষিত থাকে।

◆ **সমান্তরাল অক্ষ উপপাদ্য**

যেকোনো অক্ষের সাপেক্ষে কোনো বস্তুর জড়তার ভ্রামক হবে ঐ অক্ষের সমান্তরাল ও বস্তুর ভরকেন্দ্রের মধ্য দিয়ে গমনকারী অক্ষের সাপেক্ষে জড়তার ভ্রামক এবং ঐ বস্তুর ভর ও দুই অক্ষের মধ্যবর্তী লম্ব দূরত্বের বর্গের গুণফলের সমষ্টির সমান।

◆ **লম্ব অক্ষ উপপাদ্য**

কোনো পাতলা সমতল পাতের তলে অবস্থিত দুটি পরস্পর লম্ব অক্ষের সাপেক্ষে পাতটির জড়তার ভ্রামকদ্বয়ের সমষ্টি ঐ পাতে অবস্থিত দুই অক্ষের ছেদ বিন্দুতে অঙ্কিত লম্ব অক্ষ সাপেক্ষে পাতটির জড়তার ভ্রামকের সমান হবে।

সূত্র	প্রতীক পরিচিতি	একক
➲ বল, ভর ও ত্বরণ সম্পর্কে		
■ একটিমাত্র বল ক্রিয়াশীল হলে–	$\vec{F}$ = প্রযুক্ত বল	নিউটন (N)
• $\vec{F} = m\vec{a}$	m = বস্তুর ভর	কেজি (kg)
■ একাধিক বল ক্রিয়াশীল হলে–	$\vec{a}$ = বস্তুর ত্বরণ	মিটার/সে.² (ms^{-2})
• $\sum\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \ldots\ldots\ldots = m\vec{a}$	$\sum\vec{F} = \vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3, \ldots$ ইত্যাদি প্রযুক্ত বলের লব্ধি বল	নিউটন (N)
➲ ভরবেগের সংরক্ষণ সূত্র সম্পর্কিত		
■ একমাত্রিক সংঘর্ষের ক্ষেত্রে ভরবেগের সংরক্ষণ সূত্র:	m_1 = প্রথম বস্তুর ভর	কেজি (kg)
➤ সংঘর্ষের পর বস্তুদ্বয় মিলিত না হলে–	m_2 = দ্বিতীয় বস্তুর ভর	কেজি (kg)
• $m_1u_1 + m_2u_2 = m_1v_1 + m_2v_2$	u_1 = প্রথম বস্তুর আদিবেগ	মিটার/সে. (ms^{-1})
➤ সংঘর্ষের পর বস্তুদ্বয় মিলিত হলে–	u_2 = দ্বিতীয় বস্তুর আদিবেগ	মিটার/সে. (ms^{-1})
• $m_1u_1 + m_2u_2 = (m_1 + m_2)\,v$	v_1 = প্রথম বস্তুর শেষবেগ	মিটার/সে. (ms^{-1})
■ দ্বিমাত্রিক সংঘর্ষের ক্ষেত্রে ভরবেগের সংরক্ষণ সূত্র:	v_2 = দ্বিতীয় বস্তুর শেষবেগ	মিটার/সে. (ms^{-1})
➤ অনুভূমিক বরাবর–	v = বস্তুদ্বয়ের মিলিত বেগ	মিটার/সে. (ms^{-1})
• $m_1u_1\cos\theta_1 + m_2u_2\cos\theta_2 = m_1v_1\cos\theta_1'$ $+ m_2v_2\cos\theta_2'$	$\theta_1 = u_1$ এর অনুভূমিকের সাথে উৎপন্ন কোণ	ডিগ্রি (°)
➤ উলম্ব বরাবর–	$\theta_2 = u_2$ এর অনুভূমিকের সাথে উৎপন্ন কোণ	ডিগ্রি (°)
• $m_1u_1\sin\theta_1 + m_2u_2\sin\theta_2 = m_1v_1\sin\theta_1'$	$\theta_1' = v_1$ এর অনুভূমিকের সাথে উৎপন্ন কোণ	ডিগ্রি (°)
$+ m_2v_2\sin\theta_2'$	$\theta_2' = v_2$ এর অনুভূমিকের সাথে উৎপন্ন কোণ	ডিগ্রি (°)

সূত্র	প্রতীক পরিচিতি	একক
➲ নিউটনের গতিসূত্রের প্রয়োগসমূহ		
■ গুলি ছোড়ার ক্ষেত্রে– • $V = -\frac{m}{M}v$	M = বন্দুকের ভর	কেজি (kg)
	m = গুলির ভর	কেজি (kg)
	V = বন্দুকের বেগ	মিটার/সে. (ms^{-1})
	v = গুলির বেগ	মিটার/সে. (ms^{-1})
■ রকেটের ধাক্কা– • $F = \left(\frac{\Delta m}{\Delta t}\right)v$ ■ যেকোনো মুহূর্তে রকেটের ত্বরণ– ➤ অভিকর্ষজ বল আওতামুক্ত থাকলে, • $a = \frac{1}{M}\left(\frac{\Delta m}{\Delta t}\right)v$ ➤ অভিকর্ষ বলের সীমার মধ্যে থাকলে, • $a = \frac{1}{M}\left(\frac{\Delta m}{\Delta t}\right)v - g$	F = রকেটের উপর প্রযুক্ত বল তথা ধাক্কা	নিউটন (N)
	a = রকেটের ত্বরণ	মিটার/সে.² (ms^{-2})
	Δt = জ্বালানি নির্গমনের সময়	সেকেন্ড (s)
	Δm = Δt সময়ে নির্গত জ্বালানির ভর	কেজি (kg)
	$\frac{\Delta m}{\Delta t}$ = জ্বালানি ব্যবহারের হার	কেজি/সে. (kgs^{-1})
	v = রকেটের বেগ	মিটার/সে. (ms^{-1})
	M = যেকোনো মুহূর্তে রকেটের ভর	কেজি (kg)
	g = অভিকর্ষজ ত্বরণ	মিটার/সে.² (ms^{-2})
• যখন লিফট সমত্বরণে উপরে ওঠে: $R = m(g + f)$ • যখন লিফট সমত্বরণে নিচে নামে: $R = m(g - f)$ • যখন লিফট অবাধে নিচে নামে: $R = 0$ • যখন লিফট স্থির/সমবেগে ওঠানামা করে: $R = mg$ • যখন লিফট g অপেক্ষা বেশি ত্বরণে নিচে নামে: $R = m(g - f)$	R = প্রতিক্রিয়া বল/আপাত ওজন	নিউটন (N)
	m = ভর	কেজি (kg)
	g = অভিকর্ষজ ত্বরণ	মিটার/সে.² (ms^{-2})
	f = লিফটের ত্বরণ	মিটার/সে.² (ms^{-2})
➲ বলের ঘাত ও সংঘর্ষ সম্পর্কিত		
• বলের ঘাত, $\vec{J} = \vec{F}\Delta t = \Delta\vec{p} = m\Delta\vec{v}$ [রা.বো.'২৫] ■ স্থিতিস্থাপক সংঘর্ষের ক্ষেত্রে– • $\frac{1}{2}m_1u_1^2 + \frac{1}{2}m_2u_2^2 = \frac{1}{2}m_1v_1^2 + \frac{1}{2}m_2v_2^2$ • $v_1 = \left(\frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}\right)u_1 + \left(\frac{2m_2}{m_1 + m_2}\right)u_2$ • $v_2 = \left(\frac{2m_1}{m_1 + m_2}\right)u_1 + \left(\frac{m_2 - u_1}{m_1 + m_2}\right)u_2$ ■ অস্থিতিস্থাপক সংঘর্ষের ক্ষেত্রে– • $\frac{1}{2}m_1u_1^2 + \frac{1}{2}m_2u_2^2 \neq \frac{1}{2}m_1v_1^2 + \frac{1}{2}m_2v_2^2$	$\vec{J}$ = বলের ঘাত	কেজি-মি./সে. ($kgms^{-1}$)
	$\vec{F}$ = প্রযুক্ত বল	নিউটন (N)
	Δt = বলের ক্রিয়াকাল	সেকেন্ড (s)
	$\Delta\vec{p} = m\Delta\vec{v}$ = ভরবেগের পরিবর্তন	কেজি-মি./সে. ($kgms^{-1}$)
	m_1 = ১ম বস্তুর ভর	কেজি (kg)
	m_2 = ২য় বস্তুর ভর	কেজি (kg)
	u_1 = ১ম বস্তুর আদিবেগ	মিটার/সে. (ms^{-1})
	u_2 = ২য় বস্তুর আদিবেগ	মিটার/সে. (ms^{-1})
	v_1 = ১ম বস্তুর শেষবেগ	মিটার/সে. (ms^{-1})
	v_2 = ২য় বস্তুর শেষবেগ	মিটার/সে. (ms^{-1})
➲ ঘর্ষণ সম্পর্কিত		
■ স্থিতি ঘর্ষণের ক্ষেত্রে– • $\mu_s = \frac{f_s}{R} = \tan\lambda = \tan\theta$ • $S = \sqrt{f_s^2 + R^2} = R\sqrt{1 + \mu_s^2}$ • $f_s = S\sin\lambda$ • $R = S\cos\lambda$	f_s = সীমাস্থিক ঘর্ষণ বল/ঘর্ষণ বল	নিউটন (N)
	μ_s = স্থিতি ঘর্ষণ গুণাঙ্ক	—
	R = অভিলম্ব প্রতিক্রিয়া	নিউটন (N)
	λ = ঘর্ষণ কোণ	ডিগ্রি (°)
	θ = নিশ্চল কোণ/স্থিতি কোণ	ডিগ্রি (°)
	S = অভিলম্ব প্রতিক্রিয়া ও ঘর্ষণ বলের লব্ধি	নিউটন (N)
	f_k = গতীয় ঘর্ষণ বল	নিউটন (N)

সূত্র	প্রতীক পরিচিতি	একক
■ গতীয় ঘর্ষণের ক্ষেত্রে– • $\mu_k = \frac{f_k}{R}$ • $a = \frac{F - \mu_k R}{m}$ [অমসৃণ অনুভূমিক তলের জন্য] • $a = g(\sin\theta' - \mu_k \cos\theta')$ [নত তলের জন্য] ■ আবর্ত ঘর্ষণের ক্ষেত্রে– • $\mu_r = \frac{f_r}{R}$	μ_k = গতীয় ঘর্ষণ গুণাঙ্ক	—
	a = গতীয় ঘর্ষণের জন্য বস্তুর ত্বরণ	মিটার/সে.২ (ms^{-2})
	g = অভিকর্ষজ ত্বরণ	মিটার/সে.২ (ms^{-2})
	θ' = নত তল ও অনুভূমিক তলের মধ্যবর্তী কোণ	ডিগ্রি (°)
	f_r = আবর্ত বল	নিউটন (N)
	μ_r = আবর্ত ঘর্ষণ গুণাঙ্ক	—
➲ জড়তার ভ্রামক ও চক্রগতির ব্যাসার্ধ সম্পর্কিত		
• $I = MK^2$ • $K = \sqrt{\frac{I}{M}}$ [সি.বো.'২৫] • $E_k = \frac{1}{2} I\omega^2$ [য.বো.'২৫; ব.বো.'২৫] • লম্ব অক্ষ উপপাদ্য, $I_z = I_x + I_y$ • সমান্তরাল অক্ষ উপপাদ্য, $I = I_G + Mh^2$ [রা.বো.'২৫; সি.বো.'২৫] • একই সাথে রৈখিক গতি ও ঘূর্ণন গতির জন্য মোট গতিশক্তি, $\sum E_k = \frac{1}{2} I\omega^2 + \frac{1}{2} mv^2$	I = নির্দিষ্ট অক্ষের সাপেক্ষে বস্তুর জড়তার ভ্রামক	কেজি-মি.২ (kgm^2)
	M, m = বস্তুর ভর	কেজি (kg)
	K = চক্রগতির ব্যাসার্ধ	মিটার (m)
	I_x, I_y ও I_z হচ্ছে x, y ও z পরস্পরের সাথে লম্ব তিনটি অক্ষের সাপেক্ষে কোনো বস্তুর জড়তার ভ্রামক	কেজি মি.২ (kgm^2)
	I_G = ভরকেন্দ্রগামী অক্ষের সাপেক্ষে বস্তুর জড়তার ভ্রামক	কেজি মি.২ (kgm^2)
	h = ভরকেন্দ্রগামী অক্ষ ও সমান্তরাল অক্ষের মধ্যকার লম্ব দূরত্ব	মিটার (m)
	E_k = বস্তুর ঘূর্ণন গতিশক্তি	জুল (J)
	ω = কৌণিক বেগ	রেডিয়ান/সে. ($rad\ s^{-1}$)
	v = রৈখিক বেগ	মিটার/সে. (ms^{-1})
➲ কৌণিক ভরবেগ সম্পর্কিত		
• $\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p}$ [ঢা.বো.'২২; রা.বো.'১৬] • $L = r\,p \sin\theta$ • $L = I\omega$ • $L = mvr = m\omega r^2$ [য.বো.'২৪; দি.বো.'২১; ঢা.বো.'১৬]	$\vec{L}$ = কৌণিক ভরবেগ	কেজি-মিটার২/সে. (kgm^2s^{-1})
	$\vec{r}$ = ব্যাসার্ধ ভেক্টর	মিটার (m)
	$\vec{p}$ = রৈখিক ভরবেগ	কেজি-মিটার/সে. ($kgms^{-1}$)
	θ = $\vec{r}$ ও $\vec{p}$ এর মধ্যবর্তী কোণ	ডিগ্রি (°)
	I = জড়তার ভ্রামক	কেজি-মিটার২ (kgm^2)
	ω = কৌণিক বেগ	রেডিয়ান/সে. ($rads^{-1}$)
	m = বস্তুর ভর	কেজি (kg)
	v = রৈখিক বেগ	মিটার/সে. (ms^{-1})
➲ টর্ক সম্পর্কিত		
• $\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F}$ [ঢা.বো.'২২,'২১; দি.বো.'২২; কু.বো.'২১; চ.বো.'১৯] • $\vec{a} = \vec{\alpha} \times \vec{r}$ [ব.বো.'২৫] • $\tau = r F \sin\theta$ • $\vec{\tau} = I\vec{\alpha}$ [ব.বো.'২২; কু.বো.'২১; চ.বো.'১৯] • $\tau = Fr$ • $\tau = Fd$ • $\vec{\tau} = \frac{d\vec{L}}{dt}$ [কু.বো.'২১; চ.বো.'১৯]	$\vec{a}$ = রৈখিক ত্বরণ	মিটার/সে.২ (ms^{-2})
	$\vec{\tau}$ = টর্ক	নিউটন-মিটার (Nm)[কু.বো.'২৫]
	$\vec{r}$ = ব্যাসার্ধ ভেক্টর	মিটার (m)
	$\vec{F}$ = প্রযুক্ত বল	নিউটন (N)
	θ = $\vec{r}$ ও $\vec{p}$ এর মধ্যবর্তী কোণ	ডিগ্রি (°)
	I = জড়তার ভ্রামক	কেজি-মিটার২ (kgm^2)
	$\vec{\alpha}$ = কৌণিক ত্বরণ	রেডিয়ান/সে.২ ($rads^{-2}$)
	d = দ্বন্দ্বের বাহু	মিটার (m)
	$\vec{L}$ = কৌণিক ভরবেগ	কেজি-মিটার২/সে. (kgm^2s^{-1})

সূত্র	প্রতীক পরিচিতি	একক
➲ কৌণিক ভরবেগের সংরক্ষণ সূত্র সম্পর্কিত		
• $I_1\omega_1 = I_2\omega_2$	I_1 = আদি জড়তার ভ্রামক	কেজি-মিটার² (kgm^2)
	I_2 = পরিবর্তিত জড়তার ভ্রামক	কেজি-মিটার² (kgm^2)
	ω_1 = আদি কৌণিক বেগ	রেডিয়ান/সে. ($rads^{-1}$)
	ω_2 = পরিবর্তিত কৌণিক বেগ	রেডিয়ান/সে. ($rads^{-1}$)
➲ কেন্দ্রমুখী ও কেন্দ্রবিমুখী বল সম্পর্কিত		
• $F_c = F_c' = \frac{mv^2}{r} = m\omega^2 r$ • $\vec{F}_c = -m\left(\vec{\omega}\cdot\vec{\omega}\right)\vec{r} = -m\frac{v^2}{r^2}\vec{r}$ *[চ.বো.'২৫; ব.বো.'১৬]* ■ অনুভূমিক বৃত্তাকার পথে ঘূর্ণায়মান বস্তুর জন্য সুতার টান– • $T = \frac{mv^2}{r} = m\omega^2 r$ ■ উল্লম্ব বৃত্তাকার পথে ঘূর্ণায়মান বস্তুর জন্য সুতার টান– • সর্বোচ্চ অবস্থানে, $T = \frac{mv^2}{r} - mg = m\omega^2 r - mg$ • বৃত্তের কেন্দ্রের লেভেলে, $T = \frac{mv^2}{r} = m\omega^2 r$ • সর্বনিম্ন অবস্থানে, $T = \frac{mv^2}{r} + mg = m\omega^2 r + mg$ • উল্লম্ব রেখার বাইরে পরিধির উপর যেকোনো বিন্দুতে, $T = \frac{mv^2}{r} + mg\cos\theta = m\omega^2 r + mg\cos\theta$	F_c = কেন্দ্রমুখী বল	নিউটন (N)
	F_c' = কেন্দ্রবিমুখী বল	নিউটন (N)
	m = বস্তুর ভর	কেজি (kg)
	v = বস্তুর বেগ	মিটার/সে. (ms^{-1})
	ω = কৌণিক বেগ	রেডিয়ান/সে. ($rads^{-1}$)
	r = ব্যাসার্ধ	মিটার (m)
	T = সুতার টান	নিউটন (N)
	θ = উল্লম্ব রেখা সুতার মধ্যবর্তী কোণ	ডিগ্রি (°)
➲ রাস্তায় ব্যাংকিং ও রাস্তার বাঁকে যানবাহনের গতি সম্পর্কিত		
• $F\sin\theta = \frac{mv^2}{r}$ *[ঢা.বো.'১৬]* • $F\cos\theta = mg$ • $\tan\theta = \frac{v^2}{rg}$ *[চ.বো.'২৪; কু.বো.'২১]* • $h = d\sin\theta$ • $\frac{h}{d} = \frac{v^2}{rg}$ (θ ক্ষুদ্র হলে)	F = প্রতিক্রিয়া বল	নিউটন (N)
	m = সাইকেল আরোহী/চালকসহ গাড়ির ভর	কেজি (kg)
	v = সাইকেল আরোহী/চালকসহ গাড়ির বেগ	মিটার/সে.² (ms^{-2})
	r = বৃত্তাকার পথের ব্যাসার্ধ	মিটার (m)
	θ = উল্লম্বের সাথে সাইকেলের উৎপন্ন কোণ/ব্যাংকিং কোণ	ডিগ্রি (°)
	h = রাস্তার দুই প্রান্তের মধ্যবর্তী উচ্চতা	মিটার (m)
	d = রাস্তার দুই প্রান্তের মধ্যবর্তী দূরত্ব/রাস্তার প্রস্থ	মিটার (m)

সরলপথে চলমান বস্তু ও ঘূর্ণনশীল বস্তুর জন্য বলবিদ্যার আলোচিত বিভিন্ন সমীকরণের তুলনা

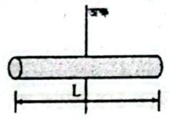
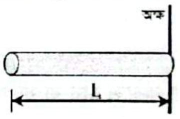
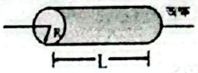
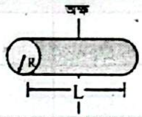
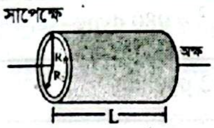
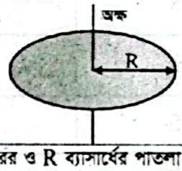
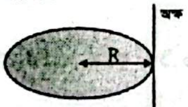
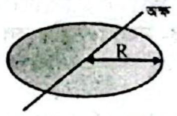
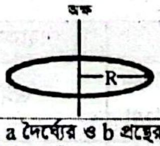
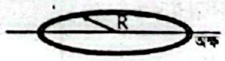
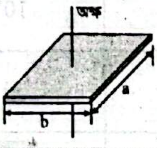
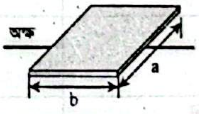
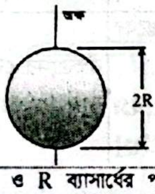
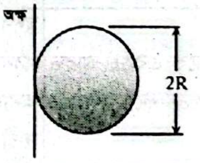
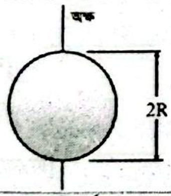
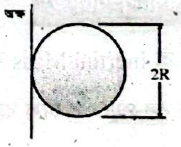
সরলপথে চলমান বস্তু এবং ঘূর্ণনশীল বস্তুর ক্ষেত্রে নিম্নোক্ত রাশিসমূহ সমতুল্য–

- ভর m এর পরিবর্তে জড়তার ভ্রামক I
- রৈখিক বেগ v এর পরিবর্তে কৌণিক বেগ ω
- রৈখিক ত্বরণ a এর পরিবর্তে কৌণিক ত্বরণ α
- রৈখিক ভরবেগ p এর পরিবর্তে কৌণিক ভরবেগ L
- বল F এর পরিবর্তে টর্ক বা বলের ভ্রামক τ

নিম্নে প্রদত্ত ছকে সরলপথে চলমান বস্তু এবং ঘূর্ণনশীল বস্তুর সমীকরণগুলোর তুলনা করা হলো–

সরলপথে চলমান বস্তুর জন্য সমীকরণসমূহ	বৃত্তাকার পথে চলমান বস্তুর জন্য সমীকরণসমূহ
ভরবেগ, $p = mv$	কৌণিক ভরবেগ, $L = I\omega$
বল, $F = ma$	টর্ক বা বলের ভ্রামক, $\tau = I\alpha$
ভরবেগের সংরক্ষণ সূত্র, $\sum p_i = \sum p_f$	কৌণিক ভরবেগের সংরক্ষণ সূত্র, $L_i = L_f$
রৈখিক গতিশক্তি, $E_k = \frac{1}{2}mv^2$	কৌণিক গতিশক্তি, $E_k = \frac{1}{2}I\omega^2$

বিভিন্ন আকৃতির বস্তুর ঘূর্ণন অক্ষের প্রকৃতির সাপেক্ষে জড়তার ভ্রামক ও চক্রগতির ব্যাসার্ধ

বস্তু, ঘূর্ণন অক্ষের প্রকৃতি ও প্রাসঙ্গিক চিত্র	জড়তার ভ্রামক	চক্রগতির ব্যাসার্ধ	বস্তু, ঘূর্ণন অক্ষের প্রকৃতি ও প্রাসঙ্গিক চিত্র	জড়তার ভ্রামক	চক্রগতির ব্যাসার্ধ
M ভরের ও L দৈর্ঘ্যের সরু ও সুষম দণ্ডের ভরকেন্দ্রগামী লম্ব-অক্ষের সাপেক্ষে 	$I = \frac{1}{12}ML^2$	$K = \frac{L}{\sqrt{12}}$	M ভরের ও L দৈর্ঘ্যের সরু ও সুষম দণ্ডের প্রান্তবিন্দুগামী লম্ব-অক্ষের সাপেক্ষে 	$I = \frac{1}{3}ML^2$	$K = \frac{L}{\sqrt{3}}$
M ভরের ও L দৈর্ঘ্যের ও R ব্যাসার্ধের নিরেট সিলিন্ডারের নিজ অক্ষের সাপেক্ষে 	$I = \frac{1}{2}MR^2$	$K = \frac{R}{\sqrt{2}}$	M ভরের ও L দৈর্ঘ্যের R ব্যাসার্ধের নিরেট সিলিন্ডারের দৈর্ঘ্যের সঙ্গে লম্ব ভরকেন্দ্রগামী অক্ষের সাপেক্ষে 	$I = \frac{1}{4}MR^2 + \frac{1}{12}ML^2$	$K = \sqrt{\frac{R^2}{4} + \frac{L^2}{12}}$
M ভরের ও L দৈর্ঘ্যের R_1 অন্তঃব্যাসার্ধ ও R_2 বহিঃব্যাসার্ধবিশিষ্ট ফাঁপা সিলিন্ডারের নিজ অক্ষের সাপেক্ষে 	$I = \frac{M(R_1^2 + R_2^2)}{2}$	$K = \sqrt{\frac{R_1^2 + R_2^2}{2}}$	M ভরের ও R ব্যাসার্ধের পাতলা বৃত্তাকার চাকতির ভরকেন্দ্রগামী লম্ব অক্ষের সাপেক্ষে 	$I = \frac{1}{2}MR^2$ [য.বো.'১৬]	$K = \frac{R}{\sqrt{2}}$ [কু.বো.'২৫,'১৫; য.বো.'২৫; ব.বো.'২৩; চ.বো.'১৭]
M ভরের ও R ব্যাসার্ধের পাতলা বৃত্তাকার চাকতির পৃষ্ঠের অভিলম্বভাবে গমনকারী স্পর্শকের সাপেক্ষে 	$I = \frac{3}{2}MR^2$ [কু.বো.'২৫; য.বো.'২৫; চ.বো.'২১,'১৭]	$K = \sqrt{\frac{3}{2}}R$ [দি.বো.'২২]	M ভরের ও R ব্যাসার্ধের পাতলা বৃত্তাকার চাকতির যেকোনো ব্যাসের সাপেক্ষে 	$I = \frac{1}{4}MR^2$ [চ.বো.'২২]	$K = \frac{R}{2}$
M ভরের ও R ব্যাসার্ধের পাতলা বৃত্তাকার রিং-এর ভরকেন্দ্রগামী লম্ব-অক্ষের সাপেক্ষে 	$I = MR^2$	$K = R$	M ভরের ও R ব্যাসার্ধের পাতলা বৃত্তাকার রিং-এর যেকোনো ব্যাসের সাপেক্ষে 	$I = \frac{1}{2}MR^2$	$K = \frac{R}{\sqrt{2}}$
M ভরের, a দৈর্ঘ্যের ও b প্রস্থের আয়তাকার পাতের ভরকেন্দ্রগামী লম্ব-অক্ষের সাপেক্ষে 	$I = \frac{1}{12}M(a^2 + b^2)$	$K = \sqrt{\frac{a^2 + b^2}{12}}$	M ভরের, a দৈর্ঘ্যের ও b প্রস্থের আয়তাকার পাতের প্রস্থের সঙ্গে সমান্তরাল ভরকেন্দ্রগামী অক্ষের সাপেক্ষে 	$I = \frac{1}{12}Ma^2$	$K = \frac{a}{\sqrt{12}}$
M ভরের ও R ব্যাসার্ধের নিরেট গোলকের যেকোনো ব্যাসের সাপেক্ষে 	$I = \frac{2}{5}MR^2$	$K = \sqrt{\frac{2}{5}}R$	M ভরের ও R ব্যাসার্ধের নিরেট গোলকের স্পর্শকের সাপেক্ষে 	$I = \frac{7}{5}MR^2$	$K = \sqrt{\frac{7}{5}}R$
M ভরের ও R ব্যাসার্ধের পাতলা ফাঁপা গোলকের যেকোনো ব্যাসের সাপেক্ষে 	$I = \frac{2}{3}MR^2$	$K = \sqrt{\frac{2}{3}}R$	M ভরের ও R ব্যাসার্ধের পাতলা ফাঁপা গোলকের স্পর্শকের সাপেক্ষে 	$I = \frac{5}{3}MR^2$	$K = \sqrt{\frac{5}{3}}R$
M ভরের ও L দৈর্ঘ্যের যেকোনো আকৃতির বস্তু যেকোনো অক্ষের সাপেক্ষে	$\frac{M}{L}\int x^2 dx$ [ঢা.বো.'২১; য.বো.'১৭]	—	—	—	—

MCQ এর জন্য গুরুত্বপূর্ণ তথ্যসমূহ

দৃষ্টি আকর্ষণ

বহুনির্বাচনি প্রশ্নের জন্য 'প্রয়োজনীয় তত্ত্ব, সূত্র, প্রতীক ও একক পরিচিতি' অংশটি অবশ্যই ভালোভাবে পড়ে নিবে।

প্রাথমিক আলোচনা

- যা স্থির বস্তুর ওপর ক্রিয়া করে তাকে গতিশীল করে বা করতে চায় বা যা গতিশীল বস্তুর ওপর ক্রিয়া করে তার গতির পরিবর্তন করে বা করতে চায় তাকে **বল** বলে।
- বলের প্রচলিত এককসমূহ নিম্নরূপ–

এককের নাম	একক পদ্ধতি	এককের প্রকৃতি	এককের মান
নিউটন	MKS	পরম	$1\ N = 1\ kg \times 1\ ms^{-2} = 1\ kg\ ms^{-2}$
ডাইন	CGS	পরম	$1\ dyne = 1\ gm \times 1\ cms^{-2} = 1\ gm\ cms^{-2}$
পাউন্ডাল	FPS	পরম	$1\ poundal = 1\ lb \times 1\ fts^{-2} = 1\ lb\ ft^{-2}$
গ্রাম-ওজন	CGS	অভিকর্ষীয়	$1\ gm\text{-}wt = 1\ gm \times 980\ cms^{-2} = 980\ dyne$
পাউন্ড-ওজন	FPS	অভিকর্ষীয়	$1\ lb\text{-}wt = 1\ lb \times 32\ fts^{-2} = 32\ poundal$
কিলোগ্রাম-ওজন	MKS	অভিকর্ষীয়	$1\ kg\text{-}wt = 1\ kg \times 9{\cdot}8\ ms^{-2} = 9{\cdot}8\ N$

- বলের এস.আই. একক নিউটনের সাথে ডাইন ও পাউন্ডাল এককের সম্পর্ক হচ্ছে: $1\ N = 10^5\ dyne = 7{\cdot}2324\ poundal$।
- জগতে মৌলিক বল চারটি যাদের সবলতার ক্রম হচ্ছে- সবল নিউক্লীয় বল > তড়িৎ চৌম্বক বল > দূর্বল নিউক্লীয় বল > মহাকর্ষ বল। *[রা.বো.'২৫; ব.বো.'২৫; সি.বো.'১৯,'১৬; কু.বো.'১৬; য.বো.'২২,'১৫]*
- বল প্রয়োগের জন্য বল প্রয়োগকারীর এবং বস্তুর প্রত্যক্ষ সংস্পর্শ প্রয়োজন হলে সেই বলকে স্পর্শ বল বলে।
- মৌলিক বলসমূহের মধ্যে তুলনা নিম্নরূপ–

	সবল নিউক্লিয় বল	তাড়িতচৌম্বক বল	দূর্বল নিউক্লিয় বল	মহাকর্ষ বল
পাল্লা	10^{-15} m	অসীম	10^{-16} m (সবচেয়ে কম পাল্লা) *[সি.বো.'২৫; ব.বো.'২৪]*	অসীম
আপেক্ষিক সবলতা (সবল নিউক্লিয় বলের সাপেক্ষে)	1	10^{-2}	10^{-11}	10^{-41}
আপেক্ষিক সবলতা (মহাকর্ষ বলের সাপেক্ষে)	10^{41}	10^{39}	10^{30}	1
বাহক কণা	মেসন *[রা.বো.'২২; কু.বো.'২১; ব.বো.'১৭]*	ফোটন *[কু.বো.'২৩; সি.বো.'১৫]*	W ও Z বোসন *[রা.বো.'২৪; কু.বো.'২৪]*	গ্রাভিটন *[রা.বো.'১৫]*
উদাহরণ	প্রোটন ও নিউট্রনকে একত্রে আবদ্ধ করে নিউক্লিয়াস গঠন করে।	ঘর্ষণ বল, পারমাণবিক ও আণবিক গঠন, রাসায়নিক বিক্রিয়া এবং অন্যান্য তড়িৎ চৌম্বক ঘটনার জন্য দায়ী। *[য.বো.'২৫,'২২; দি.বো.'১৫]*	নিউক্লিয়াসে অস্থিতিশীলতার উদ্ভবের মাধ্যমে বিটাক্ষয়ের জন্য দায়ী। *[সি.বো.'২৫; য.বো.'২৪,'২২,'২১; দি.বো.'২২; ম.বো.'২১]*	নক্ষত্রদের একত্রিত করে গ্যালাক্সি গঠন করে।

নিউটনের গতির প্রথম সূত্র ও জড়তার ধারণা সম্পর্কিত

- বস্তুর যে ভর ত্বরণ সৃষ্টিতে বাঁধা দেয় তাকে জড় ভর বা Inertial Mass বলে। *[ব.বো.'২৫]*
- নিউটনের গতির প্রথম সূত্রানুসারে একটি বস্তুর উপর বল প্রযুক্ত থাকলে বস্তুর ত্বরণ থাকবে। *[দি.বো.'২৪]*
- গতিজড়তা ভরবেগের সমানুপাতিক। *[ঢা.বো.'২৪,'২৩]*
- গতি জড়তার ফলে চলন্ত বাস হঠাৎ থেমে গেলে যাত্রীরা সামনের দিকে ঝুঁকে যায়।
- স্থিতি জড়তার ফলে ধূলিময় পোশাকে আঘাত করা হলে ধূলিকণাসমূহ পোশাকে লেগে থাকে এবং থেমে থাকা বাস হঠাৎ চলতে শুরু করলে যাত্রীরা পিছনের দিকে হেলে পড়ে। *[সি.বো.'২১]*

নিউটনের গতির দ্বিতীয় সূত্র ও বলের ধারণা সম্পর্কিত

- কোনো বস্তুর উপর একই সময় একাধিক বল ক্রিয়া করলে যদি বলের লব্ধি শূন্য হয় তবে বস্তুর ভরবেগ এবং গতিশক্তি সবই স্থির থাকবে। এক্ষেত্রে বস্তুর ত্বরণ শূন্য হবে। [সি.বো.'২৪]
- তিনটি সমমানের বল একটি বিন্দুতে ক্রিয়া করে সাম্যাবস্থার সৃষ্টি করলে তাদের অন্তর্ভুক্ত কোণের অনুপাত 120° : 120° : 120°। [য.বো.'২১]

নিউটনের গতির তৃতীয় সূত্র ও রৈখিক ভরবেগের নিত্যতা সম্পর্কিত

- **নিউটনের গতির ৩য় সূত্রের প্রয়োগ দেখা যায়–**
  - ঘোড়ার গাড়ি টানায় [য.বো.'২২]
  - বন্দুকের গুলি ছোড়ায় [য.বো.'২২]
  - মহাশূন্যে গতিশীল মহাকাশযানে/রকেটে [য.বো.'২২]
  - সাঁতার কাটায় [ব.বো.'২১]
  - নৌকা চালানো/নৌকার গুণ টানা
  - লিফটের গতিতে
  - পায়ে হাটা
  - পাখির আকাশে উড়া
  - ভূমির উপর দাঁড়ানো
- ভেক্টররূপে প্রকাশিত ভরবেগসমূহের লব্ধি সংরক্ষণের ক্ষেত্রে যে কোনো দিকে ঐ লব্ধির উপাংশও সংরক্ষিত থাকবে এবং ভরবেগ যদি ভেক্টরে প্রকাশিত হয় তবে এর দিক উল্লেখ করতে হয়। [য.বো.'২৪]
- **ভরবেগের সংরক্ষণ সূত্রের প্রয়োগ:**
  - কামান থেকে গোলা ছোঁড়া
  - আরোহীর নৌকা থেকে লাফ দেওয়া
  - মহাশূন্য অভিযান তথা রকেটের গতি
  - অ্যাথলেটের লং জাম্প দেওয়া
- ভরবেগ / রৈখিক ভরবেগের মাত্রা MLT^{-1}। [দি.বো.'২৪; সি.বো.'২১; কু.বো.'১৫]
- বলের ঘাত ও রৈখিক ভরবেগের পরিবর্তনের সাংখ্যিক মান সমান। [রা.বো.'২৫,'১৫; দি.বো.'২৫; ঢা.বো.'২৩; ব.বো.'২৩; কু.বো.'২২; সি.বো.'২২,'১৫; চ.বো. '১৯,'১৬]
- বলের ঘাতের মাত্রা MLT^{-1} ও একক Ns বা $kgms^{-1}$। [রা.বো.'২৫,'১৭; য.বো.'২৫,'১৭; দি.বো.'২৫,'২৩; সি.বো.'২৪,'২১; চ.বো.'২৩; ম.বো.'২১; কু.বো.'১৯,'১৫]
- ক্রিয়া ও প্রতিক্রিয়ার মধ্যবর্তী কোণ সর্বদা 180° হবে। [রা.বো.'২৩; ঢা.বো.'২২]
- সময় বনাম ভরবেগ লেখচিত্রের যেকোনো বিন্দুতে ঢাল ঐ বিন্দুতে প্রযুক্ত বল নির্দেশ করে। [ঢা.বো.'১৫]
- যেকোনো সংঘর্ষে দুইটি ভৌত রাশি সংরক্ষিত থাকে; যথা– মোটশক্তি ও ভরবেগ। [রা.বো.'২২]
- একটি স্থিতিস্থাপক সংঘর্ষে ভরবেগের সাথে সাথে গতিশক্তিও সংরক্ষিত থাকে।
- একটি অস্থিতিস্থাপক সংঘর্ষে গতি শক্তি সংরক্ষিত থাকে না, শুধুমাত্র রৈখিক ভরবেগ সংরক্ষিত থাকে। [সম্মিলিত বো.'১৮]
- θ কোণে আনত কোনো মসৃণ তলের উপর দিয়ে m ভরের একটি বস্তু পড়তে থাকলে এর তলের উপর প্রতিক্রিয়া বল $mg \cos \theta$, এর গতির জন্য দায়ী বল $mg \sin \theta$ এবং এর ত্বরণ $g \cos \theta$ । [কু.বো.'২২; ব.বো.'২২; দি.বো.'২১]
- একজন ব্যক্তি লিফটে ওজনহীনতা অনুভব করবে, যখন লিফটটি 'g' বা $9.8\ ms^{-2}$ ত্বরণে নিচে নামে। [ঢা.বো.'২৪,'২৩]
- W ওজনের এক ব্যক্তি লিফটে a ত্বরণে উর্ধ্বগামী হলে ব্যক্তির ওজন $W\left(1+\frac{a}{g}\right)$ হবে। [সি.বো.'২৩]
- যখন কোনো বস্তুর উপর ক্ষুদ্র সময়ে খুবই বেশি মানের বল প্রয়োগ করা হয়, তখন প্রযুক্ত বল ও সময়ের গুণফলকে বলের ঘাত বলে। [ঢা.বো.'২৫; রা.বো.'২৫]
- কোনো একটি বস্তুকে অমসৃণ তলে স্থির অবস্থায় রাখা হলে এর উপর মোট দুইটি বল ক্রিয়া করে। যথা– ঘর্ষণ বল ও অভিকর্ষ বল। [সি.বো.'২১]

ঘূর্ণন গতি সম্পর্কিত

- যে বলের কারণে বস্তু বৃত্তাকার পথে ঘুরে সেই বল যদি প্রত্যাহার করে নেওয়া হয় তা হলে বস্তুটির গতি জড়তার কারণে ঐ মুহূর্তে বেগের দিক বরাবর (স্পর্শক বরাবর) ছুটে যাবে। [রা.বো.'২৪]
- ব্যাসার্ধ ভেক্টর এবং প্রযুক্ত বলের ভেক্টর গুণনকে টর্ক বা বলের ভ্রামক বলে। [ঢা.বো.'২৫]
- কোনো বিন্দু বা অক্ষের সাপেক্ষে কোনো বলের ভ্রামককে টর্ক বলে। [য.বো.'২৪]
- কোনো বস্তুর জড়তার ভ্রামক নির্ভর করে ভর ও ঘূর্ণন অক্ষের উপর।
- জড়তার ভ্রামক একটি স্কেলার রাশি। [কু.বো.'১৭]

CS CamScanner

- জড়তার ভ্রামকের মাত্রা ML^2 ও একক kgm^2। [চ.বো.'২৫,'২৩; ঢা.বো.'২১]

- টর্কের অপর নাম ঘূর্ণন বল বা বলের ভ্রামক। [সি.বো.'২২]

- টর্কের মাত্রা ML^2T^{-2} ও একক Nm। [কু.বো.'২৫; চ.বো.'২৪,'২১; সি.বো.'২৩,'২২; ব.বো.'১৯,'১৫; দি.বো.'১৬]

- ঘূর্ণনরত কোনো বস্তুর কৌণিক ভরবেগের পরিবর্তনের হার ঐ বস্তুর উপর ক্রিয়াশীল টর্কের সমান। কৌণিক ভরবেগ ধ্রুব হলে কোনো বস্তুর উপর প্রযুক্ত টর্ক শূন্য হবে। [রা.বো.'২৫,'২৩; কু.বো.'২৫; দি.বো.'২৩,'১৭; ব.বো.'১৬]

- কোনো বস্তুর উপর ক্রিয়াশীল টর্ক শূন্য হবে যদি ঘূর্ণন কেন্দ্রের সাপেক্ষে অবস্থান ভেক্টরের কিংবা বলের মান শূন্য হয়। [র.বো.'২৪]

- কৌণিক ভরবেগের মাত্রা ML^2T^{-1} ও একক kgm^2s^{-1}। [রা.বো.'২৩,'২১; কু.বো.'২২,'১৭; চ.বো.'২২,'২১; ব.বো.'২২,'২১,'১৫; দি.বো.'২১; য.বো.'১৫]

- ডাইভিং-এ লাফ দেয়ার সময় সাঁতারুর কৌণিক ভরবেগ ধ্রুব থাকে। [কু.বো.'১৬]

- সমকৌণিক বেগে আবর্তনরত কোনো দৃঢ় বস্তুর গতিশক্তি ও জড়তার ভ্রামকের অনুপাত কৌণিক বেগের বর্গের সমানুপাতিক। [চ.বো.'১৯; ব.বো.'১৬]

- **টর্কের একক নিম্নরূপ-**
  - SI এককে টর্কের একক Nm [ঢা.বো.'১৯]
  - CGS এককে টর্কের একক dyne-cm
  - FPS এককে টর্কের একক ft-poundal

- কেন্দ্রমুখী বল দ্বারা কৃতকাজ শূন্য হয়। [ঢা.বো.'১৯; দি.বো.'১৬]

- একটি বালতিতে কিছু পরিমাণ পানি নিয়ে r ব্যাসার্ধের বৃত্তপথে উল্লম্ব তলে ঘুরানো হলে ঘূর্ণনের কৌণিক বেগ $\sqrt{\frac{g}{r}}$ হলে বালতির পানি বাইরে বের হবে না। [য.বো.'২১]

- **কেন্দ্রবিমুখী বলের উদাহরণ:**
  - বৃষ্টিভেজা রাস্তায় বাইসাইকেলের চাকা থেকে পানি ছিটকে পড়া [য.বো.'২৪]
  - পৃথিবীকে কেন্দ্র করে ঘূর্ণায়মান কৃত্রিম উপগ্রহের গতি [য.বো.'২৪]
  - কাপড় শুকানোর মেশিনে ভেজা কাপড়কে ছিদ্রযুক্ত একটি চেম্বারের বৈদ্যুতিক মোটরের সাহায্যে দ্রুত ঘুরানো

রাস্তার বাঁক সম্পর্কিত

- রাস্তার ব্যাংকিং বলতে রাস্তা অনুভূমিক অপেক্ষা কতটুক আনত তা বুঝায়। ব্যাংকিং কোণ পরিমাপ করা হয় অনুভূমিক দিকের সাপেক্ষে। [ব.বো.'২১]

- ব্যাংকিং কোণ θ নির্ভর করে গাড়ির বেগ v, রাস্তার বাঁকের ব্যাসার্ধ r এবং অভিকর্ষজ ত্বরণ g এর উপর। [য.বো.'২৩; সি.বো.'১৯; দি.বো.'১৬]

Note

একইভাবে রাস্তার বাঁকে গাড়ির নিরাপদ সর্বোচ্চ বেগ v বাঁকের ব্যাসার্ধ r এবং ব্যাংকিং কোণ θ এর উপর নির্ভরশীল। [য.বো.'২৫; চ.বো.'২২,'২১]

- একটি গাড়ি v দ্রুতি নিয়ে r ব্যাসার্ধের একটি বৃত্তাকার পথে বাঁক নিলে গাড়ির চাকা ও রাস্তার মধ্যে স্থিতি ঘর্ষণ গুণাঙ্ক μ এবং রাস্তার ব্যাংকিং কোণ θ হলে, গাড়ির নিরাপদে বাঁক নেওয়ার শর্ত হলো: $v \le (\mu rg)^{\frac{1}{2}}$ অথবা, $v \le (rg \tan\theta)^{\frac{1}{2}}$; যেখানে, $\mu = \tan\theta$। [ঢা.বো.'২৫; চ.বো.'২৪; কু.বো.'২১]

MCQ এর জন্য গুরুত্বপূর্ণ গাণিতিক সমস্যাবলি

দৃষ্টি আকর্ষণ

এই অংশে বিগত বছরের প্রশ্ন বিশ্লেষণ করে MCQ এর জন্য গুরুত্বপূর্ণ বেশ কিছু গাণিতিক সমস্যাবলির সমাধান Topic অনুসারে সাজানো হয়েছে। এছাড়াও গাণিতিক সমস্যার সমাধানের সাথে Similar Problems যুক্ত করা হয়েছে, যাতে তোমাদের পরীক্ষার প্রস্তুতি হয় পূর্ণাঙ্গ।

নিউটনের গতির দ্বিতীয় সূত্র ও বলের ধারণা

Example-1 0.1 kg ভরের স্থির বস্তুর উপর সমবল প্রয়োগ করায় বস্তুটি $10\ \text{ms}^{-2}$ সমত্বরণে চলতে থাকে। বস্তুটির উপর প্রযুক্ত বলের মান নির্ণয়: *[রা.বো.'২৪]*

সমাধান

আমরা জানি,

$F = ma$

$= 0.1 \times 10$

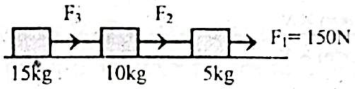
$= 1\ \text{N}$ [Ans.]

এখানে,
ভর, $m = 0.1\ \text{kg}$
ত্বরণ, $a = 10\ \text{ms}^{-2}$
বল, $F = ?$

Similar Problem to the Example

- 10 kg ভরের একটি স্থির বস্তুর উপর 100 N বল প্রয়োগ করলে ত্বরণ $10\ \text{ms}^{-2}$ হবে।

Example-2



বস্তুসমূহ সমত্বরণে গতিশীল হলে 15 kg ভরের বস্তুর উপর কার্যকর বল F_3 এর মান নির্ণয়: *[সি.বো.'২৪]*

সমাধান

ধরি, সম্পূর্ণ ব্যবস্থাটি a সমত্বরণে গতিশীল।

সেক্ষেত্রে,

$F_1 = (m_1 + m_2 + m_3)a$

$\Rightarrow a = \dfrac{F_1}{m_1 + m_2 + m_3}$

$= \dfrac{150}{5 + 10 + 15}$

$= 5\ \text{ms}^{-2}$

এখানে,
প্রথম বস্তুর ভর, $m_1 = 5\ \text{kg}$
দ্বিতীয় বস্তুর ভর, $m_2 = 10\ \text{kg}$
তৃতীয় বস্তুর ভর, $m_3 = 15\ \text{kg}$

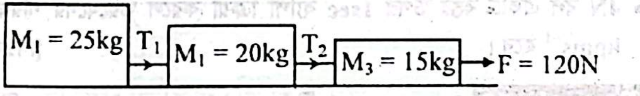
আবার,

$F_3 = m_3 a$

$= 15 \times 5$

$= 75\ \text{N}$ [Ans.]

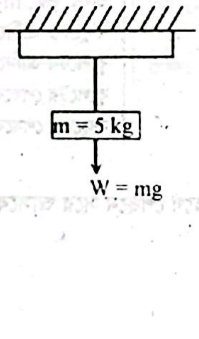
Similar Problem to the Example

- 

উপরের চিত্রে অনুভূমিক মসৃণ তলে একই সরলরেখা বরাবর তিনটি বস্তু উপেক্ষণীয় ভরের দুটি তার দ্বারা পরস্পর যুক্ত আছে এবং বল প্রয়োগে টানা হচ্ছে। এক্ষেত্রে সৃষ্ট ত্বরণের মান 2ms^{-2}। *[রা.বো.'১৬]*

Example-3 5kg ভরের বস্তুকে কোনো দৃঢ় অবলম্বন থেকে ঝুলিয়ে দিলে তার উপর অভিকর্ষজ বল নির্ণয়: *[চ.বো.'২৩]*

সমাধান



বস্তুর উপর অভিকর্ষজ বল,

$W = mg$

$= 5 \times 9.8$

$= 49\ \text{N}$ [Ans.]

এখানে,
বস্তুর ভর, $m = 5\ \text{kg}$
অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g = 9.8\ \text{ms}^{-2}$

Example-4 0.25 kg ভরের একটি ক্রিকেট বল 40ms^{-1} বেগে আসছিল। একজন খেলোয়াড় বলটিকে 0.2 সেকেন্ডে থামিয়ে দিল। খেলোয়াড় কর্তৃক প্রযুক্ত গড় বল নির্ণয়: *[রা.বো.'১৭]*

সমাধান

আমরা জানি, $v = v_0 + at$

বা, $0 = 40 + a \times 0.2$

বা, $a = \dfrac{-40}{0.2}$

$\therefore a = -200\ \text{ms}^{-2}$

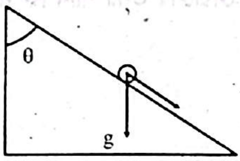
এখন, গড় বল $F = ma$

$= (0.25 \times -200)\ \text{N}$

$= -50\ \text{N}$ [Ans.]

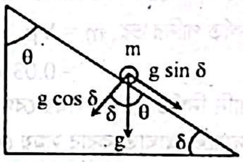
এখানে,
বলের ভর, $m = 0.25\ \text{kg}$
আদি বেগ, $v_0 = 40\ \text{m/s}$
সময়, $t = 0.2\ \text{s}$
শেষ বেগ, $v = 0\ \text{m/s}$
গড় বল, $F = ?$

Example-5



চিত্রে মসৃণ আনত তল বেয়ে গড়িয়ে পড়া বস্তুর ত্বরণ নির্ণয়: *[কু.বো.'২২]*

সমাধান



ধরা যাক, বস্তুটির ভর m এবং নত তলের ওপর দিয়ে তা a ত্বরণে নামছে। চিত্র হতে পাই, নত তল বরাবর বস্তুর ওজনের উপাংশ = mg sin δ এই উপাংশের জন্যই বস্তুটি নত তলে গড়িয়ে পড়বে। সেক্ষেত্রে,

$ma = mg \sin \delta$

$\Rightarrow a = g \sin \delta$

$\Rightarrow a = g \sin (90° - \theta)$ $[\because \delta + \theta = 90°]$

$\therefore a = g \cos \theta$ [Ans.]

Example-6 1N ঘর্ষণজনিত বাধাবিশিষ্ট রাস্তার ওপর 2kg ভরের বস্তুতে 5ms^{-2} ত্বরণ সৃষ্টি করতে হলে কত বলের প্রয়োজন তা নির্ণয়: *[য.বো.'২৩]*

সমাধান

আমরা জানি,

$F = F_f + ma$

$= 1 + 2 \times 5$

$= 11\ \text{N}$ [Ans.]

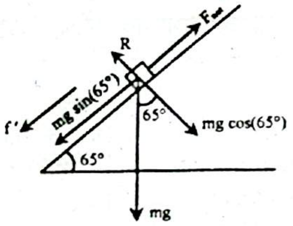
এখানে,
ঘর্ষণ বল, $F_f = 1\text{N}$
বস্তুর ভর, $m = 2\ \text{kg}$
ত্বরণ, $a = 5\ \text{ms}^{-2}$
প্রয়োজনীয় বল, $F = ?$

Similar Problems to the Example

- 1,000 kg ভরের একটি গাড়ী 300N ঘর্ষণ বলযুক্ত সোজা রাস্তায় 4ms^{-2} সমত্বরণে চলে। গাড়ীর ইঞ্জিন কর্তৃক প্রযুক্ত বল 4,300 N। *[য.বো.'২৩]*
- 1500 kg ভরের একটি গাড়ী 400 N ঘর্ষণ বলযুক্ত সোজা রাস্তায় $5\ \text{ms}^{-2}$ সমত্বরণে চলে। গাড়ীর ইঞ্জিন কর্তৃক প্রযুক্ত বল 7.9 kN। *[দি.বো.'১৯]*

Example-7 একটি ইঞ্জিন 10^5 kg ভরের বস্তুকে ভূমির সাথে 65° কোণে 72 kmh^{-1} বেগে টেনে নিয়ে যাচ্ছে। ঘর্ষণজনিত বাধা 10^3 kg তে 20 N। [$g = 9.8\ ms^{-2}$]। ক্রিয়াশীল লব্ধি বল নির্ণয়: [রা.বো.'২৫]

সমাধান



চিত্রানুসারে,

10^5 kg তে ক্রিয়ারত ঘর্ষণ বল,

$$F' = mf$$
$$= 10^5 \times 0.02$$
$$= 2000\ N$$

অর্থাৎ, ক্রিয়াশীল লব্ধি বল,

$$F_{net} = mg\sin(65°) + F'$$
$$= 10^5 \times 9.8 \times \sin(65°) + 2000$$
$$= \mathbf{8.9 \times 10^5\ N}\ \textbf{[Ans.]}$$

এখানে,

একক ভরে ঘর্ষণ বল,

$$f = \frac{20}{10^3}\ Nkg^{-1}$$
$$= 0.02\ Nkg^{-1}$$

বস্তুর ভর, $m = 10^5$ kg

বেগ, $v = 72\ kmh^{-1}$

$$= \frac{72}{3.6}\ ms^{-1}$$
$$= 20\ ms^{-1}$$

Example-8 একটি নল থেকে 2 ms^{-1} বেগে পানি বের হয়ে একটি দেয়ালকে আঘাত করছে। নলের প্রস্থচ্ছেদ হচ্ছে 0.03 m^2। ধরা যাক পানি দেয়াল থেকে ফিরে আসছে না। দেয়ালের উপর পানি কি পরিমাণ বল প্রয়োগ করছে তা নির্ণয়: [ঢা.বো.'১৬]

সমাধান

পানির বেগ, $v = 2\ ms^{-1}$

একক সময়ে নির্গত পানির দৈর্ঘ্য, 2 m

নলের প্রস্থচ্ছেদের ক্ষেত্রফল = 0.03 m^2

একক সময়ে নির্গত পানির আয়তন, $V = 0.03 \times 2$

নির্গত পানির ভর, $m = V\rho$

$$= 0.03 \times 2 \times 1000\ kg$$ [পানির ঘনত্ব, $\rho = 1000\ kgm^{-3}$]

পানি নির্গত হওয়ার সময় বেগ, $v_1 = 2\ ms^{-1}$

দেয়ালে আঘাত করার সময় বেগ, $v_2 = 0\ ms^{-1}$

সুতরাং, একক সময়ে ত্বরণ, $a = \frac{v_2 - v_1}{1}$

$$= \frac{0-2}{1}$$
$$= -2\ ms^{-2}$$
$$= 2ms^{-2}$$ [শুধু মান নিয়ে]

∴ দেয়ালে আঘাত করার সময় বল, $F = ma$

$$= 0.03 \times 2 \times 1000 \times 2$$
$$= 120\ N\ \textbf{[Ans.]}$$

Example-9 100 kg ভরের একজন লোক লিফটে 2 ms^{-2} ত্বরণে উপরে উঠলে লোকটির উপর উর্ধ্বমুখী প্রতিক্রিয়া বল কত তা নির্ণয়: [$g = 9.8\ ms^{-2}$] [ঢা.বো.'২৫]

সমাধান

আমরা জানি,

লিফটের উর্ধ্বমুখী প্রতিক্রিয়া বল,

$$F = (g + a)\,m$$
$$= (9.8 + 2)\,100$$
$$= 1180\ N\ \textbf{[Ans.]}$$

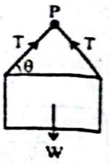
এখানে,

লিফটের ত্বরণ, $a = 2ms^{-2}$

অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g = 9.8ms^{-2}$

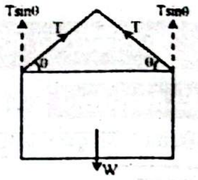
লোকের ভর, $m = 100kg$

Example-10 চিত্রে W ওজনের একটি আয়তাকার ফ্রেমের দুই প্রান্ত সূতা দিয়ে বেঁধে সূতার মধ্যবিন্দুটি দেয়ালের সাথে আটকানো আছে। চিত্রানুযায়ী ওজনের সাথে টান T এর সম্পর্কটি নির্ণয়:



[দি.বো.'১৬]

সমাধান



উল্লম্ব বরাবর মোট প্রযুক্ত বল,

$$W - T\sin\theta - T\sin\theta = 0$$
$$\Rightarrow W = \mathbf{2T\sin\theta}\ \textbf{[Ans.]}$$

ভরবেগ ও ভরবেগের নিত্যতা

Example-11 50 kg ভরের এক ব্যক্তি 25 kg ভরের বোঝা নিয়ে h উচ্চতাবিশিষ্ট দেয়াল হতে লাফ দিলো। ভূ-পৃষ্ঠ স্পর্শ করার পূর্বে বোঝা ও ব্যক্তির ভরবেগের অনুপাত কত তা নির্ণয়: [ম.বো.'২৫]

সমাধান

ভূপৃষ্ঠে স্পর্শের পূর্বে ব্যক্তি ও বোঝার বেগ একই হবে, v।

তাই ভরবেগের অনুপাত,

$$\frac{\text{বোঝার ভরবেগ}}{\text{ব্যক্তির ভরবেগ}} = \frac{m_{(\text{বোঝা})} \times v}{m_{(\text{ব্যক্তি})} \times v}$$
$$= \frac{25}{50}$$
$$= \frac{1}{2}$$

অর্থাৎ, অনুপাত হবে 1 : 2। [Ans.]

Example-12 একটি বস্তুর উপর 600 N বল 1 মিনিট ক্রিয়া করে। এক্ষেত্রে ভরবেগের পরিবর্তন কত তা নির্ণয়: [য.বো.'২৪]

সমাধান

আমরা জানি,

$$F = \frac{\Delta p}{\Delta t}$$

বা, $\Delta p = F\Delta t$

$$= 600 \times 60$$
$$= \mathbf{3.6 \times 10^4\ kgms^{-1}}\ \textbf{[Ans.]}$$

এখানে,

প্রযুক্ত বল, $F = 600N$

ক্রিয়াকাল, $\Delta t = 1\ min = 60\ s$

ভরবেগের পরিবর্তন, $\Delta p = ?$

Similar Problem to the Example

- 4N বল একটি বস্তুর উপর 1sec ব্যাপী ক্রিয়া করলে ভরবেগের পরিবর্তন 4 $kgms^{-1}$ হবে। [সি.বো.'২২]

Example-13 3 kg ভরের একটি বন্দুক থেকে 5 gm ভরের একটি বুলেট 150 ms^{-1} বেগে বের হয়ে গেল। বুলেটটি বের হওয়ার সময় একটি বল পেছনের দিকে ধাক্কা দিল। বন্দুকটি কত বেগে পেছনে সরে আসবে তা নির্ণয়: [ম.বো.'২৩]

সমাধান

ভরবেগের সংরক্ষণ সূত্রানুসারে,

$$m_1u_1 + m_2u_2 = m_1v_1 + m_2v_2$$
$$\Rightarrow 0 + 0 = m_1v_1 + m_2v_2$$
$$\Rightarrow v_1 = -\frac{m_2v_2}{m_1}$$
$$= \frac{-150 \times 0.05}{3}$$
$$= -2.5\ ms^{-1}$$

এখানে,

বন্দুকের ভর, $m_1 = 3$ kg

গুলির ভর, $m_2 = 0.05$ kg

বন্দুকের আদিবেগ, $u_1 = 0\ ms^{-1}$

বুলেটের আদিবেগ, $u_2 = 0\ ms^{-1}$

বুলেটের শেষবেগ, $v_2 = 150\ ms^{-1}$

বন্দুকের শেষবেগ, $v_1 = ?$

সুতরাং, বন্দুকটি 2.5 ms^{-1} বেগে পেছনে সরে আসবে। [Ans.]

Royal Shortcut

কোনো বন্দুকের পশ্চাৎবেগ, $v = \frac{\text{গুলির ভর} \times \text{গুলির শেষবেগ}}{\text{বন্দুকের ভর}}$

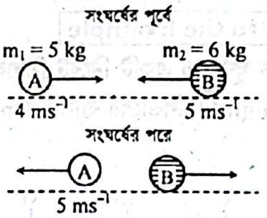
উপরোক্ত উদাহরণের ক্ষেত্রে বন্দুকটির পশ্চাৎবেগ,

$$v = \frac{0.05 \times 150}{3} \text{ ms}^{-1}$$
$$= 2.5 \text{ ms}^{-1}$$

Similar Problem to the Example

- 6 kg ভরের একটি বন্দুক থেকে 10 g ভরের একটি বুলেট 300 ms^{-1} বের হয়ে গেল, বুলেটটি বের হওয়ার সময় একটি বল পেছনের দিকে ধাক্কা দিল। বন্দুকটি 0.5 ms^{-1} বেগে পেছনে সরে আসবে।

Example-14



A ও B বস্তুদ্বয় পরস্পরের বিপরীত দিকে একই রেখা বরাবর চলে সংঘর্ষ ঘটায়। সংঘর্ষের পর তারা নিজ নিজ গতিপথের বিপরীত দিকে চলছে। সংঘর্ষের পর B বস্তুর বেগ কত হবে তা নির্ণয়: *[সি.বো.'১৭]*

সমাধান

আমরা জানি,

$$m_Au_A + m_Bu_B = m_Av_A + m_Bv_B$$

বা, $(5\times4)+6\times(-5)=5\times(-5)+(6\times v_B)$

বা, $-10 = -25 + 6v_B$

বা, $6v_B = 25 - 10$

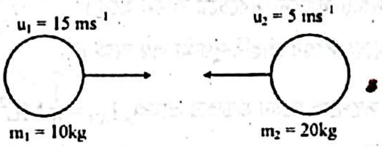
বা, $v_B = \frac{25-10}{6}$

$\therefore v_B = 2.5 \text{ ms}^{-1}$

এখানে,
A বস্তুর বেগের দিককে ধনাত্মক ধরে,
A বস্তুর–
আদিবেগ, $u_A = 4\text{ms}^{-1}$
শেষবেগ, $v_A = -5\text{ms}^{-1}$
ভর, $m_A = 5\text{kg}$
B বস্তুর–
ভর, $m_B = 6\text{kg}$
আদিবেগ, $u_B = -5\text{ms}^{-1}$ [বিপরীত দিকে]
শেষবেগ, $v_B = ?$

সুতরাং, সংঘর্ষের পর B বস্তুর বেগ 2.5ms^{-1} [Ans.]

Example-15



সংঘর্ষের ফলে বস্তুদ্বয় মিলিত হলে মিলিত বেগ কত হবে তা নির্ণয়: *[রা.বো.'১৯]*

সমাধান

বস্তুদ্বয়ের মিলিত বেগ v হলে,

$$m_1u_1 + m_2u_2 = (m_1 + m_2)\,v$$

বা, $v = \frac{m_1u_1 + m_2u_2}{m_1 + m_2}$

$= \frac{10 \times 15 + 20(-5)}{10 + 20}$

$= \frac{150 - 100}{30}$

$= \frac{50}{30}$

$= \frac{5}{3} \text{ ms}^{-1}$ [Ans.]

এখানে, ১ম বস্তুর ক্ষেত্রে–
ভর, $m_1 = 10$ kg
আদিবেগ, $u_1 = 15 \text{ ms}^{-1}$
২য় বস্তুর ক্ষেত্রে–
ভর, $m_2 = 20$ kg
আদিবেগ, $u_2 = -5 \text{ ms}^{-1}$
[বিপরীত দিক বলে বেগ ঋণাত্মক]
মিলিত বেগ, $v = ?$

নিউটনের গতিসূত্রের প্রয়োগ

Example-16 একটি রকেট উড্ডয়নের ১ম সেকেন্ডে এর ভরের $\frac{1}{60}$ ভাগ গ্যাস 2400ms^{-1} বেগে নির্গমন করে। রকেটটির ত্বরণ কত তা নির্ণয়: *[ঢা.বো.'২৪]*

সমাধান

আমরা জানি,

$$a = \frac{v_0}{M}\frac{dm}{dt} - g$$
$$= v_0\frac{dm}{M}\frac{1}{dt} - g$$
$$= 2400 \times \frac{1}{60} \times \frac{1}{1} - 9.8$$
$$= 30.2 \text{ ms}^{-2} \text{ [Ans.]}$$

এখানে,
সময় ব্যবধান, $dt = 1$ s
1s পরে নির্গত ভর ও রকেটের ভরের অনুপাত,
$\frac{dm}{M} = \frac{1}{60}$
উৎপন্ন গ্যাসের বেগ, $v_0 = 2400 \text{ ms}^{-1}$
অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g = 9.8 \text{ ms}^{-2}$
1s পর রকেটের ত্বরণ, $a = ?$

জড়তার ভ্রামক

Example-17 একটি চাকার ভর 10 kg এবং চক্রগতির ব্যাসার্ধ 0.5 m। টর্ক প্রয়োগ করে চাকাটিতে 2 $rads^{-2}$ কৌণিক ত্বরণ সৃষ্টি করা হয়। চাকাটির জড়তার ভ্রামক নির্ণয়: *[চ.বো.'২৪]*

সমাধান

আমরা জানি,

$$I = MK^2$$
$$= 10 \times 0.5^2$$
$$= 2.5 \text{ kgm}^2 \text{ [Ans.]}$$

এখানে,
ভর, $M = 10$ kg
চক্রগতির ব্যাসার্ধ, $K = 0.5$ m
জড়তার ভ্রামক, $I = ?$

Similar Problems to the Example

- 2g ভরের একটি বস্তুকে 10 cm একটি সুতার সাহায্যে ঘুরানো হচ্ছে। বস্তুটির জড়তার ভ্রামক 0.00002 kgm^2। *[কু.বো.'১৭]*
- একটি চাকার ভর 10 kg এবং চক্রগতির ব্যাসার্ধ 0.5 m হলে এর জড়তার ভ্রামক 2.5 kgm^2। *[কু.বো.'১৫]*

Example-18 একটি চাকার জড়তার ভ্রামক 5×10^{-3} kgm^2 এবং এটি প্রতি সেকেন্ডে 20 বার আবর্তন করছে। চাকাটিকে 20 সেকেন্ডে থামানো হলে ইহার কৌণিক ত্বরণ হবে তা নির্ণয়: *[ব.বো.'২১]*

সমাধান

আমরা জানি,

$$\omega = \omega_o - \alpha t'$$
$$\therefore \alpha = \frac{\omega_o - \omega}{t'}$$
$$= \frac{40\pi - 0}{20}$$
$$= 2\pi \text{ rads}^{-2} \text{ [Ans.]}$$

এখানে,
আবর্তন সংখ্যা, $N = 20$
সময়, $t = 1$s
আদি কৌণিক বেগ, $\omega_o = 2\pi\frac{N}{t} = 2\pi \times \frac{20}{1} = 40\pi \text{ rads}^{-1}$
শেষ কৌণিক বেগ, $\omega = 0$
সময়, $t' = 20$ s
কৌণিক ত্বরণ, $\alpha = ?$

Example-19 ঘূর্ণায়মান একটি বস্তুর জড়তার ভ্রামক 2 kgm^2। বস্তুটিকে 10^2 J ঘূর্ণন গতিশক্তিতে ঘুরাতে কত কৌণিক বেগের প্রয়োজন তা নির্ণয়: *[দি.বো.'২৪]*

সমাধান

আমরা জানি,

$$E = \frac{1}{2}I\omega^2$$
$$\Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{2E}{I}}$$
$$= \sqrt{\frac{2 \times 10^2}{2}}$$
$$= 10 \text{ rads}^{-1} \text{ [Ans.]}$$

দেওয়া আছে,
জড়তার ভ্রামক, $I = 2 \text{ kgm}^2$
ঘূর্ণন গতিশক্তি, $E = 10^2$ J
কৌণিক বেগ, $\omega = ?$

Similar Problem to the Example

- একটি চাকার জড়তার ভ্রামক $5 kgm^2$। চাকাটিকে $10^5 J$ ঘূর্ণন গতিশক্তিতে ঘুরতে 200 rad/sec কৌণিক বেগের প্রয়োজন হবে। [য.বো.'২১]

Example-20 2400 J গতিশক্তিবিশিষ্ট একটি চাকা প্রতি মিনিটে 602 বার ঘুরে। চাকাটির জড়তার ভ্রামক নির্ণয়: [ঢা.বো.'১৯]

সমাধান

আমরা জানি,

$$E = \frac{1}{2} I\omega^2$$

$$\text{বা}, I = \frac{2E}{\omega^2}$$

$$= \frac{2 \times 2400}{(63)^2}$$

$$= 1.21 kgm^2 \text{ [Ans.]}$$

এখানে,

চাকায় কৌণিক বেগ, $\omega = \frac{2\pi N}{t}$

$$\Rightarrow \omega = \frac{2\pi \times 602}{60} rads^{-1}$$

$$= 63 rads^{-1}$$

Example-21 নির্দিষ্ট ভরের কোনো চাকতির ব্যাসার্ধ অর্ধেক করা হলে কেন্দ্রগামী অক্ষের সাপেক্ষে জড়তার ভ্রামক কতগুণ হবে তা নির্ণয়: [ঢা.বো.'১৭]

সমাধান

M ভরের ও r ব্যাসার্ধের পাতলা বৃত্তাকার চাকতির কেন্দ্র দিয়ে পৃষ্ঠের অভিলম্বভাবে গমনকারি অক্ষের সাপেক্ষে চাকতির জড়তার ভ্রামক, $I = \frac{1}{2} Mr^2$

এখন চাকতির ব্যাসার্ধ যদি অর্ধেক করা হয় সেক্ষেত্রে পরিবর্তিত ব্যাসার্ধ, $r' = \frac{1}{2} r$

এখন জড়তার ভ্রামক, $I' = \frac{1}{2} Mr'^2$

$$= \frac{1}{2} M \left(\frac{1}{2} r\right)^2$$

$$= \frac{1}{2} M . \frac{1}{4} r^2$$

$$= \frac{1}{4} \times \frac{1}{2} Mr^2$$

$$= \frac{1}{4} \times I$$

$$\therefore I' = \frac{1}{4} \times I$$

অর্থাৎ, জড়তার ভ্রামক এক-চতুর্থাংশ হবে। [Ans.]

Example-22 কোনো সরু ও সুষম দণ্ডের একপ্রান্ত দিয়ে লম্বভাবে গমনকারী অক্ষের সাপেক্ষে জড়তার ভ্রামক ঐ দণ্ডের দৈর্ঘ্যের মধ্যবিন্দু দিয়ে লম্বভাবে গমনকারী অক্ষের সাপেক্ষে জড়তার ভ্রামকের কত গুণ তা নির্ণয়: [চ.বো.'১৬]

সমাধান

I_M মধ্য বিন্দু দিয়ে জড়তার ভ্রামক, $I_M = \frac{Ml^2}{12}$

প্রান্তবিন্দু দিয়ে জড়তার ভ্রামক, $I_A = \frac{Ml^2}{3}$

$$\therefore \frac{I_A}{I_M} = \frac{\frac{Ml^2}{3}}{\frac{Ml^2}{12}}$$

$$\frac{I_A}{I_M} = \frac{12}{3}$$

$$I_A = 4I_M \text{ [Ans.]}$$

Example-23 নিজ অক্ষের চতুর্দিকে ঘূর্ণায়মান একটি চোঙের ভর 5 kg এবং অক্ষ সাপেক্ষে জড়তার ভ্রামক $0.1 kgm^2$। ঘূর্ণায়মান চোঙটির ব্যাসার্ধ নির্ণয়: [কু.বো.'২৪]

সমাধান

আমরা জানি,

$$I = \frac{1}{2} Mr^2$$

$$\Rightarrow r^2 = \frac{2I}{M}$$

$$\Rightarrow r = \sqrt{\frac{2I}{M}}$$

$$= \sqrt{\frac{2 \times 0.1}{5}}$$

$$= 0.20 m \text{ [Ans.]}$$

এখানে,

চোঙের ভর, M = 5 kg

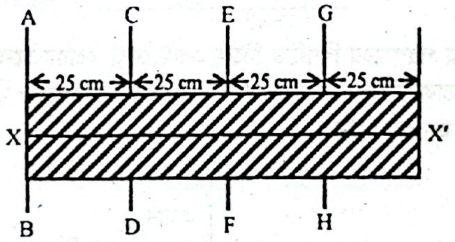
নিজ অক্ষের সাপেক্ষে চতুর্দিকে ঘূর্ণায়মান চোঙের জড়তার ভ্রামক, $I = 0.1 kgm^2$

চোঙের ব্যাসার্ধ, r = ?

Similar Problem to the Example

- নিজে অক্ষের সাপেক্ষে ঘূর্ণনরত একটি নিরেট সিলিন্ডারের ভর 500 gm এবং জড়তার ভ্রামক $0.25 kgm^2$ সিলিন্ডারের ব্যাসার্ধ 1 m হবে। [সি.বো.'২৪]

Example-24



চিত্রের আলোকে কোন অক্ষের সাপেক্ষে দণ্ডটিকে ঘুরানো সবচেয়ে কঠিন হবে তা নির্ণয়: [য.বো.'২৪]

সমাধান

ধরি, চিত্রে প্রদত্ত XX' দণ্ডটির ভর M।

এখানে, দণ্ডটির দৈর্ঘ্য, L = 4 × 25 cm

= 100 cm

= 1 m

এখন, যে অক্ষের সাপেক্ষে দণ্ডটির জড়তার ভ্রামক সবচেয়ে বেশি হবে, সেই অক্ষের সাপেক্ষে দণ্ডটি ঘুরানো সবচেয়ে কঠিন হবে।

(i) AB অক্ষটি XX' দণ্ডের প্রান্তবিন্দুগামী লম্ব অক্ষ।

$$\therefore \text{AB অক্ষের সাপেক্ষে দণ্ডের জড়তার ভ্রামক}, I_{AB} = \frac{1}{3} ML^2$$

$$= \frac{1}{3} \times M \times 1^2$$

$$= \frac{1}{3} M$$

$$= 0.33 M$$

(ii) EF অক্ষটি XX' দণ্ডের ভরকেন্দ্রগামী লম্ব অক্ষ।

$$\therefore \text{EF অক্ষের সাপেক্ষে দণ্ডের জড়তার ভ্রামক}, I_{EF} = \frac{1}{12} ML^2$$

$$= \frac{1}{12} \times M \times 1^2$$

$$= \frac{1}{12} M$$

$$= 0.0833 M$$

(iii) CD অক্ষটি XX′ দণ্ডের ভরকেন্দ্রগামী অক্ষ EF এর সমান্তরাল অক্ষ; যেখানে অক্ষদ্বয়ের মধ্যবর্তী লম্ব দূরত্ব, h = 25 cm = 0.25 m

∴ সমান্তরাল অক্ষ উপপাদ্য অনুসারে, CD অক্ষের সাপেক্ষে দণ্ডের জড়তার ভ্রামক, $I_{CD} = I_{EF} + Mh^2$

$$= \frac{1}{12}M + M \times (0.25)^2$$

$$= 0.14583\ M$$

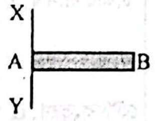
(iv) GH অক্ষটিও CD অক্ষের অনুরূপ XX′ দণ্ডের ভরকেন্দ্রগামী অক্ষ EF এর সমান্তরাল অক্ষ এবং এক্ষেত্রেও অক্ষদ্বয়ের মধ্যবর্তী লম্ব দূরত্ব = 25 cm

∴ GH অক্ষের সাপেক্ষে দণ্ডের জড়তার ভ্রামক, $I_{GH} = I_{CD} = 0.14583\ M$

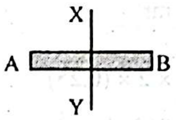
দেখা যাচ্ছে যে, $I_{AB} > I_{CD} = I_{GH} > I_{EF}$ ।

অর্থাৎ, AB অক্ষের সাপেক্ষে দণ্ডের জড়তার ভ্রামক সবচেয়ে বেশি; সুতরাং, উক্ত অক্ষের সাপেক্ষে দণ্ডটিকে ঘুরানো সবচেয়ে কঠিন হবে। [Ans.]

Example-25 নিম্নের চিত্র দুটিতে 1 kg ভর এবং 1m দৈর্ঘ্যের একটি সুষম দণ্ড AB-এর লম্বগামী অক্ষ XY সাপেক্ষে ঘুরছে।



চিত্র-১



চিত্র-২

চিত্র-১ ও চিত্র-২ এ উল্লিখিত দণ্ডের জড়তার ভ্রামকদ্বয়ের অনুপাত নির্ণয়: [ঢা.বো.'২৩]

সমাধান

চিত্র-১ এর ক্ষেত্রে,

সরু সুষম দন্ডের প্রান্তবিন্দুগামী লম্ব অক্ষের সাপেক্ষে জড়তার ভ্রামক,

$$I_1 = \frac{1}{3}ML^2 = \frac{1}{3} \times 1 \times 1^2 = \frac{1}{3}\ \text{kgm}^2$$

এখানে,
দণ্ডের ভর, M = 1 kg
দন্ডের দৈর্ঘ্য, L = 1 m

চিত্র-২ এর ক্ষেত্রে,

সরু সুষম দন্ডের ভরকেন্দ্রগামী লম্ব অক্ষের সাপেক্ষে জড়তার ভ্রামক,

$$I_2 = \frac{1}{12}ML^2$$

$$= \frac{1}{12} \times 1 \times 1^2$$

$$= \frac{1}{12}\ \text{kgm}^2$$

∴ জড়তার ভ্রামকদ্বয়ের অনুপাত = $I_1 : I_2$

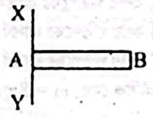
$$= \frac{1}{3} : \frac{1}{12}$$

$$= \frac{12}{3} : \frac{12}{12}$$

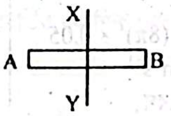
= 4 : 1 [Ans.]

Similar Problem to the Example

AB দণ্ডটি XY অক্ষের সাপেক্ষে ঘূর্ণনশীল। দণ্ডের মোট দৈর্ঘ্য 2m এবং মোট ভর 2 kg।



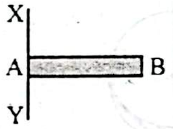
চিত্র-ক



চিত্র-খ

চিত্র-ক এর জড়তার ভ্রামক I_1 এবং চিত্র-খ এর জড়তার ভ্রামক I_2 হলে, $I_1 : I_2$ = 4 : 1 হবে। [য.বো.'১৯]

Example-26 নিম্নের চিত্রে 1 kg ভর এবং 1m দৈর্ঘ্যের একটি সুষম দণ্ড AB-এর লম্বগামী অক্ষ XY সাপেক্ষে ঘুরছে।



চিত্র অনুযায়ী দণ্ডটির চক্রগতির ব্যাসার্ধের মান নির্ণয়: [ঢা.বো.'২৩]

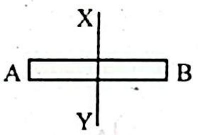
সমাধান

আমরা জানি, সরু সুষম দন্ডের প্রান্তবিন্দুগামী লম্ব অক্ষের সাপেক্ষে চক্রগতির ব্যাসার্ধ,

$$K = \frac{L}{\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}}\ \text{m [Ans.]}$$

এখানে,
দণ্ডের দৈর্ঘ্য, L = 1 m

Example-27 AB দণ্ডটি XY অক্ষের সাপেক্ষে ঘূর্ণনশীল। দণ্ডের মোট দৈর্ঘ্য 2m এবং মোট ভর 2 kg।



চিত্রের আলোকে চক্রগতির ব্যাসার্ধের মান নির্ণয়: [য.বো.'১৯]

সমাধান

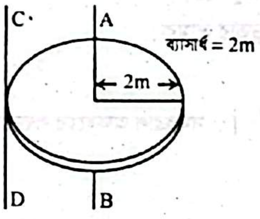
চিত্রের আলোকে চক্রগতির ব্যাসার্ধ,

$$K = \frac{l}{\sqrt{12}} = \frac{2}{\sqrt{4\times3}}$$ [দেওয়া আছে, দৈর্ঘ্য, l = 2m]

$$= \frac{2}{2\sqrt{3}}$$

$$= \frac{1}{\sqrt{3}}\ \text{[Ans.]}$$

Example-28



AB অক্ষের সাপেক্ষে চাকতির চক্রগতির ব্যাসার্ধ নির্ণয়: [কু.বো.'২৪]

সমাধান

AB-অক্ষের সাপেক্ষে জড়তার ভ্রামক, $I_{AB} = \frac{1}{2}Mr^2$;

যেখানে, M = চাকতির ভর এবং r = চাকতির ব্যাসার্ধ।

এখন, চাকতির চক্রগতির ব্যাসার্ধ K হলে,

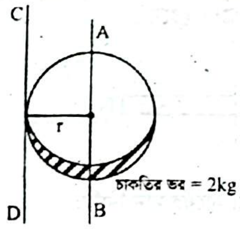
$$MK^2 = \frac{1}{2}Mr^2$$

$$\Rightarrow K = \frac{r}{\sqrt{2}}$$

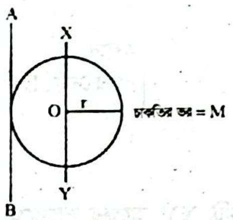
$$= \frac{2}{\sqrt{2}}$$

$$= \sqrt{2}\ \text{m [Ans.]}$$

Similar Problems to the Example

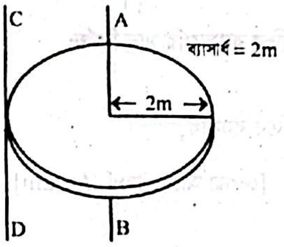
- 

প্রদত্ত চিত্রে AB অক্ষের সাপেক্ষে চক্রগতির ব্যাসার্ধ $\frac{r}{\sqrt{2}}$ m। [ব.বো.'২৩]

- 

প্রদত্ত চিত্রে নিরেট চাকতির XY অক্ষের সাপেক্ষে চক্রগতির ব্যাসার্ধের ভ্রামক $\frac{r}{\sqrt{2}}$ । [চ.বো.'১৭]

Example-29



AB অক্ষের সাপেক্ষে চাকতির জড়তার ভ্রামক CD অক্ষের সাপেক্ষে জড়তার ভ্রামকের কত গুণ তা নির্ণয়: [কু.বো.'২৪]

সমাধান

সমান্তরাল অক্ষ উপপাদ্য অনুসারে,

CD অক্ষের সাপেক্ষে জড়তার ভ্রামক,

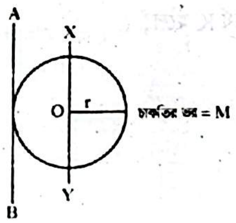
$$I_{CD} = I_{AB} + Mh^2$$

$$= \frac{1}{2}Mr^2 + Mr^2 \quad [\because \text{ সমান্তরাল অক্ষদ্বয়ের লম্বদূরত্ব}, h = r]$$

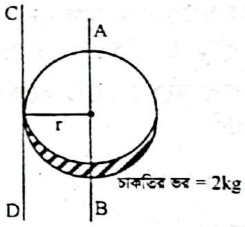
$$= \frac{3}{2}Mr^2$$

$$\therefore \frac{I_{CD}}{I_{AB}} = \frac{\frac{3}{2}Mr^2}{\frac{1}{2}Mr^2} = 3 \text{ [Ans.]}$$

Similar Problems to the Example

- 

প্রদত্ত চিত্রে AB অক্ষের সাপেক্ষে চাকতির জড়তার ভ্রামক $\frac{3}{2}$ Mr^2। [চ.বো.'১৭]

- 

প্রদত্ত চিত্রে CD অক্ষের সাপেক্ষে চাকতির জড়তার ভ্রামক 3r^2 kgm^2 ।[ব.বো.'২৩]

কৌণিক বেগ, ভরবেগ ও টর্ক

Example-30 2kg ভরের একটি চাকার ব্যাস 50 cm, এতে 2 rads^{-2} কৌণিক ত্বরণ সৃষ্টি করতে কত টর্ক প্রয়োগ করতে হবে তা নির্ণয়: [য.বো.'২৩]

সমাধান

আমরা জানি,

চাকার জড়তার ভ্রামক,

$$I = \frac{1}{2}mr^2$$

$$= \frac{1}{2} \times 2 \times (0.25)^2$$

$$= 0.0625 \text{ kgm}^2$$

আবার; টর্ক, $\tau = I\alpha$

$$= 0.0625 \times 2$$

$$= 0.125 \text{ Nm [Ans.]}$$

এখানে,

চাকার ভর, $m = 2$ kg

চাকার ব্যাসার্ধ, $r = \frac{50}{2}$ cm

$= 25$ cm

$= 0.25$ cm

কৌণিক ত্বরণ, $\alpha = 2$ rads^{-2}

Similar Problem to the Example

- একটি চাকার ভর এবং ব্যাসার্ধ যথাক্রমে 2.5 kg এবং 2 m; চাকাটিতে 10 rads^{-2} কৌণিক ত্বরণ সৃষ্টি করতে প্রয়োজনীয় টর্ক 50 Nm [দি.বো.'২১]

Example-31 একটি চাকার জড়তার ভ্রামক 2kgm^2। চাকাটি মিনিটে 30 বার ঘুরছে। চাকাটির কৌণিক ভরবেগ নির্ণয়: [চ.বো.'২২]

সমাধান

আমরা জানি,

কৌণিক ভরবেগ,

$$L = I\omega$$

$$= 2 \times \pi$$

$$= 2\pi \text{ kgm}^2\text{s}^{-1} \text{ [Ans.]}$$

এখানে,

চাকার জড়তার ভ্রামক, $I = 2$kgm^2

চাকার কৌণিক বেগ, $\omega = 30$rpm

$= \frac{30 \times 2\pi \text{ rad}}{60 \text{ s}}$

$= \pi$ rad s^{-1}

Example-32 2 gm, 6gm ও 4gm ভরের তিনটি বস্তুকণা যথাক্রমে A, B ও C কোনো ঘূর্ণন অক্ষের সাপেক্ষে 5 সেকেন্ডে 20 বার করে ঘুরে। বস্তুকণাগুলোর কৌণিক ভরবেগ যথাক্রমে L_A, L_B ও L_C। অক্ষ থেকে কণাগুলোর দূরত্ব যথাক্রমে 5 cm, 4 cm ও 3 cm। কৌণিক ভরবেগের ক্ষেত্রে সঠিক ক্রম নির্ণয়: [রা.বো.'২২; দি.বো.'২২]

সমাধান

আমরা জানি,

কৌণিক ভরবেগ, $L = m\omega^2 r$

∴ A কণার কৌণিক ভরবেগ,

$$L_A = m_A\omega^2 r_A$$

$$= 2 \times 10^{-3} \times (8\pi)^2 \times 0.05$$

$$= 0.063 \text{ kgm}^2\text{s}^{-1}$$

B কণার কৌণিক ভরবেগ,

$$L_B = m_B\omega^2 r_B$$

$$= 6 \times 10^{-3} \times (8\pi)^2 \times 0.04$$

$$= 0.151 \text{ kgm}^2\text{s}^{-1}$$

এখানে,

A কণার ভর, $m_A = 2$gm $= 2 \times 10^{-3}$ kg

B কণার ভর, $m_B = 6$gm $= 6 \times 10^{-3}$ kg

C কণার ভর, $m_C = 4$gm $= 4 \times 10^{-3}$ kg

A কণার গতিপথের ব্যাসার্ধ, $r_A = 5$cm $= 0.05$m

B কণার গতিপথের ব্যাসার্ধ, $r_B = 4$cm $= 0.04$ m

C কণার গতিপথের ব্যাসার্ধ, $r_C = 3$cm $= 0.03$ m

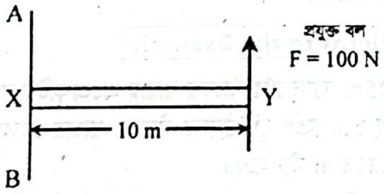
কৌণিক বেগ, $\omega = 8\pi$ rad s^{-1}

এবং C কণার কৌণিক ভরবেগ,

$$L_C = m_C\omega^2 r_C$$
$$= 4 \times 10^{-3} \times (8\pi)^2 \times 0.03$$
$$= 0.075 \text{ kgm}^2\text{s}^{-1}$$

$\therefore L_B > L_C > L_A$ [Ans.]

Example-33



AB ঘূর্ণন অক্ষের সাপেক্ষে XY দণ্ডটির টর্ক নির্ণয়: (প্রযুক্ত বল AB অক্ষ এবং XY দণ্ড উভয়ের সাথে লম্ব) *[চ.বো.'২৫]*

সমাধান

আমরা জানি,

$$\text{টর্ক} = \vec{r} \times \vec{F}$$
$$= rF \sin\theta$$
$$= rF \quad [\because \vec{r} \text{ এবং } \vec{F} \text{ এর মধ্যবর্তী কোণ}, \theta = 90°]$$
$$= 10 \times 100 \text{ Nm}$$
$$= 1000 \text{ Nm} \text{ [Ans.]}$$

এখানে,
প্রযুক্ত বল, $F = 100$ N
ব্যাসার্ধ, $r = 10$ m
টর্ক, $\tau = ?$

Example-34 **একটি চাকার জড়তার ভ্রামক 2.5 kgm^2। টর্ক প্রয়োগ করে চাকাটিতে 2 rads^{-2} কৌণিক ত্বরণ সৃষ্টি করা হয়। কত মানের টর্ক প্রয়োগ করা হয়েছিল তা নির্ণয়:** *[চ.বো.'২৪]*

সমাধান

আমরা জানি,

$$\tau = I\alpha$$
$$= 2.5 \times 2$$
$$= 5 \text{ Nm} \text{ [Ans.]}$$

এখানে,
কৌণিক ত্বরণ, $\alpha = 2 \text{ rads}^{-2}$
জড়তার ভ্রামক, $I = 2.5 \text{ kgm}^2$
টর্ক, $\tau = ?$

Similar Problems to the Example

- **একটি চাকার ভর 6kg এবং কোনো অক্ষ সাপেক্ষে চক্রগতির ব্যাসার্ধ 30 cm। চাকাটিতে 3rads^{-2} ত্বরণ সৃষ্টি করতে 1.62 Nm মানের টর্ক প্রয়োগ করতে হবে।** *[ঢা.বো.'১৬]*
- **একটি বৈদ্যুতিক পাখার ভর 10kg এবং কোনো অক্ষ সাপেক্ষে চক্রগতির ব্যাসার্ধ 2m। পাখাটিতে 3 rad s^{-2} কৌণিক ত্বরণ সৃষ্টি করতে 120 Nm মানের টর্ক প্রয়োগ করতে হবে।** *[সি.বো.'২১]*

Example-35 **ঘূর্ণায়মান কোনো বস্তুর কৌণিক বেগ 10% বৃদ্ধি করলে ঘূর্ণন গতিশক্তি বৃদ্ধি পায় তা নির্ণয়:** *[ব.বো.'২৪]*

সমাধান

ধরি, নির্দিষ্ট অক্ষের সাপেক্ষে ঘূর্ণায়মান বস্তুর জড়তার ভ্রামক I এবং এটি ω_1 সমকৌণিক বেগে ঘূর্ণনশীল।

$\therefore$ বস্তুটির ঘূর্ণন গতিশক্তি, $E_1 = \frac{1}{2} I\omega_1^2$

এখন, কৌণিক বেগ 10% বৃদ্ধি পেলে পরিবর্তিত কৌণিক বেগ,

$$\omega_2 = \omega_1 + \omega_1 \times 10$$
$$= \omega_1 + \frac{10}{100}\omega_1$$
$$= \frac{11\omega_1}{10}$$

সেক্ষেত্রে, বস্তুটির ঘূর্ণন গতিশক্তি, $E_2 = \frac{1}{2} I\omega_2^2$

$$= \frac{1}{2} I\left(\frac{11}{10}\omega_1\right)^2$$
$$= \frac{121}{100}\,\frac{1}{2} I\omega_1^2$$
$$= \frac{121}{100} E_1$$

$\therefore$ ঘূর্ণন গতিশক্তি বৃদ্ধি পায় $= \frac{E_2 - E_1}{E_1} \times 100\%$

$$= \frac{\frac{121}{100}E_1 - E_1}{E_1} \times 100\%$$
$$= \frac{121 - 100}{100} \times 100\%$$
$$= 21\% \text{ [Ans.]}$$

Example-36 **দুটি বস্তুর নিজ ঘূর্ণন অক্ষের সাপেক্ষে জড়তার ভ্রামক যথাক্রমে I এবং 2I। যদি তাদের ঘূর্ণন গতিশক্তি সমান হয়, তবে তাদের কৌণিক ভরবেগের অনুপাত নির্ণয়:** *[রা.বো.'২৪]*

সমাধান

ধরি, বস্তু দুটি নিজ ঘূর্ণন অক্ষের সাপেক্ষে যথাক্রমে ω_1 ও ω_2 কৌণিক বেগে ঘূর্ণনশীল।

প্রশ্নমতে, বস্তু দুটির ঘূর্ণন গতিশক্তি সমান। অর্থাৎ,

$$E_1 = E_2$$
$$\Rightarrow \frac{1}{2} I_1\omega_1^2 = \frac{1}{2} I_1\omega_1^2$$
$$\Rightarrow \left(\frac{\omega_1}{\omega_2}\right)^2 = \frac{I_2}{I_1}$$
$$\Rightarrow \frac{\omega_1}{\omega_2} = \sqrt{\frac{I_2}{I_1}}$$
$$= \sqrt{\frac{2I}{I}}$$
$$= \sqrt{2}$$

এখানে,
প্রথম বস্তুর নিজ অক্ষের সাপেক্ষে জড়তার ভ্রামক, $I_1 = I$
দ্বিতীয় বস্তুর নিজ অক্ষের ভ্রামক, $I_2 = 2I$

এখন, বস্তু দুটির কৌণিক ভরবেগ যথাক্রমে L_1 ও L_2 হলে,

$$\frac{L_1}{L_2} = \frac{I_1\omega_1}{I_2\omega_2}$$
$$= \frac{I_1}{I_2} \times \frac{\omega_1}{\omega_2}$$
$$= \frac{I}{2I} \times \sqrt{2}$$
$$= \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$\therefore L_1 : L_2 = 1 : \sqrt{2}$ [Ans.]

কেন্দ্রমুখী বল ও কেন্দ্রমুখী বলের ব্যবহার

Example-37 **0.1 kg ভরের একটি পাথর খণ্ডকে 0.5 m লম্বা একটি সুতার একপ্রান্তে বেঁধে বৃত্তাকার পথে প্রতি মিনিটে 90 বার ঘুরালে সুতার টান নির্ণয়:** *[য.বো.'২২]*

সমাধান

এখানে,

সুতার টান,

$$T = m\omega^2 r$$
$$= 0.1 \times (3\pi)^2 \times 0.5$$
$$= 4.44 \text{ N} \text{ [Ans.]}$$

এখানে,
পাথরের ভর, $m = 0.1$ kg
সুতার দৈর্ঘ্য, $r = 0.5$m
কৌণিক বেগ, $\omega = 90\text{rpm} = \frac{90 \times 2\pi \text{ rad}}{60 \text{ s}}$
$= 3\pi \text{ rad s}^{-1}$

Example-38 একটি গাড়ি 400m ব্যাসার্ধের একটি সমতল বৃত্তাকার পথে 40 ms^{-1} বেগে চলছে। গাড়ির ভর 1100 kg হলে ঘর্ষণ বল নির্ণয়: [কু.বো.'২৩]

সমাধান

আমরা জানি,
বৃত্তাকার পথে চলার ক্ষেত্রে–
ঘর্ষণ বল = কেন্দ্রমুখী বল
অর্থাৎ, $F_f = F_c$

$$\Rightarrow F_f = \frac{mv^2}{r} \quad \left[\because F_c = \frac{mv^2}{r}\right]$$

$$\Rightarrow F_f = \frac{1100 \times (40)^2}{400}$$

$$= 4400 \text{ N [Ans.]}$$

এখানে,
ব্যাসার্ধ, $r = 400$ m
গাড়ীর বেগ, $v = 40ms^{-1}$
গাড়ীর ভর, $m = 1100$ kg

Example-39 একজন সাইকেল আরোহী 50 m ব্যাসার্ধের রাস্তার বাঁকে 9.8 m/s বেগে নিরাপদে বাঁক অতিক্রম করল। আরোহীর নতিকোণ নির্ণয়: [সি.বো.'২৫]

সমাধান

আমরা জানি,

$$\tan\theta = \frac{v^2}{rg}$$

$$\Rightarrow \theta = \tan^{-1}\frac{v^2}{rg}$$

$$= \tan^{-1}\left(\frac{9.8^2}{50 \times 9.8}\right)$$

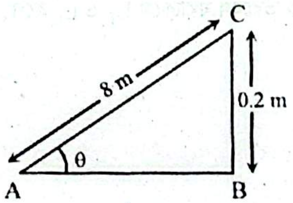
$$= 11.089° \text{ [Ans.]}$$

এখানে,
ব্যাসার্ধ, $r = 50$ m
বেগ, $v = 9.8\ ms^{-1}$
নতিকোণ বা ব্যাংকিং কোণ, $\theta = ?$

Similar Problems to the Example

- 100 m ব্যাসার্ধের রাস্তার বাঁকে 4.9 ms^{-1} বেগে সাইকেল চালাতে হলে আরোহীকে উলম্বের সাথে 1.4° কোণে নত হতে হবে। [সি.বো.'২৪]
- একজন সাইকেল আরোহী 500 m ব্যাসার্ধের বৃত্তাকার পথে 5 ms^{-1} বেগে ঘুরতে গেলে উলম্ব তলের সাথে 0.29° কোণে আনত থাকবে। [রা.বো.'২১]

Example-40



একটি গাড়ি 36 kmh^{-1} বেগে বাঁক নিতে গিয়ে দুর্ঘটনায় পতিত হয়। রাস্তার ব্যাংকিং কোণ নির্ণয়: [রা.বো.'২৫]

সমাধান

ΔABC-এ,

$$\sin\theta = \frac{BC}{AC}$$

$$\text{বা}, \theta = \sin^{-1}\left(\frac{BC}{AC}\right)$$

$$= \sin^{-1}\left(\frac{0.2}{8}\right)$$

$$= 1.43° \text{ [Ans.]}$$

এখানে,
রাস্তার জন্য,
$BC = 0.2$ m
$AC = 8$ m
ব্যাংকিং কোণ, $\theta = ?$

Example-41 Q স্থানে 16 m ব্যাসার্ধের বাকের রাস্তা আছে। বাঁকের ব্যাংকিং কোণ 3° এবং রাস্তার প্রস্থ 5m হলে Q স্থানে রাস্তার ভিতরের পার্শ্ব অপেক্ষা বাইরের পার্শ্ব কত উঁচু তা নির্ণয়: [দি.বো.'২৪]

সমাধান

আমরা জানি,

$$\sin\theta = \frac{h}{d}$$

$$\Rightarrow h = d\sin\theta$$

$$= 5 \times \sin 3°$$

$$= 0.262 \text{ m [Ans.]}$$

এখানে, Q স্থানে–
ব্যাংকিং কোণ, $\theta = 3°$
রাস্তার প্রস্থ, $d = 5$m
রাস্তার ভিতরের পার্শ্ব ও বাইরের পার্শ্বের মধ্যবর্তী উচ্চতা, $h = ?$

Similar Problems to the Example

- A দুটি স্থানে 25m ব্যাসার্ধের বাঁকের রাস্তার প্রত্যেকটির ব্যাংকিং কোণ 2.5° এবং রাস্তার প্রস্থ 5m হলে A স্থানের বাঁকের রাস্তার ভেতরের পার্শ্ব অপেক্ষা বাইরের পার্শ্ব 0.218 m উঁচু হবে। [দি.বো.'২১]
- একটি পথের A দুটি স্থানে যথাক্রমে 25m ব্যাসার্ধের বাঁকের ব্যাংকিং কোণ 10° এবং পথটির প্রস্থ 80 cm হলে A স্থানের বাঁকে ভিতরের পার্শ্ব হতে বাইরের পার্শ্ব 13.89 cm উঁচু হবে। [চ.বো.'১৫]

Example-42 10,000 kg ভরের একটি রেলগাড়ি 600 m ব্যাসার্ধবিশিষ্ট একটি বৃত্তাকার পথে 90 kmh^{-1} বেগে গতিশীল। রেললাইনের পাত দুটির মধ্যবর্তী দূরত্ব যদি 2 m হয় তবে বাইরের পাতটি ভিতরের পাত অপেক্ষা কত উঁচু হলে এদের মধ্যে কোনো পার্শ্বচাপ বাড়বে না তা নির্ণয়: [ব.বো.'২৫]

সমাধান

পাতদ্বয়ে পার্শ্বচাপ তখনই বাড়বে না যখন পাতদ্বয় প্রয়োজনীয় ব্যাংকিং এর যোগান দিতে পারবে।

আমরা জানি,

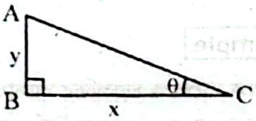
$$\tan\theta = \frac{v^2}{rg}$$

$$\Rightarrow \theta = \tan^{-1}\left(\frac{v^2}{rg}\right)$$

$$= \tan^{-1}\left(\frac{25^2}{600 \times 9.8}\right)$$

$$= 6.067°$$

এখানে, রেলগাড়ির–
ভর, $m = 1000$ kg
বেগ, $v = 90\ kmh^{-1}$
$= \frac{90}{3.6}\ ms^{-1}$
$= 25\ ms^{-1}$
বাঁকের ব্যাসার্ধ, $r = 600$ m
পাতদ্বয়ের দূরত্ব, $x = 2$ m
ভিতরের পাত অপেক্ষা বাইরের পাতের উচ্চতা, $y = ?$



ΔABC-এ,

$$\tan\theta = \frac{y}{x}$$

$$\Rightarrow y = x\tan\theta$$

$$= 2 \times \tan(6.067°)$$

$$= 0.21 \text{ m [Ans.]}$$

Example-43 P ও Q স্থানে যথাক্রমে 9 m এবং 16 m ব্যাসার্ধের দুটি বাকের রাস্তা আছে। প্রত্যেকটি বাঁকের ব্যাংকিং কোণ 3° এবং উভয় স্থানে রাস্তার প্রস্থ 5m হলে P ও Q স্থানের রাস্তা দুটিতে কোনো গাড়িও গতি সর্বোচ্চ গতিবেগের অনুপাত নির্ণয়: [দি.বো.'২৪]

সমাধান

আমরা জানি,

$$\tan\theta = \frac{v^2}{rg}$$

$$\therefore \tan\theta_P = \frac{{v_P}^2}{r_P g}$$

$$\text{এবং } \tan\theta_Q = \frac{{v_Q}^2}{r_Q g}$$

এখানে, P স্থানে–
রাস্তার বাঁকের ব্যাসার্ধ = $r_P = 9$ m
ব্যাংকিং কোণ = θ_P
গাড়ির সর্বোচ্চ বেগ = v_P
এবং, Q স্থানে–
রাস্তার বাঁকের ব্যাসার্ধ = $r_Q = 16$ m
ব্যাংকিং কোণ = θ_Q
গাড়ির সর্বোচ্চ বেগ = v_Q

এখন, $\tan\theta_P = \tan\theta_Q$

$$\Rightarrow \frac{v_P^2}{r_P g} = \frac{v_Q^2}{r_Q g}$$

$$\Rightarrow \frac{v_P^2}{v_Q^2} = \frac{r_P}{r_Q}$$

$$\Rightarrow \frac{v_P}{v_Q} = \sqrt{\frac{r_P}{r_Q}}$$

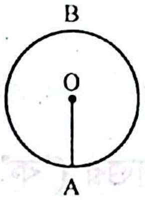
$$\Rightarrow \frac{v_P}{v_Q} = \sqrt{\frac{9}{16}} = \frac{3}{4}$$

$\therefore v_P : v_Q = 3 : 4$ **[Ans.]**

Similar Problems to the Example

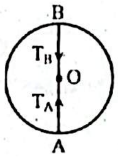
- A ও B দুটি স্থানে যথাক্রমে 25m ও 36m ব্যাসার্ধের বাঁকের রাস্তার প্রত্যেকটির ব্যাংকিং কোণ 2.5° এবং উভয় রাস্তার প্রস্থ 5m হলে বাঁকের রাস্তা দুটিতে কোনো গাড়ির সর্বোচ্চ গতিবেগের অনুপাত 5 : 6 হবে। *[দি.বো.'২১]*
- একটি পথের A ও B দুটি স্থানে যথাক্রমে 25m ও 36m ব্যাসার্ধের বাঁকের প্রত্যেকটির ব্যাংকিং কোণ 10° এবং পথটির প্রস্থ 80 cm হলে বাঁক দুটিতে কোনো গাড়ির সর্বোচ্চ গতিবেগের অনুপাত 5 : 6 হবে। *[চ.বো.'১৫]*

Example-44 চিত্রে 1 kg ভরের একটি বস্তুকে 0.5 m দৈর্ঘ্যের সুতার সাহায্যে উলম্ব তলে ঘুরানো হচ্ছে। A ও B বিন্দু যথাক্রমে ঘূর্ণন তলের সর্বনিম্ন ও সর্বোচ্চ বিন্দু নির্দেশ করে। A ও B বিন্দুতে সুতার টানের পার্থক্য নির্ণয়:



[দি.বো.'২৫]

সমাধান



সর্বোচ্চ অবস্থান অর্থাৎ, B অবস্থানে সুতার ও বস্তুর ওজন কেন্দ্র অভিমুখী, তাই B অবস্থানে–

কেন্দ্রমুখী বল = সুতার টান + বস্তুর ওজন

$\Rightarrow F_C = T_B + mg$

$\Rightarrow T_B = F_C - mg$

আবার, সর্বনিম্ন অবস্থান অর্থাৎ, A অবস্থানে সুতার টান ও ওজন পরস্পর বিপরীতমুখী, তাই A অবস্থানে–

কেন্দ্রমুখী বল = সুতার টান বস্তুর ওজন

$\Rightarrow F_C = T_A - mg$

$\Rightarrow T_A = F_C + mg$

$\therefore$ টানের পার্থক্য, $T_A - T_B = F_C + mg - F_C + mg$

$= 2\,mg$

$= 2 \times 1 \times 9.8$ [$\because$ ভর, m = 1 kg]

$= 19.6$ N **[Ans.]**

সংঘর্ষ

Example-45 10 gm ভরের একটি বল 100 cms^{-1} বেগে একটি উলম্ব দেয়ালে অনুভূমিকভাবে আঘাত করে একই বেগে ফিরে গেলো। দেয়াল কর্তৃক প্রযুক্ত বলের ঘাত কত dyne-sec তা নির্ণয়: *[ঢা.বো.'২৪]*

সমাধান

আমরা জানি,

$J = m\,(v - v_0)$

$= 10 \times (-100 - 100)$

$= -2000$ dyne-sec

ঋণাত্মক চিহ্ন ভরবেগের পরিবর্তন বিপরীত দিকে নির্দেশ করে।

এখানে,
ভর, m = 10 gm
আঘাতের পূর্বে বেগ, $v_0 = 100\ cms^{-1}$
আঘাতের পরে বেগ, $v = -100\ cms^{-1}$
বলের ঘাত, J = ?

সুতরাং, বলের ঘাত = 2000 dyne-sec **[Ans.]**

Example-46 কোনো বস্তুর উপর প্রযুক্ত বল $F(t) = t^2 + t + 2$ হলে, $t_i = 1s$ হতে $t_f = 2s$ সময়ের মধ্যে প্রযুক্ত বলের ঘাত নির্ণয়: *[ব.বো.'২৪]*

সমাধান

এখানে,

বস্তুর উপর প্রযুক্ত বল, $F(t) = t^2 + t + 2$

$\therefore$ 1s হতে $t_f = 2s$ সময়ের মধ্যে প্রযুক্ত বলের ঘাত,

$$\Delta p = \int_{t_i}^{t_f} F(t)dt$$

$$= \int_1^2 (t^2 + t + 2)dt$$

$$= \left[\frac{t^3}{3} + \frac{t^2}{2} + 2t\right]_1^2$$

$$= \left(\frac{2^3}{3} + \frac{2^2}{2} + 2 \times 2\right) - \left(\frac{1^3}{3} + \frac{1^2}{2} + 2 \times 1\right)$$

$= 5.83$ Ns **[Ans.]**

Example-47 7 kg ভরের একটি বস্তু একটি স্থির বস্তুর সাথে স্থিতিস্থাপক সংঘর্ষে লিপ্ত হলো। সংঘর্ষের পর বস্তু একই দিকে আদি বেগের এক-চতুর্থাংশ বেগ নিয়ে চলতে থাকে। স্থির বস্তুর ভর নির্ণয়: *[য.বো.'২২]*

সমাধান

আমরা জানি,

$$v_1 = \left(\frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}\right) u_1 + \left(\frac{2m_2}{m_1 + m_2}\right) u_2$$

$$\Rightarrow \frac{u}{4} = \left(\frac{7 - m_2}{7 + m_2}\right) u + \left(\frac{2m_2}{7 + m_2}\right) \times 0$$

$$\Rightarrow \frac{1}{4} = \frac{7 - m_2}{7 + m_2}$$

$\Rightarrow 7 + m_2 = 28 - 4m_2$

$\Rightarrow m_2 + 4m_2 = 28 - 7$

$\Rightarrow 5m_2 = 21$

$$\Rightarrow m_2 = \frac{21}{5}$$

$\therefore m_2 = 4.2$kg **[Ans.]**

এখানে,
গতিশীল বস্তুর ভর, $m_1 = 7$kg
গতিশীল বস্তুর আদিবেগ, $u_1 = u$ (ধরি)
স্থির বস্তুর আদিবেগ, $u_2 = 0$
$\therefore$ গতিশীল বস্তুর শেষবেগ, $v_1 = \frac{u}{4}$
স্থির বস্তুর ভর, m_2 = ?

Short Question-Answer

☑ জ্ঞানমূলক প্রশ্নোত্তর (‘ক’ অংশ)

☑ অনুধাবনমূলক প্রশ্নোত্তর (‘খ’ অংশ)

প্রিয় শিক্ষার্থী,

সৃজনশীল প্রশ্নের ‘ক’ ও ‘খ’ অংশের প্রস্তুতি খুবই গুরুত্বপূর্ণ। HSC পরীক্ষায় সৃজনশীল অংশে ভালো করতে হলে অবশ্যই ‘ক’ ও ‘খ’ নং প্রশ্ন অর্থাৎ ‘জ্ঞানমূলক’ ও ‘অনুধাবনমূলক’ প্রশ্নের সঠিক ও গোছানো উত্তরের কোনো বিকল্প নেই।

তোমাদের সুবিধার্থে, এই অধ্যায়ের বিগত বছরগুলোর HSC পরীক্ষার ‘ক’ ও ‘খ’ অংশের প্রশ্নোত্তরগুলো সহ গুরুত্বপূর্ণ অন্যান্য প্রশ্নোত্তরগুলো টপিক অনুসারে সাজিয়ে দেওয়া হয়েছে। এই প্রশ্নোত্তরগুলো অনুশীলন করলে এই অধ্যায়ের সব বোর্ড প্রশ্নতো Cover হবেই, সাথে এই অধ্যায় সংশ্লিষ্ট গুরুত্বপূর্ণ প্রায় প্রতিটি টপিকই তোমাদের আয়ত্তে চলে আসবে।

CS CamScanner

জ্ঞানমূলক প্রশ্নোত্তর

জড়তা ও বল সম্পর্কিত

প্রশ্ন-১। জড়তা কী?

উত্তর: পদার্থ যে অবস্থায় আছে চিরকাল সে অবস্থায় থাকতে চাওয়ার যে প্রবণতা বা সে অবস্থা বজায় রাখতে চাওয়ার যে ধর্ম, তাকে জড়তা বলে।

প্রশ্ন-২। বল কাকে বলে? [দি.বো.'২৪]

অথবা, বল কী? [ব.বো.'২১]

উত্তর: যে বাহ্যিক কারণ বস্তুর স্থির বা গতিশীল অবস্থার পরিবর্তন ঘটায় বা ঘটাতে চায় তাকে বল বলে।

প্রশ্ন-৩। একক বল কী?

উত্তর: একক ভরের ওপর যে পরিমাণ বল ক্রিয়া করে একক ত্বরণ সৃষ্টি করে, তাকে একক বল বলে। অর্থাৎ একক বল = একক ভর × একক ত্বরণ।

প্রশ্ন-৪। এক নিউটন বল কী? [ব.বো.'২৫]

উত্তর: এক কিলোগ্রাম ভরের বস্তুর উপর যে পরিমাণ বল ক্রিয়া করে এক মিটার/সে.^{২} ত্বরণ সৃষ্টি করে তাকে এক নিউটন বল বলে।

প্রশ্ন-৫। মৌলিক বলের সংজ্ঞা দাও। [য.বো.'২১]

অথবা, মৌলিক বল কী? [চ.বো.'১৬]

উত্তর: যে সকল বল মূল বা অকৃত্রিম অর্থাৎ অন্য কোন বল থেকে উৎপন্ন হয় না বরং অন্যান্য বলে এ সকল বলের প্রকাশ ঘটে তাকে মৌলিক বল বলে।

প্রশ্ন-৬। নিট বল কী? [সি.বো.'১৯]

উত্তর: কোনো বস্তুর ওপর যদি একাধিক বল প্রযুক্ত হয় তাহলে বস্তুর ওপর প্রযুক্ত স্বতন্ত্র বলগুলোর ভেক্টর সমষ্টিকে নিট বল বলে।

প্রশ্ন-৭। সুষ্থিত বল কী?

উত্তর: যে বলসমূহ সাম্যবস্থায় পরিণত করে তাদেরকে সুষ্থিত বল বলে। এ বলসমূহের লব্ধির মান শূন্য হয়। এজন্য বলগুলোর উপাংশসমূহের ভেক্টর যোগফল শূন্য হয়।

প্রশ্ন-৮। টেনশন বল কাকে বলে? [ব.বো.'২৩]

উত্তর: একটি ভারী বস্তুকে বলকে সুতার সাহায্যে ঝুলানো হলে যে বলের জন্য ওজন সুতাকে নিচের দিকে টানে তাকে টান বল বা টেনশন বল বলে।

প্রশ্ন-৯। এক নিউটন বল কী? [দি.বো.'২৩]

উত্তর: এক কিলোগ্রাম ভরের বস্তুর উপর যে পরিমাণ বল ক্রিয়া করে এক মিটার/সে^{২} ত্বরণ সৃষ্টি করে তাকে এক নিউটন বল বলে।

প্রশ্ন-১০। এক ডাইন বল কী?

উত্তর: এক গ্রাম ভরের বস্তুর ওপর যে পরিমাণ বল ক্রিয়া করে এক সে.মি./সে^{২} ত্বরণ সৃষ্টি করে তাকে ডাইন বল বলে।

প্রশ্ন-১১। 1 পাউন্ডাল বল এর সংজ্ঞা দাও। [রা.বো.'১৬]

উত্তর: এক পাউন্ড ভরের বস্তুর ওপর যে পরিমাণ বল ক্রিয়া করে এক ফুট/সেকেন্ড^{২} ত্বরণ সৃষ্টি করে তাকে এক পাউন্ডাল বল বলে।

বলের ঘাত ও সংঘর্ষ সম্পর্কিত

প্রশ্ন-১২। ঘাত বল কাকে বলে? [য.বো.'২৫; সি.বো.'২৫; ব.বো.'১৬]

উত্তর: খুব অল্প সময়ের জন্য খুব বড় মানের যে বল কোনো বস্তুর উপর প্রযুক্ত হয় তাকে ঘাত বল বলে।

প্রশ্ন-১৩। বলের ঘাত কী? [ঢা.বো.'২৫]

অথবা, বলের ঘাত কাকে বলে? [দি.বো.'২৫,'২২; ঢা. বো.'২২; য.বো.'২২; ঢা.বো.'২১; কু.বো.'১৯; য.বো.'১৭]

উত্তর: বল এবং বলের ক্রিয়াকালের গুণফলকে বলের ঘাত বলে।

প্রশ্ন-১৪। ভরবেগের সংরক্ষণ সূত্রটি লিখ। [ঢা.বো.'২৪]

উত্তর: যখন কোনো ব্যবস্থার ওপর প্রযুক্ত নিট বাহ্যিক বল শূন্য হয় তখন ব্যবস্থাটির মোট সংরক্ষিত থাকে; অর্থাৎ সংঘর্ষের পূর্বের ও সংঘর্ষের পরের মোট ভরবেগের পরিমাণ সমান থাকে।

প্রশ্ন-১৫। সংঘর্ষ কাকে বলে? [চ.বো.'২৩]

উত্তর: দুটি বস্তু যদি একটা খুব বড় মানের বলে খুব অল্প সময়ের জন্যে পরস্পরকে আঘাত করে তাহলে তাকে বলা হয় সংঘর্ষ।

প্রশ্ন-১৬। স্থিতিস্থাপক সংর্ঘষ কাকে বলে? *[দি.বো.'২৫,'১৯; রা.বো.'২৪; কু.বো.'১৯; ঢা.বো.'১৫]*

উত্তর: দুটি বস্তুর মধ্যে যে সংঘর্ষ হলে মোট গতিশক্তি সংরক্ষিত থাকে, অর্থাৎ বস্তুগুলোর মোট গতিশক্তির কোনো পরিবর্তন হয় না, তাকে স্থিতিস্থাপক সংঘর্ষ বলে।

প্রশ্ন-১৭। একমাত্রিক স্থিতিস্থাপক সংঘর্ষ কাকে বলে? *[রা.বো.'২৫]*

উত্তর: যখন দুটি বস্তুর মধ্যে সংঘর্ষ হয় এবং সংঘর্ষের পূর্বে ও পরবর্তীতে বস্তু দুটি একই সরলরেখায় গতিশীল থাকে এবং গতিশক্তি ও ভরবেগ উভয়ই সংরক্ষিত থাকে, তখন তাকে একমাত্রিক স্থিতিস্থাপক সংঘর্ষ বলে।

প্রশ্ন-১৮। অস্থিতিস্থাপক সংর্ঘষ কাকে বলে?

উত্তর: দুটি বস্তুর মধ্যে যে সংঘর্ষ হলে মোট গতিশক্তি সংরক্ষিত থাকে না, অর্থাৎ বস্তুগুলোর মোট গতিশক্তির কোনো পরিবর্তন হয়, তাকে অস্থিতিস্থাপক সংঘর্ষ বলে।

ঘর্ষণ বল সম্পর্কিত

প্রশ্ন-১৯। ঘর্ষণ কী?

উত্তর: দুটি পরস্পরের সংস্পর্শে থেকে যদি একের ওপর দিয়ে অপরটি চলতে চেষ্টা করে তাহলে বস্তুদ্বয়ের স্পর্শ তলে এ গতির বিরুদ্ধে একটা বাধার উৎপত্তি হয়। এ বাধাকে ঘর্ষণ বলে।

প্রশ্ন-২০। নিশ্চল কোণ কী? *[ব.বো.'২৩]*

উত্তর: অনুভূমিক এর সাথে নত তল এর যে কোণ এর জন্য নত তল এর উপরে স্থিত কোনো বস্তু গতিশীল হওয়ার উপক্রম হয় সেই কোণকে স্থিতি বা নিশ্চল কোণ বলে।

জড়তার ভ্রামক, কৌণিক ভরবেগ ও টর্ক সম্পর্কিত

প্রশ্ন-২১। ঘূর্ণন অক্ষ কী?

উত্তর: ঘূর্ণনশীল কোনো বস্তুর প্রত্যেকটি কণার বৃত্তাকার গতির কেন্দ্রগুলো যে সরলরেখায় অবস্থিত তাকে ঘূর্ণন অক্ষ বলে।

প্রশ্ন-২২। জড়তার ভ্রামক কাকে বলে? *[চ.বো.'২৫.'২৪,'১৯; কু.বো.'২৪; সি.বো.'২৪; ঢা.বো.'২৩; রা.বো.'২৩; ম.বো.'২২; রা., কু., চ., ব. (সম্মিলিত) বো.'১৮]*

উত্তর: একটি কণার ভর ও ঘূর্ণন অক্ষ হতে এর লম্ব দূরত্বের বর্গের গুণফলকে উক্ত কণার জড়তার ভ্রামক বলে। বস্তুর মধ্যস্থিত সবগুলোর কণার জড়তার ভ্রামকের সমষ্টিকে বস্তুর জড়তার ভ্রামক বলে।

প্রশ্ন-২৩। চক্রগতির ব্যাসার্ধ কাকে বলে? *[কু.বো.'২৫]*

অথবা, চক্রগতির ব্যাসার্ধ কী? *[য.বো.'২৪; ম.বো.'২৪,'২৩; কু.বো.'২৩; সি.বো.'২৩; ব.বো.'২২,'১৭; চ.বো.'২১; ঢা., য., সি., দি. (সম্মিলিত) বো.'১৮]*

উত্তর: কোনো দৃঢ় বস্তুর সমগ্র ভর যদি একটি নির্দিষ্ট বিন্দুতে কেন্দ্রীভূত করা যায় যাতে করে একটি নির্দিষ্ট অক্ষের সাপেক্ষে ঐ কেন্দ্রীভূত বস্তুকণার জড়তার ভ্রামক, ঐ নির্দিষ্ট অক্ষের সাপেক্ষে সমগ্র দৃঢ় বস্তুর জড়তার ভ্রামকের সমান হয়, তাহলে ঐ নির্দিষ্ট অক্ষ থেকে কেন্দ্রীভূত বস্তুকণার লম্ব দূরত্বকে চক্রগতির ব্যাসার্ধ বলে।

প্রশ্ন-২৪। জড়তার ভ্রামক সংক্রান্ত লম্ব অক্ষ উপপাদ্যটি লেখ। *[ঢা.বো.'২৫]*

উত্তর: কোনো পাতলা সমতল পাতের তলে অবস্থিত দুটি পরস্পর লম্ব অক্ষের সাপেক্ষে পাতটির জড়তার ভ্রামকদ্বয়ের সমষ্টি ঐ পাতে অবস্থিত দুই অক্ষের ছেদ বিন্দুতে অঙ্কিত লম্ব অক্ষ সাপেক্ষে পাতটির জড়তার ভ্রামকের সমান হবে।

প্রশ্ন-২৫। কৌণিক ভরবেগ কী? *[ঢা.বো.'২৩]*

অথবা, কৌণিক ভরবেগ কাকে বলে? *[ব.বো.'২৪,'১৯; সি.বো.'২৪; ঢা.বো.'২২,'১৭; কু.বো.'২১]*

উত্তর: ঘূর্ণায়মান কোনো কণার ব্যাসার্ধ ভেক্টর এবং ভরবেগের ভেক্টর গুণফলকে কৌণিক ভরবেগ বলে।

প্রশ্ন-২৬। টর্ক কাকে বলে? *[ম.বো.'২৫,'২১; দি.বো.'২৪; সি.বো.'১৭,'১৬]*

অথবা, টর্ক কী? *[রা.বো.'২৪; য.বো.'২৩; চ.বো.'২৩]*

অথবা, টর্কের সংজ্ঞা দাও। *[কু.বো.'২২,'১৭; চ.বো.'২২,'১৭; সি.বো.'২২,'২১,'১৯,'১৭; ম.বো.'২২.'২১; রা.বো.'২১; দি.বো.'২১; য.বো.'১৯; ঢা., য., সি., দি. (সম্মিলিত) বো.'১৮]*

উত্তর: কোনো বিন্দু বা অক্ষকে কেন্দ্র করে ঘূর্ণায়মান কোনো কণার ব্যাসার্ধ ভেক্টর এবং কণার উপর প্রযুক্ত বলের ভেক্টর গুণফলকে ঐ বিন্দু বা অক্ষের সাপেক্ষে কণাটির উপর প্রযুক্ত টর্ক বলে।

প্রশ্ন-২৭। দ্বন্দ্ব কী? *[ঢা.বো.'১৯]*

উত্তর: কোনো দৃঢ় বস্তুর দুটি ভিন্ন বিন্দুতে সমান মানের দুটি সমান্তরাল বল পরস্পর বিপরীত দিকে ক্রিয়া করলে তাকে দ্বন্দ্ব বলে।

CS CamScanner

কেন্দ্রমুখী বল, কেন্দ্রবিমুখী বল এবং ব্যাংকিং সম্পর্কিত

প্রশ্ন-২৮। কেন্দ্রমুখী বল কাকে বলে? *[চ.বো.'২১; দি.বো.'২১; রা.বো.'১৭; ঢা.বো.'১৫]*
অথবা, কেন্দ্রমুখী বলের সংজ্ঞা দাও। *[দি.বো.'১৬]*

উত্তর: যখন কোনো বস্তু একটি বৃত্তাকার পথে ঘুরতে থাকে তখন ঐ বৃত্তের কেন্দ্র অভিমুখে যে নিট বল ক্রিয়া করে বস্তুটিকে বৃত্তাকার পথে গতিশীল রাখে তাকে কেন্দ্রমুখী বল বলে।

প্রশ্ন-২৯। কেন্দ্রবিমুখী বলের সংজ্ঞা দাও। *[কু.বো.'২১]*

উত্তর: সমদ্রুতিতে বৃত্তাকার পথে আবর্তনরত বস্তুর ওপর অভিকেন্দ্র বলের সমান ও বিপরীতমুখী অর্থাৎ, কেন্দ্র থেকে বাইরের দিকে একটি অলীক বল ক্রিয়া করে। একে কেন্দ্রবিমুখী বা অপকেন্দ্র বল বলে।

প্রশ্ন-৩০। রাস্তার ব্যাংকিং কী? *[রা.বো.'২২; কু.বো.'২১]*

উত্তর: অনুভূমিক রাস্তায় গাড়ি জোরে বাঁক নিলে গাড়ির চাঁকা এবং রাস্তার মধ্যে ক্রিয়াশীল ঘর্ষণ বল চাঁকার ক্ষতি করে। এই শক্তি কমাবার জন্য এবং গাড়ি ছিটকে গিয়ে দুর্ঘটনা ঘটার সম্ভাবনা রোধ করার জন্য প্রতিটি বাঁকে রাস্তার বাইরের দিক ভেতরের দিকের চেয়ে কিছুটা উঁচু করা হয় অর্থাৎ রাস্তাটি বাঁকের কেন্দ্রের দিকে একটু ঢালু করা থাকে। একে রাস্তার 'ব্যাংকিং' বলে।

প্রশ্ন-৩১। ব্যাংকিং কোণ কী? *[ঢা.বো.'২৫]*

উত্তর: রাস্তা বা রেল লাইন বাঁকে গাড়ি বা রেলগাড়ি ছিটকে পড়া থেকে রক্ষা করার জন্য ভিতরের পার্শ্ব অপেক্ষা বাইরের পার্শ্ব উঁচু করে বা ভিতরের দিকে ঢালু করে তৈরি করলে বাইরের পার্শ্ব অপেক্ষা ভিতরের পার্শ্ব যে কোণে ঢালু করা হয়, তাকে ব্যাংকিং কোণ বলে।

অনুধাবনমূলক প্রশ্নোত্তর

বিভিন্ন প্রকার বল সম্পর্কিত

প্রশ্ন-১। কোনো বস্তুর উপর ক্রিয়াশীল বল 12N বলতে কী বোঝায়? *[দি.বো.'২৩]*

উত্তর: কোনো বস্তুর উপর ক্রিয়াশীল বল 12 N বলতে বোঝায়, 12 kg ভরের কোনো বস্তুর উপর 1 ms^{-2} ত্বরণ সৃষ্টি করতে যে বলের প্রয়োজন কিংবা 1 kg ভরের কোনো বস্তুর উপর 12 ms^{-2} ত্বরণ সৃষ্টি করতে যে বলের প্রয়োজন তাই 12 N বল।

প্রশ্ন-২। বলের ভারসাম্য বলতে কী বোঝ?

উত্তর: কোনো বিন্দু বা বস্তুতে একাধিক বলের লব্ধি যদি শূন্য হয়, তবে তাকে বলের ভারসাম্য বলে। এক্ষেত্রে বস্তুর বেগের মান বা দিকের কোনো পরিবর্তন হয় না।
ব্যাখ্যা: ধরি কোনো বস্তুর উপর ক্রিয়াশীল সকল বলই একটি বিন্দুতে ক্রিয়াশীল। নিউটনের গতির দ্বিতীয় সূত্র থেকে আমরা পাই,

$\sum \vec{F} = m\vec{a}$। কোনো বস্তুর ত্বরণ শূন্য হলে বলা হয় বস্তুটি ভারসাম্য অবস্থায় আছে।

$\therefore \vec{a} = 0$ হলে $\sum \vec{F} = 0$

$\therefore \sum F_x = 0, \sum F_y = 0, \sum F_z = 0$

প্রশ্ন-৩। বল কিভাবে ক্রিয়াশীল থাকলে একটি বস্তু সমদ্রুতিতে গতিশীল থাকবে তা ব্যাখ্যা কর। *[ঢা.বো.'১৭]*

উত্তর: কোনো বস্তুতে একাধিক বলের লব্ধি যদি শূন্য হয় তাহলে বস্তুর বেগের মান বা দিকের কোনো পরিবর্তন হয় না। আমরা জানি, $\sum F = ma$, কিন্তু বলগুলোর লব্ধি $\sum F = 0$ হলে, $ma = 0$
কিন্তু বস্তুর ভর, m শূন্য নয়। কাজেই বস্তুর উপর কোনো লব্ধি ত্বরণ নেই।
অতএব, বস্তুটি তখন সমদ্রুতিতে গতিশীল থাকবে।

প্রশ্ন-৪। মহাকর্ষীয় বল বলতে কী বোঝ?

উত্তর: এ মহাবিশ্বের যেকোনো দুটি বস্তু বা বস্তুকণার মধ্যকার পারস্পরিক আকর্ষণ বলকে মহাকর্ষ বল বলা হয়। মৌলিক বলসমূহের মধ্যে মহাকর্ষ বল সবচেয়ে দুর্বল। এ বলের মান বস্তুদ্বয়ের ভরের গুণফলের সমানুপাতিক এবং বস্তুদ্বয়ের দূরত্বের বর্গের ব্যস্তানুপাতিক। এ বলের জন্যই বিভিন্ন গ্রহ সূর্যের চারদিকে নিজ নিজ কক্ষপথে ঘোরে। এ বলের কারণে ইলেকট্রন নিউক্লিয়াসকে কেন্দ্র করে কক্ষপথে ঘোরে। দুটি বস্তুর মধ্যে গ্রাভিটন নামক এক প্রকার কণার পারস্পরিক বিনিময়ের মাধ্যমে এ বল কার্যকর হয়।

প্রশ্ন-৫। যে মৌলিক বল ঘর্ষণ বল সৃষ্টি করে তার সংক্ষিপ্ত বর্ণনা দাও। *[ব.বো.'২২]*

উত্তর: ঘর্ষণ বল সৃষ্টির জন্য তড়িৎ চুম্বকীয় বল দায়ী। দুটি চার্জিত বস্তু, দুটি চুম্বক কিংবা পরিবর্তী প্রবাহসম্পন্ন পরিবাহকের মধ্যে আপেক্ষিক গতির কারণে যে আকর্ষণ বা বিকর্ষণ বল সৃষ্টি হয় তাকে তড়িৎ চুম্বকীয় বল বলে। এ বলের মান মহাকর্ষ বলের তুলনায় অনেক বেশি; এর আপেক্ষিক সবলতা মহাকর্ষ বলের সাপেক্ষে 10^{39} গুণ। এছাড়া ও আণবিক গঠন, রাসায়নিক বিক্রিয়া এবং অন্যান্য তড়িৎ চৌম্বক ঘটনার জন্য এ বল দায়ী। ফোটন নামক ভর ও চার্জহীন এক প্রকার কণার পারস্পরিক বিনিময়ের মাধ্যমে এ বল কার্যকর হয়।

Similar Question

✓ তড়িৎ চুম্বকীয় বল বলতে কী বোঝ?

প্রশ্ন-৬। দুর্বল নিউক্লীয় বল বলতে কী বোঝ?

উত্তর: যে স্বল্পপাল্লার ও স্বল্পমানের বল নিউক্লিয়াসের মধ্যে মৌলিক কণাগুলোর মধ্যে ক্রিয়া করে অনেক নিউক্লিয়াসে অস্থিতিশীলতার উদ্ভব ঘটায় তাকে দুর্বল নিউক্লীয় বল বলে। অনেক তেজস্ক্রিয় বিক্রিয়া দুর্বল নিউক্লীয় বলের কারণে ঘটে থাকে। বিটা রশ্মি ক্ষরণের জন্য এ বল দায়ী। এ বল নিউক্লিয়াসের অস্থিতিশীলতার উদ্ভব ঘটায়। লেপটন নামক এক প্রকার কণার মাধ্যমে এ বল ক্রিয়া করে।

প্রশ্ন-৭। সবল নিউক্লীয় বল বলতে কী বোঝ?

উত্তর: নিউক্লিয়াসে থাকা অবস্থায় দুটি নিউক্লিয়নের মধ্যে যে প্রবল আকর্ষণ বল বিদ্যমান তাই সবল নিউক্লীয় বল। সবল নিউক্লীয় বল মৌলিক বলসমূহের মধ্যে সবচেয়ে শক্তিশালী। সবল নিউক্লীয় বল আকর্ষণ বল এবং এ বল 10^{-15} m পর্যন্ত বিস্তৃত। দূরত্ব হ্রাস পেলে এ বলের মানও হ্রাস পায়। নিউক্লিয়াসের বাইরে এ বল কার্যকর নয়। এ বলের কারণে নিউক্লিয়াসের ভেতরে নিউট্রন ও প্রোটনগুলো আবদ্ধ থাকে। এ বল নিউক্লিয়াসের স্থায়িত্বের জন্য অবদান রাখে। এ বল স্বল্প পাল্লাবিশিষ্ট ও চার্জ নিরপেক্ষ দুটি নিউক্লিয়াসের মধ্যে মেসন নামক এক প্রকার কণার পারস্পরিক বিনিময়ের মাধ্যমে কার্যকর হয়।

ক্রিয়া-প্রতিক্রিয়া বল সম্পর্কিত

প্রশ্ন-৮। ক্রিয়া বল ও প্রতিক্রিয়া বল পরস্পরকে প্রশমিত করে না — ব্যাখ্যা কর। *[ঢা.বো.'২৫; দি.বো.'২২]*

অথবা, ক্রিয়া ও প্রতিক্রিয়ার কারণে কোনো বস্তুর সাম্যাবস্থার সৃষ্টি হয় না কেন? ব্যাখ্যা কর। *[ব.বো.'২৪]*

অথবা, ক্রিয়া ও প্রতিক্রিয়া একই বস্তুর উপর কীভাবে কাজ করে? *[ম.বো.'২১]*

উত্তর: যখন একটি বস্তু অপর একটি বস্তুর উপর বল প্রয়োগ করে, তখন দ্বিতীয় বস্তুটিও প্রথম বস্তুর উপর একটি সমান ও বিপরীতমুখী বল প্রয়োগ করে। প্রথম বস্তু দ্বিতীয় বস্তুর উপর যে বল প্রয়োগ করে, তাকে ক্রিয়া বলে এবং দ্বিতীয় বস্তু কর্তৃক প্রথম বস্তুর উপর প্রযুক্ত বলকে প্রতিক্রিয়া বলে।

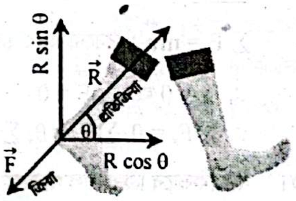
উল্লেখ্য যে, কোন বলটি ক্রিয়া আর কোনটি প্রতিক্রিয়া সেটি কোনো ব্যাপার নয়, যেকোনো একটি ক্রিয়া হলেই অপরটি প্রতিক্রিয়া হবে। এভাবে, ক্রিয়া ও প্রতিক্রিয়া বল সবসময় দুটি ভিন্ন বস্তুর উপর ক্রিয়া করে। প্রতিক্রিয়া বলটি ততক্ষণই থাকবে, যতক্ষণ পর্যন্ত ক্রিয়া বলটি থাকবে। ক্রিয়া থেমে গেলে প্রতিক্রিয়াও থেমে যাবে। অর্থাৎ, ক্রিয়া ও প্রতিক্রিয়া বল পরস্পরকে প্রশমিত করে না এবং এর ফলে কোনো সাম্যাবস্থার সৃষ্টি হয় না।

প্রশ্ন-৯। নরম মাটিতে লাফ দিলে আঘাত পাওয়ার সম্ভাবনা কম— ব্যাখ্যা কর। *[ঢা.বো.'২২]*

উত্তর: নরম মাটিতে যখন লাফ দেওয়া হয়, তখন লাফ দেওয়ার দিকে কিছুটা মাটি দেবে যায়। এতে করে লাফ দেওয়ার সময় ব্যবধান বেড়ে যায়। এর ফলে ভরবেগের পরিবর্তনের হার তথা ক্রিয়া বল হ্রাস পায়। ফলশ্রুতিতে প্রতিক্রিয়া বলের পরিমাণও হ্রাস পায়। এজন্য নরম মাটিতে লাফ দিলে আঘাত পাওয়ার সম্ভাবনা কম হয়।

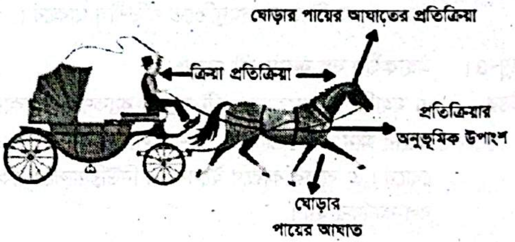
প্রশ্ন-১০। আমাদের হাঁটার ক্ষেত্রে নিউটনের ৩য় সূত্র প্রযোজ্য হয় কি? ব্যাখ্যা করো। *[দি.বো.'২৫]*

উত্তর: হাঁটা বা দৌড়াবার সময় আমরা পেছনের পা দিয়ে ভূমিকে পেছনের দিকে তীর্যকভাবে $\vec{F}$ বলে ঠেলে দেই। নিউটনের তৃতীয় সূত্রানুসারে ভূমি আমাদের ওপর একটি প্রতিক্রিয়া বল $\vec{R}$ প্রয়োগ করে। এ প্রতিক্রিয়া বল দুটি অংশে বিভক্ত হয়। উলম্ব উপাংশ $R \sin \theta$ ওজন বহন করে এবং অনুভূমিক উপাংশ $R \cos \theta$ এর জন্য আমরা সামনের দিকে এগিয়ে যাই।



প্রশ্ন-১১। ঘোড়ার গাড়ি কীভাবে গতিপ্রাপ্ত হয়? ব্যাখ্যা কর। *[রা.বো.'২৪]*

উত্তর: ঘোড়ার গাড়িতে ঘোড়ার সাথে গাড়িকে একটি দড়ি দ্বারা সংযুক্ত করা হয়। ঘোড়া গাড়িটিকে সামনের দিকে টানার জন্য দড়ির মধ্য দিয়ে গাড়ির ওপর টান বল প্রয়োগ করে। তখন নিউটনের গতির দ্বিতীয় সূত্রানুসারে গাড়িও ঘোড়ার উপর সমান ও বিপরীত টান প্রয়োগ করে। এছাড়াও ঘোড়া এগোবার জন্য পা দ্বারা তীর্যকভাবে ভূমিতে যখন আঘাত করে তখন ভূমিও সমান ও বিপরীত প্রতিক্রিয়া বল প্রয়োগ করে, এ প্রতিক্রিয়া বল অনুভূমিক ও উলম্ব উপাংশে বিভক্ত হয়ে যায়। উক্ত অনুভূমিক উপাংশের জন্য ঘোড়া গাড়িকে সামনের দিকে টানে।


ঘোড়ার পায়ের আঘাতের প্রতিক্রিয়া
ক্রিয়া প্রতিক্রিয়া
প্রতিক্রিয়ার অনুভূমিক উপাংশ
ঘোড়ার পায়ের আঘাত

প্রশ্ন-১২। একজন আরোহী লিফটে উপরে উঠার সময় নিজেকে ভারী মনে করে, ব্যাখ্যা কর। *[কু.বো.'২৩]*

উত্তর: স্থির লিফটে দাঁড়ালে, আরোহী লিফটের মেঝের ওপর তার ওজনের সমান বল প্রয়োগ করে। লিফটও আরোহীর ওজনের সমান ও বিপরীতমুখী প্রতিক্রিয়া বল প্রয়োগ করে। ফলে আরোহী নিজের ওজনের অস্তিত্ব টের পান। কিন্তু লিফটি যদি ওপরের দিকে উঠতে থাকে, তখন স্থির অবস্থান থেকে ওপরের দিকে ওঠায় লিফটের ওপরের দিকে ত্বরণ a সৃষ্টি হয়। ফলে লিফটের সাপেক্ষে আরোহীর ত্বরণ হয় $(g + a)$। এ অতিরিক্ত ত্বরণের জন্য আরোহী লিফটের ওপর নিজের ওজনের চেয়ে বেশি বল, $R = m(g + a)$ প্রয়োগ করে; যেখানে m আরোহীর ভর। তখন লিফট আরোহীর ওপর বিপরীতমুখী যে প্রতিক্রিয়া বল প্রয়োগ করে, তা আরোহীর ওজন mg এর চেয়ে বেশি হয়। এ কারণে আরোহী নিজেকে ভারী অনুভব করে।

প্রশ্ন-১৩। সমবেগে উঠানামা করা লিফ্‌টের যাত্রীর ওজনের পরিবর্তন হয় না কেন? ব্যাখ্যা কর। [য.বো.'২২]

উত্তর: একজন যাত্রী যখন লিফটের মেঝের উপর দাঁড়িয়ে থাকে তখন তার দেহের ওজনের জন্য লিফটের মেঝের উপর একটি নিম্নমুখী বল ক্রিয়া করে। একই সাথে লিফটের মেঝে যাত্রীর উপর প্রতিক্রিয়া বল প্রয়োগ করে। এ বলটি যেহেতু যাত্রীর উপর ক্রিয়া করে, তাই এই বলটির জন্যই সে নিজের ওজন অনুভব করে। লিফটটি যখন সমবেগে উঠানামা করে তখন লিফটের কোনো ত্বরণ থাকে না। তাই যাত্রীর উপর শুধুমাত্র তার ওজনের সমান প্রতিক্রিয়া বল ক্রিয়া করে বিধায় যাত্রীর ওজনের কোনো হ্রাস বৃদ্ধি ঘটে না; অর্থাৎ যাত্রীর ওজনের কোনো পরিবর্তন হয় না।

প্রশ্ন-১৪। গতিশীল লিফটে বস্তুর কার্যকর ওজনের তারতম্য ব্যাখ্যা কর। [চ.বো.'২৩]

উত্তর: ধরা যাক, m ভরসম্পন্ন একজন লোক যখন একটি গতিশীল লিফটের মেঝের উপর দাঁড়িয়ে থাকে, তখন তার দেহের ওজনের জন্য মেঝের উপর একটি নিম্নমুখী বল mg ক্রিয়া করে। একই সঙ্গে মেঝে লোকটির উপর একটি ঊর্ধ্বমুখী প্রতিক্রিয়া বল R প্রয়োগ করে। এ বলটি যেহেতু লোকটির উপর ক্রিয়া করে, তাই এই বলটির জন্যই সে নিজের ওজন অনুভব করে।

লিফটের সম্ভাব্য বিভিন্ন ত্বরণ a এর জন্য আপাত ওজন (তথা প্রতিক্রিয়া বল) নিম্নরূপে নির্ণয় করা যায়–

(i) যখন লিফ্‌টটি a ত্বরণ নিয়ে উঠে;

তখন, $R - mg = ma \Rightarrow R = m(g + a)$; যা লোকের ওজন mg অপেক্ষা বেশি, তাই লোকটি নিজেকে অপেক্ষাকৃত ভারী মনে করে।

(ii) যখন লিফ্‌টটি a ত্বরণ নিয়ে নামে (এখানে, $a < g$)।

তখন, $R - mg = -ma \Rightarrow R = m(g - a)$; যা লোকের ওজন mg অপেক্ষা কম, তাই লোকটি নিজেকে অপেক্ষাকৃত হালকা মনে করে।

(iii) লিফটের তার ছিঁড়ে গেলে লিফ্‌টটি অভিকর্ষজ বলের টানে অবাধে নিচের দিকে পড়তে থাকলে লিফটের নিম্নমুখী ত্বরণ, $a = g$ হয়।

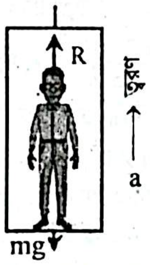
তখন, $R = m(g - g) \Rightarrow R = 0$; অর্থাৎ, লোকটির উপর কোনো প্রতিক্রিয়া বল কাজ করে না, ফলে লোকটি নিজেকে সম্পূর্ণ ওজনহীন মনে করে।

(iv) লিফ্‌টটি সমবেগে ওঠানামা করলে তার ত্বরণ, $a = 0$।

তখন, $R = mg$; অর্থাৎ, লোকটির উপর তার নিজের ওজনের সমান প্রতিক্রিয়া বল ক্রিয়া করায় লোকটির ওজনের কোনো আপাত হ্রাস বা বৃদ্ধি ঘটে না।

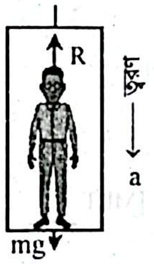
Nice to Know

নিম্নোক্ত চিত্রসমূহে গতিশীল লিফটে বিভিন্ন ক্ষেত্রে ওজন কিরকম হতে পারে তার একটি তুলনামূলক চিত্র দেখানো হলো। চিত্রগুলো বুঝার জন্য দেওয়া হয়েছে, পরীক্ষায় এগুলো আঁকতে হবে না।



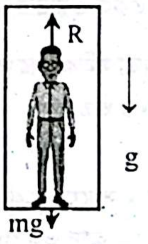
$R = m(g + a)$

(i) লিফট যখন সমত্বরণে ওঠে



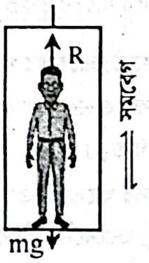
$R = m(g - a)$

(ii) লিফট যখন সমত্বরণে নামে



$R = 0$

(iii) লিফট যখন মুক্তভাবে পড়ে



$R = mg$

(iv) লিফট যখন সমবেগে ওঠানামা করে

Similar Question

✓ **লিফট অবাধে নিচে নামতে থাকলে লিফটের আরোহী নিজেকে ওজনহীন মনে করেন কেন? ব্যাখ্যা করো।** [কু.বো.'২৫]

প্রশ্ন-১৫। দেয়ালে ধাক্কা খেয়ে বল পিছনে ফিরে আসে কেন? ব্যাখ্যা কর। [কু.বো.'২৪; সি.বো.'২৪]

অথবা, দেয়ালের সাথে ধাক্কা খেয়ে বল বিপরীত দিকে ফিরে আসে কেন? [কু.বো.'২১]

অথবা, একটি দেয়ালে একটি বল ধাক্কা খেয়ে পিছনে ফিরে আসে কেন? [ঢা.বো.'১৫]

উত্তর: নিউটনের গতির তৃতীয় সূত্র হতে জানা যায় যদি একটি বস্তু অপর একটি বস্তুর ওপর বল প্রয়োগ করে তাহলে দ্বিতীয় বস্তুটিও প্রথম বস্তুর ওপর সমান ও বিপরীত বল প্রয়োগ করবে। এই প্রতিক্রিয়া বলের কারণে একটি দেয়ালে একটি বল ধাক্কা খেয়ে পিছনে ফিরে আসে।

প্রশ্ন-১৬। বালুর মাধ্যে স্বাচ্ছন্দ্যে হাঁটা যায় না কেন? ব্যাখ্যা করো। [ঢা.বো.'২৫]

অথবা, বালির উপর দিয়ে সহজে হাঁটা যায় না কেন? ব্যাখ্যা করো। [ব.বো.'২৫]

অথবা, বালির উপর দিয়ে হাঁটা কষ্টসাধ্য কেন? ব্যাখ্যা দাও। [ম.বো.'২৫]

অথবা, বালির উপর দিয়ে হাঁটা কষ্টসাধ্য–ব্যাখ্যা কর। [চ.বো.'২১; ব.বো.'১৯]

উত্তর: বালির ওপর দিয়ে হাঁটার সময় আমাদের পা বালির ওপর আমাদের ওজনের সমান বল প্রয়োগ করে। বালিও সমান বলে আমাদের পায়ে খাড়া উপরের দিকে বল প্রয়োগ করবে। এ প্রতিক্রিয়া বল ক্রিয়া বলের সমান ও বিপরীত হলেও বালিকণার আন্তঃআণবিক বল কঠিন ভূমির তুলনায় অনেক কম হয়। আমাদের ওজন বালির ওপর ক্রিয়া করায় বালি স্থানচ্যুত হয়ে আন্তঃআণবিক ব্যবধান বৃদ্ধি করে, ফলে আমাদের পা বালির ভেতরে ঢুকে যায়। এজন্য বালির ওপর দিয়ে হাঁটা কষ্টসাধ্য।

প্রশ্ন-১৭। **বালুর মধ্য দিয়ে গাড়ি চালাতে সমস্যা হয় কেন? ব্যাখ্যা কর।** [চ.বো.'২৩]

উত্তর: বালির ওপর দিয়ে গাড়ি চালানোর সময় গাড়ির চাঁকা বালির ওপর গাড়ির ওজনের সমান বল প্রয়োগ করে। বালিও সমান বলে চাকার খাড়া উপরের দিকে বল প্রয়োগ করে। এ প্রতিক্রিয়া বল ক্রিয়া বলের সমান ও বিপরীত হলেও বালির কণাগুলোর মধ্যেকার সংশক্তি বল কঠিন ভূমির তুলনায় অনেক কম হয়। গাড়ির ওজন বালির ওপর ক্রিয়া করায় বালি স্থানচ্যুত হয়ে আন্তঃআণবিক ব্যবধান বৃদ্ধি করে, ফলে গাড়ির চাঁকা বালির ভেতরে ঢুকে যায়। এজন্য বালুর মধ্য দিয়ে গাড়ি চালাতে সমস্যা হয়।

Note

সংশক্তি বল: আমরা জানি, কোনো একটি পদার্থ বহু সংখ্যক অণুর সমষ্টি। একই পদার্থের বিভিন্ন অণুর মধ্যে পারস্পরিক আকর্ষণ বলকে সংশক্তি বা সংযুক্তি বল বলে। যেমন লোহার বিভিন্ন অণুর মধ্যে যে পারস্পরিক আকর্ষণ বল আছে, তার নাম সংশক্তি বল। এই বল দূরত্বের বর্গের ব্যস্তানুপাতিক সূত্র মেনে চলে।

বলের ঘাত ও সংঘর্ষ সম্পর্কিত

প্রশ্ন-১৮। **কাঁচে গুলি করলে ছিদ্র হয় কিন্তু ঢিল ছুঁড়লে কাঁচ চূর্ণ-বিচূর্ণ হয় — ব্যাখ্যা কর।**

উত্তর: খুব কম সময়ের জন্য বড় মানের কোনো বল ক্রিয়া করলে তাকে ঘাত বল বলে। আবার, বল এবং বলের ক্রিয়াকালের গুণফলকে বলের ঘাত বা শুধু ঘাত (Impulse) বলে।

বন্দুকের গুলি যখন কাঁচের স্তরকে ভেদ করে তখন সংঘর্ষের সময় অপেক্ষা (Impulse factor) ঘাত অনেক কম থাকে। কিন্তু যথেষ্ট ভরবেগ থাকায় বন্দুকের গুলি কাঁচকে ক্ষুদ্র ছিদ্র করে বেরিয়ে যায়। অপরপক্ষে, একটি ঢিলের ক্ষেত্রে আরও বেশি ভরবেগ থাকলেও সংঘর্ষের সময় অনেক বেশি হওয়ায় কাঁচে ঢিল ছুড়লে তা কাঁচকে চূর্ণ বিচূর্ণ করে।

প্রশ্ন-১৯। **বলের ঘাতের বৈশিষ্ট্য কী কী?** [কু.বো.'১৫]

উত্তর: বলের ঘাতের বৈশিষ্ট্য:

- বলের ঘাত প্রযুক্ত বল ও এর ক্রিয়াকালের গুণফল।
- এটি একটি ভেক্টর রাশি।
- বলের ঘাত ভরবেগের পরিবর্তনের সমান।
- বলের ঘাতের একক ও মাত্রা ভরবেগের একক ও মাত্রার অনুরূপ।

প্রশ্ন-২০। **বলের ঘাত ভরবেগের পরিবর্তনের সমান– মাত্রা সমীকরণের সাহায্যে ব্যাখ্যা কর।** [কু.বো.'১৫]

উত্তর: প্রযুক্ত বল ও এর ক্রিয়াকালের গুণফলকে বলের ঘাত বলে।

বলের ঘাত, $J = Ft$

$\therefore$ বলের ঘাতের মাত্রা, $[J]$ = বলের মাত্রা × সময়ের মাত্রা $[MLT^{-2} \times T] = [MLT^{-1}]$

আবার, ভরবেগের পরিবর্তন = শেষ ভরবেগ – আদি ভরবেগ = $mv - mv_0$

ভরবেগের পরিবর্তন ও একটি ভরবেগ। সুতরাং এর মাত্রা হবে, mv এর মাত্রা = $[MLT^{-1}]$

$\therefore$ বলের ঘাত = ভরবেগের পরিবর্তন।

প্রশ্ন-২১। **স্থিতিস্থাপক সংঘর্ষ ও অস্থিতিস্থাপক সংঘর্ষের মধ্যে পার্থক্য লিখ।** [ঢা.বো.'১৭]

উত্তর: **স্থিতিস্থাপক সংঘর্ষ ও অস্থিতিস্থাপক সংঘর্ষের মধ্যে পার্থক্য:**

স্থিতিস্থাপক সংঘর্ষ	অস্থিতিস্থাপক সংঘর্ষ
১. সংঘর্ষের আগে ও পরে দুটি বস্তুর আপেক্ষিক বেগ অপরিবর্তিত থাকলে সংঘর্ষটিকে পূর্ণ স্থিতিস্থাপক সংঘর্ষ বলে।	১. যে সংঘর্ষের পর বস্তু দুটি পরস্পরের সঙ্গে যুক্ত হয়ে একটি বস্তুরূপে চলতে থাকে অর্থাৎ যে সংঘর্ষের পর বস্তু দুটির আপেক্ষিক বেগ শূন্য হয়, তাকে অস্থিতিস্থাপক সংঘর্ষ বলে।
২. বস্তুগুলোর মোট গতিশক্তি সংরক্ষিত থাকে।	২. বস্তুগুলোর মোট গতিশক্তি সংরক্ষিত থাকে না।

প্রশ্ন-২২। **দুটি বস্তু সংঘর্ষের পর এক সঙ্গে আটকে গেলে সংঘর্ষটি স্থিতিস্থাপক হবে কি? ব্যাখ্যা কর।** [চ.বো.'১৯]

উত্তর: দুটি বস্তু সংঘর্ষের পর একসঙ্গে আটকে গেলে বস্তু দুটির আপেক্ষিক বেগ শূন্য হয় এবং তাদের গতিশক্তি সংরক্ষিত হয় না। আমরা জানি, যে সংঘর্ষে মোট গতিশক্তি সংরক্ষিত হয় না তা অস্থিতিস্থাপক সংঘর্ষ। তাই দুটি বস্তু সংঘর্ষের পর একসঙ্গে আটকে গেলে সংঘর্ষটি স্থিতিস্থাপক হবে না।

প্রশ্ন-২৩। **পূর্ণ স্থিতিস্থাপক সংঘর্ষ এবং পূর্ণ অস্থিতিস্থাপক সংঘর্ষ এক না ভিন্ন? ব্যাখ্যা করো।** [ম.বো.'২৫]

উত্তর: দুটি বস্তুর মধ্যে সংঘর্ষ হলে সংঘর্ষের পূর্বে ও পরবর্তীতে বস্তু দুটির গতিশক্তি ও ভরবেগ উভয়ই সংরক্ষিত থাকলে সংঘর্ষটি পূর্ণ স্থিতিস্থাপক সংঘর্ষ হবে। ধরা যাক, m_1 ও m_2 ভরবিশিষ্ট দু'টি বস্তু যথাক্রমে u_1 ও u_2 বেগে গতিশীল থাকা অবস্থায় পরস্পরের সাথে পূর্ণ স্থিতিস্থাপক সংঘর্ষে লিপ্ত হয়।

এখন, সংঘর্ষ শেষে তাদের বেগ যথাক্রমে v_1 ও v_2 হলে, পূর্ণ স্থিতিস্থাপক সংঘর্ষের জন্য লেখা যায়–

$$\left.\begin{array}{l} m_1u_1 + m_2u_2 = m_1v_1 + m_2v_2 \\ \frac{1}{2}m_1u_1^2 + \frac{1}{2}m_2u_2^2 = \frac{1}{2}m_1v_1^2 + \frac{1}{2}m_2v_2^2 \end{array}\right\} \ldots\ldots\ldots (1)$$

অপরদিকে, দু'টি বস্তু সংঘর্ষের লিপ্ত হওয়ার পর পরস্পরের সাথে আটকে গেলে তাকে পূর্ণ অস্থিতিস্থাপক সংঘর্ষ বলে। অর্থাৎ, m_1 ও m_2 ভরের দু'টি বস্তু u_1 ও u_2 বেগে চলে পরস্পরের সাথে সংঘর্ষের ফলে পরস্পরের সাথে যুক্ত হয়ে v বেগ নিয়ে চলতে থাকলে পূর্ণ স্থিতিস্থাপক সংঘর্ষের জন্য লেখা যায়–

$$\left.\begin{array}{l} m_1u_1 + m_2u_2 = (m_1 + m_2)v \\ \frac{1}{2}m_1u_1^2 + \frac{1}{2}m_2u_2^2 \neq \frac{1}{2}(m_1 + m_2)v^2 \end{array}\right\} \ldots\ldots\ldots (2)$$

সুতরাং উপরোক্ত (1) ও (2) নং সমীকরণ জোট দুইটির আলোকে বলা যায়, পূর্ণ স্থিতিস্থাপক সংঘর্ষ এবং পূর্ণ অস্থিতিস্থাপক সংঘর্ষ এক নয়।

প্রশ্ন-২৪। 'সমান ভরের দু'টি বস্তুর স্থিতিস্থাপক সংঘর্ষ হলে তারা বেগ বিনিময় করে'— ব্যাখ্যা কর। *[সি.বো.'১৭]*

***অথবা*, দুটি সমান ভরের বস্তুর স্থিতিস্থাপক সংঘর্ষে বস্তুদ্বয় পরস্পর বেগ বিনিময় করে— ব্যাখ্যা কর।** *[রা.বো.'১৫]*

উত্তর: দুটি বস্তুর মধ্যে সংঘর্ষ হলে যদি মোট গতিশক্তি সংরক্ষিত থাকে অর্থাৎ যদি বস্তুগুলোর মোট গতিশক্তির পরিবর্তন না হয়, তাহলে তাকে স্থিতিস্থাপক সংঘর্ষ বলে।

আমরা জানি, দুটি বস্তুর স্থিতিস্থাপক সংঘর্ষের ক্ষেত্রে প্রথম ও দ্বিতীয় বস্তুর শেষ বেগ যথাক্রমে,

$$v_{1f} = \left(\frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}\right)v_{1i} + \left(\frac{2m_2}{m_1 + m_2}\right)v_{2i} \text{ এবং } v_{2f} = \left(\frac{-2m_1}{m_1 + m_2}\right)v_{1i} + \left(\frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2}\right)v_{2i}$$

বস্তুদ্বয়ের ভর সমান হলে, অর্থাৎ $m_1 = m_2 = m$ হলে,

$$v_{1f} = 0 \times v_{1i} + \left(\frac{2m}{m + m}\right)v_{2i} = v_{2i} \text{ এবং } v_{2f} = \left(\frac{2m}{m + m}\right)v_{1i} + 0 \times v_{2i} = v_{1i}$$

অর্থাৎ, প্রথম বস্তুর শেষ বেগ = দ্বিতীয় বস্তুর আদিবেগ আবার দ্বিতীয় বস্তুর শেষ বেগ = প্রথম বস্তুর আদি বেগ।

অতএব, সমান ভরের দুটি বস্তুর মধ্যে স্থিতিস্থাপক সংঘর্ষের ফলে বেগ বিনিময় ঘটে।

প্রশ্ন-২৫। একটি ভারী স্থির বস্তু ও হালকা গতিশীল বস্তুর স্থিতিস্থাপক সংঘর্ষে তাদের বেগের পরিবর্তন ব্যাখ্যা কর। *[য.বো.'১৭]*

উত্তর: একটি ভারী স্থির বস্তু ও হালকা গতিশীল বস্তুর স্থিতিস্থাপক সংঘর্ষের ক্ষেত্রে ভরবেগের সংরক্ষণ সূত্র থেকে পাই,

$$m_1v_{1i} + m_2v_{2i} = m_1v_{1f} + m_2v_{2f}$$

যেখানে, m_1 = ভারী স্থির বস্তুর ভর এবং m_2 = হালকা গতিশীল বস্তুর ভর। এখন যদি সংঘর্ষের পূর্বে m_1 ভরের বস্তু স্থির থাকে অর্থাৎ $v_{1i} = 0$ হয় তাহলে সমীকরণ অনুসারে, $v_{1f} = \left(\frac{2m_2}{m_1 + m_2}\right)v_{2i}$ এবং $v_{2f} = \left(\frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2}\right)v_{2i}$

এখন যেহেতু স্থির বস্তুর ভর গতিশীল বস্তুর চেয়ে অনেক বেশি,

অর্থাৎ, $m_2 - m_1 \approx -m_1$ এবং $m_1 + m_2 \approx m_1$

$m_1 >> m_2$, তাহলে এখন,

$v_{1f} \approx 0$ এবং $v_{2f} \approx -v_{2i}$

অর্থাৎ, একটি হালকা বস্তু যদি একটি থেমে থাকা ভারী বস্তুকে আনুভূমিকভাবে আঘাত করে তাহলে হালকা বস্তুটি প্রায় একই বেগে বিপরীত দিকে ফিরে আসে এবং স্থির বস্তুটি স্থিরই থেকে যায়।

ঘর্ষণ সম্পর্কিত

প্রশ্ন-২৬। আবর্ত ঘর্ষণ বলতে কী বোঝ?

উত্তর: যখন কোনো বস্তু অপর একটি তলের উপর দিয়ে গড়িয়ে যায় তখন গতির বিরুদ্ধে যে ঘর্ষণ ক্রিয়া করে তাকে আবর্ত ঘর্ষণ বলে।

যদি অভিলম্বিক প্রতিক্রিয়া R এবং আবর্ত ঘর্ষণ f_r হয় তাহলে আবর্ত ঘর্ষণাঙ্ক, $\mu_r = \frac{f_r}{R}$

প্রশ্ন-২৭। প্রবাহী ঘর্ষণ বলতে কী বোঝ?

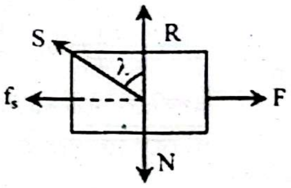
উত্তর: যখন কোনো তরল পদার্থ বা বায়বীয় পদার্থের গতিপথে কোনো স্থিরবস্তু রাখা হয় বা কোনো বস্তুকে তরল বা বায়বীয় পদার্থের মাঝ দিয়ে গতিশীল হতে হয় তখন উভয়ের মধ্যে ঘর্ষণ উৎপন্ন হয়। এই ধরনের ঘর্ষণকে প্রবাহী ঘর্ষণ বলে। সাধারণ জাহাজ পানিতে চলার সময়ে বা বৃষ্টির ফোঁটা বাতাসের মাঝ দিয়ে পড়ার সময়ে এই ধরনের ঘর্ষণের উৎপত্তি হয়।

প্রশ্ন-২৮। প্রযুক্ত বল থেকে ঘর্ষণ বল বেশি হতে পারে না— ব্যাখ্যা করো। *[ঢা.বো.'২৫]*

উত্তর: কোনো স্থির বস্তুর উপর বল প্রয়োগ করলে, সেটি গতিশীল হওয়ার আগ পর্যন্ত ঘর্ষণ বল প্রযুক্ত বলের সমান হয় এবং সর্বোচ্চ তার সীমান্তিক মান পর্যন্ত বাড়তে পারে। যদি ঘর্ষণ বল প্রযুক্ত বলের চেয়ে বেশি হতো, তবে বস্তুটি উল্টো দিকে চলত, যা অসম্ভব। কারণ ঘর্ষণ বল নিজে থেকে কার্যকর হতে পারে না। অতএব ঘর্ষণ বল কখনোই প্রযুক্ত বলের চেয়ে বেশি হতে পারে না; এটি সর্বোচ্চ প্রযুক্ত বলের সমান হতে পারে, কিংবা কম হবে।

প্রশ্ন-২৯। **ঘর্ষণ কোণ বলতে কী বুঝ?**

উত্তর: সীমান্তিক ঘর্ষণের ক্ষেত্রে অভিলম্বিক প্রতিক্রিয়া এবং ঘর্ষণ বলকে সংযোজন করে যে লব্ধ প্রতিক্রিয়া পাওয়া যায় সেটি অভিলম্বিক প্রতিক্রিয়ার সাথে যে কোণ উৎপন্ন করে তাকে ঘর্ষণ কোণ বলে। চিত্রে, সীমান্তিক ঘর্ষণ f_s ও অভিলম্বিক প্রতিক্রিয়া R-কে সংযোজন করে লব্ধ প্রতিক্রিয়া S পাওয়া যায়। S এবং R এর মধ্যবর্তী কোণ λ হচ্ছে ঘর্ষণ কোণ।



জড়তা ও ভরবেগের সংরক্ষণ সম্পর্কিত

প্রশ্ন-৩০। **গুলি ছোড়ার পর বন্দুক পিছনের দিকে সরে আসে কেন?**

উত্তর: গুলি ছোড়ার পূর্বে বন্দুক ও গুলি উভয়ের বেগ শূন্য থাকে; কাজেই তাদের ভরবেগের সমষ্টি শূন্য। গুলির ছোড়ার পর সামনের দিকে গুলির কিছু ভরবেগ উৎপন্ন হয়। ভরবেগের নিত্যতার সূত্র অনুযায়ী গুলি ছোড়ার আগের ভরবেগের সমষ্টি পরের ভরবেগের সমষ্টির সমান হতে হবে। সুতরাং, গুলি ছোড়ার পরের ভরবেগের সমষ্টি শূন্য হতে হলে বন্দুকেরও গুলির সমান ও বিপরীতমুখী একটা ভরবেগ সৃষ্টি হতে হবে। ফলে বন্দুককেও পিছনের দিকে সরে আসতে দেখা যায়।

গাণিতিকভাবে, ভরবেগের নিত্যতার সূত্রানুসারে,

$MV + mv = 0$ [যেখানে, M = বন্দুকের ভর, V = বন্দুকের বেগ, m = গুলির ভর, v = গুলির বেগ]

$\Rightarrow MV = mv$

$\therefore V = -\frac{m}{M}v$; যা ঋণাত্মক।

অর্থাৎ, গুলি ছোড়া হলে, বন্দুক ও গুলির বেগ পরস্পর বিপরীতমুখী হবে। এজন্যে গুলি ছোড়ার পর বন্দুক পিছনের দিকে সরে আসে।

প্রশ্ন-৩১। **জড়তা হতে বলের ধারণা পাওয়া যায় কি? – আলোচনা কর।** *[ব.বো.'১৯]*

উত্তর: জড়তা হতে বলের ধারণা পাওয়া যায়। বস্তুর ওপর কিছু প্রয়োগ না করলে স্থির বস্তু চিরকাল স্থির থাকতে চায় আর গতিশীল বস্তু চিরকাল সমবেগে সরল পথে চলতে চায়। এই ধর্মই হলো বস্তুর জড়তা। অর্থাৎ, বাইরে থেকে যে প্রভাব ক্রিয়া করলে কোনো বস্তুর স্থিতি বা গতির অবস্থার বা জড়তার পরিবর্তন ঘটে তাকে বল বলে। কোনো বস্তুর ভর যত বেশি হয় তার জড়তা তত বেশি হয়। জড়তা বেশি হলে স্থির বস্তুকে গতিশীল করতে বেশি বল প্রয়োগ করতে হয়।

প্রশ্ন-৩২। **ভরকে অনেক সময় জড়তাভর বলা হয় কেন? ব্যাখ্যা কর।** *[য.বো.'২৪]*

***অথবা*, ভরকে জাড্যভর বলা হয় কেন? ব্যাখ্যা কর।** *[সি.বো.'১৯]*

উত্তর: কোনো বস্তু স্থির থাকলে স্থিরই এবং গতিশীল থাকলে গতিশীলই থাকতে চায়। বস্তুর এই প্রবণতাকেই জড়তা বলে। জড়তার পরিমাপ হলো ভর। কোনো বস্তুর ভর যত বেশি, তার জড়তাও তত বেশি হবে। তাই, ভরকে জড়তাভর বা জাড্যভর বলার কারণ হলো ভর কোনো বস্তুর জড়তার পরিমাপ।

প্রশ্ন-৩৩। **রৈখিক ভরবেগের নিত্যতার নীতিতে দিকের গুরুত্ব আছে কি না? আলোচনা কর।** *[ব.বো.'২৩]*

উত্তর: আমরা জানি, রৈখিক ভরবেগ, $\vec{p} = m\vec{v}$। যেহেতু, ভরবেগ $\vec{p}$ একটি ভেক্টর রাশি, সুতরাং $\vec{p}$ সংরক্ষিত হওয়ার অর্থ হচ্ছে এর মান ও দিক উভয়ই অপরিবর্তিত থাকবে। ভরবেগের সংরক্ষণ সূত্র অনুসারে সংঘর্ষের পূর্বে ব্যবস্থার ভরবেগের ভেক্টর সমষ্টি আর সংঘর্ষের পরে ব্যবস্থার ভরবেগের ভেক্টর সমষ্টি সর্বদা সমান থাকে। তাই রৈখিক ভরবেগের নিত্যতার নীতিতে দিকের গুরুত্ব রয়েছে।

প্রশ্ন-৩৪। **একজন দৌড়বিদ দৌড়ের শুরুতে সামনের দিকে ঝুঁকে থাকে কেন? ব্যাখ্যা কর।** *[ঢা.বো.'১৫]*

উত্তর: একজন দৌড়বিদ দৌড়ের শুরুতে সামনের দিকে ঝুঁকে থাকেন। কারণ যখন তিনি দৌড় শুরু করেন তখন তার শরীরে নিচের অংশ গতিশীল হয় কিন্তু উপরের অংশ জড়তার কারণে স্থির থাকতে চায়। এতে দৌড়বিদ পিছনের দিকে সাময়িক হেলে পড়তে পারেন বা দৌড়ের গতি কমে যেতে পারে। তাই দৌড়বিদ দৌড়ের শুরুতে সামনের দিকে ঝুঁকে থাকে যাতে শরীরের সমস্ত অংশ এক সাথে গতিশীল হয়।

প্রশ্ন-৩৫। **ক্রিকেট খেলোয়াড় বল ধরার সময় হাত পেছনে নেয় কেন? ব্যাখ্যা করো।** *[সি.বো.'২৫]*

***অথবা*, একজন ক্রিকেট খেলোয়ার মাঠে বল ধরার সময় হাত পেছনে নেন কেন? ব্যাখ্যা কর।** *[রা.বো.'১৯]*

উত্তর: আমরা জানি, জড়তার কারণে গতিশীল বস্তু সর্বদা গতিশীল এবং স্থির বস্তু সর্বদা স্থির থাকতে চায়। তাই, যখন ক্রিকেট বল গতিশীল থাকে তখন গতি জড়তার কারণে গতিশীল থাকতে চায়। এজন্যই খেলোয়াড় যখন বলটিকে লুফে নেয় তখন হাত পেছনে নেয়, যাতে বলের গতিজড়তা বেশি সময় ধরে বজায় থাকে। অন্যথায় ক্ষুদ্র সময়ে বৃহৎ বলের ক্রিয়ার দরুণ বলটি হাত থেকে ফসকে যাওয়ার বা হাতে আঘাত পাওয়ার আশঙ্কা থাকে।

প্রশ্ন-৩৬। **নৌকা থেকে লাফ দেওয়ার সময় নৌকা পিছিয়ে যায় কেন?** *[দি.বো.'২১]*

উত্তর: আরোহী নৌকা থেকে লাফিয়ে নামলে নৌকাটি পিছিয়ে যায়। লাফ দেবার আগে নৌকা ও আরোহী স্থির ছিল বলে ওদের মোট ভরবেগ শূন্য ছিল। সামনে লাফ দেওয়ায় আরোহী সচল হয়ে ভরবেগ লাভ করে। ভরবেগের সংরক্ষণ সূত্র অনুযায়ী মোট ভরবেগ শূন্য থাকে। তাই নৌকাটিতে সমান ও বিপরীতমুখী ভরবেগ সৃষ্টি হয়। ফলে নৌকাটি সচল হয়ে পিছিয়ে যায়।

প্রশ্ন-৩৭। **রকেটের গতি কীভাবে ভরবেগের সংরক্ষণনীতি মেনে চলে?** **[য.বো.'২১]**

উত্তর: রকেটটির ইঞ্জিন কর্তৃক যেই গ্যাস নির্গমন করা হয়, সেই গ্যাসের একটি ভরবেগ থাকে। উক্ত ভরবেগ সংরক্ষিত থাকার জন্য রকেট বিপরীত দিকে গতিপ্রাপ্ত হয়। রকেট থেকে গ্যাস যখন একটি নির্দিষ্ট হারে নির্গত হতে থাকে, তখন গ্যাসের গতির বিপরীত দিকে রকেটটি একটি স্থির বল লাভ করে। এই বলকে ধাক্কা (Thrust) বলে। ব্যবহৃত জ্বালানির হার এবং নির্গত গ্যাসের বেগের অপেক্ষকরূপে এই ধাক্কাকে প্রকাশ করার জন্য আমরা একটি সমীকরণ প্রতিপাদন করতে পারি।

ধরা যাক, রকেট থেকে জ্বালানি তথা গ্যাস v ধ্রুব বেগে নির্গত হচ্ছে।

Δt সময়ে নির্গত গ্যাসের ভর Δm হলে, নির্গত গ্যাসের ভরবেগ হবে, $\Delta p = (\Delta m)\, v$

নির্গত গ্যাসের এই ভরবেগ রকেটস্থ জ্বালানির ভরবেগের পরিবর্তনের সমান। ভরবেগের সংরক্ষণ সূত্রানুসারে জ্বালানির ভরবেগের এই পরিবর্তন রকেটটির ভরবেগের পরিবর্তনের সমান।

জড়তার ভ্রামক ও চক্রগতির ব্যাসার্ধ সম্পর্কিত

প্রশ্ন-৩৮। **জড়তার ভ্রামক বা মোমেন্ট বলতে কী বোঝ?**

উত্তর: কোনো ঘূর্ণন অক্ষ থেকে কোনো দৃঢ় বস্তুর প্রত্যেকটি কণার লম্ব দূরত্বের বর্গ এবং এদের প্রত্যেকের ভরের গুণফলের সমষ্টিকে ঐ অক্ষের সাপেক্ষে ঐ বস্তুর জড়তার ভ্রামক বলে।

একক: S.I. পদ্ধতিতে জড়তার ভ্রামকের একক $kg\, m^2$

মাত্রা: জড়তার ভ্রামক, $[I] = [ML^2]$

প্রশ্ন-৩৯। **কোনো ঘূর্ণায়মান বস্তুর জড়তার ভ্রামক $15 kgm^2$ বলতে কী বুঝ?** **[ঢা.বো.'২৪]**

উত্তর: একটি দৃঢ় বস্তু কোনো একটি স্থির অক্ষের চারদিকে আবর্তিত হতে থাকলে ওই অক্ষের সাপেক্ষে বস্তুটির জড়তার ভ্রামক বলতে অক্ষ হতে প্রতিটি কণার দূরত্বের বর্গ ও এদের প্রত্যেকের ভরের গুণফলের সমষ্টিকে বোঝায়। কোনো ঘূর্ণায়মান বস্তুর জড়তার ভ্রামক $15\ kgm^2$ বলতে বুঝায় ঐ বস্তুর প্রত্যেক কণার ভর এবং নির্দিষ্ট অক্ষ থেকে তাদের প্রত্যেকের লম্ব দূরত্বের বর্গের গুণফলের সমষ্টি $15\ kgm^2$।

Similar Question

✓ **'জড়তার ভ্রামক $50\ kgm^2$' বলতে কি বোঝ?** **[রা.বো.'১৭]**

প্রশ্ন-৪০। **ঘূর্ণন গতির ক্ষেত্রে জড়তার ভ্রামক বস্তুর ভরের সমতুল্য—ব্যাখ্যা কর।** **[কু.বো.'১৭]**

উত্তর: বস্তু তার গতিশীল অবস্থা অক্ষুণ্ন রাখতে চাওয়ার ধর্ম হচ্ছে জড়তা। তেমনি নির্দিষ্ট অক্ষের সাপেক্ষে বস্তুর ঘূর্ণনশীল অবস্থা অক্ষুণ্ন রাখতে চাওয়ার ধর্ম হচ্ছে ঐ অক্ষের সাপেক্ষে ঘূর্ণন জড়তা বা জড়তার ভ্রামক। জড়তার জন্য বস্তু তার ওপর বল প্রয়োগে বেগের পরিবর্তনকে বাধা দেয়, নির্দিষ্ট অক্ষের সাপেক্ষে ঘূর্ণন জড়তা ঐ অক্ষের সাপেক্ষে তার উপর টর্ক প্রয়োগে কৌণিক বেগের পরিবর্তনে বাধা দেয়। যেহেতু জড়তা পরিমাপের একককে ভর বলে আবার ঘূর্ণন জড়তার পরিমাপকে ঘূর্ণন ভরও বলা হয়। রৈখিক গতির ক্ষেত্রে ভর যে ভূমিকা পালন করে, ঘূর্ণন গতির ক্ষেত্রে ঘূর্ণন জড়তা একই ভূমিকা পালন করে। সুতরাং, বলা যায় ঘূর্ণন গতির ক্ষেত্রে জড়তার ভ্রামক ভরের সমতুল্য।

প্রশ্ন-৪১। **জড়তার ভ্রামকের সাথে চক্রগতির ব্যাসার্ধের সম্পর্ক ব্যাখ্যা কর।** **[চ.বো.'১৬]**

উত্তর: ধরা যাক, একটি বস্তুর ভর M এবং কোনো অক্ষের সাপেক্ষে তার জড়তার ভ্রামক I। এখন কল্পনা করা যাক, ঐ বস্তুর ভর M সমগ্র বস্তুর মধ্যে বণ্টিত না থেকে একটি বিন্দুতে কেন্দ্রীভূত আছে। ঘূর্ণন অক্ষ থেকে ঐ কেন্দ্রীভূত বস্তুর লম্ব দূরত্ব যতো হলে ঐ অক্ষের সাপেক্ষে পুঞ্জিভূত বস্তুর জড়তার ভ্রামক সমগ্র বস্তুর জড়তার ভ্রামক I এর সমান হবে, সেই দূরত্বকে চক্রগতির ব্যাসার্ধ K বলে।

$\therefore I = MK^2$

বা, $K = \sqrt{\dfrac{I}{M}}$

প্রশ্ন-৪২। **কোনো অক্ষের সাপেক্ষে একটি বস্তুর চক্রগতির ব্যাসার্ধ $0.9\ m$ বলতে কী বোঝায়?** **[ঢা.বো.'১৯]**

উত্তর: কোনো অক্ষের সাপেক্ষে একটি বস্তুর চক্রগতির ব্যাসার্ধ $0.9\ m$ বলতে বোঝায় ঐ অক্ষ হতে $0.9\ m$ দূরে বস্তুটির সমগ্র ভর কেন্দ্রীভূত আছে বিবেচনা করে জড়তার ভ্রামক নির্ণয় করলে সমগ্র বস্তুটির জড়তার ভ্রামক পাওয়া যায়।

প্রশ্ন-৪৩। **কৌণিক গতিতে গতিশীল কোনো বস্তুর গতিপথের ব্যাসার্ধ ও চক্রগতির ব্যাসার্ধ একই হতে পারে কি? ব্যাখ্যা করো।** **[চ.বো.'২৫]**

উত্তর: কৌণিক গতিতে গতিশীল কোনো বস্তুর গতিপথের ব্যাসার্ধ বলতে ঘূর্ণন অক্ষ থেকে বস্তুর কেন্দ্র বা একটি নির্দিষ্ট কণার প্রকৃত দূরত্বকে বোঝায়, যা একটি জ্যামিতিক পরিমাপ। অন্যদিকে, চক্রগতির ব্যাসার্ধ হলো এমন দূরত্ব যা থেকে বস্তুর সমস্ত ভর কেন্দ্রীভূত হয়েছে বলে কল্পনা করা হয়, যাতে জড়তার ভ্রামক অপরিবর্তিত থাকে। শুধুমাত্র দুইটি ক্ষেত্রে এই দুটি ব্যাসার্ধ একই হতে পারে, যখন-

i. বস্তুটি একটি বিন্দু আকারের কণা হয়, কারণ সেক্ষেত্রে তার সমস্ত ভর একটি বিন্দুতে কেন্দ্রীভূত থাকে এবং ঘূর্ণন অক্ষ থেকে তার একমাত্রিক দূরত্বই তার গতিপথ ও চক্রগতির ব্যাসার্ধ উভয়ই নির্দেশ করে।

ii. যখন বস্তুটি একটি পাতলা বৃত্তাকার রিংয়ের আকৃতির হয়, যার ঘূর্ণন অক্ষ হচ্ছে ভরকেন্দ্রগামী লম্ব অক্ষের সাপেক্ষে।

CS CamScanner

প্রশ্ন-৪৪। **ঘূর্ণনক্ষম কোনো বস্তুর জড়তার ভ্রামক বেশি হলে কি হয়? ব্যাখ্যা কর।** [ঢা.বো.'২১]

উত্তর: জড়তার পরিমাপ হচ্ছে ভর। কোনো একটি অক্ষের সাপেক্ষে ঘূর্ণনরত একটি বস্তুর ঘূর্ণনগতির পরিবর্তনকে বাঁধা দেয়ার প্রয়াসকে জড়তার ভ্রামক বলে। জড়তার ভ্রামক ঘূর্ণন অক্ষ থেকে ভরের বণ্টন ও দূরত্বের উপর নির্ভর করে। ঘূর্ণনক্ষম কোনো বস্তুর কৌণিক ভরবেগ বস্তুটির ভরবেগের ভ্রামকের সমান।

আমরা জানি, $L = I\omega$ এবং $\tau = I\alpha = I\dfrac{d\omega}{dt}$।

অর্থাৎ, কোনো বস্তুর জড়তার ভ্রামক বেশি হলে এর কৌণিক ভরবেগের মান বেশি হবে এবং বস্তুটির ঘূর্ণন বন্ধ করতে ততো বেশি টর্ক প্রয়োগ করতে হবে।

প্রশ্ন-৪৫। **"একক সমকৌণিক বেগে ঘূর্ণায়মান কোনো দৃঢ় বস্তুর জড়তার ভ্রামক সংখ্যাগতভাবে এর কৌণিক ভরবেগের সমান।"–ব্যাখ্যা কর।** [য.বো.'২৩]

***অথবা*, দেখাও যে, একক সমকৌণিক বেগে ঘূর্ণনরত কোনো বস্তুর জড়তার ভ্রামক এর কৌণিক ভরবেগের সমান।** [য.বো.'২১; চ.বো.'১৫]

উত্তর: একটি বস্তু কোনো অক্ষের সাপেক্ষে ω সমকৌণিক বেগে ঘুরছে। বস্তুটির $m_1, m_2, m_3, \ldots \ldots, m_n$ ভরের কণা অক্ষ থেকে $r_1, r_2, r_3, \ldots \ldots, r_n$ দূরে অবস্থিত।

কোনো কণার কৌণিক ভরবেগ $= mvr = m\omega r^2$

$L = m_1\omega r_1^2 + m_2\omega r_2^2 + m_3\omega r_3^2 + \ldots \ldots \ldots + m_n\omega r_n^2 = \omega \sum m.r^2 = \omega I$

বস্তুটি একক সমকৌণিক বেগে ঘুরলে, $L = I$

তাই বলা যায়, একক সমকৌণিক বেগে ঘূর্ণনরত কোনো বস্তুর জড়তার ভ্রামক এর কৌণিক ভরবেগের সমান।

কৌণিক ভরবেগ সম্পর্কিত

প্রশ্ন-৪৬। **কৌণিক ভরবেগ বলতে কী বোঝ?**

উত্তর: ঘূর্ণায়মান কোনো কণার ব্যাসার্ধ ভেক্টর এবং রৈখিক ভরবেগের ভেক্টর গুণফলকে কৌণিক ভরবেগ বলে।

ব্যাখ্যা: ঘূর্ণন অক্ষের সাপেক্ষে কোনো কণার ব্যাসার্ধ ভেক্টর বা অবস্থান ভেক্টর $\vec{r}$ এবং ঐ কণার রৈখিক ভরবেগ $\vec{p}$ হলে, ঐ বিন্দুর সাপেক্ষে কণাটির কৌণিক ভরবেগ, $\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p} = rp\sin\theta$ [এক্ষেত্রে θ হলো $\vec{r}$ ও $\vec{p}$ এর মধ্যবর্তী কোণ]

কৌণিক ভরবেগের একক kgm^2s^{-1} এবং মাত্রা ML^2T^{-1}

প্রশ্ন-৪৭। **কৌণিক ভরবেগের দিক কীভাবে পাওয়া যায়, ব্যাখ্যা কর।** [ঢা.বো.'২২]

উত্তর: ঘূর্ণায়মান কোনো কণার ব্যাসার্ধ ভেক্টর এবং রৈখিক ভরবেগের ভেক্টর গুণফলকে কৌণিক ভরবেগ বলে। ঘূর্ণন বিন্দু বা অক্ষের সাপেক্ষে কোনো কণার ব্যাসার্ধ ভেক্টর বা অবস্থান ভেক্টর $\vec{r}$ এবং ঐ কণার রৈখিক ভরবেগ $\vec{p}$ হলে, ঐ বিন্দু বা অক্ষের সাপেক্ষে কণাটির কৌণিক ভরবেগ, $\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p}$।

এর দিক হচ্ছে $\vec{r}$ ও $\vec{p}$ যে সমতলে অবস্থিত সেই সমতলের লম্বদিকে এবং এই দিক ডানহাতি স্ক্রু নিয়মের সাহায্যে নির্ণয় করা যাবে।

প্রশ্ন-৪৮। **ঘূর্ণনরত বস্তুর কৌণিক ভরবেগ কোন শর্তে শূন্য হয়– ব্যাখ্যা কর।** [দি.বো.'১৯]

উত্তর: $\vec{p}$ রৈখিক ভরবেগবিশিষ্ট কোনো কণার অবস্থান ভেক্টর $\vec{r}$ হলে, আমরা পাই, $\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p}$

$\therefore L = rp\sin\theta \quad \ldots \ldots \ldots (i)$

এখানে, θ হলো $\vec{r}$ ও $\vec{p}$ এর মধ্যবর্তী কোণ। একে কৌণিক সরণ বলা হয়। যদি $\theta = 0°$ হয়, তাহলে $\sin 0° = 0$ হয়। সেক্ষেত্রে $L = 0$ হয়।

অর্থাৎ, $\theta = 0°$ হলে কৌণিক ভরবেগের মান শূন্য হয়।

অতএব, ঘূর্ণনরত বস্তুর ব্যাসার্ধ ভেক্টর ও ভরবেগের মধ্যবর্তী কোণ শূন্য হলে কৌণিক ভরবেগ শূন্য হবে।

প্রশ্ন-৪৯। **বৃত্তাকার পথে ঘূর্ণনরত কোনো দৃঢ় বস্তুর প্রত্যেকটি কণার কৌণিক গতিশক্তি সমান হলেও রৈখিক গতিশক্তি ভিন্ন হয়– ব্যাখ্যা কর।** [ঢা.বো.'১৯]

উত্তর: কোনো বস্তু বা কণার রৈখিক গতিশক্তি তার রৈখিক বেগের বর্গের সমানুপাতিক এবং কৌণিক গতিশক্তি কৌণিক বেগের বর্গের সমানুপাতিক। কোনো বস্তু বৃত্তাকার পথে ঘূর্ণনরত থাকলে এর প্রতিটি কণা সমান সময়ে সমান কৌণিক দূরত্ব অতিক্রম করে। ফলে প্রতিটি কণার কৌণিক বেগ তথা কৌণিক গতিশক্তি সমান হয়। কিন্তু বৃত্তাকার পথের কেন্দ্রের নিকটবর্তী কণাসমূহের তুলনায় দূরবর্তী কণাসমূহ সমান সময়ে অধিক রৈখিক দূরত্ব অতিক্রম করে। ফলে এদের রৈখিক বেগ তথা রৈখিক গতিশক্তি বেশি হয়। সুতরাং, বৃত্তাকার পথে ঘূর্ণনরত কোনো দৃঢ় বস্তুর প্রতিটি কণার কৌণিক গতিশক্তি সমান হলেও রৈখিক গতিশক্তি ভিন্ন হয়।

প্রশ্ন-৫০। **একজন নর্তকী নাচার সময় হাত সংকুচিত করলে ঘূর্ণনে কী সুবিধা পায়? ব্যাখ্যা কর।** [ঢা.বো.'২৩]

***অথবা*, ব্যালে ড্যান্সের ক্ষেত্রে কৌণিক ভরবেগের প্রভাব ব্যাখ্যা কর।** [য.বো.'২২]

***অথবা*, একজন নৃত্যশিল্পী ঘূর্ণনের সময় দুই হাত ভাঁজ করে নেয় কেন? ব্যাখ্যা কর।** [চ.বো.'২১]

উত্তর: কৌণিক ভরবেগের নিত্যতা সূত্রানুসারে, কোনো ব্যবস্থার উপর প্রযুক্ত নিট টর্ক শূন্য হলে ব্যবস্থাটির মোট কৌণিক ভরবেগ সংরক্ষিত থাকে। সেক্ষেত্রে, কৌণিক ভরবেগ, $L = I\omega =$ ধ্রুবক। একজন ব্যালে ড্যান্সার ঘূর্ণনের সময় যখন দুই হাত ভাঁজ করে, তখন তার শরীরের অঙ্গভঙ্গির পরিবর্তনের জন্য জড়তার ভ্রামক পরিবর্তিত হয়। কিন্তু বাইরে থেকে কোনো বল তথা টর্ক প্রযুক্ত হয় না। তাই কৌণিক ভরবেগ ধ্রুব থাকার জন্য ড্যান্সার তার কৌণিক বেগ ইচ্ছামত পরিবর্তন করে ফেলতে পারে।

CS CamScanner

Short Question-Answer

প্রশ্ন-৫১। হাত গুটানো বা প্রসারিত অবস্থায় ঘুরলে কোন ক্ষেত্রে কৌণিক বেগ বেশি হবে? ব্যাখ্যা কর। [য.বো.'২১]

উত্তর: আমরা জানি,

$$L = I_1\omega_1 = I_2\omega_2$$
$$\Rightarrow I_1\omega_1 = I_2\omega_2$$
$$\Rightarrow \frac{\omega_2}{\omega_1} = \frac{I_1}{I_2} \quad [I_1 > I_2]$$

এখানে,
হাত প্রসারিত অবস্থায় জড়তার ভ্রামক = I_1
হাত প্রসারিত অবস্থায় কৌণিক বেগ = ω_1
হাত গুটানো অবস্থায় জড়তার ভ্রামক = I_2
হাত গুটানো অবস্থায় কৌণিক বেগ = ω_2

হাত প্রসারিত অবস্থায় জড়তার ভ্রামক বেশি থাকে এবং হাত ভাঁজ অবস্থায় জড়তার ভ্রামক কমে যায়।

অর্থাৎ, $I_1 > I_2$.

$\therefore \omega_2 > \omega_1$

সুতরাং, হাত গুটানো অবস্থায় কৌণিক বেগ বেশি থাকে। [Ans.]

প্রশ্ন-৫২। নিজ অক্ষের চারদিকে ঘূর্ণায়মান কোনো ব্যক্তির জড়তার ভ্রামক অর্ধেক হলে কৌণিক গতি দ্বিগুণ হয়– এর তাৎপর্য লিখ। [ব.বো.'১৭]

উত্তর: কৌণিক ভরবেগের সংরক্ষণ সূত্র অনুযায়ী,

$$L = I_1\omega_1 = I_2\omega_2$$

জড়তার ভ্রামক অর্ধেক হলে অর্থাৎ, $I_2 = \frac{I_1}{2}$ হলে কৌণিক গতি যদি ω_2 হয় তাহলে,

$$I_1\omega_1 = I_2\omega_2$$
$$\text{বা, } I_1\omega_1 = \frac{I_1}{2}\omega_2$$
$$\therefore \omega_2 = 2\omega_1$$

অর্থাৎ, জড়তার ভ্রামক অর্ধেক হলে কৌণিক গতি দ্বিগুণ হয়। ফলে কৌণিক ভরবেগ সংরক্ষিত হয়।

টর্ক সম্পর্কিত

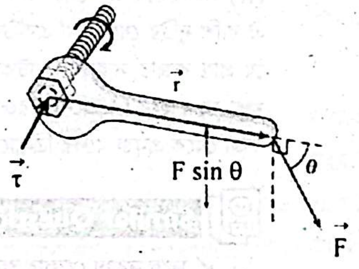
প্রশ্ন-৫৩। কোনো বস্তুর উপর ক্রিয়াশীল টর্ক কখন শূন্য হয়? ব্যাখ্যা কর। [কু.বো.'১৯]

উত্তর: টর্ক হচ্ছে ব্যাসার্ধ ভেক্টর এবং প্রযুক্ত বলের ভেক্টর গুণফল। সুতরাং, ব্যাসার্ধ ভেক্টর বরাবর অথবা উক্ত ভেক্টরের বিপরীত দিকে বল প্রয়োগ করা হলে টর্ক শূন্য হয়। আবার, প্রযুক্ত নিট বল শূন্য হলেও টর্ক শূন্য হয়।

প্রশ্ন-৫৪। টর্কের দিক কীভাবে নির্ণয় করবে? [ম.বো.'২৩]

উত্তর: ধরা যাক, কোনো বস্তু কণার অবস্থান ভেক্টর $\vec{r}$ এবং তার উপর ক্রিয়াশীল বল $\vec{F}$। তাহলে সংজ্ঞানুসারে বস্তুটির উপর প্রযুক্ত টর্ক, $\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F} = rF\sin\theta\,\hat{\eta}$

এখানে, $\theta = \vec{r}$ এবং $\vec{F}$ এর মধ্যবর্তী কোণ; $\hat{\eta} = \vec{r}$ এবং $\vec{F}$ এর সমতলের লম্বদিকে একক ভেক্টর। $\vec{\tau}$ এর দিক হয় $\vec{r}$ এবং $\vec{F}$ এর সমতলের লম্ব বরাবর যা ডানহাতি স্ক্রু নিয়মে নির্ণয় করতে হয়।



উদাহরণস্বরূপ, একটি বল্টুকে যখন রেঞ্চের সাহায্যে পেঁচানো হয় তখন একে চিত্রানুসারে $\vec{F}$ বল প্রয়োগ করা হয়। এক্ষেত্রে ব্যাসার্ধ ভেক্টর $\vec{r}$ বল্টু হতে রেঞ্চের দিকে ক্রিয়াশীল। ডানহাতি স্ক্রু নিয়মানুসারে $\vec{r}$ হতে $\vec{F}$ এর দিকে রেঞ্চটিকে ক্ষুদ্রতর θ কোণে ঘুরালে বল্টুটি যেদিকে গতিশীল হবে সেদিকেই টর্ক $\vec{\tau}$ এর দিক।

প্রশ্ন-৫৫। বল ও টর্ক এক নয় কেন? ব্যাখ্যা কর। [চ.বো.'২৪]

উত্তর: বস্তুর স্থির বা গতিশীল অবস্থার পরিবর্তন ঘটায় বল। কোনো বিন্দু বা অক্ষকে কেন্দ্র করে ঘূর্ণায়মান কোনো কণার ব্যাসার্ধ ভেক্টর এবং কণার উপর প্রযুক্ত বলের ভেক্টর গুণফলকে ঐ বিন্দু বা অক্ষের সাপেক্ষে কণাটির উপর প্রযুক্ত টর্ক বলে। বল হচ্ছে ভর (স্কেলার রাশি) ও ত্বরণ (ভেক্টর রাশি) এর সাধারণ গুণফল। বল, $\vec{F} = m \times \vec{a}$। টর্ক হলো ব্যাসার্ধ ভেক্টর (r) ও কণার উপর প্রযুক্ত বলের (F) ভেক্টর গুণফল। অর্থাৎ,

টর্ক, $\tau = \vec{r} \times \vec{F}$

$\therefore$ টর্কের মান, $\tau = rF\sin\theta$ [যেখানে, $\theta = \vec{r}$ ও $\vec{F}$ এর মধ্যবর্তী কোণ]

এছাড়াও, τ হলো জড়তার ভ্রামক I এবং কৌণিক ত্বরণ (α) এর বীজগাণিতিক গুণফল। অর্থাৎ, $\tau = I\alpha$।

অতএব, বল ও টর্ক দুটি সম্পূর্ণ ভিন্নশ্রেণীয় রাশি।

প্রশ্ন-৫৬। **টর্ক ও বলের মধ্যে পার্থক্য লিখ।** [কু.বো.'২১]

উত্তর: টর্ক ও বলের মধ্যে পার্থক্য:

টর্ক	বল
(i) সংজ্ঞা: কোনো বিন্দু বা অক্ষকে কেন্দ্র করে ঘূর্ণায়মান কোনো কণার ব্যাসার্ধ ভেক্টর এবং কণার উপর প্রযুক্ত বলের ভেক্টর গুণফলকে ঐ বিন্দু বা অক্ষের সাপেক্ষে কণাটির উপর প্রযুক্ত টর্ক বলে। একে τ দ্বারা সূচিত করা হয়।	(i) সংজ্ঞা: যে বাহ্যিক কারণ বস্তুর স্থির বা গতিশীল অবস্থার পরিবর্তন ঘটায় বা ঘটাতে চায় তাকে বল বলে। একে F দ্বারা সূচিত করা হয়।
(ii) একক: নিউটন-মিটার (N-m)	(ii) একক: নিউটন (N)

প্রশ্ন-৫৭। **পৃথিবীর ঘূর্ণনের ক্ষেত্রে টর্ক না থাকার কারণ ব্যাখ্যা কর।** [য.বো.'১৭]

উত্তর: পৃথিবীর ঘূর্ণনের ক্ষেত্রে কোনো টর্ক প্রযুক্ত হয় না। প্রযুক্ত টর্ক শূন্য হলে ব্যবস্থার কৌণিক ভরবেগ ধ্রুবক থাকে, অর্থাৎ সংরক্ষিত হয়। যেহেতু বাইরে থেকে কোনো বল তথা টর্ক প্রযুক্ত হচ্ছে না, তাই তার কৌণিক ভরবেগ ধ্রুবক থাকে অর্থাৎ তার জড়তার ভ্রামক ও কৌণিক বেগের গুণফল সবসময় একই থাকে। সুতরাং পৃথিবী তার কক্ষপথে সমকৌণিক বেগে ঘূর্ণনরত থাকতে পারে; এই কারণে পৃথিবীর ঘূর্ণনের ক্ষেত্রে কোনো টর্ক থাকে না।

প্রশ্ন-৫৮। **ভারী যন্ত্রপাতির নাট বল্টু খোলার জন্য লম্বা হাতলযুক্ত হাতিয়ার ব্যবহার করা সুবিধাজনক কেন— ব্যাখ্যা করো।** [ম.বো.'২৫]

উত্তর: নাট-বল্টু খোলার কোনো যন্ত্রের ব্যাসার্ধ ভেক্টর $\vec{r}$ এবং ঐ যন্ত্রের উপর প্রযুক্ত বল $\vec{F}$ হলে ঐ নাট-বল্টুকে ঘুরিয়ে খোলার জন্য প্রয়োজনীয় টর্ক,

$$\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F}$$

অর্থাৎ, $\tau = rF \sin\theta$

যেখানে, θ হচ্ছে $\vec{r}$ ও $\vec{F}$ এর মধ্যবর্তী কোণ।

এখন, কোনো নাট বা বল্টুকে খোলার জন্য প্রয়োজনীয় টর্ক τ নির্দিষ্ট হলে, এক্ষেত্রে যন্ত্রের ব্যাসার্ধ ভেক্টরের (r) মান বড় হলে, অপেক্ষাকৃত কম বল (F) প্রয়োগেই সেটিকে খোলা সম্ভব হবে। এজন্য, যন্ত্রের হাতলটিকে সেক্ষেত্রে লম্বা হতে হবে (কারণ, এর ফলে r এর মান বেশি হয়) এবং সেজন্যই ভারী যন্ত্রপাতির নাট-বল্টু খোলার ক্ষেত্রে লম্বা হাতলযুক্ত যন্ত্র ব্যবহার করা সুবিধাজনক।

Similar Question

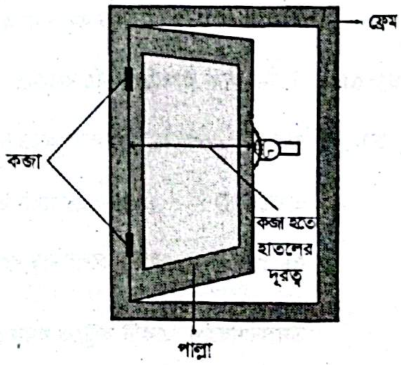
✓ "গাড়ির চাকার নাট-বল্টু খোলার ক্ষেত্রে লম্বা হাতলযুক্ত যন্ত্র ব্যবহার সুবিধাজনক"-ব্যাখ্যা কর। [রা.বো.'২১]

প্রশ্ন-৫৯। **দরজার হাতল মাঝে না রেখে প্রান্তে রাখা হয় কেন?** [রা.বো.'২২]

উত্তর: দরজার পাল্লা কব্জার সাহায্যে ফ্রেমের সঙ্গে আটকানো থাকে। কব্জা থেকে কিছু দূরে পাল্লায় বল প্রয়োগ করলে পাল্লা কব্জাকে অক্ষ করে ঘুরতে শুরু করে। পাল্লার এ ঘূর্ণনের জন্য প্রয়োজনীয় টর্ক দুটি রাশির ওপর নির্ভর করে–

(i) প্রযুক্ত বলের ওপর,
(ii) অক্ষ থেকে ঐ বলের ক্রিয়ারেখার লম্ব দূরত্বের ওপর।

ঐ রাশি দুটির যেকোনো একটির মান বাড়লেই টর্ক বাড়বে। অতএব, বলের মান স্থির রেখে দরজার পাল্লার যে প্রান্ত কব্জার সাহায্যে আটকানো তার বিপরীত প্রান্তে, অর্থাৎ হাতলে বল প্রয়োগ করা হলে দরজা দ্রুত খুলা সম্ভব হবে। এজন্যে দরজার হাতল পাল্লার মাঝে না রেখে প্রান্তে রাখা হয় যেন বলের মান স্থির রেখে কব্জা থেকে প্রযুক্ত বলের ক্রিয়ারেখা সর্বোচ্চ রেখে পাল্লা খোলা বা বন্ধ করা সহজ হয়।



Similar Questions

✓ দ্রুত দরজা খোলার জন্য বল কোথায় প্রয়োগ করতে হয়? ব্যাখ্যা করো। [ব.বো.'২৫]
✓ কোথায় বল প্রয়োগে দরজা দ্রুত খুলবে– ব্যাখ্যা কর। [ম.বো.'২২]

কেন্দ্রমুখী বল ও ব্যাংকিং কোণ সম্পর্কিত

প্রশ্ন-৬০। **কেন্দ্রমুখী বল বলতে কী বোঝ?**

উত্তর: বৃত্তাকার পথে ঘূর্ণায়মান কোনো বস্তুর ওপর যে বল বৃত্তের কেন্দ্রের দিকে ক্রিয়া করে বস্তুটিকে বৃত্তপথে গতিশীল রাখে তাকে কেন্দ্রমুখী বল বা অভিকেন্দ্র বল বলে।

ব্যাখ্যা: মনে করি একটি বস্তু বৃত্তপথে ঘূর্ণনরত। ধরি, বস্তুটির ভর = m, দ্রুতি = v, বৃত্তের ব্যাসার্ধ = r.

$\therefore$ কেন্দ্রমুখী ত্বরণ, $a = \frac{v^2}{r}$

আমরা জানি যে, বলের ক্রিয়ায় বস্তু ত্বরিত হয়।

সুতরাং, নিউটনের দ্বিতীয় সূত্রানুযায়ী, কেন্দ্রমুখী বল, $F = ma = \frac{mv^2}{r}$

CS CamScanner

প্রশ্ন-৬১। কেন্দ্রমুখী বল কোন কোন বিষয়ের উপর নির্ভর করে? [ঢা.বো.'২৪]

উত্তর: আমরা জানি, m ভরের কোনো বস্তু r ব্যাসার্ধের বৃত্তাকার পথে যদি v সমদ্রুতিতে কিংবা ω সমকৌণিক দ্রুতিতে গতিশীল থাকে তখন বস্তুটির কেন্দ্রমুখী বল, $F_c = \frac{mv^2}{r} = m\omega^2 r$

উপরোক্ত সমীকরণ অনুসারে কেন্দ্রমুখী বল F_c বস্তুর ভর, বৃত্তাকার পথের ব্যাসার্ধ, বস্তুর দ্রুতি কিংবা সমকৌণিক দ্রুতি; এসকল রাশির উপর নির্ভর করে।

প্রশ্ন-৬২। নিউক্লিয়াসের ওপর ইলেকট্রনের দিকে প্রযুক্ত বল কী ধরনের বল? ব্যাখ্যা কর। [দি.বো.'২৪]

উত্তর: নিউক্লিয়াসের উপর ইলেকট্রনের দিকে প্রযুক্ত বল একটি কেন্দ্রমুখী বল। এটি ইলেকট্রনকে নিউক্লিয়াসের দিকে টেনে রাখে, এবং এটি মূলত বৈদ্যুতিক বল বা কুলম্ব বল হিসেবে পরিচিত। এই বল ইলেকট্রন এবং নিউক্লিয়াসের মধ্যে বৈদ্যুতিক আকর্ষণ বল হিসেবে কাজ করে। নিউক্লিয়াসে প্রোটন থাকে যা ধনাত্মক আধান বিশিষ্ট, আর ইলেকট্রন ঋণাত্মক আধান বিশিষ্ট। ধনাত্মক ও ঋণাত্মক আধানের মধ্যে আকর্ষণ বল কাজ করে, যা কুলম্বের সূত্রের দ্বারা ব্যাখ্যা করা হয়। কুলম্বের সূত্রানুসারে, দুই আধানযুক্ত কণার মধ্যে আকর্ষণ বা বিকর্ষণ বলের মান হচ্ছে: $F_e = k_e\frac{q_1q_2}{r^2}$; যেখানে, k_e হল কুলম্ব ধ্রুবক, q_1 ও q_2 হল আধানের মান এবং r হল তাদের মধ্যবর্তী দূরত্ব। এক্ষেত্রে ইলেকট্রন এবং নিউক্লিয়াসের প্রোটনের মধ্যে থাকা বৈদ্যুতিক আকর্ষণ বলটি ইলেকট্রনকে নিউক্লিয়াসের দিকে টেনে রাখে, যা একটি কেন্দ্রমুখী বল।

প্রশ্ন-৬৩। বৃত্তাকার পথে বস্তুর সমবেগে চলা সম্ভব নয় কেন? ব্যাখ্যা কর। [রা.বো.'২১]

উত্তর: যখন কোনো বস্তু সমদ্রুতিতে বৃত্তের পরিধি বরাবর ঘুরতে থাকে তখন ঐ বস্তুর বেগের মানের কোনো পরিবর্তন হয় না, কিন্তু বেগের দিকের পরিবর্তন হয়। কেননা বৃত্তাকার পথের কোনো বিন্দুতে বেগের দিকে বৃত্তের পরিধির উপর ঐ বিন্দুতে অঙ্কিত স্পর্শক বরাবর। পরিধির বিভিন্ন বিন্দুতে স্পর্শকের অভিমুখ বিভিন্ন হয় বলে বেগের দিক প্রতিনিয়ত পরিবর্তিত হয়। যেহেতু বেগ একটি ভেক্টর রাশি এবং মান বা দিক অথবা উভয়ের পরিবর্তনের ফলে এর পরিবর্তন সম্ভব, তাই বৃত্তাকার পথে সমবেগে চলা সম্ভব নয়।

প্রশ্ন-৬৪। চলন্ত গাড়ির চাকার কাদা বাইরের দিকে ছিটকে পড়ে কেন? ব্যাখ্যা করো। [য.বো.'২৫]

উত্তর: চলন্ত গাড়ির চাকার কাঁদা বাইরের দিকে ছিটকে পড়ে কারণ কাঁদার কণাগুলোর উপর কেন্দ্রবিমুখী বল কাজ করে। যখন গাড়ি চলে, তখন চাকা ঘুরতে থাকে এবং তার সাথে লেগে থাকা কাঁদাও ঘূর্ণনশীল গতি পায়। ঘূর্ণনকালীন এই কাঁদার কণাগুলোর উপর বাহ্যিক কেন্দ্রবিমুখী বল কাজ করে, যা কণাগুলোকে ঘূর্ণনের কেন্দ্র থেকে দূরে সরিয়ে দেয়। ফলস্বরূপ, কাঁদার কণাগুলো চাকার কেন্দ্র থেকে ছিটকে বাহিরের দিকে চলে যায় এবং আশেপাশে ছড়িয়ে পড়ে যা চাকার কেন্দ্রমুখী বলের বিপরীত প্রতিক্রিয়া হিসেবে কাজ করে।

প্রশ্ন-৬৫। রাস্তার ব্যাংকিং এর প্রয়োজনীয়তা ব্যাখ্যা কর। [কু.বো.'২২; ঢা.বো.'১৬]

অথবা, বক্রপথে ব্যাংকিং প্রয়োজন কেন? ব্যাখ্যা কর। [চ.বো.'১৭]

উত্তর: কোনো মোটর বা রেলগাড়ি যখন বাঁক নেয়, তখন এ বাঁকাপথে ঘুরার জন্য একটি কেন্দ্রমুখী বলের প্রয়োজন হয়। এ কেন্দ্রমুখী বল না পেলে গাড়ি জড়তার কারণে বাঁকা পথের স্পর্শক বরাবর চলে যাবে। গাড়ি উল্টেও যেতে পারে। সমতল পথে বাঁক নেয়ার সময় গাড়ির চাকা ও রাস্তার মধ্যবর্তী ঘর্ষণ বল এ কেন্দ্রমুখী বল সরবরাহ করে। কিন্তু ঘর্ষণ বলের মান তথা কেন্দ্রমুখী বলের মান খুব কম হওয়ায় গাড়ি বেশি জোরে বাঁক নিতে পারে না। বেশি জোড়ে বাঁক নিতে চাইলে কেন্দ্রমুখী বলের মান বাড়াতে হবে। আর সে জন্য বাঁকের মুখে রাস্তার তলকে অনুভূমিক তলের সাথে হেলিয়ে রাখতে হয় যাতে রাস্তার বাইরের দিক ভেতরের দিকের চেয়ে উঁচুতে থাকে। একে ঢাল বা ব্যাংকিং বলে। কেন্দ্রমুখী বল দেয়াটাই এর প্রধান উদ্দেশ্য।

প্রশ্ন-৬৬। রাস্তার বাঁকের ভিতরের প্রান্ত থেকে বাইরের প্রান্ত উঁচু হয় কেন? [ম.বো.'২৪; য.বো.'১৬]

অথবা, রাস্তার বাঁকযুক্ত অংশ কোনদিকে কত কোণে ঢালু রাখা হয় তা কারণসহ ব্যাখ্যা কর। [ঢা.বো.'১৭]

অথবা, রাস্তার বাঁকে রাস্তার ভিতরের প্রান্ত হতে বাহিরের প্রান্ত উঁচু রাখা হয়- ব্যাখ্যা কর। [ব.বো.'২১; দি.বো.'১৯]

উত্তর: অনুভূমিক রাস্তায় গাড়ি জোরে বাঁক নিলে গাড়ির চাকা এবং রাস্তার মধ্যে ক্রিয়াশীল ঘর্ষণ বল চাকার ক্ষতি করে। এই শক্তি কমাবার জন্য এবং গাড়ি ছিটকে গিয়ে দুর্ঘটনা ঘটার সম্ভাবনা রোধ করার জন্য প্রতিটি বাঁকে রাস্তার বাইরের দিক ভেতরের দিকের চেয়ে কিছুটা উঁচু করা হয় অর্থাৎ রাস্তাটি বাঁকের কেন্দ্রের দিকে একটু ঢালু করা থাকে। একে রাস্তার 'ব্যাংকিং' বলে। গাড়িটি নিরাপদে বাঁক নিতে পারবে কিনা তা ব্যাংকিং কোণ আর দ্রুতির উপর নির্ভর করে। নির্দিষ্ট কোণের ব্যাংকিং করা রাস্তায় $\tan\theta = \frac{v^2}{rg}$ সমীকরণ ব্যবহার করে বেগের সর্বোচ্চ নিরাপদ মান বের করা হয়।

প্রশ্ন-৬৭। ব্যাংকিং কোণের মান বাড়ালে রাস্তার বাঁকে গাড়ি চালানোর গতিসীমা বাড়ে— ব্যাখ্যা করো। [দি.বো.'২৩]

উত্তর: আমরা জানি,

$$\tan\theta = \frac{v^2}{rg}$$ [এখানে, θ = ব্যাংকিং কোণ, v = গাড়ির বেগ, g = অভিকর্ষজ ত্বরণ]

উক্ত সমীকরণ থেকে দেখা যায়, tan θ ও v^2 পরস্পর সমানুপাতিক। এখন, θ এর মান বাড়ার সাথে সাথে tan θ এর মান বৃদ্ধি পায়। সুতরাং, v এর মানও বৃদ্ধি পাবে। অর্থাৎ, ব্যাংকিং কোণের মান বাড়ালে রাস্তার বাঁকে গাড়ি চালানোর গতিসীমা বাড়ে।

প্রশ্ন-৬৮। বৃত্তাকার পথে বাঁক পার হওয়ার সময় একজন সাইকেল আরোহী হেলে যায় কেন? *[রা.বো.'২৩]*

অথবা, রাস্তার বাঁকে সাইকেল আরোহীকে ভেতরের দিকে হেলে বাঁক নিতে হয় কেন? ব্যাখ্যা কর। *[চ.বো.'২২]*

উত্তর: কোনো সাইকেল আরোহী যখন কোনো রাস্তায় বাঁক নেয় তখন তার শরীরকে বক্রপথের কেন্দ্রের দিকে হেলিয়ে রাখে। কারণ আরোহী সোজা থাকলে সাইকেলসহ তার সমস্ত ওজন খাড়া নিচের দিকে ক্রিয়া করবে। ভূমির প্রতিক্রিয়া এবং ওজন একই সরল রেখায় পরস্পর বিপরীত দিকে ক্রিয়া করলে অনুভূমিক বরাবর লব্ধি তথা কেন্দ্রমুখী বল পাওয়া সম্ভব নয়। ফলে বাঁক ঘুরবার জন্য প্রয়োজনীয় কেন্দ্রমুখী বলের অভাবে উল্টে পড়ে যাওয়ার সম্ভাবনা থাকে। **মূলত কেন্দ্রমুখী বলের** যোগান দেওয়ার জন্য আরোহীকে বাঁকের কেন্দ্রের দিকে সামান্য হেলতে হয়।

প্রশ্ন-৬৯। বৃত্তাকার পথে ঘূর্ণনশীল বস্তুর কেন্দ্রমুখী বল ব্যাসার্ধের পরিবর্তনের সাথে পরিবর্তিত হয়—ব্যাখ্যা কর। *[দি.বো.'১৬]*

উত্তর: আমরা জানি বল, $F = ma$ এবং বৃত্তাকার পথে ঘূর্ণনশীল বস্তুর ত্বরণ, $a = \frac{v^2}{r}$

তখন, $F = m\frac{v^2}{r} = m\frac{m\omega^2r^2}{r} = m\omega^2r \quad [\because v = \omega r]$

নির্দিষ্ট ভরের ও সমকৌণিক বেগে ঘূর্ণনশীল বস্তুর ক্ষেত্রে, $F \propto r$ অর্থাৎ, বৃত্তাকার পথে ঘূর্ণনশীল বস্তুর কেন্দ্রমুখী বল ব্যাসার্ধের ওপর নির্ভর করে।

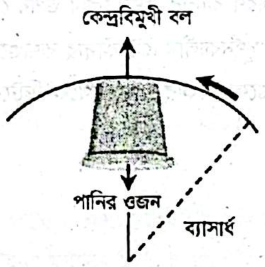
অতএব, বৃত্তাকার পথে ঘূর্ণনশীল বস্তুর কেন্দ্রমুখী বল ব্যাসার্ধের পরিবর্তনের সাথে পরিবর্তিত হয়।

প্রশ্ন-৭০। পানিভর্তি বালতি উল্লম্ব তলে ঘুরাতে থাকলে তার পানি পড়ে যায় না কেন? ব্যাখ্যা করো। *[য.বো.'২৫]*

অথবা, উলম্ব বৃত্তাকার তলে পানিভর্তি বালতিকে ঘুরালে পানি পড়ে না কেন? *[য.বো.'২৪]*

অথবা, উল্লম্ব তলে দ্রুত ঘূর্ণনরত পানি ভর্তি বালতির পানি পড়ে যায় না কেন? ব্যাখ্যা কর। *[কু.বো.'২১]*

উত্তর: পানি ভর্তি বালতি উলম্ব তলে ঘোরালে এর গতিপথ বৃত্তাকার হয়। বালতিটি যখন খাড়া উপরের দিকে অবস্থান করে তখন তার পানির ওজন খাড়া নিচের দিকে কাজ করে এবং এর উপর কেন্দ্রবিমুখী বল খাড়া উপরের দিকে কাজ করে। ওজন এবং কেন্দ্রবিমুখী বলের মান সমান কিন্তু বিপরীত; যা বালতির পানির ওজনকে নিষ্ক্রিয় করে দেয় এবং বালতি থেকে পানি পড়ে যায় না।



প্রশ্ন-৭১। বাঁকা পথে অতি দ্রুতগামী গাড়ি উল্টে যায় কেন? ব্যাখ্যা কর। *[রা.বো.'২৫; সি.বো.'২৪]*

উত্তর: বাঁকা পথে অতি দ্রুতগামী গাড়ি উল্টে যায়, কারণ এটি কেন্দ্রবিমুখী বল এবং ঘর্ষণ বলের মধ্যে সামঞ্জস্য হারিয়ে ফেলে। যখন একটি গাড়ি বাঁকা পথে চলাচল করে, তখন এটি কেন্দ্রবিমুখী বল অনুভব করে, যা গাড়িটিকে বাঁকের বাইরে ঠেলে দেয়। এই বলের মান, $F_c = \frac{mv^2}{r}$; যেখানে,

m = গাড়ির ভর, v = গাড়ির বেগ এবং r = বাঁকের ব্যাসার্ধ। গাড়ির বেগ বেশি হলে, এই কেন্দ্রবিমুখী বলও বেশি হয়।

গাড়ি বাঁকা পথে সঠিকভাবে চলার জন্য, ঘর্ষণ বল কেন্দ্রবিমুখী বলের বিপরীতে কাজ করে এবং গাড়িটিকে রাস্তায় সচল রাখে। যদি গাড়ির গতি এত বেশি হয় যে ঘর্ষণ বল কেন্দ্রবিমুখী বলের চেয়ে কম হয়ে যায়, তখন গাড়ি বাঁকের বাইরে ছিটকে পড়ে এবং উল্টে যায়। এছাড়া, গাড়ির উচ্চতার কারণে উল্টে যাওয়ার সম্ভাবনা আরও বেড়ে যায়। কারণ, উচ্চ কেন্দ্রবিন্দু ভারসাম্য হারানোর সম্ভাবনা বাড়িয়ে দেয়।

প্রশ্ন-৭২। উলম্ব তলে ঘূর্ণায়মান রোলার কোস্টারের যাত্রী নিচে পড়ে না কেন? ব্যাখ্যা কর। *[চ.বো.'২১]*

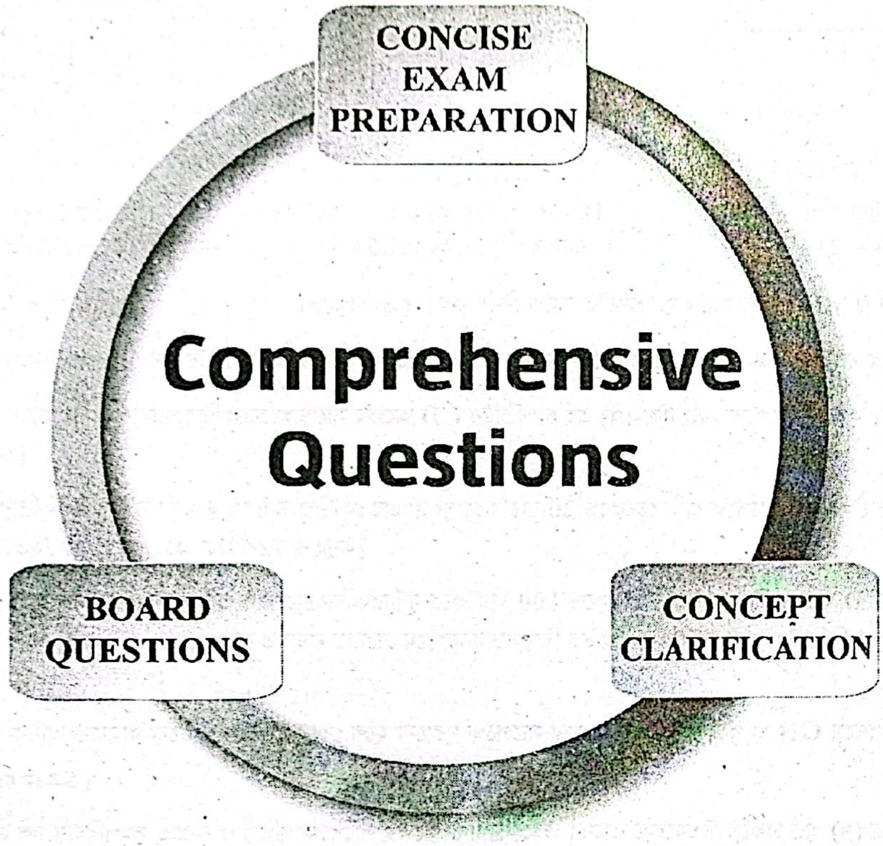
উত্তর: রোলার কোস্টারকে উলম্ব তলে ঘোরালে এর গতিপথ বৃত্তাকার হয়। রোলার কোস্টারটি যখন খাড়া উপরের দিকে অবস্থান করে তখন তার ওজন খাড়া নিচের দিকে কাজ করে। এর উপর কেন্দ্রবিমুখী বল খাড়া উপরের দিকে কাজ করে। ওজন এবং কেন্দ্রবিমুখী বলের মান সমান কিন্তু বিপরীত। ফলে তা রোলার কোস্টারের ওজনকে নিষ্ক্রিয় করে দেয় এবং রোলার কোস্টার থেকে যাত্রী নিচে পড়ে যায় না।

প্রশ্ন-৭৩। বাঁক নেয়া রাস্তার পাশে সতর্কীকরণ সাইনবোর্ডে গাড়ির গতিবেগ $60\ kmh^{-1}$ লেখা থাকে কেন? ব্যাখ্যা কর। *[ব.বো.'১৬]*

উত্তর: অনুভূমিক রাস্তায় গাড়ি জোরে বাঁক নিলে গাড়ির চাকা এবং রাস্তার মধ্যে ক্রিয়াশীল ঘর্ষণ বল চাকার ক্ষতি করে। এই শক্তি কমাবার জন্য এবং গাড়ি ছিটকে গিয়ে দুর্ঘটনা ঘটার সম্ভাবনা রোধ করার জন্য প্রতিটি বাঁকে রাস্তার বাইরের দিক ভেতরের দিকের চেয়ে কিছুটা উঁচু করা হয় অর্থাৎ রাস্তাটি বাঁকের কেন্দ্রের দিকে একটু ঢালু করা থাকে। একে রাস্তার 'ব্যাংকিং' বলে। গাড়িটি নিরাপদে বাঁক নিতে পারবে কিনা তা ব্যাংকিং কোণ আর দ্রুতির উপর নির্ভর করে। নির্দিষ্ট কোণের ব্যাংকিং করা রাস্তায় $\tan\theta = \frac{v^2}{rg}$ সমীকরণ ব্যবহার করে বেগের সর্বোচ্চ নিরাপদ মান বের করা হয়। সতর্কীকরণ সাইনবোর্ডে $60\ kmh^{-1}$ গতিবেগ লিখার মানে হলো সর্বোচ্চ গতিসীমা $60\ kmh^{-1}$ বা $16.6\ ms^{-1}$. এর চেয়ে বেশি বেগে বাঁক নিতে গেলে গাড়ি ছিটকে রাস্তা থেকে বাইরে পড়ে যাবে।

CS CamScanner

Comprehensive Questions

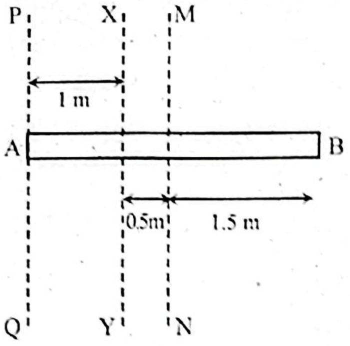

CONCISE EXAM PREPARATION
BOARD QUESTIONS
CONCEPT CLARIFICATION

প্রিয় শিক্ষার্থী,

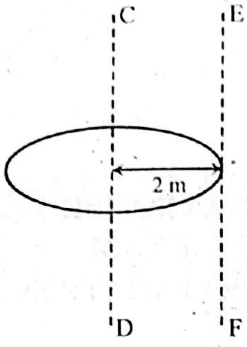
এই অধ্যায় থেকে বিগত HSC পরীক্ষায় মোট ৮০টি সৃজনশীল প্রশ্ন এসেছে। পরীক্ষার আগে এই অল্প সময়ে এতগুলো প্রশ্নোত্তর অনুশীলন করা তোমাদের জন্য কষ্টসাধ্য; এছাড়াও এই প্রশ্নোত্তরগুলোর অধিকাংশই প্রত্যক্ষ ও পরোক্ষভাবে 'Repeat'!!!

তোমাদের সুবিধার্থে এই ৮০টি সৃজনশীল প্রশ্নকে সমন্বয় করে মাত্র ৪টি COMPREHENSIVE QUESTIONS এ পরিণত করা হয়েছে, যেগুলো বুঝে অনুশীলন করলে এই অধ্যায়ের সব বোর্ড প্রশ্নতো Cover হবেই সাথে এই অধ্যায় সংশ্লিষ্ট গুরুত্বপূর্ণ প্রায় প্রতিটি বিষয়ই তোমাদের আয়ত্তে চলে আসবে।

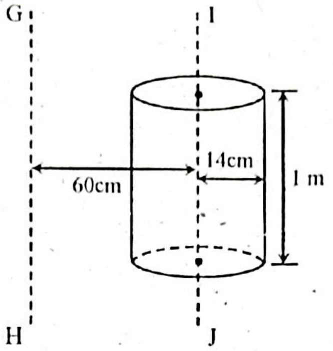
প্রশ্ন নং-১ বিভিন্ন আকৃতির বস্তুর নির্দিষ্ট অক্ষের সাপেক্ষে জড়তার ভ্রামক, চক্রগতির ব্যাসার্ধ, কৌণিক ভরবেগ, ঘূর্ণন গতিশক্তি ও টর্ক নির্ণয় সম্পর্কিত



চিত্র-(ক): সরু সুষম দণ্ড:
দৈর্ঘ্য = 3 m, ভর = 2 kg



চিত্র-(খ): পাতলা বৃত্তাকার চাকতি;
ব্যাসার্ধ = 2 m, ভর = 1.5 kg



চিত্র-(গ): সিলিন্ডার আকৃতির দণ্ড;
ব্যাসার্ধ = 14 cm, উচ্চতা = 1 m এবং ভর = 1 kg

(i) চিত্র-(ক) এর দণ্ডের PQ ও MN অক্ষের সাপেক্ষে জড়তার ভ্রামক নির্ণয় কর। (*প্রয়োগমূলক*) [*অনুরূপ: য.বো.'২৫,'২২,'২১; ঢা.বো.'২১; দি.বো.'১৯*]

(ii) সমান্তরাল অক্ষ উপপাদ্যের সাহায্যে চিত্র-(ক) এর দণ্ডের XY অক্ষের সাপেক্ষে দণ্ডের জড়তার ভ্রামক নির্ণয় কর। (*প্রয়োগমূলক*) [*অনুরূপ: রা.বো.'২৩*]

(iii) চিত্র-(ক) এর দণ্ডের MN অক্ষের সাপেক্ষে এবং চিত্র-(খ) এর চাকতিটির CD অক্ষের সাপেক্ষে চক্রগতির ব্যাসার্ধ নির্ণয় করো। (*প্রয়োগমূলক*) [*অনুরূপ: রা.বো.'২৩; সম্মিলিত.বো.'১৮*]

(iv) চিত্র-(খ) এর চাকতিটি EF অক্ষের সাপেক্ষে প্রতি সেকেন্ডে 20 বার করে ঘুরলে এর কৌণিক ভরবেগ ও ঘূর্ণন গতিশক্তি নির্ণয় করো। (*প্রয়োগমূলক*) [*অনুরূপ: চ.বো.'২৫,'২১; দি.বো.'২৫,'২৩,'২১; য.বো.'২৪,'২১,'১৯; রা.বো.'২২*]

(v) চিত্র-(খ) এর চাকতিটি CD অক্ষের সাপেক্ষে প্রতি সেকেন্ডে 100 বার করে ঘূর্ণনরত অবস্থায় যদি তাকে থামানোর জন্য 30 Nm বাধাদানকারী টর্ক প্রয়োগ করা হয়, তাহলে চাকতিটি কি 2 মিনিটের মধ্যে থামবে– গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে তোমার মতামত দাও। (*উচ্চতর দক্ষতামূলক*) [*অনুরূপ: য.বো.'২৪; রা.বো.'২২; কু.বো.'২১; দি.বো.'২১*]

(vi) চিত্র-(গ) এর দণ্ডটিকে প্রথমে GH ও পরে IJ উভয় অক্ষের সাপেক্ষে ঘুরানো হলে কোন ক্ষেত্রে দণ্ডটিকে থামাতে অধিক বাঁধার সম্মুখীন হতে হবে? (*উচ্চতর দক্ষতামূলক*) [*অনুরূপ: চ.বো.'২৫,'২১*]

(vii) চিত্র-(ক) এর দণ্ড ও চিত্র-(খ) এর চাকতি উভয়কেই তাদের ভরকেন্দ্রগামী অক্ষের সাপেক্ষে গতিশীল করতে সমপরিমাণ বল প্রয়োগ করা হলে এদের মধ্যে একই ঘূর্ণন সৃষ্টি হবে কি? (*উচ্চতর দক্ষতামূলক*) [*অনুরূপ: ব.বো.'২১; সম্মিলিত.বো.'১৮*]

উত্তর

i চিত্র-(ক) এর দণ্ডের PQ অক্ষের সাপেক্ষে জড়তার ভ্রামক,

$$I_{PQ} = \frac{ml^2}{3} = \frac{2 \times (3)^2}{3} = 6\ \text{kgm}^2$$

এখানে, চিত্র-(ক) এর দণ্ডের–
ভর, m = 2 kg
দৈর্ঘ্য, l = 3 m

আবার, চিত্র-(ক) এর দণ্ডের MN অক্ষের সাপেক্ষে জড়তার ভ্রামক,

$$I_{MN} = \frac{ml^2}{12} = \frac{2 \times (3)^2}{12} = 1.5\ \text{kgm}^2$$

সুতরাং, চিত্র-(ক) এর দণ্ডের **PQ** ও **MN** অক্ষের সাপেক্ষে জড়তার ভ্রামক যথাক্রমে **6 kgm^2** ও **1.5 kgm^2**। **[Ans.]**

দৃষ্টি আকর্ষণ

অনেক সময় বোর্ড পরীক্ষার প্রশ্নে ভিন্ন ভিন্ন আকৃতির বস্তুর জন্য ভিন্ন ভিন্ন অক্ষের সাপেক্ষে জড়তার ভ্রামক ও চক্রগতির ব্যাসার্ধ বের করতে বলা হতে পারে। সেজন্যে এই অধ্যায়ের পৃষ্ঠা-১২৫ এ দ্রষ্টব্য 'বিভিন্ন আকৃতির বস্তুর ঘূর্ণন অক্ষের প্রকৃতির সাপেক্ষে জড়তার ভ্রামক ও চক্রগতির ব্যাসার্ধ' অংশটি ভালোভাবে পড়ে রপ্ত করে নিও।

ii (i) হতে পাই,

চিত্র-(ক) এর দণ্ডের ভরকেন্দ্রগামী অক্ষের (MN অক্ষের) সাপেক্ষে জড়তার ভ্রামক, $I_{MN} = 1.5\ kgm^2$

এখন, জড়তার ভ্রামকের সমান্তরাল অক্ষ উপপাদ্য অনুসারে–

XY অক্ষের সাপেক্ষে দণ্ডের জড়তার ভ্রামক,

$$I_{XY} = I_{MN} + mh^2$$
$$= 1.5 + 2 \times (0.5)^2$$
$$= 2\ kgm^2$$

এখানে, চিত্র-(ক) এর দণ্ডের–

ভর, $m = 2\ kg$

দৈর্ঘ্য, $l = 3\ m$

ভরকেন্দ্র হতে XY অক্ষের লম্ব দূরত্ব, $h = 0.5\ m$

সুতরাং, সমান্তরাল অক্ষ উপপাদ্যের সাহায্যে চিত্র-(ক) এর দণ্ডের XY অক্ষের সাপেক্ষে দণ্ডের জড়তার ভ্রামক 2 kgm^2। [Ans.]

iii এখানে,

চিত্র-(ক) এর দণ্ডের ভরকেন্দ্রগামী MN অক্ষের সাপেক্ষে

চক্রগতির ব্যাসার্ধ, $K_{MN} = \dfrac{l}{\sqrt{12}}$

$$= \frac{3}{\sqrt{12}} = 0.866\ m$$

দেওয়া আছে, চিত্র-(ক) এর দণ্ডের–

দৈর্ঘ্য, $l = 3\ m$

এবং, চিত্র-(খ) এর চাকতির–

ব্যাসার্ধ, $r = 2\ m$

এবং,

চিত্র-(খ) এর চাকতির ভরকেন্দ্রগামী CD অক্ষের সাপেক্ষে চক্রগতির ব্যাসার্ধ, $K_{CD} = \dfrac{r}{\sqrt{2}}$

$$= \frac{2}{\sqrt{2}}$$
$$= 1.414\ m$$

সুতরাং, চিত্র-(ক) এর দণ্ডের MN অক্ষের সাপেক্ষে চক্রগতির ব্যাসার্ধ যথাক্রমে 0.866 m এবং চিত্র-(খ) এর চাকতিটির CD অক্ষের সাপেক্ষে চক্রগতির ব্যাসার্ধ 1.414 m [Ans.]

iv চিত্র-(খ) এর চাকতির EF অক্ষের সাপেক্ষে জড়তার ভ্রামক,

$$I_{EF} = \frac{3}{2} mr^2$$
$$= \frac{3}{2} \times 1.5 \times (2)^2 = 9\ kgm^2$$

এখানে, চিত্র-(খ) এর চাকতির–

ভর, $m = 1.5\ kg$

ব্যাসার্ধ, $r = 2\ m$

কৌণিক বেগ, $\omega = 20\ revs^{-1} = 20 \times 2\pi\ rads^{-1} = 40\pi\ rads^{-1}$

সুতরাং, চাকতির কৌণিক ভরবেগ, $L = I\omega$

$$= 9 \times 40\pi$$
$$= 1130.973\ kgm^2s^{-1}$$

এবং চাকতির ঘূর্ণন গতিশক্তি, $E_k = \dfrac{1}{2} I\omega^2$

$$= \frac{1}{2} \times 9 \times (40\pi)^2$$
$$= 71061.151\ J$$

সুতরাং, চিত্র-(খ) এর চাকতিটি EF অক্ষের সাপেক্ষে প্রতি সেকেন্ডে 20 বার করে ঘুরলে এর কৌণিক ভরবেগ ও ঘূর্ণন গতিশক্তি যথাক্রমে 1130.973 kgm^{2}s^{-1} ও 71061.151 J। [Ans.]

v চিত্র-(খ) এর চাকতির ভরকেন্দ্রগামী CD অক্ষের সাপেক্ষে জড়তার ভ্রামক,

$$I_{CD} = mK_{CD}^2$$
$$= 1.5 \times (1.414)^2$$
$$= 3\ kgm^2$$

এখানে, চিত্র-(খ) এর চাকতির ক্ষেত্রে–

ভর, $m = 1.5\ kg$

CD অক্ষের সাপেক্ষে চক্রগতির ব্যাসার্ধ, $K_{CD} = 1.414\ m$ [(iii) হতে পাই]

যেহেতু চাকাটি থামানোর জন্য বাধাদানকারী টর্ক প্রযুক্ত করা হয় তাই চাকাটির ঘূর্ণনে কৌণিক মন্দন হবে।

CS CamScanner

এখানে, চাকতির ক্ষেত্রে–
প্রযুক্ত বাধাদানকারী টর্ক, $\tau = 30\ Nm$
আদি কৌণিক বেগ, $\omega_0 = 100\ revs^{-1} = 100 \times 2\pi\ rads^{-1} = 200\pi\ rads^{-1}$
শেষ কৌণিক বেগ, $\omega = 0\ rad\ s^{-1}$
কৌণিক মন্দন, $\alpha = ?$
থামাতে প্রয়োজনীয় সময়, $t = ?$

আমরা জানি,

$$\tau = I\alpha$$
$$\Rightarrow \alpha = \frac{\tau}{I}$$
$$= \frac{30}{3}$$
$$= 10\ rads^{-2}$$

আবার আমরা জানি,

$$\omega = \omega_0 - \alpha t$$
$$\Rightarrow \alpha t = \omega_0 - \omega$$
$$\Rightarrow t = \frac{\omega_0 - \omega}{\alpha}$$
$$= \frac{200\pi - 0}{10}$$
$$= 62.83\ s$$
$$= \frac{62.83}{60}\ min$$
$$= 1.04\ min < 2\ min$$

যেহেতু চাকতিটি থামাতে প্রয়োজনীয় সময় 2 মিনিট অপেক্ষা কম। সুতরাং, চাকতিটি 2 মিনিটের মধ্যে থামবে।

vi চিত্র-(গ) এর দণ্ডের IJ অক্ষের সাপেক্ষে জড়তার ভ্রামক,

এখানে, চিত্র-(গ) এর দণ্ডের–
ভর, $m = 1\ kg$
ব্যাসার্ধ, $r = 14\ cm = 0.14\ m$
GH ও IJ অক্ষের মধ্যবর্তী লম্ব দূরত্ব,
$d = 60\ cm = 0.6\ m$

$$I_{IJ} = \frac{1}{2}mr^2$$
$$= \frac{1}{2} \times (1) \times (0.14)^2$$
$$= 0.0098\ kgm^2$$

এখন, জড়তার ভ্রামকের সমান্তরাল অক্ষ উপপাদ্য অনুসারে–

GH অক্ষের সাপেক্ষে দণ্ডের জড়তার ভ্রামক, $I_{GH} = I_{IJ} + md^2$

$$= 0.0098 + 1 \times (0.6)^2$$
$$= 0.3698\ kgm^2$$

এখানে, $I_{GH} > I_{IJ}$.

আমরা জানি জড়তার ভ্রামক যত বেশি হবে দণ্ডটি থামাতে তত বেশি বাঁধার সম্মুখীন হতে হবে।

সুতরাং, চিত্র-(গ)-এর দণ্ডটিকে প্রথমে GH ও পরে IJ উভয় অক্ষের সাপেক্ষে ঘুরানো হলে প্রথম ক্ষেত্রে দণ্ডটিকে থামাতে অধিক বাঁধার সম্মুখীন হতে হবে। [Ans

vii আমরা জানি,

এখানে,
চিত্র (ক)-তে ভরকেন্দ্রগামী অক্ষের সাপেক্ষে (MN অক্ষের) জড়তার ভ্রামক, $I_{MN} = 1.5\ kgm^2$ [(i) হতে পাই]
চিত্র (খ)-তে ভরকেন্দ্রগামী অক্ষের (CD অক্ষের) সাপেক্ষে জড়তার ভ্রামক, $I_{CD} = 3\ kgm^2$ [(v) হতে পাই]

টর্ক, $\tau = I\alpha$

$\therefore$ চিত্র (ক) ও (খ) হতে পাই,

$\tau_{MN} = I_{MN}\,\alpha_{MN}$ এবং $\tau_{CD} = I_{CD}\,\alpha_{CD}$

সমপরিমাণ টর্ক প্রয়োগে, $\tau_{MN} = \tau_{CD}$

$$\Rightarrow I_{MN}\,\alpha_{MN} = I_{CD}\,\alpha_{CD}$$
$$\Rightarrow \frac{I_{MN}}{I_{CD}} = \frac{\alpha_{CD}}{\alpha_{MN}}$$
$$\Rightarrow \frac{\alpha_{CD}}{\alpha_{MN}} = \frac{1.5}{3} = \frac{1}{2}$$
$$\Rightarrow 2\alpha_{CD} = \alpha_{MN}$$

$\therefore$ MN অক্ষের সাপেক্ষে দণ্ডটি CD অক্ষের সাপেক্ষে চাকতির 2 গুণ কৌণিক ত্বরণ সৃষ্টি করে।

সুতরাং, চিত্র-(ক) এর দণ্ড ও চিত্র-(খ) এর চাকতি উভয়কেই তাদের ভরকেন্দ্রগামী অক্ষের সাপেক্ষে গতিশীল করতে সমপরিমাণ বল প্রয়োগ করা হলে এদের একই ঘূর্ণন সৃষ্টি হবে না। [Ans.]

CS CamScanner

প্রশ্ন নং-২ ঘূর্ণনশীল বস্তুর জন্য বিভিন্ন ক্ষেত্রে কেন্দ্রমুখী বল, টান বল, কৌণিক ভরবেগ ও টর্ক নির্ণয় সম্পর্কিত

দৃশ্যকল্প-১: সার্কাসের একজন অ্যাকরোবেট 300 g ভরের একটি বলকে কখনও অনুভূমিক বরাবর আবার কখনও উল্লম্ব বরাবর একটি দড়ির সাহায্যে ঘুরাচ্ছে। দড়িটির দৈর্ঘ্য 1.2 m এবং সে সর্বদা দড়িটিকে 150 rpm গতিতে ঘুরাচ্ছে। দড়ির কেন্দ্র সর্বদা ভূমি হতে 1.5 m উচ্চতায় অবস্থান করে এবং দড়িটি সর্বোচ্চ 200 N টান সহ্য করতে পারে। দর্শকের সারি অ্যাকরোবেট হতে 10 m দূরত্বে অবস্থিত।

দৃশ্যকল্প-২: দুটি ঘূর্ণনরত বস্তুর ব্যাসার্ধ ভেক্টর যথাক্রমে $\vec{r_1} = (3\hat{i} + 2\hat{j} - \hat{k})$ m এবং $\vec{r_2} = (4\hat{i} + 2\hat{j} - 3\hat{k})$ m। উভয় ক্ষেত্রে প্রয়োগকৃত বলের পরিমাণ $\vec{F} = (5\hat{i} + 4\hat{j} - 3\hat{k})$ N। এক্ষেত্রে প্রথম বস্তুটির ভর 20 gm এবং সেটি শুরুতে 200 rpm এ ঘুরছিল। অতঃপর উক্ত বল 3s ব্যাপি প্রয়োগ করা হল।

(i) দৃশ্যকল্প-১ এ অনুভূমিক বরাবর ঘূর্ণায়মান অবস্থায় দড়ির উপর টান ও কৌণিক ভরবেগ নির্ণয় করো। (*প্রয়োগমূলক*)
[অনুরূপ: ঢা.বো.'২৫,'২৪; দি.বো.'২৪,'২২,'১৭; কু.বো.'২২,'২১; রা.বো.'২১; চ.বো.'১৯; য.বো.'১৬]

(ii) দৃশ্যকল্প-১ এ উল্লম্ব বরাবর ঘূর্ণায়মান অবস্থায় কেন্দ্রের সাপেক্ষে + y অক্ষ হতে 0°, 50° এবং 180° অবস্থানে দড়ির উপর টান নির্ণয় করো। (*প্রয়োগমূলক*)
[অনুরূপ: ঢা.বো.'২৫; রা.বো.'২৪; সি.বো. '২২; ম.বো.'২১]

(iii) দৃশ্যকল্প-১ এ দড়িটির দৈর্ঘ্য 1.5 গুণ করে একই কৌণিক বেগে অনুভূমিক বরাবর গতিশীল করা হলে দড়িটি কি ছিড়ে যাবে কি-না? (*উচ্চতর দক্ষতামূলক*)
[অনুরূপ: ব.বো.'২৫; কু.বো.'২২; দি.বো. '১৭]

(iv) দৃশ্যকল্প-১ এ অনুভূমিক বরাবর ঘূর্ণনরত অবস্থায় হঠাৎ বলটি ছুটে পড়লে তা কি দর্শক সারিতে আঘাত করবে কি-না? (*উচ্চতর দক্ষতামূলক*) *[অনুরূপ: চ.বো.'১৫]*

(v) দৃশ্যকল্প-২ এ ব্যাসার্ধ ভেক্টর দুটির জন্য টর্ক সমান হবে কি-না–গাণিতিকভাবে ব্যাখ্যা কর। (*উচ্চতর দক্ষতামূলক*) *[ম.বো.'২৪; অনুরূপ: চ.বো.'২৩; ঢা.বো.'১৯; দি.বো. '১৫]*

(vi) দৃশ্যকল্প-২ এ প্রথম বস্তুটির জন্য বল প্রয়োগের পূর্বের ও পরের পর্যায়কালের তুলনা কর। (*উচ্চতর দক্ষতামূলক*) *[অনুরূপ: চ.বো.'২৩]*

উত্তর

i অনুভূমিক বরাবর ঘূর্ণায়মান অবস্থায় দড়ির উপর টান হবে কেন্দ্রমুখী বলের সমান।

আমরা জানি,

কেন্দ্রমুখী বল, $F_c = m\omega^2 r$

$= 0.3 \times (5\pi)^2 \times 1.2$

$= 88.826$ N

এখানে, দৃশ্যকল্প-১ এ-

বলের ভর, m = 300 g = 0.3 kg

দড়ির দৈর্ঘ্য, r = 1.2 m

কৌণিক বেগ, $\omega = 150 \text{ rpm} = \frac{150 \times 2\pi \text{ rad}}{60 \text{ s}} = 5\pi \text{ rads}^{-1}$

আবার আমরা জানি,

কৌণিক ভরবেগ, L = mvr

$= m \times \omega r \times r$ [∵ রৈখিক বেগ, $v = \omega r$]

$= m\omega r^2$

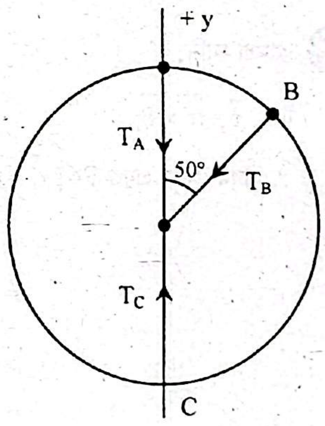
$= 0.3 \times 5\pi \times 1.2^2$

$= 6.786 \text{ kgm}^2\text{s}^{-1}$

সুতরাং, দৃশ্যকল্প-১ এ অনুভূমিক বরাবর ঘূর্ণায়মান অবস্থায় দড়ির উপর টান ও কৌণিক ভরবেগ যথাক্রমে 88.826 N ও 6.786 $\text{kgm}^2\text{s}^{-1}$। [Ans.]

ii ধরি, দৃশ্যকল্প-১ এ বলের ওজন W এবং উল্লম্ব তলে বলকে বৃত্তাকার পথে ঘুরানোর সময় বলের অনুভূত কেন্দ্রমুখী বল F_c।

বলটি যখন A অবস্থানে + y অক্ষ হতে 0° তথা সর্বোচ্চ অবস্থানে থাকে, তখন সুতার টান ও বলের ওজন দুটোই কেন্দ্র অভিমুখী ও নিম্নমুখী। তাই A অবস্থানে,



কেন্দ্রমুখী বল = দড়ির টান + বলের ওজন

$\Rightarrow F_c = T_A + W$

$\Rightarrow T_A = F_c - W$

$= m\omega^2 r - mg$ [∵ $F_c = m\omega^2 r$, $W = mg$]

$= 0.3 \times (5\pi)^2 \times 1.2 - 0.3 \times 9.8$

$= 85.887$ N

এখানে, দৃশ্যকল্প-১ এ–

বলের ভর, m = 0.3 kg

দড়ির দৈর্ঘ্য, r = 1.2 m

কৌণিক বেগ, $\omega = 150 \text{ rpm} = 5\pi \text{ rads}^{-1}$

অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g = 9.8 \text{ ms}^{-2}$

B অবস্থানে বলটি + y অক্ষ হতে 50° কোণে থাকে। তাই B অবস্থানে,

কেন্দ্রমুখী বল = দড়ির টান + দড়ি বরাবর বলের ওজনের উপাংশ

$\Rightarrow m\omega^2 r = T_B + mg \cos 50°$

$\Rightarrow T_B = m\omega^2 r - mg\cos 50^\circ$

$= 0.3 \times (5\pi)^2 \times 1.2 - 0.3 \times 9.8 \times 0.643$ N

$= 86.936$ N

এবং বলটি যখন C অবস্থানে + y অক্ষ হতে 180° তথা সর্বনিম্ন অবস্থানে থাকে, সুতার টান ও বস্তুর ওজন পরস্পর বিপরীতমুখী। তাই C অবস্থানে,

কেন্দ্রমুখী বল = সুতার টান – বস্তুর ওজন

$\Rightarrow m\omega^2 r = T_C - mg$

$\Rightarrow T_C = m\omega^2 r + mg$

$= 0.3 \times (5\pi)^2 \times 1.2 + 0.3 \times 9.8$

$= 91.766$ N

সুতরাং, দৃশ্যকল্প-১ এ উল্লম্ব বরাবর ঘূর্ণায়মান অবস্থায় কেন্দ্রের সাপেক্ষে + y অক্ষ হতে 0°, 50° এবং 180° অবস্থানে দড়ির উপর টান যথাক্রমে 85.887 N, 86.936 N ও 91.766 N। [Ans.]

iii দড়িটির দৈর্ঘ্য 1.5 গুণ করা হলে দড়ির উপর টান তথা কেন্দ্রমুখী বল, $F' = m\omega^2 r'$

$= 0.3 \times (5\pi)^2 \times 1.8$

$= 133.24$ N

এখানে, দৃশ্যকল্প-১ এ–

বলের ভর, m = 300 g = 0.3 kg

দড়ির পরিবর্তিত দৈর্ঘ্য, r′ = 1.5 × 1.2 m = 1.8 m

কৌণিক বেগ, $\omega = 150$ rpm

$= 5\pi$ rads^{-1}

যা দড়িটির সর্বোচ্চ সহনীয় টান 200 N অপেক্ষা কম।

সুতরাং, দৃশ্যকল্প-১ এ দড়িটির দৈর্ঘ্য 1.5 গুণ করে একই কৌণিক বেগে অনুভূমিক বরাবর গতিশীল করা হলে দড়িটি ছিড়ে যাবে না।

iv দৃশ্যকল্প-১ এ বলটি ভূমি থেকে 1.5 m উঁচু অনুভূমিক তলে ঘুরাচ্ছে। বলটি ঘূর্ণায়মান অবস্থায় হঠাৎ ছুটে পড়লে বলটির গতি হবে দ্বিমাত্রিক অর্থাৎ, প্রাসের গতির অনুরূপ।

সেক্ষেত্রে, বলটির রৈখিক বেগ, $v = \omega r$

$= 5\pi \times 1.2$

$= 18.85$ ms^{-1}

এখানে,
বলটির কৌণিক বেগ, $\omega = 5\pi$ rads^{-1}
দড়ির দৈর্ঘ্য, r = 1.2 m

বলটি v বেগে অনুভূমিক ভাবে অর্থাৎ $\theta_0 = 0^\circ$ কোণে নিক্ষিপ্ত হবে। বলটি t সেকেন্ড পর মাটিতে পড়লে,

$\therefore y = -v\sin\theta_0 t + \frac{1}{2}gt^2$

$\Rightarrow 1.5 = -0 + 4.9t^2$

$\Rightarrow t^2 = 0.30$

$\Rightarrow t = \sqrt{0.3}$ s = 0.55 s

সুতরাং, বলটি x দূরত্ব অতিক্রম করলে, $x = v\cos\theta_0 t$

$= 18.85 \times \cos 0^\circ \times 0.55$

$= 10.37$ m

যেহেতু অ্যাকরোবেট হতে দর্শক সারির দূরত্ব 10 m, যা 10.37 m অপেক্ষা কম।

সুতরাং, দৃশ্যকল্প-১ এ অনুভূমিক বরাবর ঘূর্ণনরত অবস্থায় হঠাৎ বলটি ছুটে পড়লে তা দর্শক সারিতে আঘাত করবে।

v আমরা জানি,

টর্ক, $\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F}$

$\therefore$ প্রথম ক্ষেত্রে প্রযুক্ত টর্ক, $\vec{\tau}_1 = \vec{r}_1 \times \vec{F}$

$$= \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 3 & 2 & -1 \\ 5 & 4 & -3 \end{vmatrix}$$

$= \hat{i}(-6+4) - \hat{j}(-9+5) + \hat{k}(12-10)$

$= (-2\hat{i} + 4\hat{j} + 2\hat{k})$ Nm

এখানে, দৃশ্যকল্প-২ এ প্রদত্ত দুটি ব্যাসার্ধ ভেক্টর,

$\vec{r}_1 = (3\hat{i} + 2\hat{j} - \hat{k})$ m

$\vec{r}_2 = (4\hat{i} + 2\hat{j} - 3\hat{k})$ m

প্রযুক্ত বল, $\vec{F} = (5\hat{i} + 4\hat{j} - 3\hat{k})$ N

এবং দ্বিতীয় ক্ষেত্রে প্রযুক্ত টর্ক, $\vec{\tau}_2 = \vec{r}_2 \times \vec{F}$

$$= \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 4 & 2 & -3 \\ 5 & 4 & -3 \end{vmatrix}$$

$$= \hat{i}(-6+12) - \hat{j}(-12+15) + \hat{k}(16-10)$$

$$= (6\hat{i} - 3\hat{j} + 6\hat{k}) \text{ Nm}$$

$$\therefore \left|\vec{\tau}_1\right| = \sqrt{(-2)^2 + 4^2 + 2^2}$$

$$= \sqrt{24}$$

$$= 4.899 \text{ Nm}$$

এবং $\left|\vec{\tau}_2\right| = \sqrt{6^2 + (-3)^2 + 6^2}$

$$= \sqrt{81}$$

$$= 9 \text{ Nm}$$

যেহেতু, $\left|\vec{\tau}_1\right| \neq \left|\vec{\tau}_2\right|$

সুতরাং, দৃশ্যকল্প-২ এ দুটি ব্যাসার্ধ ভেক্টরের জন্য টর্ক সমান হবে না।

vi **বল প্রয়োগের পূর্বে পর্যায়কাল নির্ণয়:**

বল প্রয়োগের পূর্বে প্রথম বস্তুর কৌণিক বেগ,

$$\omega_o = \frac{2\pi N}{t}$$

$$= \frac{2 \times 3.1416 \times 200}{60}$$

$$= 20.94 \text{ rad s}^{-1}$$

এখানে, 200 rpm এর জন্য–
সময়, $t = 60$ s
ঘূর্ণন সংখ্যা, $N = 200$

$\therefore$ সেক্ষেত্রে পর্যায়কাল, $T_o = \frac{2\pi}{\omega_o}$

$$= \frac{2 \times 3.1416}{20.94}$$

$$= 0.3 \text{ sec}$$

বল প্রয়োগের পরে পর্যায়কাল নির্ণয়:

'v' হতে পাই, প্রথম বস্তুটির উপর ক্রিয়াশীল টর্ক, $\tau_1 = 4.899$ Nm

এখন, বস্তুটির কৌণিক ত্বরণ,

$$\alpha = \frac{\tau}{I}$$

$= \frac{\tau_1}{mr_1^2}$ [$\because$ বস্তুটির জড়তার ভ্রামক, $I = mr^2$]

$$= \frac{4.899}{0.02 \times (\sqrt{14})^2}$$

$$= 17.496 \text{ rads}^{-2}$$

এখানে,
প্রথম বস্তুর ব্যাসার্ধ ভেক্টর, $\vec{r}_1 = (3\hat{i} + 2\hat{j} - \hat{k})$ m
$\therefore$ ব্যাসার্ধ, $r_1 = \sqrt{3^2 + 2^2 + (-1)^2} = \sqrt{14}$ m
বস্তুটির ভর, $m = 20$ gm $= 0.02$ kg
প্রযুক্ত বলের সময়, $t = 3$ sec

আবার, 3 sec পর কৌণিক বেগ, $\omega_f = \omega_o + \alpha t$

$$= 20.94 + 17.496 \times 3$$

$$= 73.429 \text{ rads}^{-1}$$

$\therefore$ সেক্ষেত্রে পর্যায়কাল, $T_f = \frac{2\pi}{\omega_f}$

$$= \frac{2 \times 3.14}{73.429}$$

$$= 0.0855 \text{ sec}$$

এখানে, $T_f < T_o$।

সুতরাং, দৃশ্যকল্প-২ এ প্রথম বস্তুটির জন্য বল প্রয়োগের 3 sec পরে পর্যায়কাল হ্রাস পাবে।

প্রশ্ন নং-৩ রাস্তা ও রেল লাইনের বাঁক সম্পর্কিত

একটি গ্রামে একটি সমতল ব্যাংকিংহীন রাস্তার সমান্তরালভাবে একটি রেল লাইন গিয়েছে যার দু'টি রেল লাইনের মধ্যবর্তী দূরত্ব 1.3 m এবং লাইন দু'টির মধ্যবর্তী উচ্চতার পার্থক্য 11.37 cm। রাস্তা ও রেল লাইন উভয়ের বাঁকের ব্যাসার্ধ 30 m। রাস্তার ঘর্ষণ সহগ 0.1 এবং রেল লাইনের বাঁকের পাশে একটি সতর্কীকরণ প্লেটে রেলের সর্বোচ্চ গতিসীমা 20 kmh^{-1} ছিলো।

(i) রেল লাইনটির ব্যাংকিং কোণ কত? *(প্রয়োগমূলক)* [অনুরূপ: *কু.বো.'২৫; সি.বো.'২৫,'২১,'১৬; ঢা.বো.'২৩,'২১; ম.বো.'২৩,'২২,'২১; য.বো.'২১; চ.বো.'২১,'১৬; রা.বো.'১৭*]

(ii) সাইকেল আরোহী 18 kmh^{-1} বেগে হেলে সাইকেল সমতল রাস্তায় চালিয়ে বাঁক অতিক্রম করলে সে কত কোণে হেলে সাইকেল চালিয়েছিলো? *(প্রয়োগমূলক)* [অনুরূপ: *চ.বো.'২৪; ব.বো.'২২*]

(iii) রেলের একটি বগির ভর 6330 kg হলে বগির উপর ক্রিয়াশীল প্রতিক্রিয়া বলের মান কত? *(প্রয়োগমূলক)* [অনুরূপ: *কু.বো.'২১*]

(iv) কোনো সাইকেল আরোহী না হেলে রাস্তা পার করতে চাইলে সে সর্বোচ্চ কত বেগে সাইকেল বাঁকে চালাতে পারবে? *(উচ্চতর দক্ষতামূলক)* [অনুরূপ: *রা.বো.'২৫; কু.বো.'২৩; ব.বো.'২৩,'২২; য.বো.'২১*]

(v) সতর্কীকরণ প্লেটে উল্লিখিত গতিসীমার যথার্থতা যাচাই করো। *(উচ্চতর দক্ষতামূলক)* [অনুরূপ: *কু.বো.'২৫,'২১,'১৯; ব.বো.'২৫; সি.বো.'২৫; ম.বো.'২৫,'২২,'২১; ঢা.বো.'২৪,'২৩,'২২,'২১; দি.বো.'২৪,'২১; সম্মিলিত.বো.'১৮(সেট-১); রা.বো.'১৭; চ.বো.'১৬*]

উত্তর

i আমরা জানি,

$$\sin\theta = \frac{h}{d}$$

$$\Rightarrow \sin\theta = \frac{0.1137}{1.3}$$

$$\Rightarrow \theta = \sin^{-1}(0.0875)$$

$$\therefore \theta = 5.02°$$

এখানে,
রেল লাইন দুটির মধ্যবর্তী দূরত্ব,
$d = 1.3\text{ m}$
রেল লাইন দুটির উচ্চতার পার্থক্য,
$h = 11.37\text{ cm}$
$= 0.1137\text{ m}$
রেল লাইনের ব্যাংকিং কোণ, $\theta = ?$

সুতরাং, রেল লাইনটির ব্যাংকিং কোণ 5.02° [Ans.]

ii আমরা জানি,

$$\tan\theta = \frac{v^2}{rg}$$

$$= \frac{5^2}{30 \times 9.8} = 0.085$$

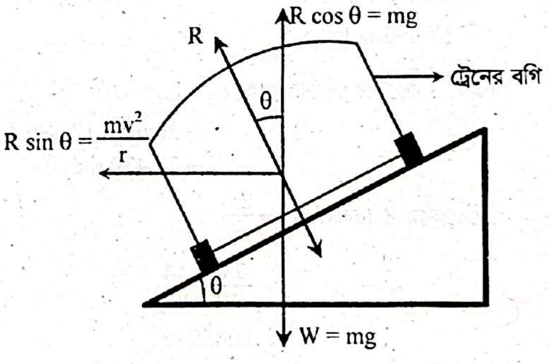
$$\therefore \theta = \tan^{-1}(0.085)$$

$$= 4.86°$$

এখানে,
সাইকেল আরোহীর বেগ,
$v = 18\text{ kmh}^{-1} = \frac{18 \times 1000\text{ m}}{3600\text{ s}} = 5\text{ ms}^{-1}$
রাস্তার বাঁকের ব্যাসার্ধ, $r = 30\text{m}$
অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g = 9.8\text{ ms}^{-2}$
সাইকেল আরোহীর উল্লম্বের সাথে কোণ, $\theta = ?$

সুতরাং, সাইকেল আরোহী 18 kmh^{-1} বেগে হেলে সাইকেল সমতল রাস্তায় চালিয়ে বাঁক অতিক্রম করলে সে 4.86° কোণে হেলে সাইকেল চালিয়েছিলো। [Ans.]

iii এখানে, রেলের বগির উপর ক্রিয়াশীল প্রতিক্রিয়া বল হচ্ছে বৃত্তাকার পথে বগি ঘোরানোর জন্য প্রয়োজনীয় কেন্দ্রমুখী বল ($R\sin\theta$) এবং ওজনের (W) প্রতিক্রিয়া বল ($R\cos\theta$) এর লব্ধি।



এখন,

$$R\cos\theta = mg$$

$$\Rightarrow R = \frac{mg}{\cos\theta}$$

$$= \frac{6330 \times 9.8}{\cos 5.02°}$$

$$= 62272.87\text{ N}$$

দেওয়া আছে,
রেলের বগির ভর, $m = 6330\text{ kg}$
অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g = 9.8\text{ ms}^{-2}$
রেল লাইনের ব্যাংকিং কোণ, $\theta = 5.02°$
[(i) হতে পাই]
প্রতিক্রিয়া বল, $R = ?$

সুতরাং, রেলের একটি বগির ভর 6330 kg হলে বগির উপর ক্রিয়াশীল প্রতিক্রিয়া বলের মান 62272.87 N। [Ans.]

iv যদি রাস্তার বাঁকে ব্যাংকিং না থাকে তাহলে ঐ স্থানে নিরাপদে বাঁক নেওয়ার জন্য প্রয়োজনীয় যে কেন্দ্রমুখী বলের প্রয়োজন হবে তা ঐ সমতলে বাঁক নেওয়ার সময় সাইকেলের চাকা ও রাস্তার মধ্যবর্তী ঘর্ষণ বল সরবরাহ করবে।

এক্ষেত্রে, ঘর্ষণ গুণাঙ্ক, $\mu = \frac{F}{W}$ ... ... (1)

যেখানে, F = সাইকেলের কেন্দ্রমুখী বল এবং W = সাইকেলের ওজন।

এখন, আরোহীসহ সাইকেলের ভর m হলে এবং নিরাপদে তা যদি v_{max} বেগে বাঁক নিতে পারে তখন,

$$F = \frac{mv_{max}^2}{r}$$

সুতরাং, (1) নং সমীকরণ হতে পাই,

$$\mu = \frac{\frac{mv_{max}^2}{r}}{mg} \quad [\because W = mg]$$

$$= \frac{v_{max}^2}{rg}$$

$$\therefore v_{max} = \sqrt{\mu rg}$$

$$= \sqrt{0.1 \times 30 \times 9.8}$$

$$= 5.422 \text{ ms}^{-1}$$

এখানে,
রাস্তার ঘর্ষণ সহগ, $\mu = 0.1$
রাস্তার বাঁকের ব্যাসার্ধ, $r = 30$ m
অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g = 9.8$ ms^{-2}
সর্বোচ্চ বেগ, v_{max} = ?

সুতরাং, কোনো সাইকেল আরোহী না হেলে রাস্তা পার করতে চাইলে সে সর্বোচ্চ 5.422 ms^{-1} বেগে সাইকেল চালাতে পারবে। [Ans.]

v আমরা জানি,

$$\tan\theta = \frac{v_{max}^2}{rg}$$

$$\Rightarrow v_{max}^2 = rg\tan\theta$$

$$\Rightarrow v_{max} = \sqrt{rg\tan\theta}$$

$$= \sqrt{30 \times 9.8 \times \tan 5.02^\circ}$$

$$= 5.082 \text{ ms}^{-1}$$

$$= \frac{\frac{5.082}{1000}}{\frac{1}{3600}} \text{ kmh}^{-1}$$

$$= 18.3 \text{ kmh}^{-1}$$

এখানে,
রেল লাইনের বাঁকের ব্যাসার্ধ, $r = 30$ m
রেল লাইনের ব্যাংকিং কোণ, $\theta = 5.02°$ [(i) নং হতে পাই]
অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g = 9.8$ ms^{-2}
রেলগাড়ির সর্বোচ্চ বেগ, v_{max} = ?

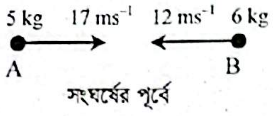
তাহলে, রেলগাড়ির সর্বোচ্চ বেগ 18.3 kmh^{-1}; যা সতর্কীকরণ প্লেটে উল্লিখিত সর্বোচ্চ গতিসীমা অপেক্ষা কম ছিলো।

সুতরাং, সতর্কীকরণ প্লেটে উল্লিখিত গতিসীমা যথার্থ ছিলো না।

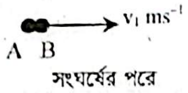
CS CamScanner

প্রশ্ন নং-৪ · ভরবেগের সংরক্ষণ সূত্র ও সংঘর্ষ সম্পর্কিত

ঘটনা-১:

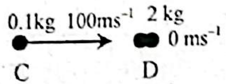


সংঘর্ষের পূর্বে

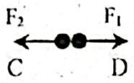


সংঘর্ষের পরে

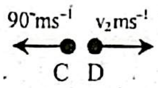
ঘটনা-২:



সংঘর্ষের পূর্বে

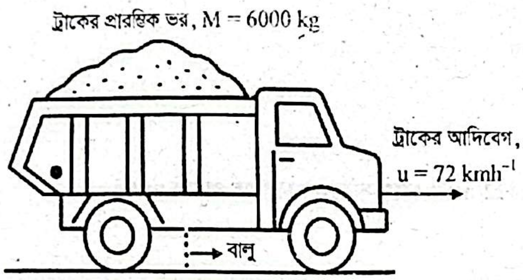


সংঘর্ষের সময়
$t = 0.1$ s



সংঘর্ষের পরে

ঘটনা-৩:



ট্রাক হতে $0.1\ \text{kgs}^{-1}$ হারে ছিদ্রপথে বালু পরে যাচ্ছে। 30 min পরে ট্রাকটিকে 10 m দূরত্বের মধ্যে থামানো হলো।

(i) ঘটনা-১ এ সংঘর্ষের পরে মিলিত বেগ নির্ণয় করো। *(প্রয়োগমূলক)* [অনুরূপ: দি.বো.'২৫; কু.বো.'২৪; সি.বো.'২৪,'২৩; ব.বো.'১৯]

(ii) ঘটনা-২ এর প্রতিক্রিয়া বল F_2 নির্ণয় করো। *(প্রয়োগমূলক)* [অনুরূপ: রা.বো.'১৬]

(iii) ঘটনা-১ ও ঘটনা-২ এর কোনোটি কি স্থিতিস্থাপক সংঘর্ষ ছিলো কি-না? *(উচ্চতর দক্ষতামূলক)* [অনুরূপ: রা.বো.'২৫,'১৬; দি.বো.'২৫; কু.বো.'২৪; সি.বো.'২৪,'২৩; চ.বো.'২২; ব.বো.'১৯]

(iv) ঘটনা-৩ এ 30 min পরে ট্রাকের বেগের মান বের করো। *(প্রয়োগমূলক)* [ঢা.বো.'২৫; অনুরূপ: চ.বো.'২৩]

(v) ঘটনা-৩ এ ট্রাকটিকে থামানোর জন্য প্রয়োজনীয় বলের মান বের করা যাবে কি-না? বিশ্লেষণ করো। *(উচ্চতর দক্ষতামূলক)* [ঢা.বো.'২৫; অনুরূপ: চ.বো.'২৩]

উত্তর

i আমরা জানি, ভরবেগের সংরক্ষণ সূত্রানুসারে–

$$m_1u_1 + m_2u_2 = (m_1 + m_2)v_1$$

$$\text{বা, } v_1 = \frac{m_1u_1 + m_2u_2}{m_1 + m_2}$$

$$= \frac{5 \times 17 + 6(-12)}{5 + 6} = 1.18\ \text{ms}^{-1}$$

এখানে, ঘটনা-১ এ–
A বস্তুর ভর, $m_1 = 5$ kg
B বস্তুর ভর, $m_2 = 6$ kg
A বস্তুর বেগ, $u_1 = 17\ \text{ms}^{-1}$
B বস্তুর বেগ, $u_2 = -12\ \text{ms}^{-1}$ [যেহেতু B বস্তুটি বিপরীত দিক থেকে আগত]
মিলিত বেগ, $v_1 = ?$

সুতরাং, ঘটনা-১ এ সংঘর্ষের পরে মিলিত বেগ $1.818\ \text{ms}^{-1}$। [Ans.]

ii C বস্তুটি D বস্তুকে F_1 বলে ধাক্কা দেয় এবং D বস্তু বিপরীতে F_2 প্রতিক্রিয়া বলে C বস্তুকে ধাক্কা দেয়।

$$\text{এখন, } F_2 = m_1\frac{v_1 - u_1}{t}$$

$$= 0.1 \times \frac{(-90 - 100)}{0.1}$$

$$= -190\ \text{N}$$

এখানে, ঘটনা-২ এ C বস্তুর–
ভর, $m_1 = 0.1$ kg
আদিবেগ, $u_1 = 100\ \text{ms}^{-1}$
শেষবেগ, $v_1 = -90\ \text{ms}^{-1}$
ক্রিয়াকাল, $t = 0.1$ s

সুতরাং, ঘটনা-২ এর প্রতিক্রিয়া বল F_2 এর মান – 190 N। [Ans.]

iii **ঘটনা-১ এর সংঘর্ষের প্রকৃতি:**

ঘটনা-১ এর ক্ষেত্রে–

সংঘর্ষের পূর্বের গতিশক্তি, $K_1 = \frac{1}{2}m_1u_1^2 + \frac{1}{2}m_2u_2^2$

$= \frac{1}{2} \times 5 \times 17^2 + \frac{1}{2} \times 6 \times (-12)^2$

$= 1154.5$ J

এখানে, ঘটনা-১ এ–
A বস্তুর ভর, $m_1 = 5$ kg
B বস্তুর ভর, $m_2 = 6$ kg
A বস্তুর বেগ, $u_1 = 17$ ms^{-1}
B বস্তুর বেগ, $u_2 = -12$ ms^{-1} [যেহেতু B বস্তুটি বিপরীত দিক থেকে আগত]
মিলিত বেগ, $v_1 = 1.18$ ms^{-1} [(i) হতে পাই]

সংঘর্ষের পরের মোট গতিশক্তি, $K_1' = \frac{1}{2}(m_1 + m_2)v_1^2$

$= \frac{1}{2} \times (5 + 6) \times (1.18)^2$

$= 7.68$ J

স্পষ্টতই, $K_1 \neq K_1'$; তাই ঘটনা-১ এর সংঘর্ষ ছিলো অস্থিতিস্থাপক।

ঘটনা-২ এর সংঘর্ষের প্রকৃতি:

ঘটনা-২ এর ক্ষেত্রে–

ভরবেগের সংরক্ষণ সূত্রানুসারে,

$m_1u_1 + m_2u_2 = m_1v_1 + m_2v_2$

$\Rightarrow 0.1 \times 100 + 2 \times 0 = 0.1 \times (-90) + 2 \times v_2$

$\Rightarrow 10 = -9 + 2v_2$

$\Rightarrow v_2 = \frac{10 + 9}{2} = 9.5$ ms^{-1}

এখানে, ঘটনা-২ এ–
C বস্তুর ভর, $m_1 = 0.1$ kg
C বস্তুর আদিবেগ, $u_1 = 100$ ms^{-1}
C বস্তুর শেষবেগ, $v_1 = -90$ ms^{-1}
D বস্তুর ভর, $m_2 = 2$ kg
D বস্তুর আদিবেগ, $u_2 = 0$ ms^{-1}
D বস্তুর শেষবেগ, $v_2 = ?$

এখন,

সংঘর্ষের পূর্বের মোট গতিশক্তি, $K_3 = \frac{1}{2}m_1u_1^2 + \frac{1}{2}m_2u_2^2$

$= \frac{1}{2} \times 0.1 \times 100^2 + \frac{1}{2} \times 2 \times 0^2$

$= 500$ J

সংঘর্ষের পরের মোট গতিশক্তি, $K_3' = \frac{1}{2}m_1v_1^2 + \frac{1}{2}m_2v_2^2$

$= \frac{1}{2} \times 0.1 \times (-90)^2 + \frac{1}{2} \times 2 \times (9.5)^2$

$= 495.25$ J

স্পষ্টতই, $K_3 \neq K_3'$; তাই ঘটনা-২ এর সংঘর্ষও ছিলো অস্থিতিস্থাপক।

সুতরাং, ঘটনা-১ ও ঘটনা-২ এর কোনোটিই স্থিতিস্থাপক সংঘর্ষ ছিলো না।

iv ধরা যাক, ট্রাকের ছিদ্রপথে প্রতি dt সময় dm ভরের বালু নির্গমন হচ্ছে। তাহলে,

প্রতি dt সময় পর ট্রাকের পরিবর্তিত ভর, $m = M - dm$

এবং প্রতি dt সময় পর ট্রাকের পরিবর্তিত বেগ, $v = u + dv$ [∵ ট্রাকের ভর প্রতিনিয়ত কমছে, তাই এর বেগ প্রতিনিয়ত বাড়ার কথা]

এখন, ভরবেগের সংরক্ষণ সূত্রানুসারে,

ট্রাকের প্রারম্ভিক ভরবেগ = ট্রাকের পরিবর্তিত ভরবেগ + প্রতি সেকেন্ডে নির্গত বালুর ভরবেগ

$\Rightarrow Mu = mv + (dm)v$

$\Rightarrow Mu = (M - dm)(u + dv) + (dm)(u + dv)$

$\Rightarrow Mu = Mu - udm + Mdv - dmdv + udm + dmdv$

$\Rightarrow Mdv = 0$

$\therefore dv = 0$

এখানে,
ট্রাকের প্রারম্ভিক ভর, $M = 6000$ kg
ট্রাকের আদিবেগ, $u = 72$ kmh^{-1} $= \frac{72 \times 1000 \text{ m}}{3600 \text{ s}} = 20$ ms^{-1}
ট্রাক হতে প্রতি সেকেন্ডে নির্গত বালুর ভর, $dm = 0.1$ kg

তাহলে, প্রতি dt সময়ে ট্রাকের বেগ বৃদ্ধি, $dv = 0$ (শূন্য)।

অর্থাৎ, এক্ষেত্রে ট্রাকের বেগ কখনও বৃদ্ধি পাবে না, এটি তার আদিবেগেই গতিশীল হবে।

সুতরাং, 30 min ট্রাকের বেগের মান 72 kmh^{-1} বা, 20 ms^{-1}। [Ans.]

v 'iv' হতে পাই, 30 min পরও ট্রাকটি তার আদিবেগ, $u = 20\ ms^{-1}$ বেগে গতিশীল হবে। যেহেতু 30 min পরও ট্রাকটি থেকে বালি পড়তে থাকবে।

এখন, ট্রাকটিকে থামানোর জন্য প্রয়োজনীয় বল, $F = \frac{\text{প্রতি মুহূর্তে ট্রাকের ভরবেগের পরিবর্তন}}{\text{প্রতি মুহূর্তের (সময়ের) পরিবর্তন}}$

$$= \frac{mv + (dm)v - Mu}{dt}$$

$$= \frac{(M - dm)(u + dv) + (dm)(u + dv) - Mu}{dt}$$

$$= \frac{Mu - udm + Mdv - dmdv + udm + dmdv - Mu}{dt}$$

$$\therefore F = \frac{Mdv}{dt}$$

$$\Rightarrow dv = \frac{Fdt}{M} \dots \dots \dots (1)$$

যখন সময় $t = 0$ (আদি সময়), তখন ট্রাকের বেগ, $v = u$ (আদিবেগ)

যেহেতু বল প্রয়োগে ট্রাকটি থেমে যায়, তাই সেক্ষেত্রে $t = t$ সময়ে ট্রাকের বেগ, $v = 0$। উক্ত সীমার মধ্যে (1) নং সমীকরণ যোগজীকরণ করে পাই,

$$\int_u^0 dv = \frac{F}{M}\int_0^t dt$$

$$\Rightarrow [v]_u^0 = \frac{F}{M}[t]_0^t$$

$$\Rightarrow 0 - u = \frac{F}{M}(t - 0)$$

$$\Rightarrow F = -\frac{Mu}{t} \dots \dots \dots (2)$$

উক্ত সমীকরণকে $F = Ma$ এর সাথে তুলনা করে পাই,

ত্বরণ, $a = -\frac{M}{t} \dots \dots \dots (3)$

অর্থাৎ, এক্ষেত্রে ত্বরণ ঋণাত্মক তথা মন্দন ঘটে।

আমরা জানি,

$$s = ut + \frac{1}{2}at^2$$

$$\Rightarrow 10 = ut + \frac{1}{2}\left(-\frac{u}{t}\right)t^2 \quad \left[\text{(3) নং হতে } a = -\frac{u}{t} \text{ বসিয়ে পাই}\right]$$

$$\Rightarrow 10 = ut - \frac{1}{2}ut$$

$$\Rightarrow 10 = \frac{1}{2} \times 20\,t$$

$$\therefore t = 1s$$

এখানে,
ট্রাকটি থামানোর জন্য অতিক্রান্ত দূরত্ব, $s = 10$ m
প্রয়োজনীয় সময়, $t = ?$

এখন, (1) নং সমীকরণে রাশিগুলোর মান বসিয়ে পাই,

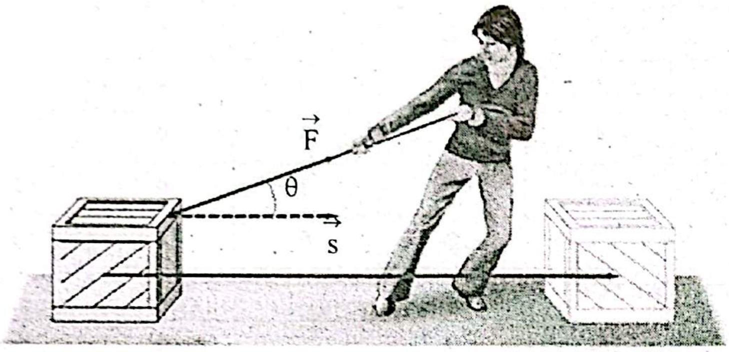
$F = -\frac{6000 \times 20}{1} = -1.2 \times 10^5$ N; এখানে, ঋণাত্মক মান দ্বারা বাঁধাদানকারী বল বুঝানো হয়েছে।

সুতরাং, ট্রাকটিকে থামানো জন্য প্রয়োজনীয় বলের মান বের করা যাবে এবং এর মান হবে 1.2×10^5 N। **[Ans.]**

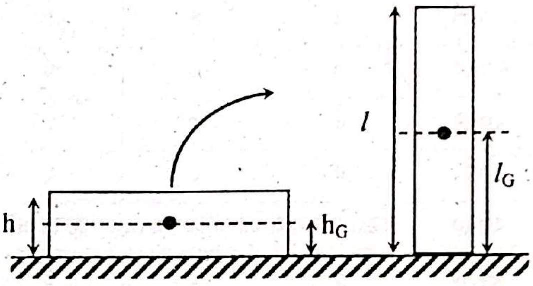
অধ্যায় ৫

কাজ, শক্তি ও ক্ষমতা

Work, Energy and Power



$W = \vec{F}\,.\,\vec{s} = Fs\cos\theta$



$h_G = \frac{h}{2}$, $l_G = \frac{l}{2}$, $W = mg\left(\frac{l}{2} - \frac{h}{2}\right)$

CHAPTER INDEX

বিষয়বস্তু	পৃষ্ঠা নং
✪ Board Questions Analysis	১৬৬
✪ Chapter Analysis	১৬৭
✪ Crash Course	১৬৮-১৮২
• প্রয়োজনীয় তত্ত্ব, সূত্র, প্রতীক ও একক পরিচিতি	১৬৯
• গুরুত্বপূর্ণ লেখচিত্রসমূহ	১৭১
• MCQ এর জন্য গুরুত্বপূর্ণ তথ্যসমূহ	১৭২
• MCQ এর জন্য গুরুত্বপূর্ণ গাণিতিক সমস্যাবলি	১৭৫
✪ Short Question-Answer	১৮৩-১৯১
• জ্ঞানমূলক প্রশ্নোত্তর	১৮৪
• অনুধাবনমূলক প্রশ্নোত্তর	১৮৫
✪ Comprehensive Questions	১৯২-২০৬

BOARD QUESTIONS ANALYSIS

এই অধ্যায় থেকে বিভিন্ন বোর্ডে বিগত বছরগুলোতে এইচএসসি পরীক্ষায় ২৬২টি বহুনির্বাচনি প্রশ্ন ও ৭৩টি সৃজনশীল প্রশ্ন এসেছে। নিচের 'Board Questions Analysis' অংশে এই অধ্যায় থেকে কোন সালে কোন বোর্ডে কতটি প্রশ্ন হয়েছে তা দেখানো হলো –

☑ বহুনির্বাচনি প্রশ্ন

বোর্ড সাল	ঢাকা	রাজশাহী	কুমিল্লা	যশোর	চট্টগ্রাম	বরিশাল	সিলেট	দিনাজপুর	ময়মনসিংহ
২০২৫	৪	৪	৩	৪	২	১	৩	৭	২
২০২৪	৪	৪	৩	৪	৩	৩	৩	২	৬
২০২৩	৩	৫	৩	১	৫	১	৪	৫	৪
২০২২	৫	৩	৫	৩	৩	৫	৪	৫	১
২০২১	৫	৬	২	৭	৬	৪	৪	৪	৬
২০২০	করোনা মহামারির কারণে ২০২০ সালের এইচএসসি পরীক্ষা অনুষ্ঠিত হয়নি।								
২০১৯	১	৩	৪	–	৩	৩	২	২	–
২০১৮	সম্মিলিত বোর্ড (১ সেট): ২								
২০১৭	৫	২	৪	১	৪	২	৮	২	–
২০১৬	৩	২	৩	৩	২	২	২	৩	–
২০১৫	৪	৩	২	২	২	৪	৪	২	–

☑ সৃজনশীল প্রশ্ন

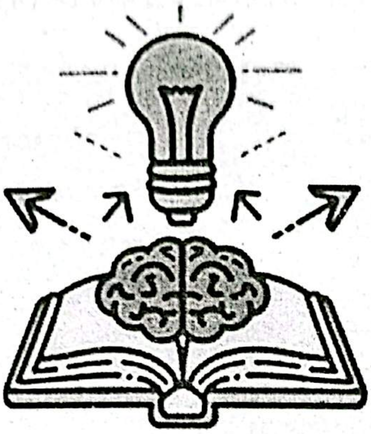
বোর্ড সাল	ঢাকা	রাজশাহী	কুমিল্লা	যশোর	চট্টগ্রাম	বরিশাল	সিলেট	দিনাজপুর	ময়মনসিংহ
২০২৫	২	১	১	১	১	১	১	–	২
২০২৪	১	১	১	১	১	১	১	১	১
২০২৩	২	২	১	–	১	১	১	১	২
২০২২	১	১	১	১	১	১	১	১	১
২০২১	১	২	১	১	১	২	২	১	২
২০২০	করোনা মহামারির কারণে ২০২০ সালের এইচএসসি পরীক্ষা অনুষ্ঠিত হয়নি।								
২০১৯	১	১	১	১	–	১	২	–	–
২০১৮	সম্মিলিত বোর্ড (২ সেট): ২								
২০১৭	১	১	–	১	১	–	–	১	–
২০১৬	–	–	–	১	–	–	–	১	–
২০১৫	–	২	১	–	১	–	১	–	–

CHAPTER ANALYSIS

প্রিয় শিক্ষার্থী

এই অধ্যায়ের কোন Topic গুলো HSC পরীক্ষার জন্য গুরুত্বপূর্ণ তা নিচের চার্ট থেকে বুঝতে পারবে।
যেসব Topic থেকে প্রায়ই HSC পরীক্ষা প্রশ্ন হয়ে থাকে সে Topic গুলোকে অধিক গুরুত্ব দিবে।

Topic	MCQ	CQ	
		প্রয়োগমূলক	উচ্চতর দক্ষতামূলক
কাজ নির্ণয়	—	য.বো.'২৪,'১৯; চ.বো.'২৪,'১৭,'১৫; রা.বো.'২২,'২১,'১৭; ব.বো.'২২,'১৯; দি.বো.'২২; কু.বো.'২১; সি.বো.'২১; ম.বো.'২১; ঢা.বো.'১৯	ঢা.বো.'২৫; সি.বো.'২২; ম.বো.'২১; সম্মিলিত বো.'১৮; রা.বো.'১৭,'১৫; দি.বো.'১৭
স্প্রিং বল দ্বারা কৃতকাজ	য.বো.'২৫,'২৪; চ.বো.'২৪,'১৯; ব.বো.'২৪,'১৯,'১৬; ম.বো.'২৪; কু.বো.'২২; দি.বো.'২২,'১৫; সম্মিলিত বো.'১৮; ঢা.বো.'১৭; সি.বো.'১৭; রা.বো.'১৬	—	—
কাজ শক্তি উপপাদ্য	ঢা.বো.'২২; দি.বো.'১৯; কু.বো.'১৭; সি.বো.'১৭	ব.বো.'২১	চ.বো.'২২; সি.বো.'১৯
সংরক্ষণশীল ও অসংরক্ষণশীল বল	য.বো.'২৪,'২২,'২১; ব.বো.'২৪,'১৭,'১৫; ঢা.বো.'২২,'১৭; কু.বো.'২২; রা.বো.'২১,'১৫; সি.বো.'১৫; চ.বো.'১৬; দি.বো.'১৫	—	ম.বো.'২৪
বিভব শক্তি ও গতিশক্তি	ঢা.বো.'২৫,'২৪,'২২,'১৭,'১৬; রা.বো.'২৫,'২৪,'২২,'২১,'১৬; কু.বো.'২৫,'২৪,'২১,'১৬,'১৯; য.বো.'২৫,'২২,'১৬; সি.বো.'২৫,'২৪,'২২,'১৯,'১৭,'১৫; দি.বো.'২৫,'২৪,'২২,'২১,'১৬; ম.বো.'২৫,'২১; চ.বো.'২২, '২১,'১৯,'১৭; ব.বো.'২২,'২১,'১৭	য.বো.'২৫; সি.বো.'২৫,'২৪,'২২,'১৫; ম.বো.'২৫,'২৪,'২১; কু.বো.'২৪,'১৯; ঢা.বো.'২১; ব.বো.'২১; দি.বো.'২১; রা.বো.'১৫	য.বো.'২৫; চ.বো.'২৫; সি.বো.'২৫,'২৪,'১৯; কু.বো.'২৪,'২২
শক্তির সংরক্ষণশীলতা নীতি	—	—	ব.বো.'২২; ম.বো.'২২;ব.বো.'২১; ঢা.বো.'১৯; য.বো.'১৯; সম্মিলিত বো.'১৮; রা.বো.'১৫; কু.বো.'১৫
ক্ষমতা ও কর্মদক্ষতা	ঢা.বো.'২৫,'২১,'১৯,'১৫; রা.বো.'২৫,'২৪,'২২,'২১; কু.বো.'২৫; ব.বো.'২৫,'২৪,'২১,'১৫; চ.বো.'২৫,'১৫; ম.বো.'২৫,'২১; সি.বো.'২১; দি.বো.'২১,'১৬; সম্মিলিত বো.'১৮; য.বো.'১৫	রা.বো.'২৫,'২৪,'১৯; ঢা.বো.'২৪, '২২,'২১,'১৭; ব.বো.'২৪; দি.বো.'২৪; য.বো.'২২,'২১; চ.বো.'২১; সি.বো.'২১	ঢা.বো.'২৫,'২৪,'২২; রা.বো.'২৫,'২৪,'২১,'১৯; কু.বো.'২৫,'২১; ব.বো.'২৫,'২৪,'১৯; য.বো.'২৪,'২২,'২১; চ.বো.'২৪,'২১; দি.বো.'২৪,'২১,'১৬; সি.বো.'২১,'১৫; ম.বো.'২১



Crash Course

প্রিয় শিক্ষার্থী,

Crash Course-এ বিগত বছরগুলোর HSC পরীক্ষার বহুনির্বাচনি প্রশ্নগুলো বিশ্লেষণ করে–

- গুরুত্বপূর্ণ তথ্যসমূহ টপিক অনুসারে সাজানো হয়েছে যেন, শেষ মুহূর্তে গুছিয়ে রিভিশন করতে পারো।
- 'প্রয়োজনীয় তত্ত্ব, সূত্র, প্রতীক ও একক পরিচিতি' সন্নিবেশিত হয়েছে, যেগুলো আয়ত্তে আনার মাধ্যমে তোমরা সহজে বহুনির্বাচনি অংশের প্রস্তুতি নিতে পারবে।
- এছাড়াও MCQ এর জন্য গুরুত্বপূর্ণ গাণিতিক সমস্যাবলির সমাধান Topic অনুসারে সাজানো হয়েছে, সাথে Similar Problems ও যুক্ত করা হয়েছে, যাতে তোমাদের পরীক্ষার প্রস্তুতি হয় পূর্ণাঙ্গ।

প্রয়োজনীয় তত্ত্ব, সূত্র, প্রতীক ও একক পরিচিতি

◆ **কাজ-শক্তি উপপাদ্য:** *[য.বো.'২১,'১৯; ঢা., য., সি., দি. (সম্মিলিত) বো.'১৮; ঢা.বো.'২২; সি.বো.'১৭]*

কোনো বস্তুর ওপর ক্রিয়ারত লব্ধি বল কর্তৃক কৃতকাজ বস্তুটির গতিশক্তির পরিবর্তনের সমান।

◆ **যান্ত্রিক শক্তির নিত্যতা সূত্র:** *[য.বো.'১৭]*

কোনো ব্যবস্থায় কেবল সংরক্ষণশীল বল ক্রিয়ারত থাকলে ব্যবস্থার গতিশক্তি ও বিভব শক্তির সমষ্টি সর্বদা ধ্রুব থাকে। এটিই যান্ত্রিক শক্তির নিত্যতা সূত্র।

অর্থাৎ, গতিশক্তি + বিভবশক্তি = ধ্রুবক।

◆ **শক্তির নিত্যতা সূত্র বা সংরক্ষণশীলতা নীতি:**

শক্তির সৃষ্টি বা বিনাশ নেই, শক্তি কেবল একরূপ থেকে অপর এক বা একাধিক রূপে পরিবর্তিত হতে পারে। মহাবিশ্বের মোট শক্তির পরিমাণ নির্দিষ্ট ও অপরিবর্তনীয়।

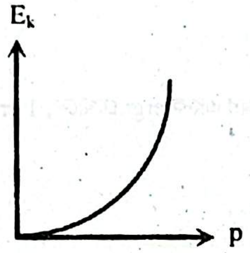
সূত্র	প্রতীক পরিচিতি	একক
➲ ধ্রুব বল দ্বারা কৃতকাজ সম্পর্কিত		
• $W = Fs$ • $W = Fs\cos\theta$ • $W = \vec{F} \cdot \vec{s}$ • $W = mgh$	F = বল	নিউটন (N)
	s = সরণ	মিটার (m)
	θ = বল ও সরণের অন্তর্ভুক্ত কোণ	ডিগ্রি (°)
	m = ভর	কিলোগ্রাম (kg)
	g = অভিকর্ষজ ত্বরণ	মিটার/সে^{2} (ms^{-2})
	h = আদি ও শেষ অবস্থানের মধ্যবর্তী উল্লম্ব দূরত্ব	মিটার (m)
➲ স্প্রিং বল দ্বারা কৃতকাজ সম্পর্কিত		
• $F = kx$ • $W = \frac{1}{2}kx^2$ *[চ.বো.'২৪; রা.বো.'১৬]* • $W = \frac{1}{2}k(x_f^2 - x_i^2)$ • $W = \int_{x_i}^{x_f} F(x)\,dx$ *[কু.বো.'১৫]*	F = স্প্রিং এ প্রযুক্ত বল	নিউটন (N)
	k = স্প্রিং ধ্রুবক	নিউটন/মি. (N/m)
	W = কৃতকাজ	জুল (J)
	x = স্প্রিং এর মুক্ত প্রান্তের সরণ	মিটার (m)
	x_i = স্প্রিং এর আদি অবস্থান	মিটার (m)
	x_f = স্প্রিং এর শেষ অবস্থান	মিটার (m)
➲ মহাকর্ষ বল দ্বারা কৃতকাজ সম্পর্কিত		
• $W = GMm\left[\frac{1}{r_c} - \frac{1}{r_b}\right]$	W = মহাকর্ষীয় ক্ষেত্র দ্বারা কৃতকাজ	জুল (J)
	G = মহাকর্ষীয় ধ্রুবক	নিউটন.মি^{2}/কেজি^{2} (Nm^2kg^{-2})
	M = মহাকর্ষীয় ক্ষেত্র সৃষ্টিকারী বস্তুর ভর	কিলোগ্রাম (kg)
	m = অপর বস্তুর ভর	কিলোগ্রাম (kg)
	r_b = আদি অবস্থান	মিটার (m)
	r_c = শেষ অবস্থান	মিটার (m)

CS CamScanner

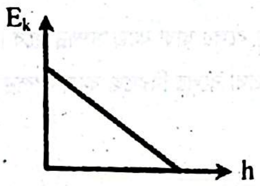
সূত্র	প্রতীক পরিচিতি	একক
➲ বিভব শক্তি ও গতিশক্তি সম্পর্কিত		
• $E_P = mgh$ • $E_k = \frac{1}{2}mv^2$ • $E_k = \frac{\vec{p} \cdot \vec{p}}{2m} = \frac{p^2}{2m}$ [ঢা.বো.'২৫,'২১; দি.বো.'২৫; চ.বো.'২৪,'১৯; কু.বো.'২১,'১৯; সি.বো.'১৬,'১৭]	E_p = বিভব শক্তি	জুল (J)
	m = ভর	কেজি (kg)
	g = অভিকর্ষজ ত্বরণ	মিটার/সে^{2} (ms^{-2})
	h = উচ্চতা	মিটার (m)
	E_k = গতিশক্তি	জুল (J)
	v = বেগ	মিটার/সে. (ms^{-1})
	p = ভরবেগ	কেজি.মিটার/সে ($kgms^{-1}$)
➲ কাজ-শক্তি উপপাদ্য এবং যান্ত্রিক শক্তির সংরক্ষণশীলতা সম্পর্কিত		
• $W = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}mv_0^2$ • $Fx = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}mv_0^2$ • যেকোনো অবস্থানে বস্তুর মোট যান্ত্রিক শক্তি = ধ্রুবক	W = কৃতকাজ	জুল (J)
	m = ভর	কেজি (kg)
	v_0 = আদিবেগ	মিটার/সে. (ms^{-1})
	v = শেষবেগ	মিটার/সে. (ms^{-1})
	F = বল	নিউটন (N)
	x = সরণ	মিটার (m)
➲ ক্ষমতা ও কর্মদক্ষতা সম্পর্কিত		
• $P = \frac{W}{t} = \frac{dW}{dt} = \frac{mgh}{t}$ [চ.বো.'২৫] • $P = \frac{Fs}{t}$ • $P = \frac{Fs\cos\theta}{t}$ [সি.বো.'২১] • $P = \frac{\vec{F} \cdot \vec{s}}{t}$ • $P = Fv$ [চ.বো.'২৫; সি.বো.'২১] • $P = \vec{F} \cdot \vec{v}$ • $P = \frac{\tau\theta}{t}$ • $P = \tau\omega$ [রা.বো.'২২] • $\eta = \left(\frac{E_1 - E_2}{E_1}\right) \times 100\% = \left(1 - \frac{E_2}{E_1}\right) \times 100\%$ • $\eta = \left(\frac{P'}{P} \times 100\right)\%$	P = ক্ষমতা	ওয়াট (W)
	W = কৃতকাজ	জুল (J)
	t = সময়	সেকেন্ড (s)
	s = সরণ	মিটার (m)
	v = সমবেগ	মিটার/সে. (ms^{-1})
	τ = টর্ক	নিউটন-মিটার (N.m)
	ω = কৌণিক বেগ	রেডিয়ান/সে. ($rads^{-1}$)
	θ = কৌণিক সরণ	ডিগ্রি (°)
	η = কর্মদক্ষতা	—
	E_1 = প্রদত্ত শক্তি	জুল (J)
	E_2 = অপচয়কৃত শক্তি	জুল (J)
	P′ = কার্যকর ক্ষমতা	ওয়াট (W)
	P = প্রদত্ত ক্ষমতা	ওয়াট (W)

গুরুত্বপূর্ণ লেখচিত্রসমূহ

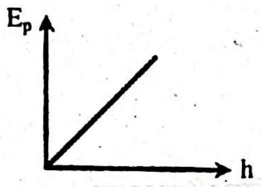
✓ ভরবেগ (p) বনাম গতিশক্তি (E_k)-এর লেখচিত্র হবে মূলবিন্দুগামী পরাবৃত্ত। [য.বো.'২৫; সি.বো.'২৫,'২৪,'২২,'১৯; ব.বো.'২২; দি.বো.'২১; চ.বো.'১৯]



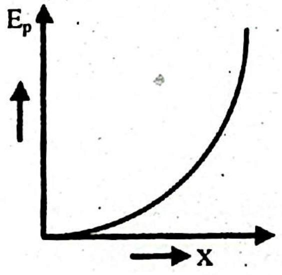
✓ ভূমি হতে খাড়া উপরের দিকে নিক্ষিপ্ত বস্তুর উচ্চতা (h) বনাম গতিশক্তি (E_k)-এর লেখচিত্র হবে অক্ষদ্বয় ছেদকারী সরলরেখা। [কু.বো.'২২; রা.বো.'২১]



✓ ভূমি হতে খাড়া উপরের দিকে নিক্ষিপ্ত বস্তুর উচ্চতা (h) বনাম বিভবশক্তি (E_p)-এর লেখচিত্র হবে মূলবিন্দুগামী সরলরেখা। [ঢা.বো.'১৫]



✓ স্প্রিং এর সম্প্রসারণ (x) বনাম বিভবশক্তি (E_p) এর লেখচিত্র হবে মূলবিন্দুগামী পরাবৃত্ত। [য.বো.'২৪]



MCQ এর জন্য গুরুত্বপূর্ণ তথ্যসমূহ

দৃষ্টি আকর্ষণ

বহুনির্বাচনি প্রশ্নের জন্য 'প্রয়োজনীয় তত্ত্ব, সূত্র, প্রতীক ও একক পরিচিতি' এবং 'গুরুত্বপূর্ণ লেখচিত্রসমূহ' অংশগুলো অবশ্যই ভালোভাবে পড়ে নিবে।

কাজ সম্পর্কিত

◆ কাজ একটি স্কেলার রাশি।

◆ SI পদ্ধতিতে কাজের একক Joule এবং CGS পদ্ধতিতে কাজের একক erg; যেখানে, $1\ erg = 10^{-7}\ J$ বা $1\ J = 10^{7}\ erg$। [চ.বো.'২৫; য.বো.'২৪; সি.বো.'২১]

◆ কাজের অভিকর্ষীয় একক–

- সিজিএস পদ্ধতিতে গ্রাম-সেন্টিমিটার
- এফপিএস পদ্ধতিতে ফুট-পাউন্ড
- এমকেএস পদ্ধতিতে কিলোগ্রাম-মিটার [কু.বো.'২৪,'১৯; সি.বো.'২৪; চ.বো.'১৬]

◆ কাজের বা শক্তির মাত্রা হলো $[ML^2T^{-2}]$। [য.বো.'২৪; সি.বো.'১৭; রা.বো., য.বো.'১৬; ঢা.বো.'১৬]

◆ বল ও সরণের মধ্যবর্তী কোণ θ এর মান–

- 0° হলে কাজ সর্বোচ্চ হয়। [রা.বো.'২৫; দি.বো.'২৪,'১৬; ঢা.বো.'২১; সি.বো.'১৫]
- $0° \le \theta < 90°$ সীমার মধ্যে হলে কাজ হবে ধনাত্মক তথা বলের দ্বারা কাজ সম্পন্ন হবে। [চ.বো.'২৪,'২১; য.বো.'২১,'১৭; কু.বো.'১৯; সি.বো.'১৯,'১৫; ব.বো.'১৫]
- $90° < \theta \le 180°$ সীমার মধ্যে হলে কাজ হবে ঋণাত্মক তথা বলের বিরুদ্ধে কাজ সম্পন্ন হবে। [দি.বো.'২৫; য.বো.'২১; চ.বো.'১৭]

◆ কাজের মান শূন্য হবে যদি–

- বল ও সরণের মধ্যবর্তী কোণ 90° হবে। [সি.বো.'১৬; রা.বো.'১৫]
- বল প্রয়োগে কোনো সরণ না ঘটবে। [কু.বো.'২১; চ.বো.'২১]

◆ জুল ও ক্যালরি এককের সম্পর্ক: $1J = 0.24\ Cal$।

◆ ধনাত্মক কাজের কয়েকটি উদাহরণ নিম্নরূপ:

- কোনো বস্তুকে উপর থেকে নিচে ফেলে দেওয়া, [য.বো.'২৪]
- বইকে টেবিলের উপর থেকে নিচে ফেলা,
- চলন্ত একটি ফুটবলে বল প্রয়োগের ফলে ফুটবলটি বলের ক্রিয়ার দিকে সরানো, [য.বো.'২৪]
- রিক্সাচালকের রিক্সা চালানো,
- ক্রিকেট বলকে সজোরে আঘাত করা,
- নৌকা চালানো।

◆ ঋণাত্মক কাজের কয়েকটি উদাহরণ নিম্নরূপ:

- একটি বস্তুকে মাটি থেকে তুলে টেবিলের উপরে রাখা,
- সমবেগে গতিশীল গাড়িকে ব্রেক কষে থামানো,
- মাথায় বোঝা নিয়ে সিঁড়ি বেয়ে উপরে উঠা।

বিভিন্ন প্রকার বল দ্বারা কৃতকাজ

◆ ঘর্ষণ বল দ্বারা বস্তুর উপর কৃতকাজ ঋণাত্মক হয়। [কু.বো.'২২]

◆ সিঁড়ি বেয়ে উপরে উঠলে অভিকর্ষ বলের বিরুদ্ধে কাজ হয়।

◆ বল বনাম সরণ লেখচিত্রের অন্তর্গত ক্ষেত্রফল কাজ নির্দেশ করে।

◆ স্প্রিং বল দ্বারা কৃতকাজ সরণের বর্গের সমানুপাতিক এবং এর স্প্রিং ধ্রুবকের সমানুপাতিক। [য.বো.'২৫]

◆ স্প্রিং-এর বল ধ্রুবকের একক ও মাত্রা যথাক্রমে Nm^{-1} ও MT^{-2}। *[চ.বো., ব.বো.'২৪; ঢা.বো.'১৭]*

◆ পরিবর্তনশীল বল একটি ভেক্টর রাশি, তাই এর পরিবর্তন এর মানে, দিকে বা উভয়েই হতে পারে। *[রা.বো.'১৭]*

◆ **সংরক্ষণশীল বলের ক্ষেত্রে–**

- পূর্ণচক্রে মোট কাজ শূন্য হয়।
- কাজের পরিমাণ কণার গতিপথের ওপর নির্ভর করে না। *[ব.বো.'২৪]*
- শক্তির নিত্যতা সূত্র পালিত হয়।
- কাজ পুনরুদ্ধার করা যায়।

◆ **সংরক্ষণশীল বলের কতিপয় উদহরণ নিম্নরূপ–**

- অভিকর্ষীয় বল *[ঢা.বো.'২২,'১৬]*
- চৌম্বক বল
- বৈদ্যুতিক বল বা তড়িৎ বল
- আদর্শ স্প্রিংয়ের বিকৃতি প্রতিরোধকারী বল *[দি.বো.'১৫]*
- মহাকর্ষীয় বল *[ম.বো.'২৩; দি.বো.'১৫]*

◆ **অসংরক্ষণশীল বলের ক্ষেত্রে–**

- পূর্ণচক্রে মোট কাজ শূন্য হয় না।
- কাজের পরিমাণ কণার গতিপথের ওপর নির্ভর করে।
- শক্তির নিত্যতা সূত্র পালিত হয় না। *[ব.বো.'১৭]*
- কাজ সম্পূর্ণরূপে পুনরুদ্ধার করা যায় না।

◆ **অসংরক্ষণশীল বলের কতিপয় উদাহরণ নিম্নরূপ–**

- ঘর্ষণ বল *[য.বো.'২৪,'২১; ম.বো.'২৩; রা.বো.'১৫; সি.বো.'১৫]*
- সান্দ্র বল *[ম.বো.'২৩; কু.বো.'২২; রা.বো.'২১; চ.বো.'১৬; ব.বো.'১৫]*

◆ ঘর্ষণ বল ও বেগের মধ্যবর্তী কোণ π বা 180°।

◆ কেন্দ্রমুখী বল দ্বারা কৃতকাজ শূন্য হয়। *[দি.বো.'২৫,'১৬; সি.বো.'২৪,'২২; ঢা.বো.'২৩,'১৯; কু.বো.'২২; ব.বো.'২২; চ.বো.'২২,'২১]*

◆ একটি বস্তুকণাকে সুতায় বেঁধে বৃত্তাকার পথে ঘুরালে কাজের পরিমাণ শূন্য হবে। *[ঢা.বো.'২৪]*

শক্তি সম্পর্কিত

◆ **শক্তিকে মোটামুটি নয় ভাগে বিভক্ত করা যায়, যথা-**

- যান্ত্রিক শক্তি (Mechanical Energy)
- শব্দ শক্তি (Sound Energy)
- তড়িৎ শক্তি (Electrical Energy)
- রাসায়নিক শক্তি (Chemical Energy)
- সৌর শক্তি (Solar Energy)
- তাপশক্তি (Heat Energy)
- চৌম্বক শক্তি (Magnetic Energy)
- আলোক শক্তি (Light Energy)
- পারমাণবিক শক্তি (Atomic Energy)

◆ **যান্ত্রিক শক্তি দুই প্রকার। যথা–**

- স্থিতিশক্তি বা বিভব শক্তি (Potential Energy)
- গতিশক্তি (Kinetic Energy)

- গতিশক্তি ২ ধরনের । যথা-
    - রৈখিক গতিশক্তি
    - ঘূর্ণন গতিশক্তি
- শক্তির একক হলো জুল, কিলোওয়াট-ঘন্টা।
- কিলোওয়াট-ঘন্টা ও জুল এককের সম্পর্ক হচ্ছে: $1\ kWh = 3.6 \times 10^6\ J$। [ব.বো.'২১; রা.বো.'১৭]
- কোনো বস্তুর গতিশক্তি E_k এবং ভরবেগ p এর মধ্যে সম্পর্ক: $E_k \propto p^2$। [সি.বো.'২৫]
- একটি হালকা বস্তু ও একটি ভারি বস্তুর ভরবেগ সমান হলে হালকা বস্তুর গতিশক্তি বেশি হবে। [ঢা.বো.'১৬]
- একটি হালকা বস্তু ও একটি ভারি বস্তুর গতিশক্তি সমান হলে ভারি বস্তুর ভরবেগ বেশি হবে। [য.বো.'২১]
- কোনো বস্তুর উপর লব্ধি বল শূন্য হলে এর বেগ ও গতিশক্তি ধ্রুব থাকবে। [রা.বো.'২২; ম.বো.'২১]
- কোনো স্প্রিংকে সংকুচিত করলে এর মধ্যে বিভব শক্তি বা স্থিতিশক্তি সঞ্চিত হয়। [কু.বো.'২৫]
- গতিশক্তি ভরবেগের বর্গের সমানুপাতিক। [ঢা.বো.'২৪]
- সরলদোলকের সর্বাধিক উচ্চতায় গতিশক্তি শূন্য, বিভবশক্তি সর্বাধিক। আবার সাম্যবস্থায় বা মধ্যবিন্দুতে গতিশক্তি সর্বাধিক, বিভবশক্তি শূন্য হয়।
- সমআয়তনের একটি পিতলের গোলক ও একটি টেনিস বলের ভরবেগ সমান হলে টেনিস বলের গতিশক্তি বেশি হবে। কারণ সমআয়তনের একটি পিতলের গোলকের ভর, একটি টেনিস বলের ভরের তুলনায় বেশি হয়। [কু.বো.'২৪]

শক্তির রূপান্তর

- টেলিফোনের মাধ্যমে বিদ্যুৎ শক্তিকে শব্দ শক্তিতে রূপান্তর করা যায়।
- বৈদ্যুতিক ইস্ত্রিতে বিদ্যুৎ শক্তি তাপশক্তিতে রূপান্তরিত হয়।
- একটি কাঁচা লোহার উপর অন্তরীত তামার তার জড়িয়ে বিদ্যুৎ চালনা করলে বিদ্যুৎ শক্তি চুম্বক শক্তিতে রূপান্তরিত হয়।
- দুই হাতের তালু পরস্পরের সাথে ঘষলে যান্ত্রিক শক্তি তাপ শক্তিতে রূপান্তরিত হয়।
- ফটোগ্রাফিক ফিল্মে আলোক শক্তি রাসায়নিক শক্তিতে রূপান্তরিত হয়।
- বৈদ্যুতিক বাতির মধ্য দিয়ে বিদ্যুৎশক্তি আলোক শক্তিতে রূপান্তরিত হয়।
- কয়লা পোড়ালে রাসায়নিক শক্তি তাপশক্তিতে রূপান্তরিত হয়।
- বিদ্যুৎ কোষে রাসায়নিক দ্রবের বিক্রিয়ার ফলে রাসায়নিক শক্তি তড়িৎ বা বিদ্যুৎ শক্তিতে রূপান্তরিত হয়।

ক্ষমতা ও কর্মদক্ষতা

- ক্ষমতার একক হলো জুল/সেকেন্ড (Js^{-1}); ওয়াট (W), অশ্বক্ষমতা (HP)। কিন্তু ক্ষমতার ব্যবহারিক একক ওয়াট।
- ক্ষমতার মাত্রা হলো $[ML^2T^{-3}]$। [ব.বো.'২৫; রা.বো.'২৪,'২১]
- 1 অশ্বক্ষমতা (HP) = 746 ওয়াট (W)।
- ক্ষমতা একটি স্কেলার রাশি।
- কোনো যন্ত্রের কর্মদক্ষতা ১০০% হতে পারে না।

MCQ এর জন্য গুরুত্বপূর্ণ গাণিতিক সমস্যাবলি

দৃষ্টি আকর্ষণ

এই অংশে বিগত বছরের প্রশ্ন বিশ্লেষণ করে MCQ এর জন্য গুরুত্বপূর্ণ বেশ কিছু গাণিতিক সমস্যাবলির সমাধান Topic অনুসারে সাজানো হয়েছে। এছাড়াও গাণিতিক সমস্যার সমাধানের সাথে Similar Problems যুক্ত করা হয়েছে, যাতে তোমাদের পরীক্ষার প্রস্তুতি হয় পূর্ণাঙ্গ।

কাজ

Example-1 একটি বস্তুর উপর $\vec{F} = (2\hat{i} + 3\hat{j} - 4\hat{k})$N বল প্রয়োগের ফলে সেটি (3, 2, – 1) বিন্দু হতে (4, 5, 1) বিন্দুতে স্থানান্তরিত হয়। এক্ষেত্রে কৃতকাজ কত হবে তা নির্ণয়: *[ঢা.বো.'২২]*

সমাধান

এখানে,

এখানে,
$\vec{r}_1 = 3\hat{i} + 2\hat{j} - \hat{k}$
$\vec{r}_2 = 4\hat{i} + 5\hat{j} + \hat{k}$

সরণ, $\vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1$

$$= (4\hat{i} + 5\hat{j} + \hat{k}) - (3\hat{i} + 2\hat{j} - \hat{k})$$
$$= (4-3)\hat{i} + (5-2)\hat{j} + (1+1)\hat{k}$$
$$= (\hat{i} + 3\hat{j} + 2\hat{k})$$

$\therefore$ কৃতকাজ, $W = \vec{F} \cdot \vec{r}$

$$= (2\hat{i} + 3\hat{j} - 4\hat{k}) \cdot (\hat{i} + 3\hat{j} + 2\hat{k})$$
$$= 2 \times 1 + 3 \times 3 + (-4) \times 2$$
$$= 2 + 9 - 8$$
$$= 3 \text{ J [Ans.]}$$

Similar Problem to the Example

- 5 kg ভর সম্পন্ন একটি বস্তুর উপর একটি বল $\vec{F} = (10\hat{i} + 3\hat{j} - 2\hat{k})$ N এর ক্রিয়ায় বস্তুটির অবস্থান $\vec{r}_1 = (8\hat{i} + 7\hat{j} - 3\hat{k})$ m থেকে অপর একটি অবস্থান $\vec{r}_2 = (12\hat{i} + 2\hat{j} + 7\hat{k})$ m এ স্থানান্তরিত হলে কৃতকাজ 5 J হবে। *[য.বো.'১৯]*

Example-2 কোনো কণার উপর প্রযুক্ত বল $\vec{F} = (\hat{i} + \hat{j} - 2\hat{k})$N বল প্রয়োগে $\vec{s} = (2\hat{i} + 3\hat{j} - \hat{k})$m সরণ হলো। বল দ্বারা কৃতকাজ নির্ণয়: *[রা.বো.'২১]*

সমাধান

আমরা জানি,

$$W = \vec{F} \cdot \vec{s}$$
$$= (\hat{i} + \hat{j} - 2\hat{k}) \cdot (2\hat{i} + 3\hat{j} - \hat{k})$$
$$= 2 + 3 + 2$$
$$= 7 \text{ J [Ans.]}$$

এখানে,
বল, $\vec{F} = (\hat{i} + \hat{j} - 2\hat{k})$
সরণ, $\vec{s} = (2\hat{i} + 3\hat{j} - \hat{k})$m
কৃতকাজ, W = ?

Similar Problems to the Example

- একটি কণার উপর, $\vec{F} = (5\hat{i} + 3\hat{j} - 3\hat{k})$ N বল প্রয়োগ করার ফলে যদি কণাটির সরণ $\vec{r} = (4\hat{i} - 3\hat{j} + 3\hat{k})$ m হয় তাহলে এক্ষেত্রে কৃতকাজের মান 2 J হবে। *[সি.বো.'২১]*
- $\vec{F} = (2\hat{i} + 3\hat{j})$N এবং $\vec{r} = (3\hat{i} + 4\hat{j} - 2\hat{k})$m হলে W = 18J হবে। *[কু.বো.'১৯]*
- একটি কণার উপর $\vec{F} = (2\hat{i} + 2\hat{j} + \hat{k})$N বল প্রয়োগে কণাটির সরণ $\vec{r} = (6\hat{i} - 3\hat{j} - 2\hat{k})$m হয়। প্রয়োগকৃত বল কর্তৃক সম্পাদিত কাজের পরিমাণ হবে 4 জুল হবে। *[দি.বো.'১৭]*

Example-3 এক ব্যক্তি একটি ব্লককে অনুভূমিক তল বরাবর 49 N মানের বল প্রয়োগে 2 m সরণ ঘটায়। ঐ ব্যক্তি কর্তৃক কৃতকাজের পরিমাণ কত হবে তা নির্ণয়: *[ম.বো.'২৪]*

সমাধান

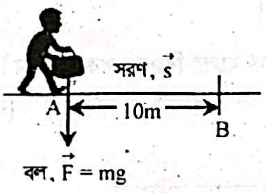
আমরা জানি,

$$W = Fs$$
$$= 49 \times 2$$
$$= 98 \text{ J [Ans.]}$$

এখানে,
বল, F = 49 N
সরণ, s = 2 m
কৃতকাজ, W = ?

Example-4 এক ব্যক্তি 10 kg ভরের একটি ব্যাগ নিয়ে সমতল পথে 10 m দূরত্ব অতিক্রম করলে অভিকর্ষ বলের দ্বারা কাজ কত হবে তা নির্ণয়: *[সি.বো.'২৫]*

সমাধান

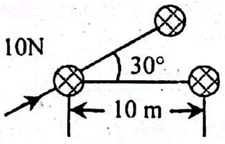


এখানে,
অভিকর্ষজ বল, F = mg দ্বারা কৃতকাজ এর ক্ষেত্রে, সরণ এবং বলের দিকের মধ্যবর্তী কোণ θ = 90°।

অর্থাৎ কৃতকাজ, $W = Fs \cos\theta$

$$= F \times s \times \cos 90°$$
$$= F \times s \times 0$$
$$= 0 \text{ J [Ans.]}$$

Example-5



চিত্রে বস্তুটির ওপর 10N বল প্রয়োগে সরণের দিকে কত কাজ হবে তা নির্ণয়: *[ম.বো.'২৪]*

সমাধান

আমরা জানি,

কৃতকাজ, $W = Fs\cos\theta$

$$= 10 \times 10 \times \cos 30°$$
$$= 100 \times \frac{\sqrt{3}}{2}$$
$$= 86.60 \text{ J [Ans.]}$$

এখানে,
প্রযুক্ত বল, F = 10 N
সরণ, s = 10 m
বল ও সরণের মধ্যবর্তী কোণ, θ = 30°
কৃতকাজ, W = ?

স্থিতিস্থাপক বল দ্বারা কৃতকাজ

Example-6 কোন স্প্রিংকে 10 N বল দ্বারা টেনে 5 cm প্রসারিত করা হলে, স্প্রিং ধ্রুবক কত হবে তা নির্ণয়: [রা.বো.'২৩]

সমাধান

আমরা জানি,

স্প্রিং ধ্রুবক, $k = \frac{F}{x}$

$= \frac{10}{0.05}$

$= 200 \text{ Nm}^{-1}$ [Ans.]

এখানে,
বল, F = 10N
সরণ, x = 5 cm = 0.05 m

Similar Problem to the Example

- কোনো স্প্রিংকে 5 N বল দ্বারা টেনে 10 cm প্রসারিত করা হলে, স্প্রিং ধ্রুবক 50 Nm^{-1} হবে। [চ.বো.'১৯]

Example-7 90 Nm^{-1} বল ধ্রুবকের স্প্রিংকে 4 cm সংকুচিত করলে কৃতকাজ নির্ণয়: [য.বো.'২৫]

সমাধান

আমরা জানি,

স্প্রিংয়ের সংকোচনে কৃতকাজ,

$W = \frac{1}{2}kx^2$

$= \frac{1}{2} \times 90 \times 0.04^2$

$= 0.072$ J [Ans.]

এখানে,
বল ধ্রুবক, $k = 90 \text{ Nm}^{-1}$
স্প্রিংয়ের সংকোচন, x = 4 cm = 0.04 m

Example-8 স্থিতিস্থাপক বলের বিরুদ্ধে সরণের মান দ্বিগুণ করলে কৃতকাজ কত বৃদ্ধি পাবে তা নির্ণয়: [রা.বো.'২৪; ব.বো.'১৬]

সমাধান

স্থিতিস্থাপক বলের জন্য সরণ ও কাজের সমীকরণ,

$W = \frac{1}{2}kx^2$

সরণ দ্বিগুণ করলে $x_1 = 2x$ হলে W_1 হবে,

$W_1 = \frac{1}{2}k(2x)^2$

$= \frac{1}{2}k\,4x^2$

$\therefore \frac{W_1}{W} = \frac{\frac{1}{2}k\,4x^2}{\frac{1}{2}kx^2}$

বা, $\frac{W_1}{W} = 4$

$\therefore W_1 = 4W$

কাজে পরিমাণ বৃদ্ধি, $\Delta W = W_1 - W$

$= 4W - W$

$= 3W$

$\therefore$ কাজের শতকরা বৃদ্ধি $= \frac{3W}{W} \times 100\% = 300\%$ [Ans.]

Similar Problem to the Example

- কোনো স্প্রিংকে 2 cm প্রসারিত করলে সঞ্চিত বিভবশক্তি U। এটিকে 10 cm প্রসারিত করলে সঞ্চিত বিভবশক্তি 25U হবে। [কু.বো.'২৩]

অভিকর্ষ বল দ্বারা কৃতকাজ

Example-9 50 kg ভরের একটি বস্তু 150 m উঁচু দালানের ছাদে উঠানো হলে, বস্তুটির ওজন এবং কৃতকাজ নির্ণয়: [কু.বো.'২৫]

সমাধান

আমরা জানি,

ওজন, w = mg

$= 50 \times 9.8$

$= 490$ N [Ans.]

এখানে,
বস্তুর ভর, m = 50 kg
অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g = 9.8 \text{ ms}^{-2}$

যেহেতু বস্তুটিকে দালানের ছাদে উঠানো হচ্ছে, তাই এক্ষেত্রে অভিকর্ষজ বলের বিপরীত বা বিরুদ্ধে কাজ হচ্ছে।

এখন, কৃতকাজ,

W = mgh

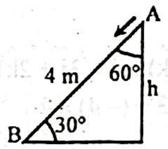
$= 50 \times 9.8 \times 150$

$= 7.35 \times 10^4$ J [Ans.]

এখানে,
উচ্চতা, h = 150 m

Example-10 50 kg ভরের বোঝা মাথায় নিয়ে 50 kg ভরের এক ব্যক্তি খাড়া দেয়ালের সাথে 60° কোনো 4 মিটার দীর্ঘ মই বেয়ে নিচে নামলে কাজের পরিমাণ নির্ণয়: [রা.বো.'২৪]

সমাধান



আমরা জানি,

কৃতকাজ, W = mgh

$= mg\,AB \sin 30°$

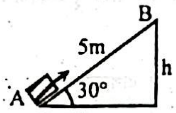
$= 100 \times 9.8 \times 4 \times \frac{1}{2}$

$= 1960$ J [Ans.]

এখানে,
মোট ভর, m = (50 + 50) kg = 100 kg
মইয়ের দৈর্ঘ্য, AB = 4 m
অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g = 9.8 \text{ ms}^{-2}$

Example-11 আনুভূমিকের সাথে 30° কোণে আনত রাস্তার উপরের দিকে চলমান 100 gm ভরের একটি বস্তু 5 m পথ চলতে কত শক্তি প্রয়োজন হবে তা নির্ণয়: [য.বো.'২৩]

সমাধান



আমরা জানি,

কৃতকাজ, W = শক্তি

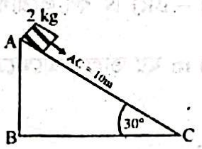
= mgh

$= 0.1 \times 9.8 \times 2.5$

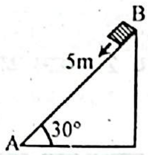
$= 2.45$ J [Ans.]

এখানে,
ভর, m = 100 g = 0.1 kg
অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g = 9.8 \text{ ms}^{-2}$
উচ্চতা, $h = AB \sin 30°$
$= 5 \sin 30° = 2.5$ m

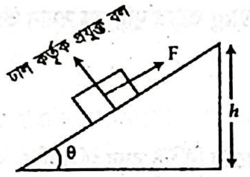
Similar Problems to the Examples

- 

বস্তুটি AC পথ বরাবর 4ms^{-1} সুষম দ্রুতিতে গতিশীল রয়েছে। C বিন্দুতে পৌছতে কৃতকাজের পরিমাণ হলো 98 Joule। [দি.বো.'২৩]

- 

চিত্রে 100g ভরের একটি ব্লক ঢালু পথে B বিন্দু হতে A বিন্দুতে গড়িয়ে পড়ছে। এখানে AB = 5m হলে, কাজের পরিমাণ 2.45 J হবে। [য.বো.'২১]
- চিত্রে 100g ভরের একটি ব্লক ঢালু পথে B বিন্দু হতে A বিন্দুতে গড়িয়ে পড়ছে। এখানে AB = 5m হলে, কাজের পরিমাণ 2.45 J হবে।

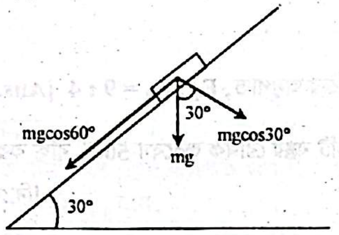


বস্তুটিকে ঢালের উপরের দিকে ধ্রুববেগে গতিশীল করতে এর উপর ঢালের সমান্তরাল F বল প্রয়োগ করা হলো। বস্তুটিকে ঢালের উপরের দিকে 'x' m দূরত্ব অতিক্রম করার জন্য mgx sin θ কাজ করতে হবে। [ঢা.বো.'১৫]

গতিশক্তি

Example-12 ভূমির সাথে 30° কোণে আনত 5 m দীর্ঘ একটি ঢালুপথে 100 gm ভরবিশিষ্ট একটি বস্তু যে গতিশক্তি প্রাপ্ত হবে তা নির্ণয়: [ব.বো.'১৭]

সমাধান



আমরা জানি, গতিশক্তি = কৃতকাজ

= বল × সরণ

= mgcos60° × 5

= (0.1 × 9.8 × cos60° × 5)

= 2.45 J [Ans.]

Example-13 200gm ভরের একটি বস্তু 10m উপর থেকে পড়লে ভূমি স্পর্শ করার পূর্ব মুহূর্তে এর গতিশক্তি নির্ণয়: [চ.বো.'২১; সি.বো.'১৫]

সমাধান

আমরা জানি,

$v^2 = u^2 + 2gh$

$= 0 + 2gh$

$= 2gh$

আবার, $E_k = \frac{1}{2}mv^2$

$= \frac{1}{2} \times 0.2 \times 2gh$

$= 0.2 \times 9.8 \times 10$

$= 19.6$ J [Ans.]

এখানে,
ভর, m = 200 gm = 0.2 kg
উচ্চতা, h = 10 m
আদিবেগ, u = 0 ms^{-1}
শেষবেগ, v = ?
গতিশক্তি, E_k = ?

Example-14 20 kg ভরের একটি স্থির বস্তুকে ঘর্ষণহীন তলের উপর দিয়ে 10 ms^{-1} বেগে গতিশীল করতে কৃত কাজ কত হবে তা নির্ণয়: [দি.বো.'১৯]

সমাধান

আমরা জানি,

কৃতকাজ = গতিশক্তির পরিবর্তন

$= \frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}m(0)^2$

$= \frac{1}{2} \times 20 \times (10)^2$

= 1000 J [Ans.]

এখানে,
ভর, m = 20 kg
শেষবেগ, v = 10 ms^{-1}
আদিবেগ, u = 0 ms^{-1}

Example-15 একটি বস্তুর ভর ও বেগ উভয়ই 4 গুণ বৃদ্ধি পেলে এর গতিশক্তি কতগুণ বৃদ্ধি পাবে তা নির্ণয়: [দি.বো.'২৫]

সমাধান

বস্তুর প্রাথমিক গতিশক্তি, $E_k = \frac{1}{2}mv^2$

এবং বস্তুর পরিবর্তিত গতিশক্তি,

$E_k' = \frac{1}{2}m'(v')^2$

$= \frac{1}{2} \times 5m \times (5v)^2$

$= 125 \times \frac{1}{2}mv^2$

$= 125\, E_k \quad \left[\because E_k = \frac{1}{2}mv^2\right]$

এখানে, বস্তুটির ক্ষেত্রে-
প্রাথমিক ভর = m
প্রাথমিক বেগ = v
পরিবর্তিত ভর, m′ = m + 4 m
= 5 m
পরিবর্তিত বেগ, v′ = v + 4 v
= 5 v

গতিশক্তি বৃদ্ধি পাবে, $\Delta E_k = E_k' - E_k$

$= 125\, E_k - E_k$

$= 124\, E_k$

অর্থাৎ, 124 গুণ বৃদ্ধি পাবে। [Ans.]

Royal Shortcut

কোনো বস্তুর ভর X গুণ ও বেগ Y গুণ করা হলে এর গতিশক্তি পূর্বের XY^2 গুণ হবে।

উপরোক্ত সমস্যা অনুসারে, X = 2 এবং Y = 2।

সুতরাং, গতিশক্তি বৃদ্ধি পাবে = 2 × 2^2 = 8 গুণ।

Similar Problems to the Example

- একটি বন্দুকের গুলির ভর ও বেগ যদি দ্বিগুণ করা হয় তাহলে গতিশক্তি 8 গুণ হবে। [দি.বো.'২২]
- ভর এবং বেগ উভয়কে বৃদ্ধি করে যথাক্রমে তিনগুণ করা হলে গতিশক্তির বৃদ্ধির পরিমাণ 27 গুণ হবে। [ব.বো.'২১]

Example-16 একটি ভারী বস্তুর ভর অপর একটি হালকা বস্তুর ভরের দ্বিগুণ। হালকা ও ভারী বস্তু দুটির গতিশক্তির অনুপাত হবে তা নির্ণয়: [চ.বো.'২৩]

সমাধান

বস্তুদ্বয়ের বেগ দেওয়া নেই।

ধরি, উভয় বস্তু সমান বেগ v নিয়ে চলে এবং হালকা বস্তুর ভর m_1।

$\therefore$ ভারী বস্তুর ভর, $m_2 = 2m_1$

আমরা জানি, গতিশক্তি, $K = \frac{1}{2}mv^2$

$\therefore$ হালকা বস্তুর গতিশক্তি, $K_1 = \frac{1}{2}m_1v^2$

এবং ভারী বস্তুর গতিশক্তি, $K_2 = \frac{1}{2}m_2v^2$

$$\therefore \frac{K_1}{K_2} = \frac{\frac{1}{2}m_1v^2}{\frac{1}{2}m_2v^2} = \frac{m_1}{m_2} = \frac{m_1}{2m_1} = \frac{1}{2}$$

সুতরাং, $K_1 : K_2 = 1 : 2$ [Ans.]

Example-17 100 kg একটি বস্তুর ভরবেগ 200 $kgms^{-1}$ হলে এর গতিশক্তি নির্ণয়: [য.বো.'২২]

সমাধান

আমরা জানি,

$$E_k = \frac{p^2}{2m} = \frac{200^2}{2 \times 100} = 200 \text{ J} \quad \text{[Ans.]}$$

এখানে,
বস্তুর ভর, $m = 100kg$
বস্তুর ভরবেগ, $p = 200kgms^{-1}$
বস্তুর গতিশক্তি, $E_k = ?$

Similar Problems to the Example

- 2 kg ভরের একটি বস্তুর গতিশক্তি 1 J হলে এর ভরবেগ 2 $kgms^{-1}$ হবে। [য.বো.'২১]
- 2 kg ভরের একটি বস্তুর ভরবেগ 2 $kgms^{-1}$ হলে গতিশক্তি হবে 1 J। [চ.বো.'১৭]

Example-18 একটি বস্তুর গতিশক্তি দ্বিগুণ হলে এর বেগ আদিবেগের কত শতাংশ হবে তা নির্ণয়: [রা.বো.'২২]

সমাধান

ধরি, বস্তুটির আদিবেগ v_1 এবং গতিশক্তি K_1।

এখন, বস্তুটির পরিবর্তিত বেগ v_2 এবং গতিশক্তি K_2 হলে,

$$\frac{K_1}{K_2} = \frac{v_1^2}{v_2^2} \quad [\because K \propto v^2]$$

বা, $\frac{K_1}{2K_1} = \frac{v_1^2}{v_2^2}$

বা, $v_2^2 = 2v_1^2$

বা, $v_2 = \sqrt{2}v_1 = 1.41v_1$

$\therefore$ শতকরায় v_2 হবে v_1 এর $1.41 \times 100\%$ বা **141%** **[Ans.]**

Similar Problem to the Example

- কোনো গতিশীল বস্তুর বেগ দুই-তৃতীয়াংশ হলে গতিশক্তি $\frac{4}{9}$ গুণ হবে। [ব.বো.'২২]

Example-19 4kg এবং 9kg ভরের দুটি গতিশীল বস্তুর গতিশক্তি একই হলে তাদের রৈখিক ভরবেগের অনুপাত নির্ণয়: [য.বো.'২৫]

সমাধান

আমরা জানি,

$$K = \frac{p^2}{2m}$$

$\therefore K_1 = \frac{p_1^2}{2m_1}$ এবং $K_2 = \frac{p_2^2}{2m_2}$

এখন, $K_1 = K_2$

$\therefore \frac{p_1^2}{2m_1} = \frac{p_2^2}{2m_2}$

বা, $\frac{p_1^2}{p_2^2} = \frac{2m_1}{2m_2}$

বা, $\frac{p_1}{p_2} = \sqrt{\frac{m_1}{m_2}} = \sqrt{\frac{4}{9}} = \frac{2}{3}$

$\therefore p_1 : p_2 = 2 : 3$ **[Ans.]**

এখানে,
১ম বস্তুর ভর, $m_1 = 4$ kg
২য় বস্তুর ভর, $m_2 = 9$ kg
১ম বস্তুর গতিশক্তি $= K_1$
২য় বস্তুর গতিশক্তি $= K_2$
১ম বস্তুর ভরবেগ $= p_1$
২য় বস্তুর ভরবেগ $= p_2$

Similar Problems to the Example

- m ও 3m ভরের দুটি বস্তুর গতিশক্তির অনুপাত 2:1 হলে তাদের রৈখিক ভরবেগের অনুপাত $\sqrt{2} : \sqrt{3}$ হবে। [ঢা.বো.'২২]
- দুটি বস্তুর গতিশক্তি সমান। প্রথমটির ভর অন্যটির চারগুণ হলে এদের ভরবেগের অনুপাত 2 : 1 হবে। [দি.বো.'২২]
- 1kg ও 9kg ভরের দুটি বস্তু সমান গতিশক্তিতে গতিশীল। এদের ভরবেগের অনুপাত 1 : 3 হবে। [রা.বো.'২১]

Example-20 4kg ও 9kg ভরের দুটি বস্তু সমান ভরবেগে গতিশীল। এদের গতিশক্তির অনুপাত নির্ণয়: [রা.বো.'২৩]

সমাধান

আমরা জানি, m ভর ও p ভরবেগ বিশিষ্ট বস্তুর গতিশক্তি,

$$E = \frac{p^2}{2m}$$

$\Rightarrow p^2 = 2mE$

একাধিক বস্তুর ভরবেগ সমান হলে লেখা যায়,

$p_1^2 = p_2^2$

$\Rightarrow 2m_1E_1 = 2m_2E_2$

$\Rightarrow \frac{E_1}{E_2} = \frac{m_2}{m_1}$

$\Rightarrow \frac{E_1}{E_2} = \frac{9}{4}$

এখানে,
প্রথম বস্তুর ভর, $m_1 = 4$ kg
দ্বিতীয় বস্তুর ভর, $m_2 = 9$ kg

সুতরাং, বস্তুদ্বয়ের গতিশক্তির অনুপাত, $E_1 : E_2 = 9 : 4$ **[Ans.]**

Example-21 একটি বস্তুর রৈখিক ভরবেগ 50% বৃদ্ধি করলে গতিশক্তি কত বৃদ্ধি পায় তা নির্ণয়: [দি.বো.'২৫; ঢা.বো.'১৭]

সমাধান

আমরা জানি, $K = \frac{p^2}{2m}$

ভরবেগ 50% বৃদ্ধি করার পর

$$K' = \frac{p'^2}{2m} = \frac{(1.5p)^2}{2m} = \frac{2.25p^2}{2m} = 2.25\frac{p^2}{2m} = 2.25 \text{ K} \quad \left[\because K = \frac{p^2}{2m}\right]$$

এখানে,
K = প্রাথমিক গতিশক্তি
p = প্রাথমিক ভরবেগ
m = বস্তুর ভর
K' = পরিবর্তিত গতিশক্তি
50% বৃদ্ধি পাওয়ার পর পরিবর্তিত ভরবেগ,
$p' = p + 50\%p = p + 0.5p = 1.5$ p

সুতরাং, গতিশক্তি বৃদ্ধি, $\Delta K = K' - K = 2.25K - K = 1.25$ K

$$\text{শতকরা গতিশক্তি বৃদ্ধি} = \frac{\Delta K}{K} \times 100\% = \frac{1.25 \text{ K}}{K} \times 100\% = 125\%$$

অর্থাৎ, ভরবেগ 50% বৃদ্ধি করলে গতিশক্তি 125% বৃদ্ধি পাবে। **[Ans.]**

Royal Shortcut

কোনো বস্তুর রৈখিক ভরবেগ n% বৃদ্ধি পেলে তার গতিশক্তি $\left(2n + \frac{n^2}{100}\right)\%$ বৃদ্ধি পাবে।

☞ উপরের প্রশ্নের ক্ষেত্রে, রৈখিক ভরবেগ 50% বৃদ্ধি পায়।

তাই বস্তুটির গতিশক্তি বৃদ্ধি পাবে $\left(2 \times 50 + \frac{50^2}{100}\right)\%$ বা, 125%।

Similar Problem to the Example

- কোনো বস্তুর ভরবেগের 10% বৃদ্ধি করলে উহার গতিশক্তি 21% বৃদ্ধি পাবে। *[দি.বো.'২৪]*

Example-22 কোনো বস্তুর গতিশক্তি তার প্রাথমিক গতিশক্তির দ্বিগুণ হলে শেষ ভরবেগ আদি ভরবেগের কতগুণ হবে তা নির্ণয়: *[ম.বো.'২৫]*

সমাধান

পূর্বের গতিশক্তি ও ভরবেগ E_1 ও p_1 এবং পরিবর্তিত গতিশক্তি ও ভরবেগ E_2 ও p_2 হলে, $E_1 = \frac{1}{2}\frac{{p_1}^2}{m}$, $E_2 = \frac{1}{2m}{p_2}^2$

প্রশ্নমতে, $E_2 = 2E_1$

বা, ${p_2}^2 = 2{p_1}^2$

$\therefore p_2 = \sqrt{2}p_1$ [Ans.]

Example-23 কোনো বস্তুর গতিশক্তি 300% বাড়লে ভরবেগ কত শতাংশ বাড়বে তা নির্ণয়: *[রা.বো.'২৫; ঢা.বো.'২২]*

সমাধান

আমরা জানি, $K = \frac{p^2}{2m}$

বা, $p = \sqrt{2mK}$ ... ... (i)

আবার, 300% গতিশক্তি বৃদ্ধি পেলে নতুন গতিশক্তি হবে K + K এর 300% বা, K + 3K বা, 4K। এক্ষেত্রে ভরবেগ p_1 হলে,

$$4K = \frac{p_1^2}{2m}$$

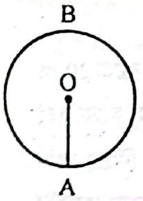
বা, $p_1 = 2\sqrt{2mK}$ ... ... (ii)

ভরবেগ বৃদ্ধি পায় $= p_1 - p = \sqrt{2mK}$

শতকরা হার $= \frac{\sqrt{2mK}}{\sqrt{2mK}} \times 100\% = 100\%$ [Ans.]

বিভব শক্তি

Example-24



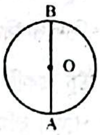
চিত্রে 1 kg ভরের একটি বস্তুকে 0.5 m দৈর্ঘ্যের সুতার সাহায্যে উলম্ব তলে ঘুরানো হচ্ছে। A ও B বিন্দু যথাক্রমে ঘূর্ণন তলের সর্বনিম্ন ও সর্বোচ্চ বিন্দু নির্দেশ করে। A ও B বিন্দুর বিভব শক্তির পার্থক্য নির্ণয়: *[দি.বো.'২৫]*

সমাধান

A বিন্দু উক্ত সিস্টেমের সর্বনিম্ন বিন্দু হওয়ায়, A বিন্দুতে বিভবশক্তিকে শূন্য ধরা হয়েছে। A বিন্দু হতে B বিন্দুর উচ্চতা, $h = 2 \times OA$

$= 2 \times 0.5$

$= 1$ m



অর্থাৎ, B বিন্দুতে বিভবশক্তি, $W_B = mgh$

$= 1 \times 9.8 \times 1$

$= 9.8$ J

তাই A ও B বিন্দুর বিভবশক্তির পার্থক্য, $\Delta W = W_B - W_A$

$= 9.8 - 0 \quad [\because W_A = 0]$

$= 9.8$ J [Ans.]

Example-25 একটি 1.5 m দীর্ঘ ও 2 kg ভরের রডকে আনুভূমিক হতে উল্লম্ব অবস্থায় নিতে কাজের পরিমাণ নির্ণয়: *[ম.বো.'২৩]*

সমাধান

আমরা জানি,

$W = mgh$

$= 2 \times 9.8 \times 0.75$

$= 14.7$ J [Ans.]

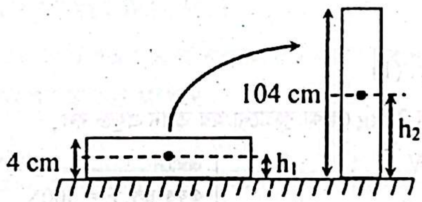
এখানে,
ভর, m = 2 kg
ভারকেন্দ্রের সরণ, $h = \frac{1.5}{2}$ m $= 0.75$ m
অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g = 9.8$ ms^{-2}
কৃতকাজ, W = ?

Similar Problems to the Example

- 2 kg ভরের 1.5 m লম্বা একটি রডকে শায়িত অবস্থা হতে খাড়া করতে 14.7J পরিমাণ কাজ করতে হবে। *[রা.বো.'২১]*
- 100 gm ভর ও 1cm পুরুত্বের একটি মিটার স্কেল খাড়া অবস্থা হতে ভূমিতে পড়ে গেলো। অভিকর্ষজ বল দ্বারা কৃতকাজ 0.485 J হবে। *[ঢা.বো.'২৪]*

Example-26 ভূমিতে অনুভূমিকভাবে থাকা 2 kg ভরের এবং 104 cm দৈর্ঘ্য, 4 cm প্রস্থ ও 4 cm পুরুত্বের আয়তাকার দণ্ডকে উলম্ব অবস্থায় আনতে কী পরিমাণ কাজ সম্পাদিত হবে তা নির্ণয়: *[কু.বো.'২৪]*

সমাধান



আনুভূমিক অবস্থানে ভারকেন্দ্রের উচ্চতা, $h_1 = \frac{4}{2}$ cm $= 2$ cm

উল্লম্ব অবস্থানে ভারকেন্দ্রের উচ্চতা, $h_2 = \frac{104}{2}$ cm $= 52$ cm

$\therefore$ ভারকেন্দ্রের সরণ, $h = h_2 - h_1 = (52 - 2)$ cm

$= 50$ cm

$= 0.5$ m

কৃতকাজ, $W = mgh$

$= 2 \times 9.8 \times 0.5$

$= 9.8$ J [Ans.]

এখানে,
ভর, m = 2 kg
অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g = 9.8$ ms^{-2}

Similar Problems to the Example

- 100 gm ভর ও 1cm পুরুত্বের একটি মিটার স্কেল খাড়া অবস্থা হতে ভূমিতে পড়ে গেলো। স্কেলটির ভরকেন্দ্রের সরণ 49.5 cm হবে [$g = 9.8$ ms^{-2}]। *[ঢা.বো.'২৪]*
- একটি কাঠের ব্লকের দৈর্ঘ্য 0.24 m, প্রস্থ 0.12 m এবং উচ্চতা 0.06 m এর ভর 2 kg। কাঠের ব্লকের দৈর্ঘ্যকে অনুভূমিক অবস্থান হতে উলম্ব অবস্থানে রাখতে 1.764 J পরিমাণ কাজ করতে হবে। *[সি.বো.'২৩]*
- 1 cm পুরুত্বের ও 200 gm ভরের মিটার স্কেলকে অনুভূমিক অবস্থা থেকে খাড়া করলে বিভবশক্তি 0.970 J হবে। *[ব.বো.'১৬]*

- একটি ইটের দৈর্ঘ্য 0.48 m, প্রস্থ 0.24 m এবং উচ্চতা 0.12 m। এর ভর 2.5 kg ইটের দৈর্ঘ্যকে অনুভূমিক অবস্থান হতে উলম্ব অবস্থানে রাখতে 4.41 J কাজ করতে হবে। [ব.বো.'১৬]

Example-27 40 N বল কোনো স্প্রিংকে টেনে 10 m বৃদ্ধি করে। স্প্রিংকে 500 cm প্রসারিত করতে কৃত কাজের মান নির্ণয়: [ম.বো.'২৪]

সমাধান

আমরা জানি,

$$F = kx$$

$$\therefore k = \frac{F}{x} = \frac{40}{10} = 4\ \text{Nm}^{-1}$$

∴ স্প্রিংটির কৃতকাজ,

$$U = \frac{1}{2}kx^2$$

$$= \frac{1}{2} \times 4 \times (10)^2$$

$$= 50\ \text{J}\ \ [\text{Ans.}]$$

এখানে,
প্রাথমিক প্রযুক্ত বল, $F = 40$ N
স্প্রিং-এর প্রাথমিক প্রসারণ, $x = 10$ m
স্প্রিং-এর পরিবর্তিত প্রসারণ, $x' = 500$ cm $= 5$ m
স্প্রিং-ধ্রুবক = k (ধরি)
কৃতকাজ, U = ?

Example-28 একটি স্প্রিং-এ 500N বল প্রয়োগ করায় স্প্রিংটি 10 cm প্রসারিত হয়। স্প্রিংটিতে 20 kg ভরের একটি বোঝা খাড়া নিচের দিকে ঝুলিয়ে দেওয়া হলে স্প্রিংটির স্থিতি শক্তি নির্ণয়: [দি.বো.'২২]

সমাধান

আমরা জানি,

$$F \propto x \ldots\ldots\ldots (1)$$

এখন, স্প্রিং-এ যখন 20kg বোঝা ঝুলানো হয় তখন প্রযুক্ত বল,

F' = বস্তুর ওজন, W

$$= mg$$

$$= 20 \times 9.8$$

$$= 196\text{N}$$

সেক্ষেত্রে স্প্রিং এর প্রসারণ x' হলে,

(1) নং অনুসারে,

$$\frac{F}{x} = \frac{F'}{x'}$$

$$\Rightarrow x' = \frac{F'}{F}x$$

$$= \frac{196}{500} \times 10$$

$$= 3.92\text{cm}$$

$$= 3.92 \times 10^{-2}\ \text{m}$$

এখানে,
প্রযুক্ত বল, $F = 500$N
স্প্রিং-এর প্রসারণ, $x = 10$cm $= 0.1$m
বস্তুর ভর, $m = 20$kg
অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g = 9.8\text{ms}^{-2}$
স্প্রিং-ধ্রুবক = k

আবার, $F = kx$

$$\therefore k = \frac{F}{x} = \frac{500}{0.1} = 5000\text{N/m}$$

∴ স্প্রিংটির স্থিতিশক্তি, $U = \frac{1}{2}kx^2$

$$= \frac{1}{2} \times 5000 \times (3.92 \times 10^{-2})^2$$

$$= 3.80\text{J}\ \ [\text{Ans.}]$$

Example-29 30 m উচ্চতা থেকে একটি বস্তুকে বিনা বাধায় পড়তে দিলে কত নিম্নতায় এর গতিশক্তি বিভবশক্তির দ্বিগুণ হবে তা নির্ণয়: [সি.বো.'২৩]

সমাধান

মনে করি, নির্দিষ্ট নিম্নতা = x m

∴ ঐ বিন্দুর উচ্চতা = (h – x) m

প্রশ্নমতে, গতিশক্তি (E_k), বিভবশক্তি (E_p) এর দ্বিগুণ।

অর্থাৎ, $E_k = 2E_p$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}mv^2 = 2 \times mg\,(h - x)$$

$$\Rightarrow mv^2 = 4 \times mg\,(h - x)$$

$$\Rightarrow m \times 2gx = 4mg\,(h - x)\ \ [\because v^2 = 0^2 + 2gx]$$

$$\Rightarrow x = 2\,(h - x)$$

$$\Rightarrow x = 2h - 2x$$

$$\Rightarrow 3x = 2h$$

$$\therefore x = \frac{2h}{3} = \frac{2 \times 30}{3} = 20\ \text{m}\ \ [\text{Ans.}]$$

এখানে,
m = বস্তুর ভর
g = অভিকর্ষজ ত্বরণ
v = বেগ

Royal Shortcut

h উচ্চতা থেকে বিনা বাধায় পড়ন্ত বস্তুর ভূমি হতে x উচ্চতায় (কিংবা নিম্নতায়) গতিশক্তি বিভবশক্তির n গুণ হলে $x = \frac{n}{n+1}h$ হবে।

উপরোক্ত সমস্যা অনুসারে, h = 30m এবং n = 2।

সুতরাং, নির্ণেয় নিম্নতা, $x = \frac{2}{2+1} \times 30\ \text{m} = 20\ \text{m}$।

Similar Problems to the Example

- 35m উচ্চতা হতে একটি বস্তুকে বিনা বাধায় পড়তে দিলে ভূমি হতে 11.67 m উচ্চতায় এর গতিশক্তি বিভব শক্তির দ্বিগুণ হবে। [চ.বো.'২২]
- m ভরের একটি বস্তু h উচ্চতা থেকে ভূমিতে পড়ল। ভূমি থেকে $\frac{h}{4}$ উচ্চতায় গতিশক্তি বিভবশক্তির তিনগুণ হবে। [দি.বো.'২২]
- h উচ্চতা থেকে একটি বস্তুকে বিনা বাধায় পড়তে দিলে ভূমি হতে $\frac{h}{3}$ উচ্চতায় এর গতিশক্তি বিভবশক্তির দ্বিগুণ হবে। [দি.বো.'১৬]
- 30 m উচ্চতা থেকে একটি বস্তুকে বিনা বাধায় পড়তে দিলে 10 m উচ্চতায় উহার গতিশক্তি বিভব শক্তির দ্বিগুণ হবে।
- 60 m উচ্চতা হতে একটি বস্তুকে বিনা বাধায় পড়তে দিলে ভূমি হতে 20 m উচ্চতায় বিভবশক্তি গতিশক্তির অর্ধেক হবে। [সি.বো.'২২; চ.বো.'১৫]
- 15 m উঁচু একটি গাছের ঢাল হতে 200 gm ভরের একটি আম নিচের কাদা মাটিতে পড়ে 10 cm গর্তের সৃষ্টি করে। ভূমি হতে 10 m উচ্চতায় আমটির বিভবশক্তি এর গতিশক্তির দ্বিগুণ হবে। [ব.বো.'২২]
- 40 m উঁচু হতে একটি বস্তু ভূমিতে পড়ল। ভূমি হতে 13.33 m উচ্চতায় বস্তুটির গতিশক্তি বিভব শক্তির দ্বিগুণ হবে। [ঢা.বো.'২১]
- 15 m উঁচু একটি গাছের ডাল হতে 200 g ভরের একটি আম নিচের কাদা মাটিতে পড়ে। ভূমি হতে 10 m উচ্চতায় আমটির বিভব শক্তি এর গতি শক্তির দ্বিগুণ হবে। [দি.বো.'২১]

Example-30 একটি বস্তু ভূমি থেকে 10 m উচ্চতায় আছে। উপর থেকে বস্তুটিকে বিনা বাধায় পড়তে দিলে ভূমি থেকে 8 m উচ্চতায় বস্তুটির গতিশক্তি ও স্থিতিশক্তির অনুপাত কত হবে তা নির্ণয়: [চ.বো.'২৩]

সমাধান

ভূমি হতে 8 m উচ্চতায় গতিশক্তি:

ভূমি হতে 8 m উচ্চতায় বেগ v হলে,

$v^2 = v_0^2 + 2gx$

$= 0^2 + 2 \times 9.8 \times 2$

$= 39.2\ ms^{-1}$

∴ গতিশক্তি, $E_k = \frac{1}{2}mv^2$

$= \frac{1}{2}m \times 39.2$

$= 19.6m$ J

এখানে,
ভর = m (ধরি)
আদিবেগ, $v_0 = 0ms^{-1}$
অতিক্রান্ত দূরত্ব, x = (10 – 8) m = 2 m
অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g = 9.8\ ms^{-2}$

ভূমি হতে 8 m উচ্চতায় বিভবশক্তি:

বিভবশক্তি, $E_p = mgh$

$= m \times 9.8 \times 8$

$= 78.4m$ J

এখানে,
বস্তুর উচ্চতা, h = 8m

∴ গতিশক্তি ও বিভবশক্তির অনুপাত,

$$\frac{E_k}{E_p} = \frac{19.6m}{78.4m} = \frac{1}{4}$$

∴ $E_k : E_p = 1 : 4$ [Ans.]

Similar Problem to the Example

- একটি বস্তু 20 m উচ্চতা থেকে ভূমিতে পড়লো। ($g = 10\ ms^{-2}$)। পড়ন্ত অবস্থায় ভূমি হতে 5 m উচুতে বিভবশক্তি ও গতিশক্তির অনুপাত 1 : 3 হবে। [ঢা.বো.'১৭]

Example-31 15 m উঁচু একটি গাছের ডাল হতে 200 gm ভরের একটি আম নিচের কাদা মাটিতে পড়ে 10 cm গর্তের সৃষ্টি করে। কাদা মাটির গড় প্রতিরোধ বল কত তা নির্ণয়: [ব.বো.'২২; দি.বো.'২১]

সমাধান

কাদা মাটির গড় প্রতিরোধ বাধা F হলে মাটির ভিতর x দূরত্ব প্রবেশে কৃতকাজ, Fx

ভূমি হতে h উচ্চতায় স্থিরাবস্থা থেকে কাদামাটির ভিতর x দূরত্ব প্রবেশ করে বস্তুটি থেমে গেলো।

যেহেতু, বেগের পরিবর্তন শূন্য, সুতরাং গতিশক্তির পরিবর্তন শূন্য এবং উচ্চতার পরিবর্তন (h + x)।

∴ মোট শক্তির পরিবর্তন $= mg(h + x) + 0$

$= mg(h + x)$

সুতরাং, বিভবশক্তির পরিবর্তন $= mg(h + x)$

এবং কৃতকাজ = Fx

∴ $Fx = mg(h + x)$

বা, $F = \frac{mg(h + x)}{x}$

বা, $F = \frac{0.2 \times 9.8 \times (15 + 0.1)}{0.1}$

∴ F = 295.96N [Ans.]

ক্ষমতা

Example-32 একটি ইঞ্জিন 10^5 kg ভরের বস্তুকে ভূমির সাথে 65° কোণে 72 kmh^{-1} বেগে টেনে নিয়ে যাচ্ছে। ঘর্ষণজনিত বাধা 10^3 kg তে 20 N। [$g = 9.8\ ms^{-2}$]। লব্ধি বল 8.9×10^5 N হলে, ইঞ্জিনের ক্ষমতা নির্ণয়: [রা.বো.'২৫]

সমাধান

আমরা জানি,

ক্ষমতা, $P = F_{net} \times v$

$= 8.9 \times 10^5 \times 20$

$= 1.78 \times 10^7$ W

$= \frac{1.78 \times 10^7}{746}$ HP [∵ 1 HP = 746 W]

$= 2.38 \times 10^4$ HP [Ans.]

এখানে,
লব্ধি বল, $F_{net} = 8.9 \times 10^5$ N
বেগ, $v = 20\ ms^{-1}$

Example-33 একটি ক্রেন 100 kg ভরের একটি ব্লককে 0.1 ms^{-1} ধ্রুববেগে উপরে তুলছে। ক্রেনটির ক্ষমতা নির্ণয়: [ঢা.বো.'২৩]

সমাধান

আমরা জানি,

ক্ষমতা, P = Fv

= mgv [∵ বল, F = mg]

$= 100 \times 9.8 \times 0.1$

= 98 Watt [Ans.]

এখানে,
ভর, m = 100 kg
অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g = 9.8\ ms^{-2}$
উত্তোলন বেগ, $v = 0.1\ ms^{-1}$

Similar Problems to the Example

- ক্রেনের সাহায্যে 500kg ভরের বস্তুকে $0.20ms^{-1}$ সমদ্রুতিতে টেনে তোলা হলে ক্রেনের ক্ষমতা 980 Watt হবে। [সি.বো.'২৩]
- 250 kg ভরের একটি বস্তু ক্রেনের সাহায্যে 0.1 ms^{-1} ধ্রুববেগে উপরে উঠানো হলো। ক্রেনের ক্ষমতা 245 W হবে। [ঢা.বো.'১৯]

Example-34 কোনো বস্তুতে $\vec{F} = (3\hat{i} + 2\hat{j} - \hat{k})$ N মানের বল 2 sec ক্রিয়া করায় বলের দিকে বস্তুর বেগ হয় $\vec{v} = (\hat{i} + 2\hat{j} + \hat{k})ms^{-1}$। বলের দ্বারা কৃতকাজ নির্ণয়: [ঢা.বো.'২১]

সমাধান

আমরা জানি,

W = Pt

$= 6 \times 2$

= 12 J [Ans.]

এখানে,
ক্ষমতা, P = 6 W
সময়, t = 2 sec.
কৃতকাজ, W = ?

Example-35 একটি বস্তুর উপর $\left(5\hat{i} - 3\hat{j} - 2\hat{k}\right)$ N বল প্রয়োগ করায় 7 sec সময় পর বেগ $\left(3\hat{i} + 2\hat{j} + \hat{k}\right)$ ms^{-1} হলে বস্তুটির ক্ষমতা নির্ণয়: [ঢা.বো.'২৫]

সমাধান

আমরা জানি,

ক্ষমতা, $P = \vec{F} . \vec{v}$

$= (5\hat{i} - 3\hat{j} - 2\hat{k})(3\hat{i} + 2\hat{j} + \hat{k})$

$= 5 \times 3 + (-3) \times 2 + (-2) \times 1$

$= 15 - 6 - 2$

= 7 [Ans.]

এখানে,
$\vec{F} = (5\hat{i} - 3\hat{j} - 2\hat{k})$
$\vec{v} = (3\hat{i} + 2\hat{j} + \hat{k})$

Similar Problem to the Example

- কোনো বস্তুতে $\vec{F} = (3\hat{i} + 2\hat{j} - \hat{k})$ N মানের বল 2 sec ক্রিয়া করায় বলের দিকে বস্তুর বেগ হয় $\vec{v} = (\hat{i} + 2\hat{j} + \hat{k})ms^{-1}$। ক্ষমতা 6 W হবে। [ঢা.বো.'২১]

Example-36 2.5 kW ক্ষমতার একটি মোটরচালিত পাম্প দ্বারা একটি কূপ হতে গড়ে 6.30 m উচ্চতায় পানি পাঠানো হয়। প্রতি মিনিটে মোটরটি কত কিলোগ্রাম পানি উঠাতে পারবে তা নির্ণয়: [ব.বো.'২১]

সমাধান

আমরা জানি,

$$\text{ক্ষমতা, } P = \frac{mgh}{t}$$

$$\Rightarrow m = \frac{Pt}{gh}$$

$$= \frac{2125 \times 60}{9.8 \times 6.3}$$

$$= 2065.11 \text{ kg [Ans.]}$$

এখানে,

ক্ষমতা, P = (2.5 × 1000) এর 85%

$= 2125$ W

গড় উচ্চতা, h = 6.30 m

সময়, t = 1 min

$= 60$ sec.

অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g = 9.8 \text{ ms}^{-2}$

ভর, m = ?

Example-37 একটি কুয়ার গভীরতা 10 m এবং ব্যাস 6 m। একটি পাম্পের সাহায্যে কুয়াটিকে 20 মিনিটে সম্পূর্ণ পানি শূন্য করা হলে পাম্পের ক্ষমতা নির্ণয়: [ব.বো.'১৫]

সমাধান

আমরা জানি,

$$P = \frac{mgh}{t}$$

$$= \frac{\rho Vgh}{t}$$

$$= \frac{90\pi \times 1000 \times 9.8 \times 5}{20 \times 60}$$

$$= 11545.35 \text{ W}$$

$$= \frac{11545.35}{746} \text{ HP}$$

$$= 15.48 \text{ HP [Ans.]}$$

এখানে,

গড় উচ্চতা, $h = \frac{10 + 0}{2} = 5$ m

গভীরতা, L = 10m

ব্যাসার্ধ, $r = \frac{6}{2} = 3$m

কুয়ার আয়তন, $V = \pi r^2 L = \pi \times 3^2 \times 10 = 90\pi$

পানির ঘনত্ব, $\rho = 1000 \text{ kgm}^{-3}$

∴ পানির ভর, $m = \rho V$

সময়, t = 20 × 60 sec

ক্ষমতা, P = ?

Example-38 একটি পানিপূর্ণ কুয়ার গভীরতা 10 m এবং ব্যাস 1.5 m একটি পাম্প 25 মিনিটে কুয়াটিকে পানিশূন্য করতে পারে। 0.4 HP ক্ষমতার আরও একটি পাম্প যুক্ত করলে কী পরিমাণ সময় সাশ্রয় হবে তা নির্ণয়: [য.বো.'১৫]

সমাধান

এখানে,

গভীরতা, h = 10m,

ব্যাসার্ধ, $r = \frac{1.5}{2} = 0.75$ m

উত্তোলনকৃত পানির আয়তন $= \pi r^2 h$

$= 3.1416 \times (0.75)^2 \times 10$

$= 17.6715 \text{m}^3$

∴ পানির ভর, $m = (17.6715 \times 10^3)$ kg [$\because m = \rho V$]

পাম্পটি দ্বারা কৃতকাজ $= mg\frac{h}{2}$ [যেহেতু পানি তোলার গড় উচ্চতা-$\frac{h}{2}$]

$= (17.6715 \times 10^3 \times 9.8 \times 5)$ J

$= 865903.5$ J

$$\therefore \text{ পাম্পটির ক্ষমতা, } P = \frac{865903.5}{25 \times 60} \text{ W}$$

$$= 577.269 \text{ W}$$

$$= \frac{577.269}{746} \text{ HP}$$

$$= 0.773 \text{ HP}$$

এখন,

0.4 HP ক্ষমতার আরও একটি পাম্প যুক্ত করলে পাম্পের পরিবর্তিত ক্ষমতা হবে,

$P' = (0.4 + 0.773)$ HP

$= 1.174$ HP

$= (1.174 \times 746)$ W

$= 875.669$ W

$$\therefore P' = \frac{W}{t'}$$

$$\text{বা, } t' = \frac{W}{P'}$$

$$= \frac{865903.5}{875.669} \text{ s}$$

$$= 988.848 \text{ s}$$

$$= \frac{988.848}{60} \text{ min}$$

$$= 16.48 \text{ min}$$

∴ সময় সাশ্রয় হবে = (25 − 16.48) মিনিট

= 8.52 মিনিট [Ans.]

কর্মদক্ষতা

Example-39 একটি কূয়া থেকে ইঞ্জিনের সাহায্যে প্রতি ঘণ্টায় 25×10^6 kg পানি 50 m উচ্চতায় উঠানো হয়। 70% ক্ষমতা ক্ষয় হলে এর অশ্বক্ষমতা নির্ণয়: [কু.বো.'২৫]

সমাধান

আমরা জানি,

$$P_{out} = \frac{mgh}{t}$$

$$\Rightarrow 0.3 P_{in} = \frac{25 \times 10^6 \times 9.8 \times 50}{3600}$$

$$\Rightarrow P_{in} = 1.134 \times 10^7 \text{ W}$$

$$\Rightarrow P_{in} = \frac{1.134 \times 10^7}{746} \text{ HP}$$

$$\therefore P_{in} = 1.5 \times 10^4 \text{ HP [Ans.]}$$

এখানে,

ক্ষমতা, η = (100 − 70) %

= 30% = 0.3

মোট প্রদত্ত ক্ষমতা = P_{in} (ধরি)

∴ লভ্য কার্যকর ক্ষমতা,

$P_{out} = \eta P_{in} = 0.3 P_{in}$

পানির ভর, $m = 25 \times 10^6$ kg

উচ্চতা, h = 50 m

সময়, t = 1 hr = 3600 s

Example-40 একটি পাম্পের কার্যকর ক্ষমতা 3kW এবং কর্মদক্ষতা 75% হলে পাম্পটির প্রকৃত ক্ষমতা নির্ণয়: [ব.বো.'২৪]

সমাধান

এখানে,

পাম্পের কার্যকর ক্ষমতা, P = 3 kW

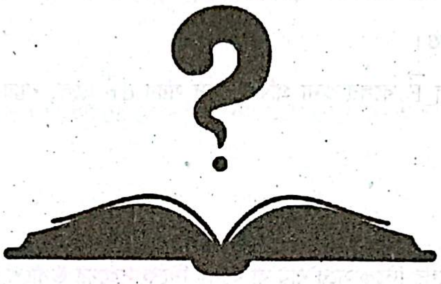
পাম্পের কর্মদক্ষতা, η = 75% = 0.75

$$\therefore \text{ পাম্পের প্রকৃত ক্ষমতা, } P' = \frac{P}{\eta}$$

$$= \frac{3}{0.75} \text{ kW}$$

$$= 4 \text{ kW [Ans.]}$$

CS CamScanner



Short Question-Answer

☑ জ্ঞানমূলক প্রশ্নোত্তর (‘ক’ অংশ)

☑ অনুধাবনমূলক প্রশ্নোত্তর (‘খ’ অংশ)

প্রিয় শিক্ষার্থী,

সৃজনশীল প্রশ্নের ‘ক’ ও ‘খ’ অংশের প্রস্তুতি খুবই গুরুত্বপূর্ণ। HSC পরীক্ষায় সৃজনশীল অংশে ভালো করতে হলে অবশ্যই ‘ক’ ও ‘খ’ নং প্রশ্ন অর্থাৎ ‘জ্ঞানমূলক’ ও ‘অনুধাবনমূলক’ প্রশ্নের সঠিক ও গোছানো উত্তরের কোনো বিকল্প নেই।

তোমাদের সুবিধার্থে, এই অধ্যায়ের বিগত বছরগুলোর HSC পরীক্ষার ‘ক’ ও ‘খ’ অংশের প্রশ্নোত্তরগুলো সহ গুরুত্বপূর্ণ অন্যান্য প্রশ্নোত্তরগুলো টপিক অনুসারে সাজিয়ে দেওয়া হয়েছে। এই প্রশ্নোত্তরগুলো অনুশীলন করলে এই অধ্যায়ের সব বোর্ড প্রশ্নতো Cover হবেই, সাথে এই অধ্যায় সংশ্লিষ্ট গুরুত্বপূর্ণ প্রায় প্রতিটি টপিকই তোমাদের আয়ত্তে চলে আসবে।

CS CamScanner

জ্ঞানমূলক প্রশ্নোত্তর

কাজ

প্রশ্ন-১। **কাজ কী?**
উত্তর: কোনো বস্তুর উপর বল প্রয়োগ করা হলে যদি বলের প্রয়োগ বিন্দুর সরণ ঘটে তাহলে সেই বল ও বলের দিকে সরণের উপাংশের গুণফলকে কাজ বলে।

প্রশ্ন-২। **ভেক্টর ও সমাকলন ব্যবহারে কাজের সংজ্ঞা দাও।** *[রা.বো.'২৫]*
উত্তর: কোনো বস্তুকণার উপর ক্রিয়াশীল পরিবর্তনশীল $\vec{F}$ বলের জন্য প্রতিটি ক্ষুদ্র সরণ $d\vec{r}$ হলে, বস্তুর $\vec{r_0}$ আদি অবস্থান হতে $\vec{r}$ শেষ অবস্থান পর্যন্ত উক্ত বল দ্বার

কৃতকাজ হচ্ছে: $W = \int_{r_0}^{r} \vec{F} \cdot d\vec{r}$

প্রশ্ন-৩। **বলের দ্বারা কাজ বা ধনাত্মক কাজ কী?**
উত্তর: যদি বল প্রয়োগের ফলে বলের প্রয়োগ বিন্দু বলের দিকে সরে যায় বা বলের দিকে সরণের উপাংশ থাকে, তাহলে সেই বল এবং বলের দিকে সরণের উপাংশের গুণফলকে ধনাত্মক কাজ বা বলের দ্বারা কাজ বলে।

প্রশ্ন-৪। **ঋণাত্মক কাজ বা বলের বিরুদ্ধে কাজ কাকে বলে?** *[সি.বো.'২১; দি.বো.'১৫]*
অথবা, ঋণাত্মক কাজ কী? *[ব.বো.'১৯]*
উত্তর: যদি বল প্রয়োগের ফলে বলের প্রয়োগ বিন্দু বলের বিপরীত দিকে সরে যায় বা বলের বিপরীত দিকে সরণের উপাংশ থাকে তাহলে সেই বল এবং বলের বিপরীত দিকে সরণের উপাংশের গুণফলকে ঋণাত্মক কাজ বা বলের বিরুদ্ধে কাজ বলে।

প্রশ্ন-৫। **শূন্য কাজ কী?**
উত্তর: বল প্রয়োগের ফলে যদি বলের প্রয়োগ বিন্দু স্থির থাকে বা বলের উলম্ব অভিমুখে সরে যায়, তাহলে বলের দ্বারা শূন্য কাজ হয়েছে বুঝায়।

প্রশ্ন-৬। **এক জুল কাকে বলে?** *[কু.বো.'২৪; চ.বো.'২৪; সি.বো.'২৪]*
উত্তর: কোনো বস্তুর ওপর এক নিউটন (N) বল প্রয়োগের ফলে যদি বলের দিকে প্রয়োগ বিন্দুর এক মিটার (m) সরণ হয় তবে সম্পন্ন কাজের পরিমাণকে এক জুল (J) বলে।

শক্তি

প্রশ্ন-৭। **শক্তি কাকে বলে?** *[দি.বো.'২৪]*
উত্তর: কোনো বস্তুর কাজ করার সামর্থ্যকে শক্তি বলে।

প্রশ্ন-৮। **কিলোওয়াট ঘণ্টা কী?**
উত্তর: এক কিলোওয়াট ক্ষমতাসম্পন্ন কোনো যন্ত্র এক ঘণ্টা কাজ করলে যে শক্তি ব্যয় হয় তাকে কিলোওয়াট ঘণ্টা বলে।

প্রশ্ন-৯। **যান্ত্রিক শক্তি কী?** *[কু.বো.'২৩]*
উত্তর: কোনো বস্তু তার গতি, অবস্থান বা ভৌত অবস্থার জন্য কাজ করার যে সামর্থ্য তথা শক্তি অর্জন করে তাকে যান্ত্রিক শক্তি বলে।

প্রশ্ন-১০। **গতিশক্তি কাকে বলে?** *[রা.বো.'২৪]*
উত্তর: কোনো গতিশীল বস্তুর গতিশীল থাকার জন্য কাজ করার যে সামর্থ্য অর্থাৎ শক্তি অর্জন করে তাকে গতিশক্তি বলে।

প্রশ্ন-১১। **বিভব শক্তি বা স্থিতিশক্তি কী?**
উত্তর: স্বাভাবিক অবস্থা বা অবস্থান পরিবর্তন করে কোনো বস্তুকে অন্য কোনো অবস্থায় বা অবস্থানে আনলে বস্তু কাজ করার যে সামর্থ্য অর্জন করে তাকে বিভব শক্তি বা স্থিতি শক্তি বলে।

সংরক্ষণশীল ও অসংরক্ষণশীল বল

প্রশ্ন-১২। **সংরক্ষণশীল বল কী?** *[চ.বো.'২৫; য.বো.'২৪]*
অথবা, সংরক্ষণশীল বল কাকে বলে? *[রা.বো.'২৩,'২১; য.বো.'২৩,'২১; ঢা.বো.'২১; দি.বো.'২১]*
অথবা, সংরক্ষণশীল বলের সংজ্ঞা দাও। *[ঢা.বো.'১৭]*
উত্তর: কোনো কণা একটি পূর্ণ চক্র সম্পন্ন করে তার আদি অবস্থানে ফিরে এলে কণাটির ওপর যে বল দ্বারা সম্পাদিত কাজের পরিমাণ শূন্য হয়, সেই বলকে সংরক্ষণশীল বল বলে।

প্রশ্ন-১৩। **অসংরক্ষণশীল বলের সংজ্ঞা দাও।** *[য.বো.'২৫]*
অথবা, অসংরক্ষণশীল বলের সংজ্ঞা লেখ। *[সি.বো.'২৩]*
অথবা, অসংরক্ষণশীল বল কাকে বলে? *[ঢা.বো.'২২; রা.বো.'২২; য.বো.'২২; দি.বো.'২২; য.বো.'১৯; ঢা.বো.'১৭; ব.বো.'১৫]*
উত্তর: যে বল কোনো বস্তুর ওপর ক্রিয়া করলে তাকে যেকোনো পথে ঘুরিয়ে পুনরায় প্রাথমিক অবস্থানে আনলে ঐ বল কর্তৃক কৃত কাজ শূন্য হয় না তাকে অসংরক্ষণশীল বল বলে।

প্রশ্ন-১৪। **প্রত্যয়নী বল কাকে বলে?** *[ঢা.বো.'২৩,'২১; ব.বো.'২১,'১৯; কু.বো.'১৫]*
উত্তর: বাহ্যিক বলের প্রভাবে কোনো বস্তুর বিকৃতি ঘটানোর চেষ্টা করলে বস্তুর অভ্যন্তরে বিকৃতির বিরুদ্ধে যে বলের উদ্ভব হয়, তাকে প্রত্যয়নী বল বলে।

CS CamScanner

প্রশ্ন-১৫। **স্প্রিং বল কী?** *[সি.বো.'১৯]*

উত্তর: কোনো স্প্রিং এর মুক্ত প্রান্তের সরণ ঘটালে স্প্রিংটি সরণের বিপরীত দিকে যে বল প্রয়োগ করে তাকে স্প্রিং বল বলে।

প্রশ্ন-১৬। **স্প্রিং ধ্রুবকের সংজ্ঞা দাও।** *[কু.বো.'২৫]*

***অথবা*, স্প্রিং ধ্রুবক কাকে বলে?** *[সি.বো.'২৫]*

***অথবা*, স্প্রিং ধ্রুবক কী?** *[ঢা.বো.'২১; চ.বো.'২১,'১৯; রা.বো., দি.বো.'১৯; দি.বো.'১৭]*

উত্তর: কোনো স্প্রিং-এর মুক্ত প্রান্তের একক সরণ ঘটালে স্প্রিংটি সরণের বিপরীত দিকে যে বল প্রয়োগ করে তাকে ঐ স্প্রিং-এর স্প্রিং ধ্রুবক বলে।

প্রশ্ন-১৭। **বল ধ্রুবকের সংজ্ঞা দাও।** *[দি.বো.'১৭]*

***অথবা*, বল ধ্রুবক k এর সংজ্ঞা লেখ।**

উত্তর: সরল ছন্দিত স্পন্দনে গতিশীল কোণের কণার একক সরণ ঘটাতে যে পরিমাণ বল প্রয়োজন তাকে ঐ কণার বল ধ্রুবক (k) বলে।

ক্ষমতা

প্রশ্ন-১৮। **ক্ষমতা কাকে বলে?** *[কু.বো.'২১; ম.বো.'২১]*

উত্তর: কাজ সম্পাদনকারী কোনো ব্যক্তি বা যন্ত্রের কাজ করার হার বা শক্তি সরবরাহের হারকে ক্ষমতা বলে।

প্রশ্ন-১৯। **অশ্বক্ষমতা কাকে বলে?** *[য.বো.'২৪; কু.বো.'২২; ব.বো.'২২; রা.বো.'১৯; রা., কু., চ., ব. (সম্মিলিত) বো.'১৮; চ.বো.'১৭; দি.বো.'১৭]*

উত্তর: প্রতি সেকেন্ডে 746 J বা 550 ফুট-পাউন্ড কাজ করার ক্ষমতাকে 1 অশ্বক্ষমতা বলে।

প্রশ্ন-২০। **1 ওয়াট কাকে বলে?**

উত্তর: 1 সেকেন্ডে 1 জুল (J) কাজ করার ক্ষমতাকে 1 ওয়াট (W) বলে।

কর্মদক্ষতা

প্রশ্ন-২১। **কর্মদক্ষতা কী?** *[ঢা.বো.'২৪; দি.বো.'২৩; চ.বো.'২২; সি.বো.'২২; ম.বো.'২২; য.বো.'২১; চ.বো.'২১; ব.বো.'২১; সি.বো.'২১; সি.বো.'১৯]*

***অথবা*, কর্মদক্ষতা কাকে বলে?** *[য.বো.'২৫; কু.বো.'২৪; সি.বো.'১৬,'১৫]*

***অথবা*, যন্ত্রের কর্মদক্ষতা কাকে বলে?** *[ঢা.বো.'১৫]*

উত্তর: কোনো যন্ত্র থেকে প্রাপ্ত মোট কার্যকর শক্তি এবং যন্ত্রে প্রদত্ত মোট শক্তির অনুপাতকে ঐ যন্ত্রের কর্মদক্ষতা বলে।

প্রশ্ন-২২। **কাজ-শক্তি উপপাদ্যটি লেখ।** *[ঢা.বো.'২৫; য.বো.'২৪; চ.বো.'২৩; সি.বো.'১৬]*

***অথবা*, কাজ-শক্তি উপপাদ্যটি বিবৃত কর।** *[য.বো.'২১,'১৯,'১৫; ঢা., য., সি., দি. (সম্মিলিত) বো.'১৮; ব.বো.'১৫]*

উত্তর: কোনো বস্তুর ওপর ক্রিয়ারত লব্ধি বল কর্তৃক কৃতকাজ বস্তুটির গতিশক্তির পরিবর্তনের সমান।

প্রশ্ন-২৩। **পরিবর্তনশীল বল কাকে বলে?** *[ব.বো.'২৪,'২৩]*

উত্তর: যে বলের মান সময়ের সাথে ধ্রুব থাকে না তাকে পরিবর্তনশীল বল বলে। সময়ের সাথে এ বলের মান অথবা দিক অথবা উভয়ের পরিবর্তন হয়।

অনুধাবনমূলক প্রশ্নোত্তর

কাজ

প্রশ্ন-১। **বল ও সরণ ভেক্টর রাশি হলেও কাজ স্কেলার রাশি কেন? ব্যাখ্যা কর।** *[কু.বো.'২৪]*

***অথবা*, বল ও সরণ ভেক্টর রাশি হলেও তাদের দ্বারা সৃষ্ট কাজ স্কেলার রাশি— ব্যাখ্যা কর।** *[ঢা., য., সি., দি. (সম্মিলিত) বো.'১৮]*

উত্তর: বল ও সরণ ভেক্টর রাশি হলেও কাজ একটি স্কেলার রাশি, কারণ সংজ্ঞানুসারে কাজ (W) হচ্ছে বল $\left(\vec{F}\right)$ ও সরণের $\left(\vec{s}\right)$ ডট গুণফল; অর্থাৎ–

$$W = \vec{F} \cdot \vec{s}$$
$$= Fs\cos\theta \quad [\theta = \text{বল ও সরণের মধ্যবর্তী কোণ}]$$

আমরা জানি, দু'টি রাশি ডট গুণনের ফলাফল সর্বদা একটি স্কেলার রাশি। এজন্যে কাজের কোনো নির্দিষ্ট দিক নেই, কেবল মান রয়েছে। একই মানের বল ও সরণের মধ্যবর্তী কোণের ভিন্নতার জন্য কাজের মান ভিন্ন হয়ে থাকে।

প্রশ্ন-২। **500 J কাজ বলতে কী বোঝায়?**

উত্তর: কোনো বস্তুর উপর বল প্রয়োগ করা হলে যদি বলের প্রয়োগ বিন্দুর সরণ ঘটে তাহলে সেই বল ও বলের দিকে সরণের উপাংশের গুণফলকে কাজ বলে। 500 J কাজ বলতে বোঝায় 1 N বল প্রয়োগে বলের দিকে বলের প্রয়োগ বিন্দু 500 m সরে যায় অথবা 500 N বল প্রয়োগ করলে বলের প্রয়োগ বিন্দু 1m সরে যায়।

প্রশ্ন-৩। **বলের দ্বারা কাজ ব্যাখ্যা করো।** *[দি.বো.'২৫]*

***অথবা*, বলের দ্বারা কাজ বলতে কী বুঝায়? ব্যাখ্যা কর।** *[সি.বো.'১৫]*

উত্তর: যদি বল প্রয়োগের ফলে বলের প্রয়োগ বিন্দু বলের দিকে সরে যায় বা বলের দিকে সরণের উপাংশ থাকে, তাহলে সেই বল এবং বলের দিকে সরণের উপাংশের গুণফলকে ধনাত্মক কাজ বা বলের দ্বারা কাজ বলে।

$\therefore W = \vec{F}.\vec{s} = Fs\cos\theta$, যেহেতু $\cos\theta$ ধনাত্মক হলে W ধনাত্মক হয়। বল $\vec{F}$ এবং সরণ $\vec{s}$ এর অন্তর্ভুক্ত কোণ θ এর মান 90° এর কম বা 0° এর সমান/বেশি হলে $\cos\theta$ ধনাত্মক হয়, তখন বলের দিকে সরণের উপাংশ থাকে। ফলে বলের দ্বারা কাজ বা ধনাত্মক কাজ হয়

প্রশ্ন-৪। **পড়ন্ত বস্তুর উপর অভিকর্ষজ বল কর্তৃক কৃতকাজ ধনাত্মক— ব্যাখ্যা কর।** *[দি.বো.'১৭]*

উত্তর: যদি বল প্রয়োগের ফলে বলের প্রয়োগ বিন্দু বলের দিকে সরে যায় বা বলের দিকে সরণের উপাংশ থাকে, তাহলে ধনাত্মক কাজ হয়।

পড়ন্ত বস্তুর ক্ষেত্রে অভিকর্ষ বল দ্বারা কাজ হয়। এক্ষেত্রে প্রযুক্ত বল তথা বস্তুর ওজন $\overrightarrow{mg}$ এবং সরণ $\vec{S}$ একই দিকে হয়, ফলে বস্তুর উপর অভিকর্ষ বল দ্বারা কাজ হয়েছে বা অভিকর্ষ বল কর্তৃক ধনাত্মক কাজ হয়েছে বোঝায়।

প্রশ্ন-৫। **'শূন্য কাজ' প্রযুক্ত বলের দিকের উপর নির্ভর করে—ব্যাখ্যা করো।** *[য.বো.'২৩]*
***অথবা*, শূন্য কাজ ব্যাখ্যা কর।** *[রা.বো.'২৪; ঢা.বো.'২১]*

উত্তর: বল প্রয়োগের ফলে যদি বলের প্রয়োগ বিন্দু স্থির থাকে বা বলের উলম্ব অভিমুখে সরে যায়, তাহলে বলের দ্বারা শূন্য কাজ হয়েছে বুঝায়।
বৃত্তাকার পথে ঘূর্ণনশীল বস্তুটির প্রতি মুহূর্তে বস্তুটির বেগ বা সরণ বস্তুর অবস্থান বিন্দু হতে বৃত্তের স্পর্শক বরাবর এবং বলের দিক কেন্দ্রমুখী। অর্থাৎ কেন্দ্রমুখী বল ও সরণের অন্তর্ভুক্ত কোণ 90°।

আমরা জানি কাজ, $W = \vec{F} \cdot \vec{s} = Fs \cos 90° = 0$
অর্থাৎ, শূন্য কাজ হবে যদি বল ও সরণের মধ্যবর্তী কোণ 90° হয়। আবার বল প্রয়োগে সরণ না ঘটলে; অর্থাৎ, $s = 0$ হলেও কাজ শূন্য হবে।

Similar Questions

✓ বল ও সরণ শূন্য না হলেও কাজ শূন্য হতে পারে কি? ব্যাখ্যা কর। *[য.বো.'২৪; ঢা.বো.'২২; ব.বো.'২২; সি.বো.'২১]*
✓ "বল ও সরণ শূন্য না হলেও কাজ শূন্য হতে পারে" ব্যাখ্যা কর। *[চ.বো.'২২]*

প্রশ্ন-৬। **কেন্দ্রমুখী বল দ্বারা কৃত কাজ শূন্য হয়—ব্যাখ্যা করো।** *[দি.বো.'২৩]*
***অথবা*, বৃত্তাকার পথে ঘূর্ণায়মান বস্তুর কেন্দ্রমুখী বল দ্বারা কৃতকাজ শূন্য হয়—ব্যাখ্যা কর।** *[সি.বো.'২২]*
***অথবা*, বৃত্তাকার পথে কেন্দ্রমুখী বল দ্বারা কৃত কাজ শূন্য কেন? ব্যাখ্যা কর।** *[দি.বো.'১৯]*
***অথবা*, কেন্দ্রমুখী বল দ্বারা কৃতকাজ ব্যাখ্যা কর।** *[চ.বো.'১৭]*
***অথবা*, বৃত্তাকার পথে ঘূর্ণনশীল একটি বস্তুর দ্বারা কৃতকাজ শূন্য– ব্যাখ্যা কর।** *[ব.বো.'১৭]*

উত্তর: বৃত্তাকার পথে ঘূর্ণনশীল বস্তুটির প্রতি মুহূর্তে বেগ বা সরণ হয় বস্তুর অবস্থান বিন্দু হতে বৃত্তের স্পর্শক বরাবর এবং বলের দিক হয় ব্যাসার্ধ বরাবর কেন্দ্রমুখী। অর্থাৎ, কেন্দ্রমুখী বল ও সরণের অন্তর্ভুক্ত কোণ 90°।

আমরা জানি কাজ, $W = \vec{F} . \vec{s} = Fs \cos 90° = 0$
সুতরাং, বৃত্তাকার পথে ঘূর্ণনশীল একটি বস্তুর কেন্দ্রমুখী বল দ্বারা কৃতকাজ শূন্য।

Similar Questions

✓ পৃথিবীর চারদিকে চাঁদ একবার ঘুরে আসলে কৃতকাজ কীরূপ হবে? ব্যাখ্যা কর। *[কু.বো.'২২]*
✓ চাঁদ পৃথিবীর চারিদিকে ঘুরছে কিন্তু কেন্দ্রমুখী বল দ্বারা কাজ হচ্ছে না।- ব্যাখ্যা কর। *[য.বো.'২১; ম.বো.'২১; রা., কু., চ., ব. (সম্মিলিত) বো.'১৮]*

প্রশ্ন-৭। **সমতলে হাঁটা অপেক্ষা সিঁড়ি দিয়ে হেঁটে উপরে উঠা কষ্টকর। — ব্যাখ্যা কর।** *[ঢা.বো.'২২; য.বো.'২২]*

উত্তর: আমরা সমতলে সাধারণত অনুভূমিক বরাবর হেঁটে থাকি। হাঁটার সময় অনুভূমিক বরাবর কোনো বাহ্যিক বল ক্রিয়াশীল থাকে না। কিন্তু সিঁড়ি দিয়ে হেঁটে উপরে উঠার সময় পৃথিবীর অভিকর্ষ বল আমাদের গতিপথের বিপরীত দিকে তথা নিচের দিকে ক্রিয়াশীল থাকে। উপরে উঠার জন্য আমাদেরকে এই অভিকর্ষের বিরুদ্ধে কাজ করতে হয়, যা সমতলে হাঁটার ক্ষেত্রে প্রয়োজন হয় না। তাই সমতলে হাঁটা অপেক্ষা সিঁড়ি দিয়ে হেঁটে উপরে উঠা কষ্টকর।

প্রশ্ন-৮। **কাজ ও টর্ক এর একক অভিন্ন—ব্যাখ্যা কর।** *[সি.বো.'২৩]*
***অথবা*, কাজ ও টর্ক এর মান এবং একক সমান হলেও এরা ভিন্ন রাশি– ব্যাখ্যা কর।** *[ঢা.বো.'১৯]*

উত্তর: কাজ হচ্ছে কোনো বস্তুর ওপর বল প্রয়োগে বস্তুর সরণ ঘটলে প্রযুক্ত বল ও বলের অভিমুখে সরণের উপাংশের গুণফল। অর্থাৎ কাজ হলো বল ও সরণের ডট গুণফল। যেহেতু ডট গুণফল একটি স্কেলার রাশি সুতরাং কাজ একটি স্কেলার রাশি। অপরদিকে, টর্ক হচ্ছে কোনো অক্ষের সাপেক্ষে ঘূর্ণনরত বস্তুর ওপর যে বিন্দুতে বল ক্রিয়াশীল ওই বিন্দুর অবস্থান ভেক্টর ও প্রযুক্ত বলের ভেক্টর গুণফল। অর্থাৎ টর্ক একটি ভেক্টর রাশি। কাজ ও টর্ক উভয়েরই একক Nm বা J।
সুতরাং. কাজ ও টর্কের মান এবং একক সমান হলেও এরা ভিন্ন রাশি।

প্রশ্ন-৯। **'স্প্রিং বল প্রত্যয়নী বল'—ব্যাখ্যা কর।** *[য.বো.'২৩]*

উত্তর: স্প্রিং বলকে প্রত্যয়নী বল বলা হয়, কারণ কোনো স্প্রিংকে তার স্বাভাবিক দৈর্ঘ্য থেকে প্রসারিত বা সংকুচিত করলে স্প্রিংয়ের উপর যে বল ক্রিয়াশীল হয়, তা সর্বদা স্প্রিংয়ের বিকৃতির (প্রসারণ কিংবা সংকোচনের) বিপরীত দিকে কাজ করে এবং স্প্রিংকে তার পূর্বের অবস্থানে ফিরিয়ে আনার চেষ্টা করে।

আমরা জানি,
হুকের সূত্রানুসারে–
স্প্রিং বল, $F = -kx$

এখানে,
k = স্প্রিংয়ের বল ধ্রুবক
x = স্প্রিংয়ের বিকৃতি (প্রসারণ/সংকোচন)

এখানে, ঋণাত্মক চিহ্নটি নির্দেশ করে যে স্প্রিং বলের দিক তার বিকৃতির বিপরীতে। ফলে স্প্রিং সবসময় সাম্যাবস্থায় ফিরে যেতে চায়– এই বৈশিষ্ট্যের জন্যই স্প্রিং বলকে প্রত্যয়নী বল বলা হয়।

প্রশ্ন-১০। **স্প্রিং দ্বারা কৃতকাজ ঋণাত্মক হয় কেন?** *[ঢা.বো.'২৪]*
***অথবা*, স্প্রিং বল দ্বারা কৃত কাজ ঋণাত্মক হয়- ব্যাখ্যা কর।** *[চ.বো.'২১]*
***অথবা*, প্রত্যয়নী বল দ্বারা কৃত কাজ কখন ঋণাত্মক হবে—ব্যাখ্যা কর।** *[য.বো.'১৭]*

উত্তর: আমরা জানি. স্প্রিং বল দ্বারা কৃতকাজ, $W_s = \frac{1}{2}kx_i^2 - \frac{1}{2}kx_f^2$ ……… (i)

কণাটির আদি সরণের মান শেষ সরণের মানের চেয়ে ছোট হলে অর্থাৎ, $x_i^2 < x_f^2$ বা, $|x_i| < |x_f|$ হলে স্প্রিংটি কণাটির উপর ঋণাত্মক কাজ সম্পন্ন করে। যখন কণাটির আদি অবস্থান, $x = 0$ থেকে সরণ x হয়, তখন কণাটির উপর স্প্রিং দ্বারা কৃতকাজ বের করতে আমরা (i) নং সমীকরণে $x_i = 0$ এবং $x_f = x$ বসিয়ে পাই, $W_s = -\frac{1}{2}kx^2$

অর্থাৎ, স্প্রিংটি যখন তার শিথিল অবস্থা থেকে প্রসারিত বা সঙ্কুচিত করা হয় তখন স্প্রিং বল অর্থাৎ প্রত্যয়নী বল দ্বারা কৃতকাজ ঋণাত্মক হয়।

প্রশ্ন-১১। কখন স্প্রিং দ্বারা ধনাত্মক কাজ সম্পন্ন হয়? ব্যাখ্যা কর। *[কু.বো.'২১]*

উত্তর: একটি স্প্রিং-এর একপ্রান্তে দৃঢ়ভাবে আবদ্ধ একটি কণা যখন তার আদি অবস্থান (x_i) থেকে শেষ অবস্থান (x_f) এ যায় তখন কণাটির উপর স্প্রিং দ্বারা কৃতকাজ, $W_s = \frac{1}{2}kx_i^2 - \frac{1}{2}kx_f^2$. এই সমীকরণটি থেকে পাই, স্প্রিং দ্বারা কণাটির উপর কৃতকাজের মান ধনাত্মক হয়, যদি $x_i^2 > x_f^2$ হয় বা $|x_i| > |x_f|$ হয়। অর্থাৎ, যদি কণাটির আদি সরণের মান এর শেষ সরণের মানের চেয়ে বড় হয়। স্প্রিংটি তখন ধনাত্মক কাজ সম্পন্ন করে।

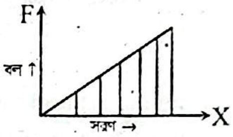
প্রশ্ন-১২। বল-সরণ গ্রাফ হতে স্প্রিং সম্প্রসারণে কৃত কাজের পরিমাণ পাওয়া যায়—ব্যাখ্যা কর। *[কু.বো.'১৭]*

উত্তর: আমরা জানি যে, স্প্রিং সম্প্রসারণে F_s পরিমাণ বল প্রয়োগ করে স্প্রিং এর দৈর্ঘ্য অনুভূমিক বরাবর x পরিমাণ বৃদ্ধি পেলে প্রত্যায়নী বল F_s হবে।

$$F = -F_s = -(-kx) = kx$$

$$\therefore F \propto x$$

অর্থাৎ এখানে বল সরণের সমানুপাতিক। অর্থাৎ এখানে পরিবর্তনশীল বল দ্বারা কাজ হয়েছে। একটি গ্রাফে বল-সরণ লেখ অঙ্কন করলে তা নিম্নরূপ হবে।



এই বল বক্ররেখা এবং X-অক্ষের অন্তর্গত ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল থেকেই কৃতকাজের পরিমাণ পাওয়া যাবে।

প্রশ্ন-১৩। স্থিতিস্থাপক বল এবং অভিকর্ষীয় বল দ্বারা সম্পাদিত কাজের মধ্যে পার্থক্য ব্যাখ্যা কর। *[কু.বো.'২১; দি.বো.'২১]*

উত্তর: স্থিতিস্থাপক বল এবং অভিকর্ষীয় বল দ্বারা সম্পাদিত কাজের মধ্যে পার্থক্য নিচে দেয়া হলো:

স্থিতিস্থাপক বল দ্বারা কাজ	অভিকর্ষীয় বল দ্বারা কাজ
i. স্থিতিস্থাপক সীমার মধ্যে বাইরে থেকে বল প্রয়োগে কোনো বস্তুর আকার পরিবর্তন ঘটানোর পর বল অপসারণ করলে যে বলের কারণে তা আবার পূর্বের আকার ফিরে পায়, তাকে স্থিতিস্থাপক বল বলে।	i. ভূ-পৃষ্ঠের কোনো বস্তুর ওপর পৃথিবীর আকর্ষণ বলকে অভিকর্ষ বল বলে।
ii. স্থিতিস্থাপক বল দ্বারা কাজ সরণের বর্গের সমানুপাতিক। সুতরাং, $W \propto x^2$।	ii. অভিকর্ষ বল দ্বারা কাজ উচ্চতার বা সরণের সমানুপাতিক অর্থাৎ, $W \propto h$।

শক্তি

প্রশ্ন-১৪। "কোনো বস্তুর গতিশক্তি 10 J"- ব্যাখ্যা কর। *[রা.বো.'২১]*

উত্তর: কোনো গতিশীল বস্তু গতিশীল থাকার জন্য কাজ করার যে সামর্থ্য তথা শক্তি অর্জন করে, তাকে ঐ বস্তুর গতিশক্তি বলে।

গাণিতিকভাবে গতিশক্তি, $E_k = \frac{1}{2}mv^2$.

যেখানে, m = বস্তুর ভর এবং v = বস্তুর বেগ।

ধরি, কোনো বস্তুর ভর, m = 5 kg এবং সেটি, v = 2 ms^{-1} বেগে গতিশীল।

সেক্ষেত্রে, তার গতিশক্তি, $E_k = \frac{1}{2}mv^2$

$$= \frac{1}{2} \times 5 \times 2^2$$

$$= \frac{1}{2} \times 5 \times 4 = 10 \text{ J}$$

অর্থাৎ, 5 kg ভরের কোনো বস্তু যদি 2 ms^{-1} বেগে গতিশীল হয়, তাহলে ঐ বস্তুটির গতিশক্তি 10 J হবে। একইভাবে, বিভিন্ন ভর ও বেগের জন্য কোনো বস্তুর গতিশক্তি 10 J পাওয়া সম্ভব।

প্রশ্ন-১৫। কোনো বস্তু কিভাবে স্থিতিশক্তি অর্জন করে? ব্যাখ্যা দাও। *[ঢা.বো.'১৯]*

উত্তর: কোনো বস্তু তার ভৌত অবস্থা বা অবস্থানের পরিবর্তনের কারণে স্থিতিশক্তি অর্জন করতে পারে। যেমন-কোনো বস্তুকে ভূপৃষ্ঠ হতে উপরে ওঠালে অথবা কোনো স্প্রিংকে সংকুচিত করলে উক্ত বস্তু বা স্প্রিং-এ স্থিতিশক্তি সঞ্চিত হয়। বস্তুর অবস্থান পরিবর্তন করতে যে কাজ করতে হয় তাই স্থিতিশক্তি হিসেবে সঞ্চিত থাকে।

প্রশ্ন-১৬। তারের সম্প্রসারণে বিভবশক্তি সঞ্চিত হয়—ব্যাখ্যা কর। *[কু.বো.'১৭]*

উত্তর: বস্তুস্থিত কণাসমূহের পারস্পরিক অবস্থান পরিবর্তনের জন্য বস্তু যে শক্তি অর্জন করে তাকে বস্তুর বিভবশক্তি বলে। এখন কোন তারকে যদি আমরা সম্প্রসারণ করি, তাহলে এর স্থিতিস্থাপক ধর্মের দরুণ প্রযুক্ত বলের বিপরীতে তারে প্রত্যায়নী বলের উদ্ভব ঘটবে। তারকে টানার ফলে এর দৈর্ঘ্য x পরিমাণ বৃদ্ধি পেলে তারে kx পরিমাণ প্রত্যায়নী বল উৎপন্ন হবে। ঠিক এই পরিমাণ প্রযুক্ত বল দিয়েই তার-এর সম্প্রসারণ করতে হবে। এই সম্প্রসারণে প্রযুক্ত বল দ্বারা কৃতকাজই হবে তারের মধ্যে সঞ্চিত বিভবশক্তি। সম্প্রসারিত অবস্থান থেকে স্বাভাবিক অবস্থায় ফিরে আসার সময় তারকে এই পরিমাণ কাজ করতে হবে।

প্রশ্ন-১৭। খেলনা গাড়িতে স্প্রিং যুক্ত করা হয় কেন? ব্যাখ্যা করো। *[য.বো.'২৫]*
***অথবা*, খেলনা গাড়িতে স্প্রিং যুক্ত করার কারণ কী?** *[য.বো.'২২]*
***অথবা*, খেলনা গাড়িতে স্প্রিং লাগিয়ে টেনে ছেড়ে দিলে গাড়িটি সামনের দিকে অগ্রসর হয় কেন? ব্যাখ্যা কর।** *[য.বো.'১৯]*

উত্তর: একটি স্প্রিংকে সম্প্রসারণ করা হলে এর উপর বাহ্যিক বল দ্বারা কাজ সম্পাদিত হয়। এ কাজ স্প্রিং এর মধ্যে বিভবশক্তি হিসেবে সঞ্চিত থাকে। এ বিভবশক্তি দ্বারা স্প্রিং বাইরের কোনো বস্তুর উপর কাজ করতে পারে। খেলনা গাড়িতে এজন্যে স্প্রিং যুক্ত করা হয় যেন সেই স্প্রিংটিকে টানলে যেই বিভবশক্তি সঞ্চিত হয়, তা স্প্রিংটি ছেড়ে দিলে গাড়িটির উপর কাজ করে গতিশক্তিতে রূপান্তরিত হয়ে গাড়িটিকে সামনের দিকে এগিয়ে নিয়ে যায়।

প্রশ্ন-১৮। **দুটি একই ভরের বস্তুকে ভিন্ন স্থানে ভূমি হতে একই উচ্চতায় রাখলে স্থিতিশক্তি ভিন্ন হতে পারে- কারণ ব্যাখ্যা কর।** [য.বো.'২১]

উত্তর: আমরা জানি, অভিকর্ষজ ত্বরণ (g), বস্তুর ভর (m) এর উপর নির্ভর করে না। ভূ-পৃষ্ঠের কোনো স্থানে g-এর মান ভূ-কেন্দ্র হতে ঐ স্থানের দূরত্বের উপর নির্ভর করে। পৃথিবী সম্পূর্ণরূপে গোলাকার নয় বলে পৃথিবী পৃষ্ঠের বিভিন্ন স্থানে ব্যাসার্ধ (R)-এর মান বিভিন্ন হয় এবং সেজন্য g-এর মানও বিভিন্ন হয়। মেরু অঞ্চলে g-এর মান সবচেয়ে বেশি ($g = 9.83217\ ms^{-2}$) এবং বিষুবীয় অঞ্চলে g-এর মান সবচেয়ে কম ($g = 9.78039\ ms^{-2}$)। স্থিতিশক্তি, $E_p = mgh$; অর্থাৎ, অভিকর্ষজ ত্বরণ (g) এর মান স্থানভেদে পরিবর্তন হওয়ার জন্য, একই ভরের দু'টি বস্তুকে ভিন্ন স্থানে ভূমি হতে একই উচ্চতায় রাখলে স্থিতিশক্তি ভিন্ন হবে।

প্রশ্ন-১৯। **'কোনো তারের স্থিতিস্থাপক বিভবশক্তি 50 J' বলতে কী বুঝায়?** [য.বো.'২৪]

উত্তর: কোনো স্থিতিস্থাপক তার প্রসারিত করার ফলে এর মধ্যে যে বিভবশক্তি সঞ্চিত হয়, তাকে স্থিতিস্থাপক বিভবশক্তি বলে। কোনো তারের স্থিতিস্থাপক বিভবশক্তি 50J বলতে বোঝায়, যে তারটিতে 50J বিভবশক্তি সঞ্চিত আছে। তারটি টেনে প্রসারিত করার ফলে এতে 50J বিভবশক্তি সঞ্চিত হয় এবং তা ছেড়ে দিলে 50J কাজ সম্পন্ন হওয়ার মাধ্যমে তারটি পূর্বাবস্থায় ফিরে আসে।

প্রশ্ন-২০। **বন্দুক হতে গুলি ছোড়ার সময় বন্দুক ও গুলির মধ্যে কোনটির গতিশক্তি বেশী? ব্যাখ্যা কর।** [য.বো.'১৯]

উত্তর: ধরি, বন্দুক ও গুলির ভর যথাক্রমে m_1 এবং m_2 এবং শেষবেগ যথাক্রমে v_1 ও v_2 হলে,

ভরবেগের সূত্রানুসারে, $m_1v_1 = m_2v_2$

$$\text{বা, } \frac{v_1}{v_2} = \frac{m_2}{m_1} < 1$$

$$\therefore \text{বন্দুক ও গুলির গতিশক্তির অনুপাত, } \frac{E_{k_1}}{E_{k_2}} = \frac{\frac{1}{2}m_1v_1^2}{\frac{1}{2}m_2v_2^2} = \frac{m_1}{m_2} \times \left(\frac{v_1}{v_2}\right)^2 = \frac{m_1}{m_2} \times \left(\frac{m_2}{m_1}\right)^2 = \frac{m_2}{m_1} < 1$$

$$\therefore \frac{E_{k_1}}{E_{k_2}} < 1$$

$$\text{বা, } E_{k_1} < E_{k_2}$$

অর্থাৎ, গুলির গতিশক্তি বেশি।

প্রশ্ন-২১। **একটি হালকা ও একটি ভারী বস্তুর ভরবেগ সমান হলে কোনটির গতিশক্তি বেশি হবে– ব্যাখ্যা কর।** [ব.বো.'১৫]

উত্তর: হালকা বস্তুর ভর m_1 এবং বেগ v_1, ভারী বস্তুর ভর m_2 এবং বেগ v_2 হলে, $m_1v_1 = m_2v_2 = p$।

$\therefore$ m_1, m_2 এর চেয়ে কম সেহেতু v_1 অবশ্যই v_2 এর চেয়ে বড় হবে।

$\therefore$ হালকা বস্তুর গতিশক্তি, $E_{k_1} = \frac{1}{2}m_1v_1^2$

ভারী বস্তুর গতিশক্তি, $E_{k_2} = \frac{1}{2}m_2v_2^2$

$$\frac{E_{k_1}}{E_{k_2}} = \frac{m_1v_1^2}{m_2v_2^2} = \frac{\frac{(m_1v_1)^2}{m_1}}{\frac{(m_2v_2)^2}{m_2}} = \frac{m_2}{m_1}$$

$\therefore$ $m_2 > m_1$ যেহেতু $\frac{m_2}{m_1} > 1$

$\therefore$ $\frac{E_{k_1}}{E_{k_2}} > 1$ অর্থাৎ $E_{k_1} > E_{k_2}$

অর্থাৎ, হালকা বস্তুর গতিশক্তি ভারী বস্তুর গতিশক্তির চেয়ে বেশি হবে।

Similar Questions

- ✓ অসম ভরের দুটি বস্তুর ভরবেগ সমান হলে গতিশক্তিও সমান হবে কি? ব্যাখ্যা করো। [ব.বো.'২৫]
- ✓ একটি মোটর সাইকেল ও একটি প্রাইভেট কারের ভরবেগ সমান হলে কোনটির গতিশক্তি বেশি হবে? ব্যাখ্যা কর। [দি.বো.'২৪]

প্রশ্ন-২২। **কোনো বস্তুর গতিশক্তির সাথে ভরবেগের সম্পর্ক লেখচিত্রের সাহায্যে ব্যাখ্যা কর।** [ঢা.বো.'২৩]
অথবা, ভরবেগ ও গতিশক্তির মধ্যে সম্পর্ক লেখচিত্র দিয়ে ব্যাখ্যা কর। [ঢা.বো.'২১]

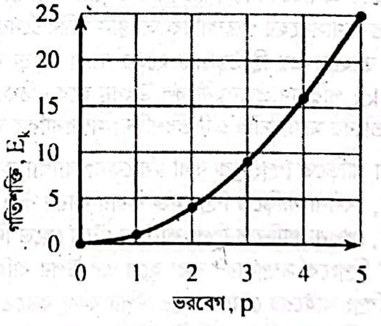
উত্তর: আমরা জানি, গতিশক্তি, $E_k = \frac{1}{2}mv^2$

$$\text{বা, } E_k = \frac{p^2}{2m}$$

$$\therefore E_k \propto p^2$$

অর্থাৎ, গতিশক্তি ভরবেগের বর্গের সমানুপাতিক।

চিত্রানুসারে, গতিশক্তি ভরবেগের সাথে সূচকীয় হারে পরিবর্তিত হচ্ছে। যদি ভরবেগ পূর্বের 2 গুণ, 3 গুণ ও 4 গুণ হয়, তাহলে গতিশক্তি যথাক্রমে 4 গুণ, 9 গুণ ও 16 গুণ হবে।



চিত্র: গতিশক্তি বনাম ভরবেগ

প্রশ্ন-২৩। **সরণ বনাম গতিশক্তির লেখচিত্রের ঢালটি বল নির্দেশ করে—ব্যাখ্যা কর।** [রা.বো.'২৩]

উত্তর: ধরা যাক, একটি বস্তু u আদিবেগ নিয়ে চলছে। এর উপর F বল প্রয়োগ করা হলে s সরণ ঘটে এবং v শেষ বেগ প্রাপ্ত হয়। বস্তুর প্রাথমিক অবস্থার গতিশক্তি, E_{k_0} এবং বস্তুর চূড়ান্ত অবস্থার গতিশক্তি, E_k।

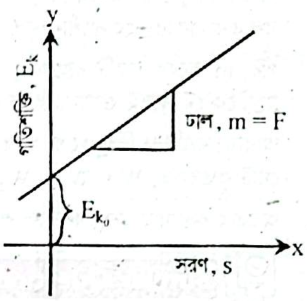
এখন, কৃতকাজ, $W = Fs$

কাজ শক্তি উপপাদ্য হতে আমরা জানি, কৃতকাজ = গতিশক্তির পরিবর্তন

$$\Rightarrow W = E_k - E_{k_0}$$

$$\therefore E_k = E_{k_0} + W = E_{k_0} + Fs$$

এখন, $s = x$, $E_k = y$, $F = m$ এবং $E_{k_0} = C$ ধরলে আমরা পাই, $y = mx + C$ যা হচ্ছে সরলরেখার সমীকরণ এবং যার লেখচিত্র পাশের চিত্রের ন্যায়–



লেখচিত্র অনুসারে সরলরেখাটির ঢাল, m = বল (F)।

সুতরাং, সরণ বনাম গতিশক্তির লেখচিত্রের ঢালটি বল নির্দেশ করে।

প্রশ্ন-২৪। **গতিশক্তির মান সর্বদা ধনাত্মক হয়—ব্যাখ্যা কর।** [চ.বো.'২৩]

উত্তর: আমরা জানি, গতিশক্তি, $E_k = \frac{1}{2}mv^2$

এখানে স্পষ্টত গতিশক্তির মান বস্তুর ভর (m) এবং বেগের (v) মানের উপর নির্ভর করে। ভরের মান কখনও শূন্য বা ঋণাত্মক হতে পারে না। বেগের মান ঋণাত্মক হওয়া সম্ভব কিন্তু গতিশক্তি বেগের বর্গের সমানুপাতিক। তাই বেগের মান ধনাত্মক বা ঋণাত্মক যাই হোক না কেন গতিশক্তির মান সর্বদা ধনাত্মক হয়।

Similar Question

✓ **কোনো বস্তুর গতিশক্তি কী ঋণাত্মক হতে পারে? ব্যাখ্যা কর।** [য.বো.'১৫]

প্রশ্ন-২৫। **যান্ত্রিক শক্তির নিত্যতা বলতে কী বোঝ?**

উত্তর: কোনো ব্যবস্থায় কেবল সংরক্ষণশীল বল ক্রিয়া করলে ব্যবস্থার গতিশক্তি ও বিভবশক্তির সমষ্টি সর্বদা ধ্রুব থাকে। অর্থাৎ,

গতিশক্তি + বিভব শক্তি = ধ্রুবক

কোনো সিস্টেমের আদি বিভব শক্তি U_i এবং আদি গতিশক্তি K_i; সিস্টেমের ওপর সংরক্ষণশীল বল ক্রিয়া করায় সিস্টেমের শেষে বিভব শক্তি ও গতিশক্তি যথাক্রমে U_f এবং K_f হলে যান্ত্রিক শক্তির সংরক্ষণশীলতা নীতি অনুসারে, $U_i + K_i = U_f + K_f$

প্রশ্ন-২৬। **শক্তির অপচয় বলতে কী বোঝ?**

উত্তর: শক্তি সৃষ্টি বা ধ্বংস সম্ভব নয়। শক্তি কেবল একরূপ থেকে অন্যরূপে রূপান্তরিত হয়। কিন্তু প্রায় সকল রূপান্তরের ক্ষেত্রেই দেখা যায় যে, কিছু পরিমাণ শক্তি এমনভাবে রয়ে যায় যে তাকে আর ব্যবহার করা যায় না। বাস্তব বা ব্যবহারিক দৃষ্টিকোণ থেকে দেখলে, এই শক্তি নষ্ট হয়েছে বলে মনে হয়। একেই শক্তির অপচয় বলে।

সংরক্ষণশীল ও অসংরক্ষণশীল বল

প্রশ্ন-২৭। **একটি স্প্রিং এর বল ধ্রুবক 2200 Nm^{-1} বলতে কী বুঝ?** [চ.বো.'২৪]

উত্তর: কোনো স্প্রিং-এর বল ধ্রুবক বলতে ঐ স্প্রিং-এর একক প্রসারণ বা সংকোচন ঘটাতে যে পরিমাণ বল প্রয়োজন তা বোঝায়। কোন স্প্রিং এর বল ধ্রুবক 2200 Nm^{-1} বলতে বোঝায় স্প্রিংটির দৈর্ঘ্য 1 m প্রসারণ বা সংকোচনের জন্য 2200 N বল প্রয়োগ করতে হবে।

Similar Questions

✓ **একটি আদর্শ স্প্রিং এর বল ধ্রুবক 125 Nm^{-1} বলতে কী বুঝায়?** [ব.বো.'২১]

✓ **কোনো স্প্রিং এর স্প্রিং ধ্রুবক 5 N/m বলতে কী বুঝ?** [য.বো.'১৫]

প্রশ্ন-২৮। **সংরক্ষণশীল বল বলতে কী বোঝ?**

উত্তর: কোনো কণা একটি পূর্ণ চক্র সম্পন্ন করে তার আদি অবস্থানে ফিরে আসলে কণাটির ওপর যে বল দ্বারা সম্পাদিত কাজের পরিমাণ শূন্য হয়, সেই বলকে সংরক্ষণশীল বল বলে। কোনো কণার একটি বিন্দু থেকে অপর বিন্দুতে যাওয়ার সময় কোনো বল দ্বারা কৃতকাজ ধনাত্মক হয় এবং দ্বিতীয় বিন্দু থেকে প্রথম বিন্দুতে আসায় যদি ঐ বল দ্বারা কৃতকাজ পূর্বের কাজের সমান ও ঋণাত্মক হয়, তাহলে এই পূর্ণ চক্রে মোট কাজ শূন্য হয়। এই বলকে সংরক্ষণশীল বল বলা হয়।

প্রশ্ন-২৯। **অসংক্ষণশীল বল বলতে কী বোঝ?**

উত্তর: কোনো কণা একটি পূর্ণ চক্র সম্পন্ন করে তার আদি অবস্থানে ফিরে আসলে কণাটির ওপর প্রযুক্ত বল দ্বারা সম্পাদিত কাজের পরিমাণ যদি শূন্য না হয় সেই বলকে অসংরক্ষণশীল বল বলে। কোনো কণার এক বিন্দু থেকে অপর বিন্দুতে যাওয়ার সময় কোনো বল দ্বারা কিছু কাজ সাধিত হয়। এখন ঐ কণাটির যদি দ্বিতীয় বিন্দু থেকে প্রথম বিন্দুতে ফিরে আসার সময় কৃতকাজ পূর্বের কাজের সমান ও বিপরীত না হয়, তাহলে পূর্ণচক্রে মোট কাজের পরিমাণ শূন্য হয় না। যে বলের ক্রিয়ায় এরূপ ঘটে তাকে অসংরক্ষণশীল বল বলা হয়।

প্রশ্ন-৩০। **ঘর্ষণ বল একটি অসংরক্ষণশীল বল কেন? ব্যাখ্যা করো।** [সি.বো.'২৫; চ.বো.'১৬]

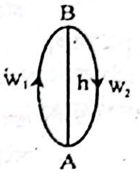
***অথবা*, ঘর্ষণ বল একটি অসংরক্ষণশীল বল- ব্যাখ্যা কর।** [কু.বো.'২৩; ব.বো.'২১; ঢা., য., সি., দি. (সম্মিলিত) বো.'১৮; দি.বো.'১৭]

উত্তর: ঘর্ষণ বল একটি অসংরক্ষণশীল বল। ঘর্ষণ বল সর্বদা গতির বিরুদ্ধে ক্রিয়া করে। তাই একটি পূর্ণ চক্রের প্রতিটি অংশে ঘর্ষণ বল দ্বারা কৃতকাজ ঋণাত্মক। ফলে একটি পূর্ণ চক্রে ঘর্ষণ বল দ্বারা সম্পাদিত কাজের পরিমাণ কখনও শূন্য হতে পারে না। আবার, ঘর্ষণ বলের ক্ষেত্রে দুটি নির্দিষ্ট বিন্দুর মধ্যে সম্পন্ন কাজের পরিমাণ কণাটির গতিপথের উপর নির্ভর করে। কেননা একটি অমসৃণ টেবিলের উপরে যেকোনো দুটি বিন্দুর সংযোগকারী ভিন্ন ভিন্ন পথে একটি বস্তুকে ঠেলে নিয়ে গেলে অতিক্রান্ত দূরত্বের পরিবর্তন হয় এবং তার ফলে ঘর্ষণ বল দ্বারা সম্পন্ন কাজের পরিমাণও পরিবর্তিত হয়। এই মান পথের ওপর নির্ভর করে। তাই ঘর্ষণ বল একটি অসংরক্ষণশীল বল।

প্রশ্ন-৩১। সংরক্ষণশীল বল বস্তুর গতিপথের উপর নির্ভর করে না— ব্যাখ্যা কর। [দি.বো.'২৪; য.বো.'২১]

উত্তর: কোনো কণার উপর সংরক্ষণশীল বল দ্বারা কাজ সম্পাদনের ক্ষেত্রে একটি বিন্দু থেকে অপর বিন্দুতে যাওয়ার সময় কোনো বল দ্বারা কৃতকাজ ধনাত্মক হয় এবং দ্বিতীয় বিন্দু থেকে প্রথম বিন্দুতে আসায় যদি ঐ বল দ্বারা কৃতকাজ পূর্বের কাজের সমান ও ঋণাত্মক হয়, তাহলে এই পূর্ণ চক্রে মোট কাজ শূন্য হয়। অভিকর্ষ বল এক প্রকার সংরক্ষণশীল বল।

ধরি, m ভরের একটি বস্তুকে ভূপৃষ্ঠের A বিন্দু থেকে h উচ্চতায় B বিন্দুতে ওঠালে অভিকর্ষ বলের দ্বারা কৃতকাজ, $W_1 = -mgh$ হয়। বস্তুটিকে যে পথেই ওঠানো হোক না কেন সকল ক্ষেত্রেই এই কাজের মান mgh।



আবার, বস্তুটি B বিন্দু হতে A বিন্দুতে যেকোনো পথে আসলে কৃতকাজ, $W_2 = mgh$।

মোট কৃতকাজ, $W = W_1 + W_2 = -mgh + mgh = 0$।

অতএব বলা যায়, সংরক্ষণশীল বল বস্তুর গতিপথের উপর নির্ভর করে না।

Similar Questions

- ✓ অভিকর্ষ বল একটি সংরক্ষণশীল বল– ব্যাখ্যা কর। [কু.বো.'২৫; সি.বো.'২২]
- ✓ অভিকর্ষ বল সংরক্ষণশীল বল কেন? ব্যাখ্যা কর। [রা., কু., চ., ব. (সম্মিলিত) বো.'১৮; ঢা.বো.'১৬]
- ✓ অভিকর্ষজ বল অসংরক্ষণশীল বল নয়-ব্যাখ্যা কর। [য.বো.'১৫]

প্রশ্ন-৩২। সংরক্ষণশীল বলের ক্রিয়ায় যান্ত্রিক শক্তি সংরক্ষিত থাকে—ব্যাখ্যা কর। [চ.বো.'২৪]

উত্তর: সংরক্ষণশীল বলের ক্রিয়ায় যান্ত্রিক শক্তি সংরক্ষিত থাকে, কারণ এই ধরনের বলের ক্ষেত্রে কাজ কেবলমাত্র প্রাথমিক ও চূড়ান্ত অবস্থানের উপর নির্ভর করে, পথের উপর নয়। যান্ত্রিক শক্তি হল একটি বস্তুর গতিশক্তি ও বিভবশক্তির যোগফল। সংরক্ষণশীল বলের ক্রিয়ায়, যেমন মহাকর্ষ বল বা স্থিতিস্থাপক বল, শক্তি এক রূপ থেকে অন্য রূপে রূপান্তরিত হতে পারে, কিন্তু মোট যান্ত্রিক শক্তি অপরিবর্তিত থাকে। উদাহরণস্বরূপ, একটি দোলনার ক্ষেত্রে, যখন দোলনাটি তার সর্বোচ্চ বিন্দুতে থাকে, তখন তার মোট শক্তি বিভবশক্তির রূপে থাকে এবং যখন এটি সর্বনিম্ন বিন্দুতে থাকে, তখন তার সমস্ত শক্তি গতিশক্তির রূপে থাকে। এই প্রক্রিয়ায় মোট যান্ত্রিক শক্তি একই থাকে, যা সংরক্ষণশীল বলের একটি গুরুত্বপূর্ণ বৈশিষ্ট্য।

প্রশ্ন-৩৩। মহাকর্ষ বল সংরক্ষণশীল বল—ব্যাখ্যা কর। [ব.বো.'২৪; দি.বো.'১৬]

উত্তর: মহাকর্ষ বল একটি সংরক্ষণশীল বল, কারণ এটি পথ নিরপেক্ষ এবং শক্তি সংরক্ষণশীল। মহাকর্ষ বল দ্বারা কাজ করা শক্তি শুধুমাত্র বস্তুটির প্রাথমিক ও চূড়ান্ত অবস্থানের উপর নির্ভর করে এবং এটি যেকোনো পথ অনুসরণ করলেও কাজের পরিমাণ অপরিবর্তিত থাকে। এই বলের ক্ষেত্রে মহাকর্ষীয় বিভবশক্তি এবং গতিশক্তির যোগফল ধ্রুব থাকে, অর্থাৎ মোট শক্তি সংরক্ষিত থাকে। এছাড়াও, যদি একটি বস্তু মহাকর্ষ বলের প্রভাবে কোনো বদ্ধ পথ সম্পূর্ণ করে, তাহলে মোট কাজ শূন্য হয়। এই বৈশিষ্ট্যগুলোর আলোকে বলা যায় যে মহাকর্ষ বল একটি সংরক্ষণশীল বল।

প্রশ্ন-৩৪। স্থিতিস্থাপক সীমার মধ্যে স্প্রিং বল একটি সংরক্ষণশীল বল— ব্যাখ্যা কর। [দি.বো.'২২]

উত্তর: এক প্রান্তে দৃঢ়ভাবে আবদ্ধ স্প্রিং এর অপর প্রান্তে কোনো বস্তু সংযুক্ত করে স্থিতিস্থাপক সীমার মধ্যে বস্তুটিকে x_i অবস্থান হতে x_f অবস্থানে আনতে স্প্রিং বল দ্বারা কৃতকাজ, $W_s = \frac{1}{2}kx_i^2 - \frac{1}{2}kx_f^2$; যেখানে, k হচ্ছে স্প্রিং ধ্রুবক।

এখন, যদি $x_i^2 > x_f^2$ বা, $|x_i| > |x_f|$ হয়, অর্থাৎ কণাটির আদি সরণের মান এর শেষ সরণের মানের চেয়ে বড় হয় তাহলে স্প্রিং বল দ্বারা কৃতকাজের মান ধনাত্মক। আবার যদি $x_i^2 < x_f^2$ বা, $|x_i| < |x_f|$ হয়, অর্থাৎ কণাটির আদি সরণের মান শেষ সরণের মানের চেয়ে ছোট হয় তাহলে স্প্রিং বল দ্বারা কৃতকাজের মান ঋণাত্মক। উভয়ক্ষেত্রেই কৃতকাজের মান সমান কিন্তু পরস্পর বিপরীত চিহ্নযুক্ত হওয়ায় আমরা বলতে পারি বস্তুটি x_i হতে x_f অবস্থানে পৌঁছে পুনরায় x_i অবস্থানে ফিরে আসলে স্প্রিং বল দ্বারা সম্পাদিত মোট কৃতকাজ শূন্য। সুতরাং, স্থিতিস্থাপক সীমার মধ্যে স্প্রিং বল একটি সংরক্ষণশীল বল।

প্রশ্ন-৩৫। স্প্রিং ধ্রুবক এর তাৎপর্য ব্যাখ্যা কর। [য.বো.'১৯]

উত্তর: কোনো স্প্রিং-এর মুক্ত প্রান্তের একক সরণের জন্য স্প্রিং-এ উদ্ভূত প্রত্যয়নী বলকেই উক্ত স্প্রিংয়ের স্প্রিং ধ্রুবক বলে। স্প্রিং ধ্রুবক স্প্রিং-এর উপাদান ও গঠনের ওপর নির্ভর করে। নির্দিষ্ট স্প্রিং-এর জন্য স্প্রিং ধ্রুবক নির্দিষ্ট।

একটি স্প্রিংকে নির্দিষ্ট বল প্রয়োগে সংকুচিত বা প্রসারিত করতে চাইলে স্প্রিংটি কী পরিমাণ সংকুচিত বা প্রসারিত হবে তা স্প্রিং ধ্রুবক দ্বারা নির্ধারিত হয়।

ক্ষমতা

প্রশ্ন-৩৬। কাজ ও ক্ষমতার মধ্যে পার্থক্য লেখ?

উত্তর: কাজ ও ক্ষমতার মধ্যে পার্থক্য নিচে দেওয়া হলো—

কাজ	ক্ষমতা
১. বল প্রয়োগে যদি বস্তুর সরণ ঘটে তাহলে বল এবং বলের অভিমুখে সরণের উপাংশের গুণফলকে কাজ বলে।	১. কোনো বস্তু একক সময়ে যে কাজ করতে পারে তাকে ক্ষমতা বলে।
২. কাজ ধনাত্মক বা ঋণাত্মক দুই রকমের হতে পারে।	২. ক্ষমতার কোনো প্রকারভেদ নেই।
৩. কাজের মাত্রা $[ML^2T^{-2}]$	৩. ক্ষমতা মাত্রা $[ML^2T^{-3}]$
৪. কাজের একক জুল।	৪. ক্ষমতার একক ওয়াট।

প্রশ্ন-৩৭। দুটি যন্ত্র দ্বারা কৃত কাজ এর মান সমান হলেও ক্ষমতার মান সমান নাও হতে পারে— ব্যাখ্যা করো। [চ.বো.'২৫]

উত্তর: দুটি যন্ত্র দ্বারা কৃতকাজের মান সমান হলেও তাদের ক্ষমতার মান সমান নাও হতে পারে, কারণ ক্ষমতা নির্ভর করে কাজ সম্পাদনের সময়ের উপর। সংজ্ঞানুযায়ী:

$$\text{ক্ষমতা} = \frac{\text{কৃতকাজ}}{\text{সময়}}$$

CS CamScanner

সুতরাং, যদি কোনো যন্ত্র কম সময় নিয়ে একই পরিমাণ কাজ করে, তবে তার ক্ষমতা হবে বেশি। আবার, যদি অন্যটি বেশি সময় নেয়, তবে তার ক্ষমতা হবে কম। উদাহরণস্বরূপ, একটি যন্ত্র 100 J কাজ 10 s-এ করে, আর অন্যটি 20 s-এ, তাহলে তাদের ক্ষমতা হবে যথাক্রমে 10 W ও 5 W, যদিও কাজের পরিমাণ সমান। তাই সময় ভিন্ন হলে ক্ষমতাও ভিন্ন হবে।

প্রশ্ন-৩৮। কোনো একটি যন্ত্রের ক্ষমতা 50 MW –ব্যাখ্যা কর। *[ঢা., য., সি., দি. (সম্মিলিত) বো.'১৮]*

উত্তর: কাজ সম্পাদনকারী কোনো ব্যক্তি বা যন্ত্রের কাজ করার হার বা শক্তি সরবরাহের হারকে ক্ষমতা বলে। কোনো একটি যন্ত্রের ক্ষমতা 50 MW দ্বারা বুঝায় যে যন্ত্রটি প্রতি সেকেন্ড 50×10^6 J কাজ করে।

Similar Question

- ✓ 1 কিলোওয়াট ক্ষমতা বলতে কী বুঝায়? ব্যাখ্যা কর। *[সি.বো.'২৩]*

প্রশ্ন-৩৯। ক্ষমতার বৈদ্যুতিক ব্যবহারিক এককের সাথে ক্ষমতার যান্ত্রিক ব্যবহারিক এককের সম্পর্ক দেখাও। *[ব.বো.'২৩]*

উত্তর: ক্ষমতা বলতে বোঝায় কোনো যন্ত্রের একক সময়ে কাজ করতে পারার সামর্থ্য। ব্যবহারিক ক্ষেত্রবিশেষে একই রাশির বিভিন্ন একক ব্যবহৃত হয়। ক্ষমতার বৈদ্যুতিক ব্যবহারিক একক হিসেবে ওয়াট (W) বা কিলোওয়াট (kW) বা মেগাওয়াট (MW) ব্যবহৃত হয়।

1 ওয়াট: 1 সেকেন্ডে 1 জুল (J) কাজ করার ক্ষমতাকে 1 ওয়াট বলে। $1\ \text{kW} = 10^3\ \text{W}$ এবং $1\ \text{MW} = 10^6\ \text{W}$।

আবার, ক্ষমতার যান্ত্রিক ব্যবহারিক একক হিসেবে অশ্বক্ষমতা (HP) ব্যবহার হয়।

1 অশ্বক্ষমতা: প্রতি সেকেন্ডে 746 J বা 550 ফুট-পাউন্ড কাজ করার ক্ষমতাকে 1 অশ্বক্ষমতা বলে।

সুতরাং, **1 HP(অশ্বক্ষমতা) = 746 W (ওয়াট), যা ক্ষমতার বৈদ্যুতিক ব্যবহারিক এককের সাথে ক্ষমতার যান্ত্রিক ব্যবহারিক এককের সম্পর্ক।**

কর্মদক্ষতা

প্রশ্ন-৪০। কর্মদক্ষতা বলতে কী বোঝ?

উত্তর: কোনো যন্ত্র থেকে প্রাপ্ত মোট কার্যকর শক্তি এবং যন্ত্রে প্রদত্ত মোট শক্তির অনুপাতকে ঐ যন্ত্রের কর্মদক্ষতা বলে।

$$\text{কর্মদক্ষতা}, \eta = \frac{\text{মোট কার্যকর শক্তি (Output Energy)}}{\text{মোট প্রদত্ত শক্তি (Input Energy)}}$$

কর্মদক্ষতাকে সাধারণত শতকরা হিসাবে প্রকাশ করা হয়ে থাকে।

প্রশ্ন-৪১। কোনো যন্ত্রের কর্মদক্ষতা 100% হতে পারে কিনা ব্যাখ্যা করো। *[রা.বো.'২৫]*

উত্তর: আমরা জানি,

$$\text{কোনো যন্ত্রের কর্মদক্ষতা}, \eta = \frac{\text{যন্ত্রের লভ্য কার্যকর শক্তি}}{\text{মোট প্রদত্ত শক্তি}}$$

কর্মদক্ষতার মান 100% এর বেশি হতে হলে যন্ত্রের লভ্য কার্যকর শক্তির মান মোট প্রদত্ত শক্তির চেয়ে বেশি হতে হয়। ফলে শক্তির সৃষ্টি করতে হবে যা শক্তির নিত্যতা সূত্র বিরোধী। সুতরাং, কোনো যন্ত্রের কর্মদক্ষতার মান 100% এর বেশি হওয়া সম্ভব নয়।

প্রশ্ন-৪২। কোনো ইঞ্জিনের কর্মদক্ষতা 76% বলতে কী বুঝ? *[ম.বো.'২৫]*

উত্তর: কোনো ব্যবস্থা (system) বা যন্ত্র থেকে প্রাপ্ত মোট কার্যকর শক্তি এবং ব্যবস্থায় বা যন্ত্রে প্রদত্ত মোট শক্তির অনুপাতকে ঐ ব্যবস্থার বা যন্ত্রের কর্মদক্ষতা বলে। অর্থাৎ,

$$\text{কর্মদক্ষতা}, \eta = \frac{\text{মোট কার্যকর শক্তি (Output Energy)}}{\text{মোট প্রদত্ত শক্তি (Input Energy)}}$$

একে সাধারণত শতকরা হিসাবে প্রকাশ করা হয়ে থাকে। কোনো যন্ত্রের কর্মদক্ষতা 76% বলতে আমরা বুঝি যে, যদি এই যন্ত্রে 100 J শক্তি দেওয়া হয়, তাহলে সেই যন্ত্র থেকে প্রাপ্ত মোট কার্যকর শক্তি হবে 76 J।

Similar Question

- ✓ কোনো ইঞ্জিনের দক্ষতা 50% বলতে কী বুঝায়? ব্যাখ্যা কর। *[সি.বো.'২৩]*
- ✓ একটি ইঞ্জিনের দক্ষতা 60% বলতে কি বুঝায়? *[ব.বো.'১৬]*

প্রশ্ন-৪৩। প্রদত্ত শক্তি ও কার্যকর শক্তির ব্যবধান বেশি হলে যন্ত্রের দক্ষতা কম হবে— ব্যাখ্যা কর। *[য.বো.'২৪]*

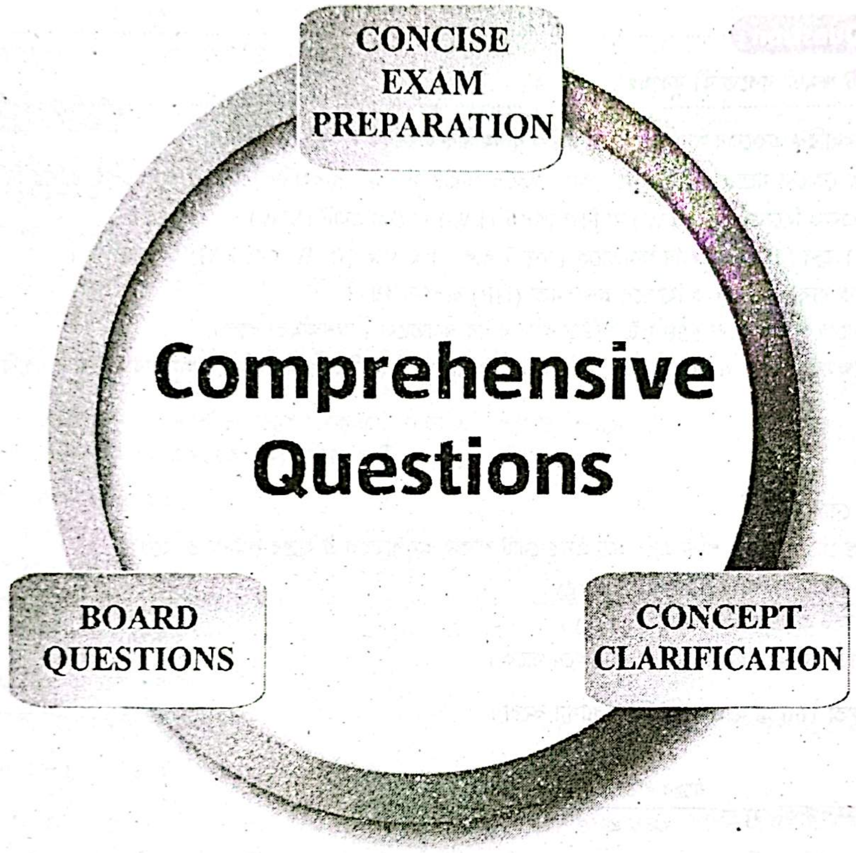
উত্তর: আমরা জানি,

$$\text{কোনো যন্ত্রের কর্মদক্ষতা}, \eta = \frac{\text{মোট কার্যকর শক্তি (Output Energy)}}{\text{মোট প্রদত্ত শক্তি (Input Energy)}}$$

আমরা জানি, যেকোনো যন্ত্রের ক্ষেত্রে মোট কার্যকর শক্তি সর্বদা মোট প্রদত্ত শক্তি অপেক্ষা ক্ষুদ্রতর হয় এবং তাদের মধ্যকার ব্যবধান (বিয়োগফল) ক্ষয়প্রাপ্ত শক্তি হিসেবেই বিবেচিত হয়। যে যন্ত্রের ক্ষেত্রে এই ব্যবধান যত কম সেই যন্ত্র তত বেশি কার্যকর।

সুতরাং, মোট প্রদত্ত শক্তি ও মোট কার্যকর শক্তির ব্যবধান যত বেশি হবে, ততোই যন্ত্রের কর্মদক্ষতা কম হবে।

CS CamScanner


CONCISE
EXAM
PREPARATION
BOARD
QUESTIONS
CONCEPT
CLARIFICATION

Comprehensive Questions

প্রিয় শিক্ষার্থী,

এই অধ্যায় থেকে বিগত HSC পরীক্ষায় মোট ৭৩টি সৃজনশীল প্রশ্ন এসেছে। পরীক্ষার আগে এই অল্প সময়ে এতগুলো প্রশ্নোত্তর অনুশীলন করা তোমাদের জন্য কষ্টসাধ্য; এছাড়াও এই প্রশ্নোত্তরগুলোর অধিকাংশই প্রত্যক্ষ ও পরোক্ষভাবে ‘Repeat’!!!

তোমাদের সুবিধার্থে এই ৭৩টি সৃজনশীল প্রশ্নকে সমন্বয় করে মাত্র ৫টি COMPREHENSIVE QUESTIONS এ পরিণত করা হয়েছে, যেগুলো বুঝে অনুশীলন করলে এই অধ্যায়ের সব বোর্ড প্রশ্নতো Cover হবেই সাথে এই অধ্যায় সংশ্লিষ্ট গুরুত্বপূর্ণ প্রায় প্রতিটি বিষয়ই তোমাদের আয়ত্তে চলে আসবে।

CS CamScanner

প্রশ্ন নং-১ কাজ নির্ণয়ে ডট গুণনের সমস্যা সম্পর্কিত

একটি কণার উপর $\vec{F} = (2\hat{i} + 3\hat{j} - 2\hat{k})$ N বল প্রয়োগ করায় P (2, 1, –3) বিন্দু হতে Q (3, – 2, 1) বিন্দুতে স্থানান্তরিত হয়। অপর একটি $\overrightarrow{F'} = (-\hat{i} - \hat{j} + \hat{k})$ N বল, $\vec{F}$ এর সাথে যুক্ত হয়ে কণাটিকে P বিন্দু থেকে R (–2, 1, 3) বিন্দুতে স্থানান্তরিত করে।

(i) $\overrightarrow{PQ}$ সরণ ভেক্টর বের করো। (*প্রয়োগমূলক*) [*অনুরূপ: ঢা.বো.'২৫; রা.বো.'২৩; য.বো.'২৩*]

(ii) $\overrightarrow{PQ}$ সরণের জন্য কৃতকাজ বলের পক্ষে নাকি বিপক্ষে? গাণিতিকভাবে যাচাই করো। (*উচ্চতর দক্ষতামূলক*) [*অনুরূপ: ঢা.বো.'২৫; কু.বো.'২৩*]

(iii) $\overrightarrow{PQ}$ এবং $\overrightarrow{PR}$ সরণের উভয়ক্ষেত্রে গতিশক্তির পরিবর্তন সমান হবে কিনা—গাণিতিক বিশ্লেষণসহ মন্তব্য করো। (*উচ্চতর দক্ষতামূলক*) [*কু.বো.'২৩*]

(iv) $\overrightarrow{QR}$ ব্যাসার্ধ ভেক্টরবিশিষ্ট কোনো কণার উপর $\overrightarrow{F'}$ বল প্রযুক্ত হলে সেক্ষেত্রে বলটি কেন্দ্রমুখী বল ছিল কিনা? গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ করো। (*উচ্চতর দক্ষতামূলক*) [*অনুরূপ: রা.বো.'২৩; য.বো.'২৩*]

উত্তর

i এখানে, P (2, 1, – 3) বিন্দুর অবস্থান ভেক্টর, $\vec{P} = 2\hat{i} + \hat{j} - 3\hat{k}$

Q (3, – 2, 1) বিন্দুর অবস্থান ভেক্টর, $\vec{Q} = 3\hat{i} - 2\hat{j} + \hat{k}$

∴ $\overrightarrow{PQ}$ সরণ ভেক্টর, $\vec{r} = \vec{Q} - \vec{P}$

$$= (3\hat{i} - 2\hat{j} + \hat{k}) - (2\hat{i} + \hat{j} - 3\hat{k})$$
$$= (3 - 2)\hat{i} + (-2 - 1)\hat{j} + \{1 - (-3)\}\hat{k}$$
$$= (\hat{i} - 3\hat{j} + 4\hat{k}) \text{ একক } \textbf{[Ans.]}$$

ii এখানে, কণার উপর প্রয়োগকৃত বল,

$\vec{F} = (2\hat{i} + 3\hat{j} - 2\hat{k})$ N

$\overrightarrow{PQ}$ সরণ ভেক্টর, $\vec{r} = (\hat{i} - 3\hat{j} + 4\hat{k})$ একক [(i) হতে পাই]

∴ $\overrightarrow{PQ}$ সরণের জন্য কৃতকাজ, $W = \vec{F} \cdot \vec{r}$

$$= (2\hat{i} + 3\hat{j} - 2\hat{k}) \cdot (\hat{i} - 3\hat{j} + 4\hat{k})$$
$$= 2 \times 1 + 3 \times (-3) + (-2) \times 4$$
$$= 2 - 9 - 8$$
$$= -15 \text{ একক; যা ঋণাত্মক।}$$

সুতরাং, **$\overrightarrow{PQ}$ সরণের জন্য কৃতকাজ বলের বিপক্ষে হবে।**

iii কাজশক্তি উপপাদ্য হতে পাই, কৃতকাজ গতিশক্তির পরিবর্তনের সমান। তাই উভয় ক্ষেত্রে গতিশক্তির পরিবর্তনের মান জানতে কৃতকাজের মান নির্ণয় করাই যথেষ্ট।

(ii) হতে পাই, $\overrightarrow{PQ}$ সরণের জন্য কৃতকাজ, W = – 15 একক

এখন, R (– 2, 1, 3) বিন্দুর অবস্থান ভেক্টর, $\vec{R} = -2\hat{i} + \hat{j} + 3\hat{k}$

∴ $\overrightarrow{PR}$ সরণ ভেক্টর, $\vec{r_1} = \vec{R} - \vec{P}$

$$= (-2\hat{i} + \hat{j} + 3\hat{k}) - (2\hat{i} + \hat{j} - 3\hat{k})$$
$$= (-2 - 2)\hat{i} + (1 - 1)\hat{j} + \{3 - (-3)\}\hat{k}$$
$$= -4\hat{i} + 6\hat{k}$$

আবার, $\overrightarrow{F'} = (-\hat{i}-\hat{j}+\hat{k})$ N বলটি $\overrightarrow{F}$ এর সাথে যুক্ত হয়ে কণাটিকে P বিন্দু থেকে R বিন্দুতে স্থানান্তরিত করে।

∴ লব্ধি বল, $\overrightarrow{F_1} = \overrightarrow{F} + \overrightarrow{F'}$

$= (2\hat{i}+3\hat{j}-2\hat{k}) + (-\hat{i}-\hat{j}+\hat{k})$

$= (\hat{i}+2\hat{j}-\hat{k})$ N

∴ কাজ, $W_1 = \overrightarrow{F_1}\cdot\overrightarrow{r_1}$

$= (\hat{i}+2\hat{j}-\hat{k})\cdot(-4\hat{i}+6\hat{k})$

$= 1\times(-4) + 2\times 0 + (-1)\times 6$

$= -4+0-6$

$= -10$ একক

স্পষ্টতই, $W \neq W_1$।

সুতরাং, $\overrightarrow{PQ}$ এবং $\overrightarrow{PR}$ সরণের উভয়ক্ষেত্রে কৃতকাজের পরিমাণ সমান নয় তাই গতিশক্তির পরিবর্তন সমান হবে না।

iv এখানে, $\overrightarrow{QR}$ ব্যাসার্ধ ভেক্টর, $\overrightarrow{r'} = \vec{R} - \vec{Q}$

$= (-2\hat{i}+\hat{j}+3\hat{k}) - (3\hat{i}-2\hat{j}+\hat{k})$

$= -5\hat{i}+3\hat{j}+2\hat{k}$

এখন, $\overrightarrow{F'} = (-\hat{i}-\hat{j}+\hat{k})$ N বল প্রয়োগে কোনো সরণ Q হতে R বিন্দুতে হলে উক্ত বল দ্বারা কৃতকাজ,

$W' = \overrightarrow{F'}\cdot\overrightarrow{r'}$

$= (-\hat{i}-\hat{j}+\hat{k})\cdot(-5\hat{i}+3\hat{j}+2\hat{k})$

$= (-1)\times(-5) + (-1)\times 3 + 1\times 2$

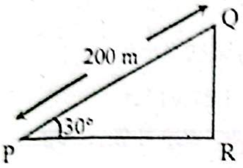
$= 5-3+2$

$= 4$

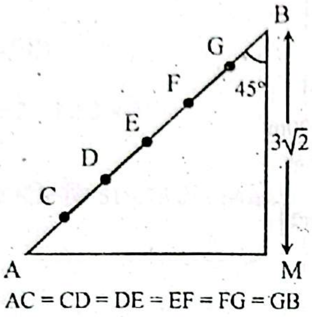
আমরা জানি, কেন্দ্রমুখী বল দ্বারা কৃতকাজের মান শূন্য হয়। যেহেতু W'-এর মান শূন্য নয়।

সুতরাং বলা যায়, উক্ত ক্ষেত্রে $\overrightarrow{F'}$ কেন্দ্রমুখী বল ছিল না।

প্রশ্ন নং-২ আনত তলে কৃতকাজ ও শক্তি নির্ণয়ের সমস্যা সম্পর্কিত



চিত্র-(ক)



চিত্র-(খ)

চিত্র-(ক) তে আনত পথ দেখানো হয়েছে যেটি অনুভূমিকের সাথে 30° কোণে খাড়া আছে। যাত্রীসহ 2000 kg ভরের একটি গাড়ি উক্ত আনত পথের P হতে Q বিন্দুতে পৌঁছাতে 20 s সময় নেয়।

অপরদিকে চিত্র-(খ) তে আনত একটি স্লিপার দেখানো হয়েছে যেটি উল্লম্বের সাথে 45° কোণে হেলানো রয়েছে। 25 kg ভরের একজন বালক স্লিপার B হতে A বিন্দুতে ঘর্ষণহীনভাবে পৌঁছায়।

(i) একজন 85 kg ভরের ব্যক্তি চিত্র-(ক) আনত পথে P হতে Q বিন্দুতে পৌঁছাতে কৃতকাজ কত হবে? *(প্রয়োগমূলক)* *[অনুরূপ: ব.বো.'২৫; ম.বো.'২৫; কু.বো.'২৪; য.বো.'২৪; চ.বো.'২৪,'১৫; সি.বো.'২৪; রা.বো.'২৩,'২১,'১৭; ম.বো.'২১; ঢা.বো.'১৯]*

(ii) চিত্র-(ক) এর আনত পথে গাড়িটির ইঞ্জিনে অশ্বক্ষমতা কত? *(প্রয়োগমূলক)* *[অনুরূপ: চ.বো.'২২; রা.বো.'২১; সি.বো.'২১]*

(iii) চিত্র-(ক) এর গাড়িটি অনুভূমিক রাস্তায় 5 s সময়ে স্থিরাবস্থা থেকে 72 kmh^{-1} বেগ অর্জন করতে পারবে কি-না? *(উচ্চতর দক্ষতামূলক)* *[অনুরূপ: য.বো.'২৪; চ.বো.'২২; কু.বো.'২১]*

(iv) চালকসহ 1500 kg ভরের এবং 72 kmh^{-1} বেগের আরেকটি গাড়ি চিত্র-(ক) এর Q হতে P বিন্দুতে এসে থেমে গেলে গাড়িটির উপর ক্রিয়াশীল গতিরোধকারী বলের মান নির্ণয় করো। *(প্রয়োগমূলক)* *[অনুরূপ: ব.বো.'২২; য.বো.'১৬]*

(vi) চিত্র-(খ) এর E বিন্দুতে বালকের গতিশক্তি নির্ণয় করো। *(প্রয়োগমূলক)* *[অনুরূপ: ব.বো.'২১]*

(vii) চিত্র-(খ) এর D ও F বিন্দুতে বালকের বিভবশক্তি নির্ণয় করো। *(প্রয়োগমূলক)* *[অনুরূপ: ম.বো.'২৫; কু.বো.'২৪; সি.বো.'২৪; ব.বো.'২১]*

(viii) চিত্র-(খ) এর C ও G বিন্দুতে যান্ত্রিক শক্তির পরিমাণ সমান হবে কি-না তা যাচাই করো। *(উচ্চতর দক্ষতামূলক)* *[অনুরূপ: কু.বো.'২৪,'২২; সি.বো.'২৪; ব.বো.'২১; য.বো.'১৯]*

উত্তর

i চিত্র-(ক) হতে পাই, $\sin 30° = \frac{QR}{PQ}$

$$\Rightarrow QR = PQ \sin 30°$$
$$= 200 \times \sin 30°$$
$$= 100m$$

আমরা জানি,

কৃতকাজ, $W = mgh$

$= 85 \times 9.8 \times 100$

$= 83300$ J

এখানে, চিত্র-(ক) এ-

ব্যক্তির ভর, m = 85 kg

উচ্চতা, h = QR = 100 m

অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g = 9.8\ ms^{-2}$

সুতরাং, P হতে Q বিন্দুতে পৌঁছাতে একজন 85 kg ভরের ব্যক্তির কৃতকাজ 83300 J। [Ans.]

ii আমরা জানি,

$$P = \frac{W}{t}$$

বা, $P = \frac{mgh}{t}$ [∵ কৃতকাজ, W = mgh]

বা, $P = \frac{2000 \times 9.8 \times 100}{20}$

$= 98000$ W

$= \frac{98000}{746}$ HP [∵ 1 HP = 746W]

$= 131.36$ HP

এখানে, চিত্র-(ক) এ-

যাত্রীসহ গাড়ির ভর, m = 2000 kg

উচ্চতা, h = QR = 100m [(i) হতে পাই]

অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g = 9.8ms^{-2}$

সময়, t = 20s

ক্ষমতা, P = ?

সুতরাং, গাড়ির ইঞ্জিনের অশ্বক্ষমতা 131.36HP। [Ans.]

iii আমরা জানি, কাজ-শক্তি উপপাদ্য অনুসারে,

গাড়িটি স্থিরাবস্থা থেকে 72 kmh^{-1} বেগে উন্নীত করতে কৃতকাজ,

W = গাড়িটির গতিশক্তির পরিবর্তন

$= \frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}mu^2$

$= \frac{1}{2} \times 2000 \times 20^2 - \frac{1}{2} \times 2000 \times 0^2$

$= 4 \times 10^5$ J

এখানে, চিত্র-(ক) এ−
গাড়িটির আদিবেগ, $u = 0\ ms^{-1}$
গাড়িটির কাঙ্ক্ষিত বেগ, $v = 72\ kmh^{-1}$
$= \frac{72 \times 1000m}{3600\ s}$
$= 20\ ms^{-1}$
ক্ষমতা, P = 98000 W [(ii) হতে পাই]
সময়, t = 5 s

আবার আমরা জানি,

$P = \frac{W}{t}$

বা, $t = \frac{W}{P}$

$= \frac{4 \times 10^5}{98000}$

= 4.08 s; যা 5 s অপেক্ষা কম।

সুতরাং, গাড়িটি অনুভূমিক রাস্তায় 5 s সময়ে স্থিরাবস্থা থেকে 72 kmh^{-1} বেগ অর্জন করতে পারবে।

iv এখানে, গাড়িটিকে Q থেকে P বিন্দুতে যেতে যেতে থামাতে হলে, গাড়ির শেষবেগ শূন্য অর্থাৎ, P বিন্দুতে বেগ শূন্য হতে হবে। এক্ষেত্রে মন্দন a_1 হলে,

$v^2 = u^2 - 2a_1s$

বা, $2a_1s = u^2 - v^2$

বা, $a_1 = \frac{u^2 - v^2}{2s}$

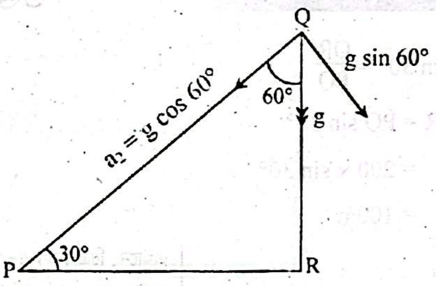
$= \frac{20^2 - 0^2}{2 \times 200}$

$= 1\ ms^{-2}$

এখানে,
আদিবেগ, $u = 0\ ms^{-1}$
শেষবেগ, $v = 20\ ms^{-1}$
অতিক্রান্ত দূরত্ব s = 200 m

আবার, অভিকর্ষজ ত্বরণ g, QR বরাবর নিচের দিকে ক্রিয়াশীল। যার একটি উপাংশ QP বরাবর ক্রিয়াশীল।

ΔPQR হতে− QP বরাবর g এর উপাংশ a_2 হলে,



$a_2 = g \cos 60°$

$= 9.8 \times \frac{1}{2}$

$= 4.9\ ms^{-2}$

∴ QP বরাবর মন্দন, $a = a_1 + a_2$

$= (1 + 4.9)\ ms^{-2}$

$= 5.9\ ms^{-2}$

∴ গাড়ির উপর বাধাদানকারী বল, F = ma

= 1500 × 5.9 [∵ গাড়ির ভর, m = 1500 kg]

= 8850 N

সুতরাং, গাড়িটির উপর ক্রিয়াশীল গতিরোধকারী বলের মান 8850 N। [Ans.]

vi চিত্র-(খ) হতে পাই,

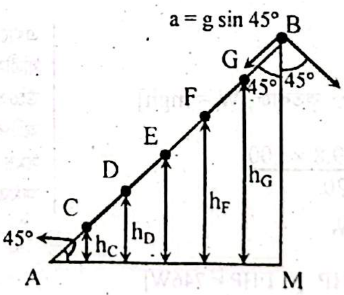
$\cos 45° = \frac{BM}{AB}$

বা, $AB = \frac{BM}{\cos 45°}$

$= \frac{3\sqrt{2}}{\frac{1}{\sqrt{2}}}$

= 6 m

দেওয়া আছে, চিত্র-(খ) এ−
$BM = 3\sqrt{2}$ m
AC = CD = DE = EF = FG = GB



এখন,

$AC = CD = DE = EF = FG = GB = \frac{AB}{6} = \frac{6\ m}{6} = 1$ m

E বিন্দুতে গতিশক্তি,

$$K_E = \frac{1}{2} m v_E^2$$
$$= \frac{1}{2} m (u^2 + 2a \cdot BE)$$
$$= \frac{1}{2} \times 25 \times (0 + 2 \times 6.93 \times 3)$$
$$= 519.75 \text{ J}$$

এখানে, চিত্র-(খ) এ-

ভর, $m = 25$ kg

আদিবেগ, $u = 0 \text{ ms}^{-1}$ [B বিন্দুতে]

ত্বরণ, $a = g \sin 45° = 9.8 \times \sin 45° = 9.8 \times \frac{1}{\sqrt{2}} = 6.93 \text{ ms}^{-2}$

$BE = GB + FG + EF = 1\text{m} + 1\text{m} + 1\text{m} = 3\text{m}$

সুতরাং, E বিন্দুতে বালকের গতিশক্তি 519.75 J। [Ans.]

vii D বিন্দুতে বিভবশক্তি,

$$U_D = mgh_D$$
$$= mg \, AD \sin 45°$$
$$= 25 \times 9.8 \times 2 \times \frac{1}{\sqrt{2}}$$
$$= 346.48 \text{ J}$$

এখানে, চিত্র-(খ) এ-

$AD = AC + CD = 1\text{m} + 1\text{m} = 2\text{m}$

$AF = AC + CD + DE + EF = 1\text{m} + 1\text{m} + 1\text{m} + 1\text{m} = 4\text{m}$

F বিন্দুতে বিভবশক্তি, $U_F = mgh_F$

$$= mg \, AF \sin 45°$$
$$= 25 \times 9.8 \times 4 \times \frac{1}{\sqrt{2}}$$
$$= 692.96 \text{ J}$$

সুতরাং, D ও F বিন্দুতে বালকের বিভবশক্তি যথাক্রমে 346.48 J ও 692.96 J। [Ans.]

viii C বিন্দুতে বিভবশক্তি, $U_C = mgh_C$

$$= mg \, AC \sin 45°$$
$$= 25 \times 9.8 \times 1 \times \frac{1}{\sqrt{2}}$$
$$= 173.25 \text{ J}$$

C বিন্দুতে গতিশক্তি,

$$K_C = \frac{1}{2} m v_C^2$$
$$= \frac{1}{2} m (u^2 + 2a \cdot BC)$$
$$= \frac{1}{2} \times 25 \times (0 + 2 \times 6.93 \times 5)$$
$$= 866.25 \text{ J}$$

এখানে, চিত্র-(খ) এ-

$BC = AB - AC = 6\text{m} - 1\text{m} = 5\text{m}$

ত্বরণ, $a = 6.93 \text{ ms}^{-2}$ ['vi' হতে পাই]

∴ C বিন্দুতে মোট যান্ত্রিক শক্তি, $E_C = U_C + K_C$

$$= (173.25 + 866.25) \text{ J}$$
$$= 1039.5 \text{ J}$$

আবার, G বিন্দুতে বিভবশক্তি,

$$U_G = mgh_G$$
$$= mg \, AG \sin 45°$$
$$= 25 \times 9.8 \times 5 \times \frac{1}{\sqrt{2}}$$
$$= 866.25 \text{ J}$$

এখানে, চিত্র-(খ) এ-

$AG = AB - GB = 6\text{m} - 1\text{m} = 5\text{m}$

G বিন্দুতে গতিশক্তি, $K_G = \frac{1}{2} m v_G^2$

$$= \frac{1}{2} m (u^2 + 2a \cdot BG)$$
$$= \frac{1}{2} \times 25 \times (0 + 2 \times 6.93 \times 1)$$
$$= 173.25 \text{ J}$$

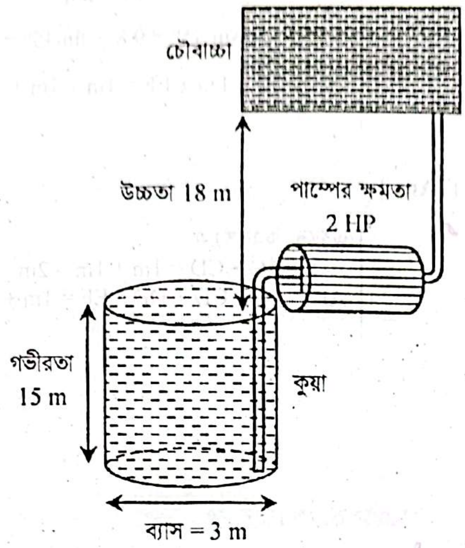
∴ G বিন্দুতে মোট যান্ত্রিক শক্তি, $E_G = U_G + K_G$

$$= (866.25 + 173.25) \text{ J}$$
$$= 1039.5 \text{ J}$$

যেহেতু, $E_C = E_G$।

সুতরাং, C ও G বিন্দুতে যান্ত্রিক শক্তির পরিমাণ সমান হবে।

প্রশ্ন নং-৩ কুয়া, পাম্প ও চৌবাচ্চার সমস্যা সম্পর্কিত



(i) কুয়াটিকে পানিশূন্য করতে পাম্প কর্তৃক কৃতকাজ নির্ণয় করো। *(প্রয়োগমূলক)* *[অনুরূপ: ঢা.বো.'২৫; কু.বো.'২৫ ,'২১; সি.বো.'২৩ ,'২১; রা.বো.'২২; ব.বো.'১৯; চ.বো.'১৭]*

(ii) চৌবাচ্চাটিতে 2000 L পানি উত্তোলন করতে কী পরিমাণ কাজ সম্পন্ন করতে হবে? *(প্রয়োগমূলক)* *[অনুরূপ: ঢা.বো.'২৫ ,'২৩; কু.বো.'২৫; সি.বো.'২১; দি.বো.'২১]*

(iii) কুয়াটিকে পানিশূন্য করতে পাম্পটির কত সময় প্রয়োজন তা নির্ণয় কর। *(প্রয়োগমূলক)* *[অনুরূপ: ব.বো.'২৩; দি.বো.'২২ ,'২১; রা.বো.'১৯]*

(iv) অর্ধেক পানি শূন্য হওয়ার পর পাম্পটি নষ্ট হলে 3 HP ক্ষমতার অপর একটি পাম্প চালু করে পানিশূন্য করা হয় তবে উভয় পাম্পের ক্ষেত্রে একই সময় প্রয়োজন হবে? *(উচ্চতর দক্ষতামূলক)* *[অনুরূপ: রা.বো.'২৫.'২৪; কু.বো.'২৫; ব.বো.'২৪; দি.বো.'২৪; ঢা.বো.'২৩ ,'২২; চ.বো.'২৩ ,'১৭; য.বো.'২২ ,'২১; সি.বো.'২১]*

(v) পাম্পটির ক্ষমতা 40% নষ্ট হলে সম্পূর্ণ কুয়াটি পূর্বে খালি করতে যে সময় লাগতো তার দ্বিগুণ সময়ের মধ্যে খালি করা সম্ভব হবে কি-না? *(উচ্চতর দক্ষতামূলক)* *[অনুরূপ: রা.বো.'২২; য.বো.'২১]*

উত্তর

i এখানে, সম্পূর্ণ ভরাট কুয়ার পানির ভর,

$m = V\rho$

$= \pi r^2 h\rho$ [$\because$ কুয়ার আয়তন, $V = \pi r^2 h$]

$= 3.14 \times (1.5)^2 \times 15 \times 1000$

$= 105975$ kg

এখানে,

কুয়ার ব্যাস, $d = 3\text{m}$

$\therefore$ কুয়ার ব্যাসার্ধ, $r = \frac{3}{2}\text{m} = 1.5\text{m}$

গভীরতা, $h = 15\text{m}$

পানির ঘনত্ব, $\rho = 1000 \text{ kgm}^{-3}$

ধরি, সম্পূর্ণ কুয়া খালি করতে t সময় লাগে।

এক্ষেত্রে পানি উত্তোলনের গড় উচ্চতা, $h' = \left(\frac{0+h}{2}\right) = \frac{h}{2} = \frac{15}{2}\text{ m} = 7.5 \text{ m}$

এখন,

কুয়াটিকে পানিশূন্য করতে কৃতকাজ, $W = mgh'$

$= 105975 \times 9.8 \times 7.5$

$= 7.78 \times 10^6 \text{J}$

সুতরাং, কুয়াটিকে পানিশূন্য করতে পাম্প কর্তৃক কৃতকাজ 7.78×10^6 J। [Ans.]

ii আমরা জানি,

$W = mgH$

$= \rho VgH$ [$\because$ ভর, $m = \rho V$]

$= 1000 \times 2 \times 9.8 \times 18$

$= 352800$ J

এখানে,

চৌবাচ্চার উচ্চতা, $H = 18$ m

পানির আয়তন, $V = 2000 \text{ L} = 2000 \times 10^{-3} \text{ m}^3 = 2 \text{ m}^3$

পানির ঘনত্ব, $\rho = 1000 \text{ kgm}^{-3}$

অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g = 9.8 \text{ ms}^{-2}$

পানি উত্তোলনে কৃতকাজ, $W = ?$

সুতরাং, চৌবাচ্চাটিতে 2000 L পানি উত্তোলন করতে 352800 J পরিমাণ কাজ সম্পন্ন করতে হবে। [Ans.]

iii আমরা জানি,

$$P = \frac{W}{t}$$

$$\Rightarrow P = \frac{mgh'}{t} \quad [\because \text{কৃতকাজ, } W = mgh']$$

$$\Rightarrow t = \frac{mgh'}{P}$$

$$= \frac{105975 \times 9.8 \times 7.5}{1492}$$

$$= 5220.62 \text{ s}$$

$$= \frac{5220.62}{60} \text{ min}$$

$$= 87.01 \text{ min}$$

এখানে,

পাম্পের ক্ষমতা, $P = 2HP$

$= 2 \times 746 \text{ W}$ [$\because$ 1 HP = 746 W]

$= 1492 \text{ W}$

পানির ভর, $m = 105975$ kg [(i) নং হতে]

পানি উত্তোলনের গড় উচ্চতা, $h' = 7.5$ m [(i) নং হতে]

সুতরাং, কুয়াটিকে পানিশূন্য করতে পাম্পটির 87.01 min সময় প্রয়োজন। [Ans.]

iv **১ম পাম্পের ক্ষেত্রে:** প্রথম পাম্পটি অর্ধেক পানি তোলার পর নষ্ট হয়ে যায়, অর্থাৎ এর দ্বারা কুয়ার প্রথম 7.5 m গভীরতার পানি তোলা হয়েছে।

এক্ষেত্রে গড় উচ্চতা, $h_1 = \left(\frac{0 + 7.5}{2}\right) \text{m} = 3.75 \text{ m}$

এবং অর্ধেক পানির ভর, $m_1 = \frac{m}{2}$

$= \frac{105975}{2}$ kg [(i) হতে পাই, কুয়াপূর্ণ পানির ভর, m = 105975 kg]

$= 52987.5$ kg

আমরা জানি,

$$P_1 = \frac{W_1}{t_1}$$

$$\Rightarrow P_1 = \frac{m_1gh_1}{t_1} \quad [\text{এক্ষেত্রে কৃতকাজ, } W_1 = m_1gh_1]$$

$$\Rightarrow t_1 = \frac{m_1gh_1}{P_1}$$

$$= \frac{52987.5 \times 9.8 \times 3.75}{1492} \quad [\text{পাম্পের ক্ষমতা, } P_1 = 2HP = 1492 \text{ W}]$$

$$= 1305.15 \text{ s}$$

দ্বিতীয় পাম্পের ক্ষেত্রে: দ্বিতীয় পাম্পটির সাহায্যে কুয়ার বাকি অর্ধেক পানি উত্তোলন করা হয়েছে, অর্থাৎ এর দ্বারা 7.5m গভীরতা থেকে 15m গভীরতার পানি তোলা হয়েছে।

এক্ষেত্রে গড় উচ্চতা, $h_2 = \left(\frac{7.5 + 15}{2}\right) \text{m} = 11.25 \text{ m}$

এবং বাকি অর্ধেক পানির ভর, $m_2 = m_1 = 52987.5$ kg

আমরা জানি,

$$P_2 = \frac{W_2}{t_2}$$

$$\Rightarrow P_2 = \frac{m_2gh_2}{t_2} \quad [\text{এক্ষেত্রে কৃতকাজ, } W_2 = m_2gh_2]$$

$$\Rightarrow t_2 = \frac{m_2gh_2}{P_2}$$

$$= \frac{52987.5 \times 9.8 \times 11.25}{2238} \quad [\text{পাম্পের ক্ষমতা, } P_2 = 3HP = 3 \times 746\text{W} = 2238\text{W}]$$

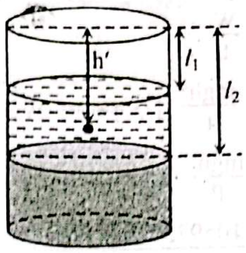
$$= 2610.3 \text{ s}$$

দেখা যাচ্ছে যে, $t_2 > t_1$।

সুতরাং, অর্ধেক পানি শূন্য হওয়ার পর পাম্পটি নষ্ট হলে যদি 3 HP ক্ষমতার অপর একটি পাম্প চালু করে পানিশূন্য করা হয় তবে উভয় পাম্পের ক্ষেত্রে একই সময় প্রয়োজন হবে না।

Helping Hints

অনেক সময় বোর্ড পরীক্ষার প্রশ্নে একটি কুয়ার ভিন্ন ভিন্ন গভীরতা হতে পানি উত্তোলনে কৃতকাজ নির্ণয় করতে হতে পারে। সেক্ষেত্রে কুয়ার পানির প্রাথমিক গভীরতা যদি l_1 ও পানি উত্তোলনের পর চূড়ান্ত গভীরতা যদি l_2 হয় তাহলে পানি উত্তোলনের জন্য কার্যকর বা গড় উচ্চতা $h' = \frac{l_1 + l_2}{2}$ হবে [চিত্র-(a)]।



চিত্র-(a)

অতঃপর, উক্ত গড় উচ্চতা ব্যবহার করে কৃতকাজ নির্ণয় করতে হবে।

নিম্নে দু'টি উদাহরণের সাহায্যে তা বুঝানো হলো–

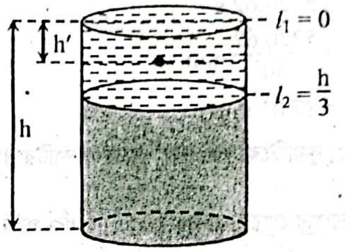
- ধরা যাক, h গভীরতার একটি কুয়ার প্রথম এক-তৃতীয়াংশ পানিশূন্য করতে হবে।

  সেক্ষেত্রে, $l_1 = 0$ এবং $l_2 = \frac{h}{3}$ [চিত্র-(b)]।

  তখন, গড় উচ্চতা, $h' = \frac{l_1 + l_2}{2}$

  $$= \frac{0 + \frac{h}{3}}{2}$$

  $$= \frac{h}{6}$$



চিত্র-(b)

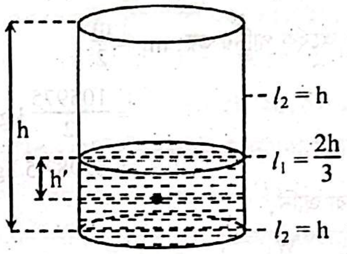
- আবার ধরা যাক, h গভীরতার উক্ত কুয়ার শেষ এক-তৃতীয়াংশ পানি শূন্য করতে হবে।

  সেক্ষেত্রে, $l_1 = \frac{2h}{3}$ এবং $l_2 = h$ [চিত্র-(c)]।

  তখন, গড় উচ্চতা, $h' = \frac{l_1 + l_2}{2}$

  $$= \frac{\frac{2h}{3} + h}{2}$$

  $$= \frac{5h}{6}$$



চিত্র-(c)

v আমরা জানি, $P = \frac{W}{t}$

তাহলে, $P' = \frac{W'}{t'}$

যেহেতু উভয়ক্ষেত্রে কৃতকাজের পরিমাণ সমান। তাই,

$$W = W'$$
$$\Rightarrow Pt = P't'$$
$$\Rightarrow t' = \frac{P}{P'} \times t$$
$$= \frac{P}{0.6P} \times 5220.62 \text{ s}$$
$$= 8701.03 \text{ s}$$

t' এর এই মান $2t = 2 \times 5220.62$ s

$= 10441.24$ s সময়ের মধ্যে পড়ে।

(iii) হতে পাই,

কুয়াটি সম্পূর্ণ খালি করতে প্রয়োজনীয় সময়, $t = 5220.62$ s

পাম্পের ক্ষমতা 40% নষ্ট হলে পাম্পের কর্মদক্ষতা, $\eta = 100\% - 40\% = 60\% = 0.6$

$\therefore$ কার্যকর ক্ষমতা, $P' = P \times \eta = 0.6\,P$

সুতরাং, পাম্পটির ক্ষমতা 40% নষ্ট হলে সম্পূর্ণ কুয়াটি পূর্বে খালি করতে যে সময় লাগতো তার দ্বিগুণ সময়ের মধ্যে খালি করা সম্ভব হবে।

CS CamScanner

প্রশ্ন নং-৪ ব্লক, স্তম্ভ ও উচ্চতার সমস্যা সম্পর্কিত

$1\ m^3$ আয়তনের ও 50 kg ভরের পাঁচটি ঘনক আকৃতির ব্লককে পরপর সাজিয়ে একটি স্তম্ভ তৈরি করা হলো। অন্যদিকে অনুরূপ আরো পাঁচটি ব্লককে ভূমিতে পাশাপাশি সংযুক্ত করে স্তম্ভটিকে খাড়া করা হলো।

(i) স্তম্ভের চূড়া হতে 100 g ভরের একটি বস্তু ফেলে দিলে ভূমিতে স্পর্শ করার আগ মুহূর্তে এর গতিশক্তি নির্ণয় করো। *(প্রয়োগমূলক)* [*অনুরূপ: দি.বো.'১৭*]

(ii) স্তম্ভের চূড়া হতে অপর একটি বস্তুকে ফেলে দিলে ভূমি হতে কত উচ্চতায় এর গতিশক্তি বিভবশক্তির তিনগুণ হবে। *(প্রয়োগমূলক)* [*অনুরূপ: সি.বো.'২২,'১৯,'১৫*]

(iii) স্তম্ভ তৈরির কোন উপায়টি অধিক গ্রহণযোগ্য, গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে ব্যাখ্যা কর।। *(প্রয়োগমূলক)* [*অনুরূপ: দি.বো.'১৭*]

(iv) উদ্দীপকের স্তম্ভটিকে অনুভূমিকের সাথে 30° কোণে আনত করলে কৃতকাজের পরিমাণ, উদ্দীপকের স্তম্ভ তৈরিতে কৃতকাজের পরিমাণের কোনো পার্থক্য আছে কি-না? (*উচ্চতর দক্ষতামূলক*) [*অনুরূপ: সি.বো.'২২*]

উত্তর

i এখানে,

প্রতিটি ব্লকের আয়তন, $V = 1m^3$

$\therefore$ প্রতিটি ব্লকের বাহুর দৈর্ঘ্য, $a = \sqrt[3]{V}$

$= \sqrt[3]{1}$

$= 1m$

5টি ব্লক পরপর সাজিয়ে রাখলে স্তম্ভের উচ্চতা, $h = 5a$

$= (5 \times 1)\ m$

$= 5\ m$

এখন, স্তম্ভের চূড়া হতে বস্তুটি ফেলে দিলে–

$v^2 = u^2 + 2gh$

বা, $v^2 = 2gh$

$= 2 \times 9.8 \times 5$

$= 98\ m^2s^{-2}$

এখানে,
বস্তুর ভর, $m = 100\ g = 0.1\ kg$
বস্তুর আদিবেগ, $u = 0\ ms^{-1}$
অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g = 9.8\ ms^{-2}$
বস্তুর শেষবেগ, $v = ?$

$\therefore$ বস্তুর গতিশক্তি, $K = \frac{1}{2}mv^2$

$= \frac{1}{2} \times 0.1 \times 98$

$= 4.9\ J$

সুতরাং, **স্তম্ভের চূড়া হতে 100 g ভরের একটি বস্তু ফেলে দিলে ভূমিতে স্পর্শ করার আগ মুহূর্তে এর গতিশক্তি 4.9 J। [Ans.]**

ii (i) হতে পাই, স্তম্ভের উচ্চতা, $h = 5m$

ধরি, ভূমি হতে x উচ্চতায় বস্তুর গতিশক্তি বিভব শক্তির তিনগুণ হবে।

এখন, বস্তুটির ভর m হলে,

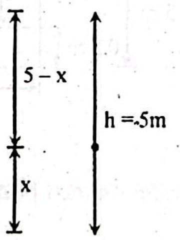
বস্তুর বিভবশক্তি, $U = mgx$ [g = অভিকর্ষজ ত্বরণ]

এবং বস্তুর গতিশক্তি,

$K = \frac{1}{2}mv^2$ [v = বস্তুর বেগ]

$= \frac{1}{2}m\{0^2 + 2g(5 - x)\}$ [$\because$ আদিবেগ, $u = 0$]

$= mg(5 - x)$



প্রশ্নমতে, $K = 3U$

বা, $mg(5 - x) = 3mgx$

বা, $5 - x = 3x$

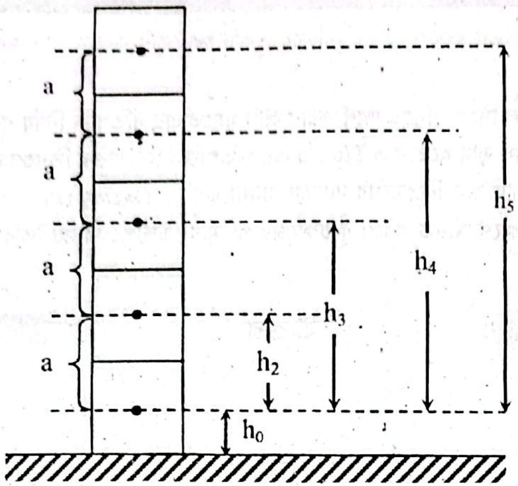
বা, $3x + x = 5$

বা, $4x = 5$

বা, $x = \frac{5}{4} = 1.25m$

সুতরাং, স্তম্ভের চূড়া হতে কোনো একটি বস্তুকে ফেলে দিলে ভূমি হতে 1.25m উচ্চতায় এর গতিশক্তি বিভবশক্তির তিনগুণ হবে।

iii স্তম্ভ তৈরির প্রথম উপায়ের জন্য কৃতকাজ নির্ণয়:



চিত্র-১

এখানে, প্রতিটি ব্লকের ভর, $m = 50$ kg

অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g = 9.8$ ms^{-2}

(i) হতে পাই, প্রতিটি ব্লকের বাহুর দৈর্ঘ্য, $a = 1$m

এক্ষেত্রে, ১ম ব্লকের ভারকেন্দ্র উপরের ব্লকগুলোর জন্য ভারকেন্দ্রের আদি অবস্থান [চিত্র-১]।

১ম ব্লকের ভারকেন্দ্র ভূ-পৃষ্ঠ হতে h_0 উচ্চতায়।

চিত্র-১ হতে পাই,

১ম ব্লকের ভারকেন্দ্রের সরণ, $h_1 = 0$m [যেহেতু, ১ম ব্লক ভূ-পৃষ্ঠে রাখা হয়েছে; সেহেতু, ভারকেন্দ্রের সরণ শূন্য।]

২য় ব্লকের ভারকেন্দ্রের সরণ, $h_2 = a = 1$m

৩য় ব্লকের ভারকেন্দ্রের সরণ, $h_3 = a + a = 2a = 2 \times 1$m $= 2$m

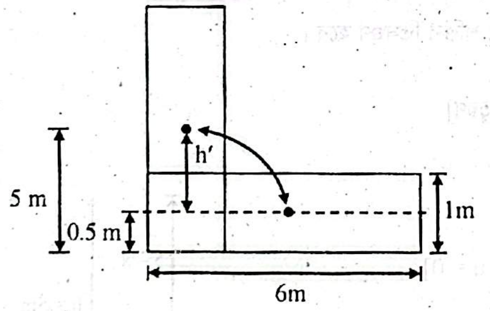
৪র্থ ব্লকের ভারকেন্দ্রের সরণ, $h_4 = a + a + a = 3a = 3 \times 1$m $= 3$m

৫ম ব্লকের ভারকেন্দ্রের সরণ, $h_5 = a + a + a + a = 4a = 4 \times 1$m $= 4$m

এখন ১ম, ২য়, ৩য়, ৪র্থ ও ৫ম ব্লক স্থাপনে কৃতকাজ যথাক্রমে W_1, W_2, W_3, W_4 ও W_5 হলে স্তম্ভ তৈরিতে মোট কৃতকাজ,

$$\begin{aligned} W &= W_1 + W_2 + W_3 + W_4 + W_5 \\ &= mgh_1 + mgh_2 + mgh_3 + mgh_4 + mgh_5 \\ &= mg\,(h_1 + h_2 + h_3 + h_4 + h_5) \\ &= 50 \times 9.8 \times (0 + 1 + 2 + 3 + 4) \\ &= 4900 \text{ J} \end{aligned}$$

স্তম্ভ তৈরির দ্বিতীয় উপায়ের জন্য কৃতকাজ নির্ণয়:



চিত্র-২

অনুরূপ আরও পাঁচটি ব্লককে ভূমিতে পাশাপাশি সংযুক্ত করা হলে [চিত্র-২],

স্তম্ভের মোট ভর, $M = (5 \times 50)$ kg $= 250$ kg

স্তম্ভের মোট উচ্চতা, $H = 5a = 5 \times 1$ m $= 5$ m

স্তম্ভটি খাড়া করা হলে এর ভারকেন্দ্রের সরণ,

h' = খাড়া অবস্থায় ভারকেন্দ্রের উচ্চতা – অনুভূমিক অবস্থায় ভারকেন্দ্রের উচ্চতা

$$= \left(\frac{5}{2} - \frac{1}{2}\right) \text{m}$$

$$= 2 \text{ m}$$

সুতরাং, স্তম্ভটি খাড়া করতে কৃতকাজ, $W' = Mgh'$

$$= 250 \times 9.8 \times 2$$
$$= 4900\ \text{J}$$

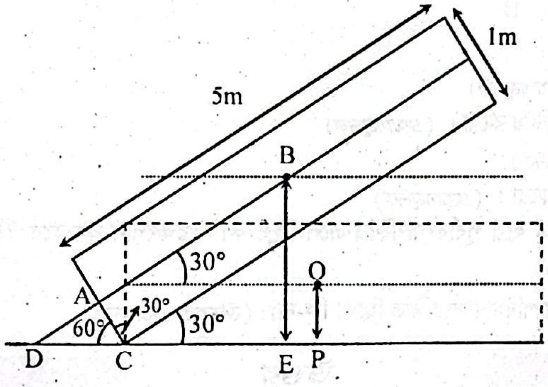
এখানে, $W = W'$

সুতরাং, উপরোক্ত গাণিতিক বিশ্লেষণ থেকে বলা যায়, উভয় ক্ষেত্রে কৃতকাজের মান সমান। তবে প্রথম ক্ষেত্রে পর্যায়ক্রমে শক্তি ব্যয়িত হয় এবং দ্বিতীয় ক্ষেত্রে একই সাথে সমস্ত শক্তি ব্যয়িত হয়। তাই বলা যায়, স্তম্ভ তৈরির প্রথম উপায়টি অধিক গ্রহণযোগ্য।

iv ৫টি ব্লককে একত্রিত করা হলে–

স্তম্ভের মোট ভর, $M = 5m = 5 \times 50\ \text{kg} = 250\ \text{kg}$

এবং স্তম্ভের মোট উচ্চতা, $H = 5a = 5 \times 1\text{m} = 5\text{m}$



চিত্রে অনুভূমিকের সাথে 30° কোণে আনত অবস্থায় স্তম্ভটিকে দেখানো হলো যেখানে এর ভারকেন্দ্র O থেকে B বিন্দুতে স্থানান্তরিত হয়।

চিত্র হতে পাই, ΔADC-তে,

$$\frac{AD}{AC} = \tan 60° \quad [\because \angle ACD = 60°]$$

$$\Rightarrow AD = AC \tan 60°$$
$$= 0.5 \times \sqrt{3}\ \text{m}$$
$$= 0.866\ \text{m}$$

$$\therefore BD = AD + AB$$
$$= (0.866 + 2.5)\ \text{m}$$
$$= 3.366\ \text{m}$$

এখানে,

$$AB = \frac{5}{2}\ \text{m} = 2.5\ \text{m}$$

$AC = \frac{1}{2} \times$ ব্লকের বাহুর দৈর্ঘ্য

$$= \frac{1}{2} \times a$$
$$= \frac{1}{2} \times 1\ \text{m}$$
$$= 0.5\ \text{m}$$

আবার, ΔBDE-তে,

$$\therefore \frac{BE}{BD} = \sin 30° \quad [\because \angle BDE = 180° - (90° + 60°) = 30°]$$

$$\therefore BE = BD \sin 30°$$
$$= 3.366 \times \frac{1}{2}$$
$$= 1.683\ \text{m}$$

$\therefore$ ভারকেন্দ্রের সরণ, $h'' = BE - OP$

$$= \left(1.683 - \frac{1}{2}\right)\ \text{m} \quad \left[\because OP = \frac{a}{2}\right]$$
$$= 1.183\ \text{m}$$

এক্ষেত্রে কৃতকাজ, $W'' = mgh''$

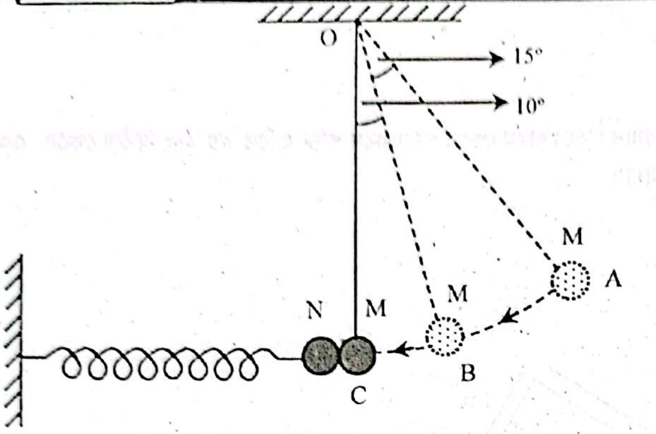
$$= 250 \times 9.8 \times 1.183$$
$$= 2898.38\ \text{J}$$

(iii) হতে পাই, ৫টি ব্লককে পরপর সাজিয়ে স্তম্ভ তৈরী করতে কৃতকাজ, $W = 4900\ \text{J}$

স্পষ্টতই, $W'' \neq W$।

সুতরাং, স্তম্ভটিকে অনুভূমিকের সাথে 30° কোণে আনত করলে কৃতকাজের পরিমাণ ও উদ্দীপকের স্তম্ভ তৈরিতে কৃতকাজের পরিমাণের পার্থক্য আছে।

প্রশ্ন নং-৫ সরল দোলক ও স্প্রিংয়ের সমস্যা সম্পর্কিত



0.02 kg ভরের একটি বস্তু M-কে O বিন্দু থেকে 1 m লম্বা সুতার সাহায্যে ঝুলানো হলো। বস্তুটি A হতে B অতঃপর C অবস্থানে এসে 0.01 kg ভরের আরেকটি বস্তু N কে আঘাত করে যা একটি অনুভূমিক স্প্রিং এর সাথে যুক্ত। C অবস্থানে এসে M বস্তুটি থেমে যায় এবং N বস্তুটি গতিশীল হয়ে সর্বোচ্চ 3 cm সংকুচিত হয়। উল্লেখ্য যে, N বস্তুর আদিবেগ M বস্তুর C অবস্থানে বেগের 75% হবে।

(i) C অবস্থানে M বস্তুর বেগ নির্ণয় করো। (*প্রয়োগমূলক*) [অনুরূপ: ম.বো.'২২]

(ii) B অবস্থানে M বস্তুর বিভবশক্তি ও গতিশক্তি নির্ণয় করো। (*প্রয়োগমূলক*) [অনুরূপ: য.বো.'২৫; সি.বো.'২৫; ম.বো.'২৫]

(iii) স্প্রিংটির স্প্রিং ধ্রুবক নির্ণয় করো। (*প্রয়োগমূলক*) [অনুরূপ: দি.বো.'২৩; ম.বো.'২৩]

(iv) স্প্রিংটিতে সঞ্চিত বিভবশক্তি পরিমাণ নির্ণয় করো। (*প্রয়োগমূলক*) [অনুরূপ: ম.বো.'২৪]

(v) স্প্রিংটি 3 cm সংকুচিত হওয়ার পর প্রসারিত হয়ে পূর্বাবস্থায় ফিরে এলে স্প্রিং বল সংরক্ষণশীল বল হবে কী? গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ করো। (*উচ্চতর দক্ষতামূলক*) [অনুরূপ: ম.বো.'২৪]

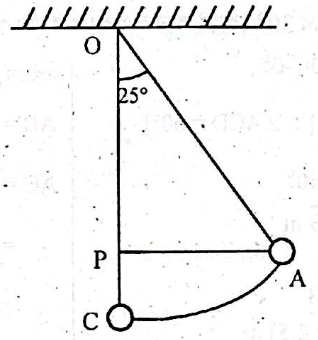
(vi) A, B ও C অবস্থানে M বস্তুটির মোট শক্তির পরিমাণ সংরক্ষিত ছিলো কি-না? (*উচ্চতর দক্ষতামূলক*) [অনুরূপ: ম.বো.'২২; রা.বো.'১৫]

উত্তর

i চিত্র হতে পাই, $\frac{AP}{OA} = \sin \angle AOP$

$$\Rightarrow AP = OA \sin \angle AOP$$
$$= 1 \times \sin(10° + 15°)$$
$$= \sin(25°)$$
$$= 0.422 \text{ m}$$

এখানে,
কার্যকরী দৈর্ঘ্য, $l = OA = OC = 1\text{m}$



এবং, $CP = OC - OP$

$$= OC - \sqrt{OA^2 - AP^2}$$
$$= 1 - \sqrt{1^2 - (0.422)^2}$$
$$= 0.093\text{m}$$

ধরি, C অবস্থানে (সর্বনিম্ন অবস্থানে) বস্তুটির বেগ v_C।

এখন শক্তির সংরক্ষণশীলতা নীতি অনুসারে,

সর্বোচ্চ বিন্দু A তে বিভবশক্তি = সর্বনিম্ন বিন্দু C তে গতিশক্তি

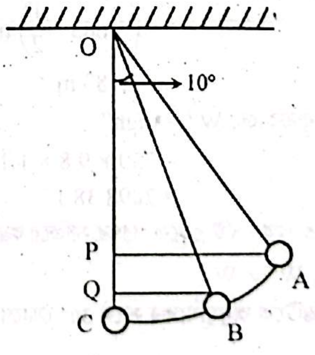
$$\Rightarrow mgh = \frac{1}{2} m{v_C}^2 \text{ [m = বস্তুর ভর]}$$
$$\Rightarrow {v_C}^2 = 2g \cdot CP$$
$$= 2 \times 9.8 \times 0.093 \text{ [∵ অভিকর্ষজ ত্বরণ, } g = 9.8 \text{ ms}^{-2}]$$
$$= 1.823 \text{m}^2\text{s}^{-2}$$
$$\therefore v_C = \sqrt{1.823} \text{ ms}^{-1} = 1.35 \text{ ms}^{-1}$$

সুতরাং, C অবস্থানে M বস্তুর বেগ 1.35 ms^{-1}। [Ans.]

ii এখন, চিত্র হতে পাই, $\frac{QB}{OB} = \sin \angle BOQ$

$$\Rightarrow QB = OB \sin \angle BOQ$$
$$= 1 \times \sin 10°$$
$$= 0.173 \text{ m}$$

এখানে,
কার্যকরী দৈর্ঘ্য, $l = OA = OB = OC = 1\text{m}$
(i) হতে পাই, $CP = 0.093$ m



এবং $CQ = OC - OQ$

$$= OC - \sqrt{OB^2 - QB^2}$$
$$= 1 - \sqrt{1^2 - (0.173)^2}$$
$$= 0.015 \text{ m}$$
$$\therefore QP = CP - CQ$$
$$= (0.093 - 0.015) \text{ m}$$
$$= 0.078 \text{ m}$$

এখন, B অবস্থানে বস্তুর বেগ v_B হলে,

$$v_B^2 = u^2 + 2g \cdot QP$$
$$= 0^2 + 2 \times 9.8 \times 0.078 \quad [\because \text{ A বিন্দুতে আদিবেগ, } u = 0 \text{ ms}^{-1}]$$
$$= 1.5288 \text{ m}^2\text{s}^{-2}$$

সুতরাং, B অবস্থানে বস্তুর বিভবশক্তি,

$$U_B = mg \,.\, CQ$$
$$= 0.02 \times 9.8 \times 0.015 \quad [\because \text{ M বস্তুর ভর, } m = 0.02 \text{ kg}]$$
$$= 2.94 \times 10^{-3} \text{ J}$$
$$= 2.94 \text{ mJ}$$

এবং B অবস্থানে বস্তুর গতিশক্তি,

$$K_B = \frac{1}{2} m v_B^2$$
$$= \frac{1}{2} \times 0.02 \times 1.5288$$
$$= 15.288 \times 10^{-3} \text{ J}$$
$$= 15.288 \text{ mJ}$$

সুতরাং, B অবস্থানে M বস্তুর বিভবশক্তি ও গতিশক্তি যথাক্রমে 2.94 mJ ও 15.288 mJ [Ans.]

iii (i) হতে পাই, M বস্তুর C অবস্থানে বেগ, $v_C = 1.35 \text{ ms}^{-1}$

∴ N বস্তুর আদিবেগ, $u = v_C$ এর 75%

$$= 1.35 \times \frac{75}{100}$$
$$= 1.0125 \text{ ms}^{-1}$$

স্প্রিংটি সর্বোচ্চ 3 cm সংকুচিত হয়। সেক্ষেত্রে,

$$v^2 = u^2 - 2ax$$
$$\Rightarrow 0^2 = u^2 - 2ax$$
$$\Rightarrow a = \frac{u^2}{2x}$$
$$= \frac{(1.0125)^2}{2 \times 0.03}$$
$$= 17.086 \text{ ms}^{-2}$$

এখানে,
N বস্তুর ভর, $m = 0.01$ kg
N বস্তুর আদিবেগ, $u = 1.0125 \text{ ms}^{-1}$
স্প্রিং এর সংকোচন, $x = 3$ cm $= 0.03$ m
N বস্তুর শেষবেগ, $v = 0 \text{ ms}^{-1}$
স্প্রিং এর মন্দন, $a = ?$

∴ স্প্রিংটির প্রত্যয়নী বল, $F = ma$

$$= 0.01 \times 17.086$$
$$= 0.171 \text{ N}$$

আমরা জানি,

$$F = kx$$
$$\Rightarrow k = \frac{F}{x}$$
$$= \frac{0.171}{0.03}$$
$$= 5.7 \text{ Nm}^{-1}$$

এখানে,
স্প্রিং ধ্রুবক, $k = ?$

সুতরাং, স্প্রিংটির স্প্রিং ধ্রুবক 5.7 Nm⁻¹। [Ans.]

iv আমরা জানি,

$$U = \frac{1}{2} kx^2$$
$$= \frac{1}{2} \times 5.7 \times (0.03)^2$$
$$= 2.565 \times 10^{-3} \text{ J}$$
$$= 2.565 \text{ mJ}$$

এখানে,
স্প্রিং এর সংকোচন, $x = 3$ cm $= 0.03$ m
স্প্রিং ধ্রুবক, $k = 5.7 \text{ Nm}^{-1}$ [(iii) হতে পাই]
স্প্রিংটিতে সঞ্চিত বিভবশক্তি, $U = ?$

সুতরাং, স্প্রিংটিতে সঞ্চিত বিভবশক্তির পরিমাণ 2.565 mJ [Ans.]

v **প্রথম ক্ষেত্রে সংকোচনের জন্য কাজের পরিমাণ:**

আমরা জানি,

$$W_1 = \frac{1}{2}kx_{1i}^2 - \frac{1}{2}kx_{1f}^2$$

$$= \frac{1}{2} \times 5.7 \times 0^2 - \frac{1}{2} \times 5.7 \times 0.03^2$$

$$= -2.565 \times 10^{-3}\ J$$

এখানে,
আদি অবস্থান, $x_{1i} = 0\ m$
চূড়ান্ত অবস্থান, $x_{1f} = 3\ cm = 0.03\ m$
স্প্রিং ধ্রুবক, $k = 5.7\ Nm^{-1}$ [(iii) হতে পাই]
কৃতকাজ, $W_1 = ?$

দ্বিতীয় ক্ষেত্রে প্রসারণের জন্য কাজের পরিমাণ:

আমরা জানি,

$$W_2 = \frac{1}{2}kx_{2i}^2 - \frac{1}{2}kx_{2f}^2$$

$$= \frac{1}{2} \times 5.7 \times 0.03^2 - \frac{1}{2} \times 5.7 \times 0^2$$

$$= 2.565 \times 10^{-3}\ J$$

এখানে,
আদি অবস্থান, $x_{2i} = 3\ m = 0.03\ m$
চূড়ান্ত অবস্থান, $x_{2f} = 0\ m$
কৃতকাজ, $W_2 = ?$

এখানে, স্পষ্টত, $W_2 = -W_1$; যা সংরক্ষণশীল বলের জন্য শর্ত।

সুতরাং, স্প্রিং বলটি সংরক্ষণশীল বল হবে।

vi **A অবস্থানে M বস্তুর মোট শক্তি:**

$\therefore$ A অবস্থানে M বস্তুর বিভবশক্তি, $U_A = mg \cdot CP$

$$= 0.02 \times 9.8 \times 0.093\ J$$

$$= 18.228 \times 10^{-3}\ J$$

$$= 18.228\ mJ$$

এখানে,
A অবস্থানে M বস্তুর উচ্চতা, $CP = 0.093\ m$ [(i) নং হতে পাই]

আবার, A অবস্থানে M বস্তুর বেগ, $v_A = 0\ ms^{-1}$ [$\because$ সর্বোচ্চ অবস্থানে বস্তুর বেগ শূন্য]

$\therefore$ A অবস্থানে M বস্তুর গতিশক্তি, $K_A = \frac{1}{2}mv_A^2 = 0\ J$

$\therefore$ A অবস্থানে M বস্তুর মোট শক্তি, $E_A = U_A + K_A$

$$= (18.228 + 0)\ mJ$$

$$= 18.228\ mJ$$

B অবস্থানে M বস্তুর মোট শক্তি:

$\therefore$ B অবস্থানে M বস্তুর মোট শক্তি, $E_B = U_B + K_B$

$$= (2.94 + 15.288)\ mJ$$

$$= 18.228\ mJ$$

এখানে,
(ii) নং হতে পাই,
B অবস্থানে M বস্তুর বিভবশক্তি, $U_B = 2.94\ mJ$
B অবস্থানে M বস্তুর গতিশক্তি, $K_B = 15.288\ mJ$

C অবস্থানে M বস্তুর মোট শক্তি:

C অবস্থানে M বস্তুর উচ্চতা = 0

$\therefore$ C অবস্থানে M বস্তুর বিভবশক্তি, $U_C = mg \times 0 = 0\ J$

$\therefore$ C অবস্থানে M বস্তুর গতিশক্তি, $K_C = \frac{1}{2}mv_C^2$

$$= \frac{1}{2} \times 0.02 \times (1.35)^2$$

$$= 18.228 \times 10^{-3}\ J$$

$$= 18.228\ mJ$$

আবার,
(i) নং হতে পাই,
C অবস্থানে M বস্তুর বেগ, $v_C = 1.35\ ms^{-1}$

$\therefore$ C অবস্থানে M বস্তুর মোট শক্তি, $E_C = U_C + K_C$

$$= (0 + 18.228)\ mJ$$

$$= 18.228\ mJ$$

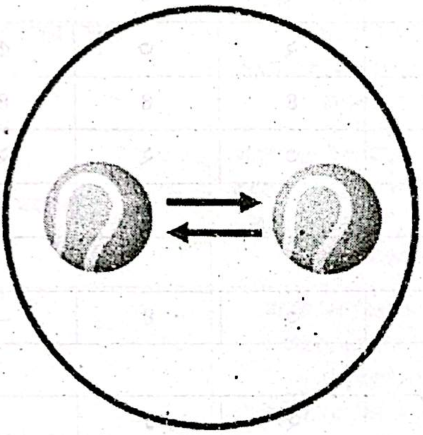
স্পষ্টতই, $E_A = E_B = E_C$

সুতরাং, A, B ও C অবস্থানে M বস্তুটির মোট শক্তির পরিমাণ সংরক্ষিত ছিলো। [Ans.]

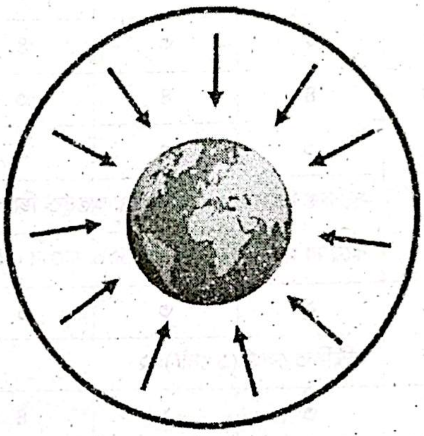
অধ্যায়
৬

মহাকর্ষ ও অভিকর্ষ

Gravitation and Gravity



Gravitation



Gravity

CHAPTER INDEX

বিষয়বস্তু	পৃষ্ঠা নং
✪ Board Questions Analysis	২০৮
✪ Chapter Analysis	২০৯
✪ Crash Course	২১০-২২৩
• প্রয়োজনীয় তত্ত্ব, সূত্র, প্রতীক ও একক পরিচিতি	২১১
• গুরুত্বপূর্ণ লেখচিত্রসমূহ	২১২
• MCQ এর জন্য গুরুত্বপূর্ণ তথ্যসমূহ	২১৩
• MCQ এর জন্য গুরুত্বপূর্ণ গাণিতিক সমস্যাবলি	২১৬
✪ Short Question-Answer	২২৪-২৩২
• জ্ঞানমূলক প্রশ্নোত্তর	২২৫
• অনুধাবনমূলক প্রশ্নোত্তর	২২৬
✪ Comprehensive Questions	২৩৩-২৪৪

BOARD QUESTIONS ANALYSIS

এই অধ্যায় থেকে বিভিন্ন বোর্ডে বিগত বছরগুলোতে এইচএসসি পরীক্ষায় ২১২টি বহুনির্বাচনি প্রশ্ন ও ৬১টি সৃজনশীল প্রশ্ন এসেছে। নিচের 'Board Questions Analysis' অংশে এই অধ্যায় থেকে কোন সালে কোন বোর্ডে কতটি প্রশ্ন হয়েছে তা দেখানো হলো –

☑ বহুনির্বাচনি প্রশ্ন

বোর্ড সাল	ঢাকা	রাজশাহী	কুমিল্লা	যশোর	চট্টগ্রাম	বরিশাল	সিলেট	দিনাজপুর	ময়মনসিংহ
২০২৫	২	২	৪	৫	৪	৩	২	৪	–
২০২৪	২	৩	৪	৪	৪	৪	২	৩	৫
২০২৩	৪	৪	৩	৫	২	২	৪	৪	৪
২০২২	৩	৩	৪	৪	৪	৩	৩	২	২
২০২১	সংক্ষিপ্ত সিলেবাসে এই অধ্যায় অন্তর্ভুক্ত ছিলো না।								
২০২০	করোনা মহামারির কারণে ২০২০ সালের এইচএসসি পরীক্ষা অনুষ্ঠিত হয়নি।								
২০১৯	২	৩	১	–	১	২	৩	৪	–
২০১৮	সম্মিলিত বোর্ড (১ সেট): ২								
২০১৭	৩	১	৪	২	২	২	২	১	–
২০১৬	৩	৪	৩	৪	৩	৪	৩	৩	–
২০১৫	৪	৪	৩	৪	৫	৩	৫	৬	–

☑ সৃজনশীল প্রশ্ন

বোর্ড সাল	ঢাকা	রাজশাহী	কুমিল্লা	যশোর	চট্টগ্রাম	বরিশাল	সিলেট	দিনাজপুর	ময়মনসিংহ
২০২৫	২	১	১	১	১	১	১	১	১
২০২৪	১	১	১	১	১	১	১	১	১
২০২৩	–	১	১	২	১	১	১	১	১
২০২২	১	১	১	১	১	১	১	১	১
২০২১	সংক্ষিপ্ত সিলেবাসে এই অধ্যায় অন্তর্ভুক্ত ছিলো না।								
২০২০	করোনা মহামারির কারণে ২০২০ সালের এইচএসসি পরীক্ষা অনুষ্ঠিত হয়নি।								
২০১৯	–	–	–	১	১	১	১	১	–
২০১৮	সম্মিলিত বোর্ড (২ সেট): ২								
২০১৭	–	–	১	১	১	১	১	১	–
২০১৬	–	–	১	–	১	১	–	১	–
২০১৫	১	–	১	১	১	২	–	১	–

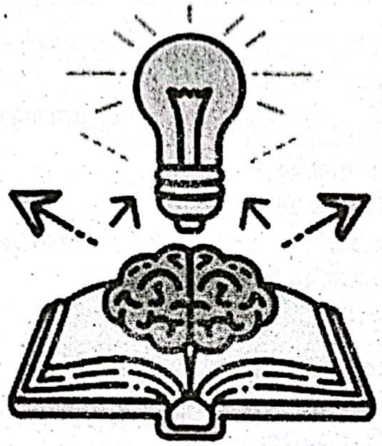
CHAPTER ANALYSIS

প্রিয় শিক্ষার্থী

এই অধ্যায়ের কোন Topic গুলো HSC পরীক্ষার জন্য গুরুত্বপূর্ণ তা নিচের চার্ট থেকে বুঝতে পারবে।
যেসব Topic থেকে প্রায়ই HSC পরীক্ষা প্রশ্ন হয়ে থাকে সে Topic গুলোকে অধিক গুরুত্ব দিবে।

Topic	MCQ	CQ	
		প্রয়োগমূলক	উচ্চতর দক্ষতামূলক
কেপলারের সূত্র	কু.বো.'২৫,'২৪,'১৭,'১৬; ব.বো.'২৫,'১৭,'১৫; য.বো.'২৪; দি.বো.'২৪,'১৫; ঢা.বো.'২৩,'২২,'১৬; সি.বো.'২৩,'২২,'১৬,'১৫; চ.বো.'২৩,'১৫; রা.বো.'২৩,'১৬,'১৫	কু.বো.'১৫	—
মহাকর্ষ	ঢা.বো.'২৫,'১৫; রা.বো.'২৫,'২৩,'১৯,'১৭; য.বো.'২৫,'২২; চ.বো.'২৪; ম.বো.'২৪,'২৩; ব.বো.'২২; কু.বো.'১৭; সি.বো.'১৬,'১৫; দি.বো.'১৫	কু.বো.'২২,'১৬; দি.বো.'২২; য.বো.'১৭	কু.বো.'১৭; য.বো.'১৭; দি.বো.'১৫
অভিকর্ষজ ত্বরণ	ঢা.বো.'২৫,'২৪,'২৩,'১৯,'১৭,'১৫; রা.বো.'২৫,'২৪,'২৩,'২২,'১৯; কু.বো.'২৫,'২২; য.বো.'২৫,'২৪,'২৩,'২২,'১৭,'১৫; চ.বো.'২৫,'২৪,'২৩,'২২,'১৭,'১৫; ব.বো.'২৫,'২৪,'২২,'১৯,'১৬; দি.বো.'২৫,'২৪,'২৩,'২২,'১৯,'১৭,'১৫; ম.বো.'২৪,'২২; সি.বো.'২৩,'২২,'১৯,'১৫; সম্মিলিত বো.'১৮; কু.বো.'১৭	কু.বো.'২৫,'২৪; চ.বো.'২৫,'২৪,'১৯,'১৫; ম.বো.'২৫,'২৪,'২৩; ঢা.বো.'২৪; য.বো.'২৩; রা.বো.'২২; সি.বো.'২২; ব.বো.'১৯,'১৭; দি.বো.'১৯,'১৭,'১৫; ঢা.,ম. সি. দি. (সম্মিলিত) বো.'১৮	য.বো.'২৫,'২৩; চ.বো.'২৫,'২৪; দি.বো.'২৫; ঢা.বো.'২৪; কু.বো.'২৪,'১৫; ব.বো.'২৪,'১৭,'১৫; ম.বো.'২৪,'২৩; রা.বো.'২৩; সি.বো.'২২,'১৯
মহাকর্ষীয় প্রাবল্য ও বিভব	কু.বো.'২৫,'২৪,'২৩; চ.বো.'২৫,'১৬,'১৫; ঢা.বো.'২৪,'২৩; রা.বো.'২৪,'১৫; য.বো.'২৪,'২২,'১৬; ব.বো.'২৪,'২৩,'১৯,'১৬; দি.বো.'২৪,'১৬; ম.বো.'২৩; সম্মিলিত বো.'১৮; সি.বো.'১৭	ঢা.বো.'২৫; য.বো.'২৫,'২৪; ব.বো.'২৫,'২২,'১৫; সি.বো.'২৫; দি.বো.'২৫; রা.বো.'২৪; চ.বো.'২৩,'১৭; কু.বো.'১৭	ঢা.বো.'২৫; চ.বো.'২৩; ব.বো.'২২; দি.বো.'১৭
মুক্তিবেগ	য.বো.'২৫,'২২,'১৬,'১৫; সি.বো.'২৫,'২৪,'২৩,'২২,'১৯,'১৭; দি.বো.'২৫,'২৩,'১৯; চ.বো.'২৪,'২২,'১৯,'১৭; রা.বো.'২২,'১৫; ব.বো.'১৭,'১৫; ঢা.বো.'১৬; কু.বো.'১৫; দি.বো.'১৫	সি.বো.'২৪; ঢা.বো.'২২	সি.বো.'২৪; কু.বো.'২৩; ঢা.বো.'২২; দি.বো.'১৯; ঢা., ম., সি., দি. (সম্মিলিত) বো.'১৮
কৃত্রিম উপগ্রহ	চ.বো.'২৫,'২৪,'১৬; সি.বো.'২৫,'১৭,'১৬,'১৫; য.বো.'২৪,'২৩,'১৭; ম.বো.'২৪,'২৩; রা.বো.'২৩,'২২; ব.বো.'২৩; দি.বো.'২২; কু.বো.'১৯; ঢা.বো.'১৭,'১৬,'১৫	ঢা.বো.'২৫,'১৫; রা.বো.'২৫; দি.বো.'২৪,'২৩,'১৬; কু.বো.'২৩; য.বো.'২৩,'২২,'১৯; ব.বো.'২৩,'১৬,'১৫; সি.বো.'২৩,'১৭,'১৫; চ.বো.'২২,'১৬; ম.বো.'২২; রা.,চ.,কু.,ব. (সম্মিলিত) বো.'১৮	ঢা.বো.'২৫,'১৫; রা.বো.'২৫,'২৪,'২২; কু.বো.'২৫,'১৬; ব.বো.'২৫,'২৩,'১৯,'১৬; সি.বো.'২৫,'২৩,'১৭,'১৫; ম.বো.'২৫,'২২; য.বো.'২৪; দি.বো.'২৪; য.বো.'২৩,'২২,'১৯,'১৫; দি.বো.'২৩,'২২,'১৬; চ.বো.'২২,'১৯,'১৭,'১৬; রা.,চ.,কু.,ব. (সম্মিলিত) বো.'১৮
রৈখিক বেগ	—	ব.বো.'২৪	—

CS CamScanner



Crash Course

প্রিয় শিক্ষার্থী,

Crash Course-এ বিগত বছরগুলোর HSC পরীক্ষার বহুনির্বাচনি প্রশ্নগুলো বিশ্লেষণ করে—

- গুরুত্বপূর্ণ তথ্যসমূহ টপিক অনুসারে সাজানো হয়েছে যেন, শেষ মুহূর্তে গুছিয়ে রিভিশন করতে পারো।
- 'প্রয়োজনীয় তত্ত্ব, সূত্র, প্রতীক ও একক পরিচিতি' সন্নিবেশিত হয়েছে, যেগুলো আয়ত্তে আনার মাধ্যমে তোমরা সহজে বহুনির্বাচনি অংশের প্রস্তুতি নিতে পারবে।
- এছাড়াও MCQ এর জন্য গুরুত্বপূর্ণ গাণিতিক সমস্যাবলির সমাধান Topic অনুসারে সাজানো হয়েছে, সাথে Similar Problems ও যুক্ত করা হয়েছে, যাতে তোমাদের পরীক্ষার প্রস্তুতি হয় পূর্ণাঙ্গ।

প্রয়োজনীয় তত্ত্ব, সূত্র, প্রতীক ও একক পরিচিতি

◆ গ্রহগুলোর গতিপথ সম্পর্কিত কেপলারের ৩ টি সূত্র বিদ্যমান। এগুলো যথাক্রমে:

- ✓ **প্রথম সূত্র/কক্ষের সূত্র:** প্রতিটি গ্রহ সূর্যকে উপবৃত্তের ফোকাসে রেখে উপবৃত্তাকার পথে প্রদক্ষিণ করছে। *[দি.বো.'২৪,'১৫; রা.বো.'১৫]*
- ✓ **দ্বিতীয় সূত্র/ক্ষেত্রফল সূত্র:** গ্রহ এবং সূর্যের সংযোগকারী ব্যাসার্ধ রেখা সমান সময়ে সমান ক্ষেত্রফল অতিক্রম করে।
- ✓ **তৃতীয় সূত্র/পর্যায়কালের সূত্র:** প্রতিটি গ্রহের পর্যায়কালের (T) বর্গ সূর্য হতে তার গড় দূরত্বের (R) ঘনফলের সমানুপাতিক। অর্থাৎ, $T^2 \propto R^3$ *[কু.বো.'২৫,'১৭,'১৬; ব.বো.'২৫,'১৭; সি.বো.'২২; ঢা.বো.'১৬; রা.বো.'১৬; য.বো.'১৫]*

◆ **নিউটনের মহাকর্ষ সূত্র:**

মহাবিশ্বের প্রতিটি বস্তুকণা একে অপরকে নিজের দিকে আকর্ষণ করে এবং এই আকর্ষণ বলের মান বস্তুকণাদ্বয়ের ভরের গুণফলের সমানুপাতিক এবং এদের মধ্যবর্তী দূরত্বের বর্গের ব্যস্তানুপাতিক এবং এই বল বস্তুকণাদ্বয়ের সংযোজক সরলরেখা বরাবর ক্রিয়া করে।

◆ **বিনা বাধায় পড়ন্ত বস্তুর গ্যালিলিওর সূত্র:** *[কু.বো.'২৩]*

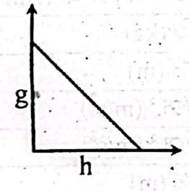
- ✓ **পড়ন্ত বস্তুর ১ম সূত্র:** স্থির অবস্থান ও বিনা বাধায় একই উচ্চতা থেকে পড়ন্ত সকল বস্তু সমান সময়ে দূরত্ব অতিক্রম করে।
- ✓ **পড়ন্ত বস্তুর ২য় সূত্র:** পড়ন্ত বস্তুর ২য় সূত্রটি হলো, পড়ন্ত বস্তুর নির্দিষ্ট সময়ে প্রাপ্ত বেগ ঐ সময়ের সমানুপাতিক। অর্থাৎ, $v \propto t$.
- ✓ **পড়ন্ত বস্তুর ৩য় সূত্র:** পড়ন্ত বস্তুর ৩য় সূত্রটি হলো, পড়ন্ত বস্তুর নির্দিষ্ট সময়ে অতিক্রান্ত দূরত্ব ঐ সময়ের বর্গের সমানুপাতিক। অতিক্রান্ত দূরত্ব h হলে $h \propto t^2$.

সূত্র	প্রতীক পরিচিতি	একক
➲ কেপলারের সূত্র সম্পর্কিত		
• $\left(\frac{T_1}{T_2}\right)^2 = \left(\frac{R_1}{R_2}\right)^3$ *[সি.বো.'১৬]* • $M = \frac{4\pi^2 r^3}{GT^2}$ *[সি.বো.'২৫]*	R_1, R_2 = সূর্য হতে গ্রহসমূহের গড় দূরত্ব	মিটার (m)
	T_1, T_2 = গ্রহসমূহের প্রদক্ষিণকাল	সেকেন্ড (s)
	M = সূর্যের ভর	কেজি (kg)
	r = সূর্য হতে গ্রহের গড় দূরত্ব	মিটার (m)
	G = মহাকর্ষীয় ধ্রুবক	নিউটন মি.২/কেজি২ (Nm^2kg^{-2})
	T = গ্রহের আবর্তনকাল	সেকেন্ড (s)
➲ মহাকর্ষীয় বল সম্পর্কিত		
• $F = G\frac{m_1 m_2}{d^2}$	F = বল	নিউটন (N)
	G = মহাকর্ষীয় ধ্রুবক	নিউটন.মি.২/কেজি২ (Nm^2kg^{-2})
	m_1 = ১ম বস্তুর ভর	কেজি (kg)
	m_2 = ২য় বস্তুর ভর	কেজি (kg)
	d = দূরত্ব	মিটার (m)
➲ অভিকর্ষজ ত্বরণ সম্পর্কিত		
• $g = \frac{GM}{R^2}$ *[কু.বো.'২৪,'২২; ঢা.বো.'১৯]* • $g_h = \frac{GM}{(R+h)^2} = g\left(\frac{R}{R+h}\right)^2$ *[কু.বো.'২২; সি.বো.'২২; ঢা.বো.'১৫]* • $g_h = g\left(1 - \frac{2h}{R}\right)$ • $g_h' = \frac{4}{3}\pi G(R-h)\rho = g\left(1 - \frac{h}{R}\right)$ • $g' = g - \omega^2 R\cos^2\lambda$ *[কু.বো.'২২,'১৭; দি.বো.'১৯]*	g = অভিকর্ষজ ত্বরণ	মি./সে.২ (m/s^2)
	G = মহাকর্ষীয় ধ্রুবক	নিউটন মি.২/কেজি২ (Nm^2kg^{-2})
	M = ভর	কেজি (kg)
	R = ব্যাসার্ধ	মিটার (m)
	g_h = h উচ্চতায় অভিকর্ষজ ত্বরণ	মি./সে.২ (m/s^2)
	g_h' = h গভীরতায় অভিকর্ষজ ত্বরণ	মি./সে.২ (m/s^2)
	h = উচ্চতা/গভীরতা	মিটার (m)
	ρ = পৃথিবীর ঘনত্ব	কেজি/মি.৩ (kg/m^3)
	ω = পৃথিবীর কৌণিক বেগ	রেডিয়ান/সে. (rad/s)
	λ = অক্ষাংশ	ডিগ্রি (°)
	g' = λ° অক্ষাংশে অভিকর্ষজ ত্বরণ	মি./সে.২ (m/s^2)
➲ মহাকর্ষীয় ক্ষেত্র প্রাবল্য ও বিভব সম্পর্কিত		
• $E = \frac{GM}{r^2}$ • $V = -\frac{GM}{r}$ *[সি.বো.'১৭]* • $V = -\frac{GM(3a^2 - r^2)}{2a^3}$	E = প্রাবল্য	নিউটন/কেজি (Nkg^{-1})
	G = মহাকর্ষীয় ধ্রুবক	নিউটন মি.২/কেজি২ (Nm^2kg^{-2})
	M = গ্রহের ভর	কেজি (kg)
	r = ব্যাসার্ধ	মিটার (m)
	V = বিভব	জুল/কেজি (Jkg^{-1})

সূত্র	প্রতীক পরিচিতি	একক
• $E = \frac{-GM}{a^3} r$	a = গোলকের ব্যাসার্ধ	মিটার (m)
	r = গোলকের কেন্দ্র হতে বিন্দুর দূরত্ব	মিটার (m)
• $W = \frac{GMm}{r}$ [কু.বো.'২৪]	m = বস্তুর ভর	কেজি (kg)
➲ **মুক্তিবেগ সম্পর্কিত**		
• $v_e = \sqrt{\frac{2GM}{R}}$ [চ.বো.'২৪; সি.বো.'২৩]	v_e = মুক্তিবেগ	মি./সে. (m/s)
	G = মহাকর্ষীয় ধ্রুবক	নিউটন মি.²/কেজি² (Nm^2kg^{-2})
	M = গ্রহের ভর	কেজি (kg)
• $v_e = \sqrt{2gR}$ [চ.বো.'২৪; দি.বো.'২৩]	R = ব্যাসার্ধ	মিটার (m)
	g = অভিকর্ষজ ত্বরণ	মি./সে.² (m/s^2)
• $v_e = R\sqrt{\frac{8}{3}\pi G\rho}$ [চ.বো.'২৫]	ρ = ঘনত্ব	কেজি/মি.³ (kg/m^3)
➲ **কৃত্রিম উপগ্রহ ও ভূ-স্থির উপগ্রহ সম্পর্কিত**		
• $v = \sqrt{\frac{GM}{(R+h)}}$ [সি.বো.'১৭]	v = কৃত্রিম উপগ্রহের বেগ	মি./সে. (m/s)
	G = মহাকর্ষীয় ধ্রুবক	নিউটন.মি.²/কেজি² (Nm^2kg^{-2})
• $v = \sqrt{g_h \times (R+h)}$	M = পৃথিবীর ভর	কেজি (kg)
• $v = R\sqrt{\frac{g}{R+h}}$ [চ.বো.'২৫]	R = পৃথিবীর ব্যাসার্ধ	মিটার (m)
	h = ভূ-পৃষ্ঠ থেকে কৃত্রিম উপগ্রহের উচ্চতা	মিটার (m)
• $v = \frac{2\pi(R+h)}{T}$	g_h = h উচ্চতায় অভিকর্ষজ ত্বরণ	মি./সে.² (m/s^2)
	T = কৃত্রিম উপগ্রহের আবর্তনকাল	সেকেন্ড (s)
• $h = \left(\frac{GMT^2}{4\pi^2}\right)^{\frac{1}{3}} - R$ [দি.বো.'২২; সি.বো.'১৫]	K – উপগ্রহের গতিশক্তি	জুল (J)
• $K = \frac{GMm}{2(R+h)}$	m = কৃত্রিম উপগ্রহের ভর	কেজি (kg)
➲ **মহাকর্ষীয় প্রাবল্য ও মহাকর্ষীয় বিভব সম্পর্কিত**		
• $E = -\frac{dV}{dr}$ [কু.বো.'২৩; ব.বো.'১৬]	E = মহাকর্ষীয় প্রাবল্য	নিউটন/কেজি (N/kg)
	r = দূরত্ব	মিটার (m)
	V = মহাকর্ষীয় বিভব	ভোল্ট (V)

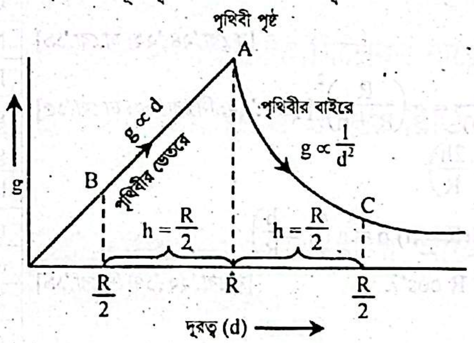
গুরুত্বপূর্ণ লেখচিত্রসমূহ

✓ অভিকর্ষজ ত্বরণ g বনাম ভূপৃষ্ঠ হতে গভীরতা h এর লেখচিত্র :



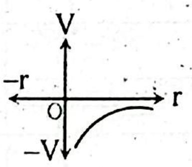
[য.বো.'২৫; ব.বো.'২২; ঢা.বো.'১৭; চ.বো.'১৫]

✓ পৃথিবীর কেন্দ্র থেকে দূরত্বের সাথে অভিকর্ষজ ত্বরণ পরিবর্তনের লেখচিত্র :



[কু.বো.'১৬]

✓ মহাকর্ষীয় বিভব (V) বনাম দূরত্ব (r) এর লেখচিত্র:



[ব.বো.'২৪,'২৩]

MCQ এর জন্য গুরুত্বপূর্ণ তথ্যসমূহ

দৃষ্টি আকর্ষণ

বহুনির্বাচনি প্রশ্নের জন্য 'প্রয়োজনীয় তত্ত্ব, সূত্র, প্রতীক ও একক পরিচিতি' এবং 'গুরুত্বপূর্ণ লেখচিত্রসমূহ' অংশগুলো অবশ্যই ভালোভাবে পড়ে নিবে।

কেপলারের সূত্র ও নিউটনের মহাকর্ষ সূত্র

◆ গ্রহের গতি সম্পর্কিত তথ্য প্রদান করেন কেপলার। মহাশূন্যে উপগ্রহসমূহ কেপলারের সূত্র মেনে চলে। [দি.বো.'১৫]

◆ সূর্য হতে পৃথিবীর দূরত্ব কমে গেলে পৃথিবীর পর্যায়কাল কমে যাবে এবং বছরে দিনের সংখ্যা কমবে। [ঢা.বো.'২২; সি.বো.'১৫]

◆ গ্রহের আবর্তনকাল এর ভরের উপর নির্ভর করে না। [ব.বো.'১৫]

◆ কেপলারের দ্বিতীয় সূত্র কৌণিক ভরবেগের নিত্যতা সূত্র থেকে প্রমাণ করা যায়। [য.বো.'২৪]

◆ স্যার আইজ্যাক নিউটন 1687 সালে মহাকর্ষ সূত্র আবিষ্কার করেন। নিউটনের মহাকর্ষ সূত্রের ভেক্টর রূপ হচ্ছে: $\overrightarrow{F_{21}} = -G\frac{m_1m_2}{r_{12}^3}\vec{r}_{12}$ ।

◆ **মহাকর্ষীয় ধ্রুবক 'G' এর বৈশিষ্ট্য:**

- এটি একটি সর্বজনীন ধ্রুবক।
- এর মান 6.67×10^{-11} Nm^2kg^{-2} । [চ.বো.'২৪; ব.বো.'১৭]
- এটি একটি স্কেলার রাশি।
- এর ভৌত তাৎপর্য হচ্ছে 1kg ভরের দুটি বস্তুকে পরস্পর হতে 1m দূরে স্থাপন করলে তারা পরস্পরকে 6.67×10^{-11} N বলে আকর্ষণ করে। [রা.বো.'১৭]
- এর মান বস্তুর ভর, ভূকেন্দ্র হতে বস্তুর দূরত্ব, প্রবেশ্যতা, প্রাবল্যতা, দিকদর্শিতা, তাপমাত্রা কোনোটির উপর নির্ভর করে না। [ম.বো.'২৪; য.বো.'২৩]
- এর SI একক হচ্ছে m^3kg^{-1} s^{-2} । [ঢা.বো.'২৫]
- এর মাত্রা $[M^{-1}L^3T^{-2}]$ । [রা.বো.'২৫; ব.বো.'১৯; কু.বো.'১৭]

◆ পৃথিবীর ভর 6×10^{24} kg এবং গড় ঘনত্ব 5.5×10^3 kgm^{-3} ।

◆ সূর্যের ভর 2×10^{30} kg।

অভিকর্ষজ ত্বরণ সম্পর্কিত

◆ অভিকর্ষজ ত্বরণের একক ms^{-2} এবং মাত্রা LT^{-2} ।

◆ **অভিকর্ষীয় ত্বরণ 'g' এর তারতম্য এর ক্ষেত্রে নিম্নোক্ত বিষয়ের ভূমিকা রয়েছে–**

- পৃথিবীর আকার
- পৃথিবী পৃষ্ঠ হতে উচ্চতর স্থান
- পৃথিবী পৃষ্ঠ হতে গভীরতর স্থান
- পৃথিবীর আহ্নিক গতি/ঘূর্ণন ক্রিয়া/অক্ষাংশ

◆ **পৃথিবীর কেন্দ্র হতে কোনো বিন্দুর দূরত্ব x হলে অভিকর্ষজ ত্বরণ (g) এর মানের সাথে x এর সম্পর্ক হচ্ছে–**

- $g \propto x$ (যখন, $x < R$) [য.বো.'২৪]
- $g \propto \frac{1}{x^2}$ (যখন, $x \geq R$) [ব.বো.'২৪]

◆ পৃথিবীর আহ্নিক গতির জন্য মেরু অঞ্চলে g-এর মান সর্বাধিক এবং নিরক্ষীয় অঞ্চলে এর মান সর্বনিম্ন। [ব.বো.'২৫; দি.বো.'১৬]

◆ মেরু অঞ্চল অপেক্ষা বিষুবীয় অঞ্চলে অভিকর্ষজ ত্বরণ ω^2R পরিমাণ কম। (ω = পৃথিবীর কৌণিক বেগ ; R = পৃথিবীর ব্যাসার্ধ) [ঢা.বো.'২৫; সি.বো.'২৩; কু.বো.'১৭]

◆ পৃথিবীর ব্যাসার্ধ হ্রাস পেলে g-এর মান হ্রাস পাবে। [দি.বো.'১৫]

◆ পৃথিবীর কেন্দ্রে কোনো বস্তুর ওজন শূন্য।

◆ বস্তুর ওজন পরিবর্তনশীল কিন্তু ভর অপরিবর্তনশীল বা ধ্রুব রাশি। [দি.বো.'১৫]

◆ কয়েকটি সুষম আকারবিশিষ্ট বস্তুর অভিকর্ষ বা ভারকেন্দ্রের অবস্থান হচ্ছে:

- সুষম বৃত্তের, আংটির বা গোলকে → জ্যামিতিক কেন্দ্রে
- সুষম সামান্তরিকে (বা আয়তে) → কর্ণদ্বয়ের ছেদ বিন্দুতে [রা.বো.'২৪]
- সুষম ত্রিভুজাকৃতি পাতে → মধ্যমাগুলোর ছেদ বিন্দুতে.
- সুষম দণ্ডে → দণ্ডের মধ্যবিন্দুতে
- সুষম বেলনাকৃতি দণ্ডে → অক্ষের মধ্য বিন্দুতে

◆ বস্তুর বিভিন্ন বিন্দুতে অভিকর্ষজ ত্বরণ সমান হলে বস্তুর ভারকেন্দ্র ও ভরকেন্দ্র একই বিন্দু হয়।

◆ পৃথিবীর ঘূর্ণন বন্ধ হলে বিষুব রেখায় g এর মান বৃদ্ধি পাবে। [দি.বো.'১৭]

◆ পৃথিবীর ঘূর্ণন না থাকলে পৃথিবীপৃষ্ঠের কোনো স্থানে বস্তুর ওজন অপরিবর্তিত থাকবে। [চ.বো.'১৭]

◆ বিভিন্ন অক্ষাংশে অভিকর্ষজ ত্বরণ (g) এর মান–

- 0° অক্ষাংশে অভিকর্ষজ ত্বরণ (g) এর মান সবচেয়ে কম। [চ.বো.'২২]
- 90° অক্ষাংশে অভিকর্ষজ ত্বরণ (g) এর মান সবচেয়ে বেশী। [য.বো.'১৫]
- 45° অক্ষাংশে g এর মানকে আদর্শ মান ধরা হয়। [ব.বো.'১৬]

◆ অভিকর্ষজ ত্বরণ g-এর পরিবর্তন হয় পৃথিবীর আকার ও আহ্নিক গতির ফলে। [রা.বো.'১৯]

মহাকর্ষীয় বিভব ও প্রাবল্য

◆ মহাকর্ষীয় বিভব–

- একটি স্কেলার রাশি। [দি.বো.'২৪; সি.বো.'১৭]
- এর সর্বোচ্চ মান শূন্য যা অসীমে এবং এর মান সর্বদা ঋণাত্মক। [ঢা.বো.'২২]
- এর একক হচ্ছে Jkg^{-1}। [চ.বো.'২৫; ঢা.বো.'২৪; দি.বো.'২৪]
- এর মাত্রা হচ্ছে L^2T^{-2}।

◆ কোনো বৃহদাকার বস্তুর জন্য মহাকর্ষীয় বিভবের সর্বোচ্চ মান পাওয়া যাবে অসীমে। [য.বো.'২৪]

◆ মহাকর্ষীয় ক্ষেত্র প্রাবল্য–

- একটি ভেক্টর রাশি।
- এর দিক এবং মহাকর্ষ বলের দিক একই হয়। [ঢা.বো.'২২; ব.বো.'১৯]
- এর একক হচ্ছে ms^{-2}। [দি.বো.'১৬]
- এর মাত্রা হচ্ছে LT^{-2}। [য.বো.'২২]

◆ মহাকর্ষীয় বিভবশক্তি ও উচ্চতার লেখচিত্রের ঢাল মহাকর্ষীয় তীব্রতাকে নির্দেশ করে। [কু.বো.'২৪]

মুক্তিবেগ

◆ অভিকর্ষীয় ত্বরণ ধ্রুবক হলে, কোনো গ্রহের মুক্তিবেগ, ঐ গ্রহের ব্যাসার্ধের বর্গমূলের সমানুপাতিক। [চ.বো.'১৯]

◆ পৃথিবীর মুক্তিবেগ অভিকর্ষজ ত্বরণ ও পৃথিবীর ব্যাসার্ধের উপর নির্ভর করে। [চ.বো.'২২; রা.বো.'২২; কু.বো.'১৭;ব.বো.'১৫]

◆ পৃথিবীকে উপবৃত্তাকার পথে প্রদক্ষিণ করার শর্ত:

- উৎক্ষেপণ বেগ $\frac{v_e}{\sqrt{2}}$ বা, 7.88 kms^{-1} অপেক্ষা কম হলে তা উপবৃত্তাকার পথে পৃথিবী প্রদক্ষিণ করে পৃথিবীতে ফিরে আসবে।

- উৎক্ষেপণ বেগ $\frac{v_e}{\sqrt{2}}$ বা, 7.88 kms^{-1} হলে তা কৃত্রিম উপগ্রহে পরিণত হবে এবং বৃত্তাকার পথে পৃথিবীকে প্রদক্ষিণ করে চাঁদের মতো উপগ্রহে পরিণত হবে। *[দি.বো.'২৫,'২২; ব.বো.'১৭; ঢা.বো.'১৬]*
- উৎক্ষেপণ বেগ $\frac{v_e}{\sqrt{2}}$ বা, 7.88 kms^{-1} হতে v_e বা, 11.2 kms^{-1} এর মধ্যে থাকলে তা পৃথিবীকে একটি ফোকাসে রেখে উপবৃত্তাকার পথে পৃথিবী প্রদক্ষিণ করতে থাকবে।

◆ **বিভিন্ন গ্রহ ও উপগ্রহে মুক্তি বেগের মান হচ্ছে:**

- পৃথিবীতে 11.2 kms^{-1} *[সি.বো.'২২; ঢা.বো., দি.বো., কু.বো.'১৫]*
- চাঁদে 2.4 kms^{-1}
- বুধে 4.3 kms^{-1}
- মঙ্গলে 4.8 kms^{-1} *[সি.বো.'১৭]*
- শুক্রে 10.3 kms^{-1}
- বৃহস্পতিতে 59.5 kms^{-1}

কৃত্রিম উপগ্রহ

◆ 1957 সালে রাশিয়ার বিজ্ঞানীরা সর্বপ্রথম মহাশূন্যে 'স্পুটনিক-১' নামে একটি কৃত্রিম উপগ্রহ প্রেরণ করেন।

◆ সোভিয়েত ইউনিয়নের ইউরি গ্যাগারিন পৃথিবীকে প্রদক্ষিণকারী প্রথম মহাশূন্যচারী।

◆ পৃথিবীকে প্রদক্ষিণ করার জন্য কৃত্রিম উপগ্রহের কেন্দ্রমুখী বলের প্রয়োজন হয়।

◆ **ভূস্থির উপগ্রহের ক্ষেত্রে–**

- কক্ষপথ নিরক্ষরেখার উপর অবস্থিত।
- কক্ষপথকে পার্কিং কক্ষপথ বলে। *[ঢা.বো.'১৭, '১৬]*
- পৃথিবীর ঘূর্ণন অভিমুখের দিকে সমান কৌণিক বেগে আবর্তন করে।
- আবর্তনকাল 24 ঘন্টা বা 1 দিন। *[চ.বো.'২৪,'১৬; কু.বো.'১৯; সি.বো.'১৬]*
- পৃথিবীর সাপেক্ষে স্থির মনে হয়।
- পশ্চিম দিক থেকে পূর্ব দিকে আবর্তন করে। *[দি.বো.'১৯]*
- সাধারণ উচ্চতা 3.6×10^4 km এবং বেগ 3.08 kms^{-1}। *[দি.বো.'১৯]*

MCQ এর জন্য গুরুত্বপূর্ণ গাণিতিক সমস্যাবলি

দৃষ্টি আকর্ষণ

এই অংশে বিগত বছরের প্রশ্ন বিশ্লেষণ করে MCQ এর জন্য গুরুত্বপূর্ণ বেশ কিছু গাণিতিক সমস্যাবলির সমাধান Topic অনুসারে সাজানো হয়েছে। এছাড়াও গাণিতিক সমস্যার সমাধানের সাথে Similar Problems যুক্ত করা হয়েছে, যাতে তোমাদের পরীক্ষার প্রস্তুতি হয় পূর্ণাঙ্গ।

গ্রহের গতি সম্পর্কিত কেপলারের সূত্র

Example-1 পৃথিবী 365 দিনে এবং বুধ 88 দিনে সূর্যকে একবার প্রদক্ষিণ করে, সূর্য থেকে পৃথিবীর গড় দূরত্ব 1.5×10^{11} m হলে সূর্য থেকে বুধের গড় দূরত্ব নির্ণয়: [রা.বো.'২৩; য.বো.'২৩]

সমাধান

কেপলারের সূত্রানুসারে,

$$\frac{T_1^2}{T_2^2} = \frac{R_1^3}{R_2^3}$$

$$\Rightarrow R_2^3 = \left(\frac{T_2}{T_1}\right)^2 \times R_1^3$$

$$\Rightarrow R_2 = \left(\frac{T_2}{T_1}\right)^{\frac{2}{3}} \times R_1$$

$$\Rightarrow R_2 = \left(\frac{88}{365}\right)^{\frac{2}{3}} \times 1.5 \times 10^{11}$$

$\therefore$ **$R_2 = 5.81 \times 10^{10}$ m [Ans.]**

দেওয়া আছে,

পৃথিবীর আবর্তনকাল, $T_1 = 365$ দিন

বুধের আবর্তনকাল, $T_2 = 88$ দিন

সূর্য হতে পৃথিবীর গড় দূরত্ব,

$R_1 = 1.5 \times 10^{11}$ m

সূর্য হতে বুধের গড় দূরত্ব, $R_2 = ?$

Example-2 সূর্যের চারদিকে পৃথিবীর আবর্তনকাল 365 দিন। পৃথিবী এবং সূর্যের মধ্যকার গড় দূরত্ব 1.5×10^{11} m হলে সূর্যের ভর নির্ণয়: [চ.বো.'২৫]

সমাধান

আমরা জানি,

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{R^3}{GM}}$$

$$\Rightarrow M = \frac{4\pi^2 R^3}{T^2 G}$$

$$= \frac{4\pi^2 \times (1.5 \times 10^{11})^3}{(31536000)^2 \times 6.7 \times 10^{-11}}$$

$= 2 \times 10^{30}$ kg [Ans.]

এখানে,

আবর্তনকাল বা দোলনকাল,

$T = 365$d

$= (365 \times 86400)$ s

$= 31536000$ s

গড় দূরত্ব, $R = 1.5 \times 10^{11}$ m

মহাকর্ষীয় ধ্রুবক, $G = 6.7 \times 10^{-11}$ Nm^{2}kg^{-2}

সূর্যের ভর, $M = ?$

Example-3 R ও 2R ব্যাসার্ধবিশিষ্ট বৃত্তাকার কক্ষপথে প্রদক্ষিণরত দুটি কৃত্রিম উপগ্রহের পর্যায়কালের অনুপাত নির্ণয়: [ম.বো.'২৩]

সমাধান

আমরা জানি,

R ব্যাসার্ধের কক্ষপথে প্রদক্ষিণরত একটি কৃত্রিম উপগ্রহের দোলনকাল T হলে,

$T^2 = \frac{4\pi^2}{GM} R^3$ [এখানে, G = মহাকর্ষীয় ধ্রুবক; M = গ্রহের ভর]

অর্থাৎ, $T^2 \propto R^3$

সূত্রানুসারে,

$$\frac{T_1^2}{T_2^2} = \frac{R_1^3}{R_2^3}$$

$$\Rightarrow \left(\frac{T_1}{T_2}\right)^2 = \left(\frac{1}{2}\right)^3$$

$$\Rightarrow \frac{T_1}{T_2} = \sqrt{\frac{1}{8}}$$

$\therefore T_1 : T_2 = $ **$1 : 2\sqrt{2}$ [Ans.]**

এখানে,

কৃত্রিম উপগ্রহের ব্যাসার্ধের অনুপাত,

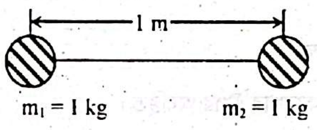
$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{R}{2R} = \frac{1}{2}$$

কৃত্রিম উপগ্রহের পর্যায়কালের অনুপাত,

$$\frac{T_1}{T_2} = ?$$

নিউটনের মহাকর্ষ সূত্র

Example-4



চিত্রের বস্তুদ্বয়ের মধ্যে ক্রিয়াশীল বলের মান নির্ণয়: [য.বো.'২৫]

সমাধান

মহাকর্ষ বল,

$$F_G = \frac{Gm_1m_2}{r^2}$$

$$= \frac{6.67 \times 10^{-11} \times 1 \times 1}{1^2}$$

$= 6.67 \times 10^{-11}$ N [Ans.]

এখানে,

বস্তুদ্বয়ের ভর যথাক্রমে–

$m_1 = 1$ kg

$m_2 = 1$ kg

বস্তুদ্বয়ের মধ্যকার দূরত্ব, $r = 1$ m

মহাকর্ষীয় ধ্রুবক,

$G = 6.67 \times 10^{-11}$ Nm^2 kg^{-2}

Example-5 দুটি বস্তুর মধ্যে দূরত্ব তিনগুণ হলে মহাকর্ষীয় বল কত হবে তা নির্ণয়: [রা.বো.'২৩]

সমাধান

আমরা জানি, m_1 ও m_2 ভরবিশিষ্ট দুটি বস্তুর মধ্যবর্তী দূরত্ব d হলে, বস্তুদ্বয়ের মধ্যবর্তী মহাকর্ষীয় বল, $F = G\frac{m_1m_2}{d^2}$

এখন,

প্রথম ক্ষেত্রে–

মহাকর্ষীয় বল, $F_1 = G\frac{m_1m_2}{d_1^2}$ …… (i)

দ্বিতীয় ক্ষেত্রে–

মহাকর্ষীয় বল, $F_2 = G\frac{m_1m_2}{d_2^2}$ …… (ii)

এখানে,

১ম ক্ষেত্রে বস্তুদ্বয়ের মধ্যবর্তী দূরত্ব $= d_1$

২য় ক্ষেত্রে বস্তুদ্বয়ের মধ্যবর্তী দূরত্ব $= d_2$

$\therefore d_2 = 3d_1$

সমীকরণ (ii) ÷ (i) করে পাই,

$$\frac{F_2}{F_1} = \frac{d_1^2}{d_2^2} = \frac{d_1^2}{9d_1^2} = \frac{1}{9}$$

$$\therefore F_2 = \frac{1}{9} F_1 \text{ [Ans.]}$$

অভিকর্ষজ ত্বরণ ও এর পরিবর্তন

Example-6 একটি বস্তুর ভর 12 mg। পৃথিবীর কেন্দ্রের দিকে বস্তুটি কত বলে আকর্ষিত হবে তা নির্ণয়ঃ [সি.বো.'১৫]

সমাধান

বস্তুটির উপর পৃথিবীর আকর্ষণ বল বস্তুটির ওজনের সমান।

বস্তুটির ওজন, $W = mg$

$= (12 \times 10^{-6} \times 9.8)$ N

$= 117.6 \times 10^{-6}$ N [Ans.]

এখানে,
বস্তুর ভর, $m = 12$ mg
$= 12 \times 10^{-6}$ kg
অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g = 9.8 \text{ ms}^{-2}$

Example-7 পৃথিবী পৃষ্ঠে 30 kg ভরের একটি বস্তুর ওজন চন্দ্রপৃষ্ঠে নির্ণয়ঃ [চন্দ্রের অভিকর্ষজ ত্বরণ পৃথিবীর $\frac{1}{6}$ গুণ।] [দি.বো.'২৫]

সমাধান

চন্দ্রপৃষ্ঠে বস্তুর ওজন,

$W_m = mg_m$

$= 30 \times \frac{g_e}{6}$

$= 30 \times \frac{9.8}{6}$

$= 49$ N [Ans.]

এখানে,
পৃথিবীর অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g_e = 9.8 \text{ ms}^{-2}$
বস্তুর ভর, $m = 30$ kg
চন্দ্রপৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g_m = \frac{g_e}{6}$

Example-8 একটি গ্রহের ভর ও ব্যাসার্ধ যথাক্রমে পৃথিবীর ভর ও ব্যাসার্ধের অর্ধেক হলে ঐ গ্রহের পৃষ্ঠে g-এর মান পৃথিবী পৃষ্ঠের g-এর মানের কতগুণ তা নির্ণয়ঃ [চ.বো.'২২]

সমাধান

আমরা জানি,

$$g_E = \frac{GM_E}{R_E^2}$$

এখন, $g_P = \frac{GM_p}{R_p^2}$

বা, $g_p = \frac{G\frac{M_E}{2}}{\left(\frac{R_E}{2}\right)^2}$

বা, $g_p = \frac{GM_E \times 4}{R_E^2 \times 2}$

বা, $g_p = 2 \cdot \frac{GM_E}{R_E^2}$

$\therefore g_p = 2 \cdot g_E$ [Ans.]

এখানে,
পৃথিবীর ভর M_E, ব্যাসার্ধ R_E, অভিকর্ষজ ত্বরণ g_E
এবং গ্রহটির ভর M_p, ব্যাসার্ধ R_p, অভিকর্ষজ ত্বরণ g_p
$\therefore M_p = \frac{M_E}{2}$ এবং $R_p = \frac{R_E}{2}$

Similar Problems to the Example

- ভর ধ্রুব রেখে পৃথিবীর ব্যাসার্ধ দ্বিগুণ করা হলে অভিকর্ষজ ত্বরণ এক-চতুর্থাংশ হবে, ফলে কোনো বস্তুর ওজনও হবে এক-চতুর্থাংশ। [রা.বো.'২২]
- পৃথিবীর আকার হঠাৎ ছোট হয়ে এর ব্যাসার্ধ পূর্বের অর্ধেক হলে অভিকর্ষজ ত্বরণের মানের পরিবর্তন হবে। পরিবর্তিত মান পূর্বমানের 4 গুণ হবে। [রা.বো.'১৯]
- পৃথিবীর ব্যাসার্ধের দ্বিগুণ ব্যাসার্ধের এবং পৃথিবীর ভরের সমান ভরের একটি কাল্পনিক গ্রহের পৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ত্বরণ পৃথিবীর অভিকর্ষজ ত্বরণের $\frac{1}{4}$ গুণ। [য.বো.'২৩]

Example-9 কোনো গ্রহে অভিকর্ষজ ত্বরণ $\frac{g}{6}$ এবং ব্যাসার্ধ $\frac{R}{4}$। পৃথিবীর পৃষ্ঠে $g = 9.81 \text{ ms}^{-2}$ এবং পৃথিবীর ব্যাসার্ধ, $R = 6.4 \times 10^6$ m। পৃথিবীতে একটি বস্তুর ওজন 600 N হলে ঐ গ্রহে বস্তুটিকে নিয়ে গেলে বস্তুটি কী পরিমাণ ওজন হারাবে তা নির্ণয়ঃ [য.বো.'২৫]

সমাধান

এখানে, অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g_e = 9.81 \text{ ms}^{-2}$

পৃথিবীতে বস্তুর ওজন, $W_e = mg_e = 600$ N

বা, $m = \frac{600}{g_e}$

$= \frac{600}{9.8}$

$= 61.16$ kg

উক্ত গ্রহে ওজন, $W_x = mg_x$

$= 61.16 \times \frac{g_e}{6}$

$= 61.16 \times \frac{9.81}{6}$

$= 99.99$ N

≈ 100 N

অর্থাৎ, ওজন হারাবে, $\Delta W = W_e - W_x$

$= 600 - 100$

$= 500$ N [Ans.]

Similar Problems to the Example

- একটি গ্রহের অভিকর্ষজ ত্বরণ $\frac{1}{8}$ g এবং ব্যাসার্ধ $\frac{1}{2}$ R। এখানে g হচ্ছে পৃথিবীর পৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ত্বরণ এবং R হচ্ছে পৃথিবীর ব্যাসার্ধ। 343 N ওজনের একটি বস্তুকে পৃথিবী থেকে উক্ত গ্রহে নিয়ে গেলে তা 300.125 N ওজন হারাবে। [দি.বো.'২৫]
- কোনো গ্রহের অভিকর্ষজনিত ত্বরণ $\frac{1}{5}$ g এবং ব্যাসার্ধ $\frac{1}{4}$ R। এখানে, g পৃথিবীর অভিকর্ষজনিত ত্বরণ এবং R পৃথিবীর ব্যাসার্ধ। পৃথিবী হতে 588 N ওজনের একটি বস্তু ঐ গ্রহে নিয়ে গেলে বস্তুটি 470.4N ওজন হারাবে। [দি.বো.'১৯]

Example-10 R পৃথিবীর ব্যাসার্ধ হলে ভূ-পৃষ্ঠ হতে কত উচ্চতায় g এর মান ভূ-পৃষ্ঠের মানের অর্ধেক হবে তা নির্ণয়: [কু.বো.'২২]

সমাধান

আমরা জানি, ভূপৃষ্ঠে $g = \frac{GM}{R^2}$ ……… (1)

ভূ-পৃষ্ঠ থেকে h উচ্চতায় $g' = \frac{GM}{(R+h)^2}$ ……… (2)

(2) সমীকরণকে (1) সমীকরণ দিয়ে ভাগ করে,

$$\frac{g'}{g} = \frac{GM}{(R+h)^2} \times \frac{R^2}{GM}$$

$$\Rightarrow \frac{\frac{g}{2}}{g} = \frac{R^2}{(R+h)^2}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{R^2}{(R+h)^2}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{R}{R+h}$$

$$\Rightarrow \sqrt{2}R = R + h$$

$$\Rightarrow h = 1.414R - R$$

$\therefore$ **h = 0.414R [Ans.]**

এখানে,
পৃথিবীর ব্যাসার্ধ = R
ধরা যাক, ভূ-পৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ত্বরণ, g
h উচ্চতায় অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g' = \frac{g}{2}$
উচ্চতা, h = ?

Royal Shortcut

ভূ-পৃষ্ঠ হতে h উচ্চতায় অভিকর্ষজ ত্বরণের মান (g′), ভূপৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ত্বরণের মান (g)-এর $\frac{1}{n}$ গুণ হলে $\left(\text{অর্থাৎ, } g' = \frac{g}{n}\right)$ হলে,

$h = (\sqrt{n} - 1)R$ হবে; যেখানে R পৃথিবীর ব্যাসার্ধ।

উপরোক্ত গাণিতিক সমস্যার ক্ষেত্রে, $g' = \frac{g}{2}$; অর্থাৎ, n = 2।

সুতরাং, নির্ণেয় উচ্চতা, $h = (\sqrt{2} - 1)R$
$= 0.414R$।

Similar Problems to the Example

- **ভূ-পৃষ্ঠ হতে 6400 km উচ্চতায় অভিকর্ষজ ত্বরণের মান ভূ-পৃষ্ঠের মানের 25% হবে। [R = 6400km]** [ঢা.বো.'২৪]
- **ভূ-পৃষ্ঠ থেকে $\frac{2}{3}$ R উচ্চতায় অভিকর্ষজ ত্বরণের মান ভূ-পৃষ্ঠের অভিকর্ষজ ত্বরণের এক-তৃতীয়াংশ হবে।** [ঢা.বো.'১৭]

Example-11 ভূপৃষ্ঠ হতে যে গভীরতায় ও উচ্চতায় অভিকর্ষজ ত্বরণের মান সমান হবে সেই গভীরতা ও উচ্চতার অনুপাত নির্ণয়: [রা.বো.'২৫; ব.বো.'২২]

সমাধান

ভূপৃষ্ঠ হতে h গভীরতা ও h′ উচ্চতায় অভিকর্ষজ ত্বরণ যথাক্রমে g_{down} ও g_{up}।

তাহলে

$$g_{down} = \left(1 - \frac{h}{R}\right)g$$

এবং $g_{up} = \left(1 - \frac{2h'}{R}\right)g$ [যখন $h' << R$]

প্রশ্নমতে,

$$g_{down} = g_{up}$$

$$\text{বা, } \left(1 - \frac{h}{R}\right)g = \left(1 - \frac{2h'}{R}\right)g$$

$$\text{বা, } 1 - \frac{h}{R} = 1 - \frac{2h'}{R}$$

$$\text{বা, } \frac{h}{R} = \frac{2h'}{R}$$

$$\text{বা, } \frac{h}{h'} = \frac{2}{1}$$

$\therefore h : h' = 2 : 1$ **[Ans.]**

Example-12 পৃথিবীর ব্যাসার্ধ (R) বরাবর কত গভীরতায় অভিকর্ষজ ত্বরণের মান ভূ-পৃষ্ঠের অভিকর্ষজ ত্বরণের এক-চতুর্থাংশ হবে তা নির্ণয়: [দি.বো.'২৪]

সমাধান

ধরি, ভূ-পৃষ্ঠ হতে h গভীরতায় অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g' = \frac{1}{4}g$

আমরা জানি,

$$g' = \left(1 - \frac{h}{R}\right)g$$

$$\text{বা, } \frac{1}{4}g = \left(1 - \frac{h}{R}\right)g$$

$$\text{বা, } \frac{1}{4} = 1 - \frac{h}{R}$$

$$\text{বা, } \frac{h}{R} = 1 - \frac{1}{4}$$

$$\text{বা, } \frac{h}{R} = \frac{3}{4}$$

$$\therefore h = \frac{3}{4}R$$

এখানে,
ভূ-পৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ত্বরণ = g
পৃথিবীর ব্যাসার্ধ = R
গভীরতা = h

অর্থাৎ, ভূ-পৃষ্ঠ হতে $\frac{3}{4}$ R গভীরতায় অভিকর্ষজ ত্বরণের মান ভূ-পৃষ্ঠের অভিকর্ষজ ত্বরণের এক-চতুর্থাংশ হবে। **[Ans.]**

Example-13 পৃথিবীর নিজ অক্ষের ঘূর্ণনের জন্য জাতীয় স্মৃতিসৌধের কৌণিক বেগ নির্ণয়: [দি.বো.'২২]

সমাধান

পৃথিবীর নিজ অক্ষের সাপেক্ষে আবর্তনকাল, T = 1 দিন
= 86400s

$\therefore$ জাতীয় স্মৃতিসৌধের কৌণিক বেগ, $\omega = \frac{2\pi}{T}$

$$= \frac{2 \times 3.14}{86400}$$

$= 7.27 \times 10^{-5}$ **rads^{-1} [Ans.]**

Example-14 পৃথিবীর পৃষ্ঠ হতে h উচ্চতায় অভিকর্ষীয় ত্বরণ $\frac{g}{4}$ হলে কোনো বস্তু সেখানে তার কত শতাংশ ওজন হারাবে তা নির্ণয়: [ম.বো.'২২]

সমাধান

m ভর বিশিষ্ট কোনো বস্তুর ভূ-পৃষ্ঠে ওজন, $W = mg$

এবং h উচ্চতায় বস্তুটির ওজন, $W' = m\frac{g}{4} = \frac{mg}{4} = \frac{W}{4}$

$\therefore$ h উচ্চতায় বস্তুটি ওজন হারাবে $= \frac{W - W'}{W} \times 100\%$

$$= \frac{W - \frac{W}{4}}{W} \times 100\%$$

$$= \frac{3}{4} \times 100\%$$

$$= 75\% \text{ [Ans.]}$$

Example-15 মেরু অঞ্চল অপেক্ষা বিষুবীয় অঞ্চলে অভিকর্ষজ ত্বরণ কত কম তা নির্ণয়: [ঢা.বো.'২৫]

সমাধান

ঘূর্ণনের ফলে 'g' এর পরিবর্তন:

আমরা জানি, $g_\lambda = g - \omega^2 R\cos^2\lambda$

এখন, বিষুব রেখায়, $\lambda = 0°$

$\therefore \cos\lambda = 1$

মেরু অঞ্চলে, $\lambda = 90°$

$\therefore \cos\lambda = 0$

এখানে,
g_λ = ঘূর্ণনজনিত কারণে পরিবর্তিত অভিকর্ষজ ত্বরণ
g = অভিকর্ষজ ত্বরণ
R = পৃথিবীর ব্যাসার্ধ
λ = অক্ষাংশ

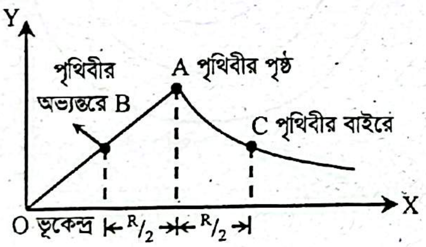
বিষুব রেখায়, $g_\lambda = g - \omega^2 R \ldots\ldots \text{(i)}$

মেরু অঞ্চলে, $g_{90°} = g \ldots\ldots\ldots \text{(ii)}$

$\therefore g_{90°} - g_{0°} = g - (g - \omega^2 R)$

$= \omega^2 R$ **[Ans.]**

Example-16



80 kg ভরের একটি বস্তুকে A থেকে B বিন্দুতে নিয়ে গেলে এর ওজন নির্ণয়: [কু.বো.'২৫]

সমাধান

B বিন্দুর জন্য পৃথিবীর অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g_B = g_A\left(1 - \frac{h_B}{R}\right)$

$$= 9.8 \times \left(1 - \frac{\frac{R}{2}}{R}\right)$$

$$= 4.9 \text{ ms}^{-2}$$

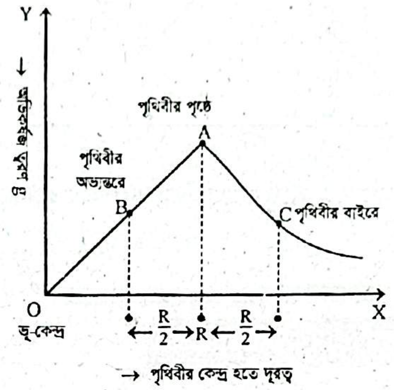
এখানে,
পৃথিবী পৃষ্ঠে (A বিন্দুতে) অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g_A = 9.8 \text{ ms}^{-2}$
পৃথিবীর ব্যাসার্ধ = R
B বিন্দুর জন্য গভীরতা, $h_B = \frac{R}{2}$
বস্তুর ভর, m = 80 kg

B বিন্দুতে ওজন, $W_B = mg_B$

$$= 80 \times 4.9$$

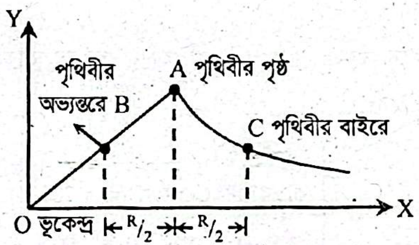
$$= 392 \text{ N [Ans.]}$$

Similar Problem to the Example

- 

50 kg ভরের একটি বস্তুকে A থেকে B বিন্দুতে নিয়ে গেলে এর ওজন 245 N হবে। [রা.বো.'২৪]

Example-17



B বিন্দুতে 80 kg ভরের বস্তুর ওজন 392 N হলে চিত্রের আলোকে B ও C বিন্দুতে বস্তুটির ওজন সমান কিনা তা নির্ণয়: [কু.বো.'২৫]

সমাধান

C বিন্দুর জন্য অভিকর্ষজ ত্বরণ,

$$g_c = \frac{GM}{(R + h_c)^2}$$

$$= \frac{GM}{\left(R + \frac{R}{2}\right)^2}$$

এখানে,
পৃথিবীর ভর = M
মহাকর্ষীয় ধ্রুবক = G
C বিন্দুর জন্য পৃথিবী পৃষ্ঠ হতে উচ্চতা, $h_c = \frac{R}{2}$

$$= \frac{GM}{\left(\frac{3R}{2}\right)^2}$$

$$= \frac{4\,GM}{9\,R^2}$$

$$= \frac{4}{9} g_A \quad \left[\because \text{A বিন্দুতে (ভূ-পৃষ্ঠে) অভিকর্ষজ ত্বরণ, } g_A = \frac{GM}{R^2}\right]$$

$$= \frac{4}{9} \times 9.8$$

$$= 4.356 \text{ ms}^{-2}$$

$\therefore$ C বিন্দুতে ওজন, $W_C = mg_c$

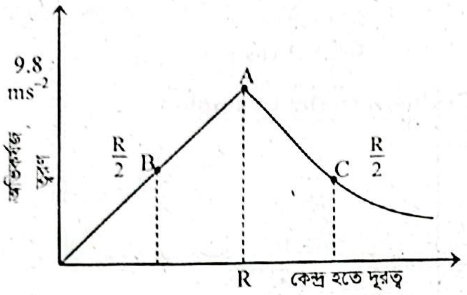
$$= 80 \times 4.356$$

$$= 348.48 \text{ N}$$

প্রশ্নমতে, B বিন্দুতে ওজন, $W_B = 392$ N

এখানে, $W_B > W_C$; অর্থাৎ, B ও C বিন্দুতে বস্তুটির ওজন সমান নয়।

Similar Problem to the Example

- 

50 kg ভরের একটি বস্তুকে A হতে C তে নিয়ে গেলে এর ওজন 217.8 N হবে। [কু.বো.'১৬]

মহাকর্ষীয় প্রাবল্য ও মহাকর্ষীয় বিভব

Example-18 একজন ব্যক্তির ওজন পৃথিবী পৃষ্ঠে 785 N এবং মঙ্গল গ্রহের পৃষ্ঠে 298 N। পৃথিবী পৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ত্বরণের মান 9.8 ms^{-2}। মঙ্গল পৃষ্ঠে অভিকর্ষীয় ক্ষেত্রের তীব্রতা নির্ণয়: [কু.বো.'২৪]

সমাধান

আমরা জানি, কোনো গ্রহের পৃষ্ঠে তার অভিকর্ষীয় ক্ষেত্রের তীব্রতা উক্ত গ্রহের অভিকর্ষজ ত্বরণের সমান।

এখন,

$$W_E = mg_E$$

$$\Rightarrow m = \frac{W_E}{g_E}$$

$$= \frac{785}{9.8}$$

$$= 80.102 \text{ kg}$$

এখানে,
ব্যক্তির পৃথিবীতে ওজন, $W_E = 785$ N
ব্যক্তির মঙ্গলে ওজন, $W_M = 298$ N
পৃথিবীতে অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g_E = 9.8 \text{ N kg}^{-1}$
ধরি, ব্যক্তির ভর = m
মঙ্গলের অভিকর্ষজ ত্বরণ = g_M

আবার,

$$W_M = mg_M$$

$$\Rightarrow g_M = \frac{W_M}{m}$$

$$= \frac{298}{80.102}$$

$$= 3.72 \text{ Nkg}^{-1}$$

সুতরাং, মঙ্গল পৃষ্ঠে অভিকর্ষীয় তীব্রতা 3.72 Nkg^{-1}। [Ans.]

Example-19 2 kg ভরের কোনো বস্তু হতে 2m দূরে কোনো বিন্দুর মহাকর্ষীয় বিভব নির্ণয়: ($G = 6.673 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2\text{kg}^{-2}$) [চ.বো.'১৫]

সমাধান

আমরা জানি, মহাকর্ষীয় বিভব

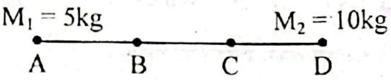
$$V = \frac{-GM}{r}$$

$$= \frac{-6.673 \times 10^{-11} \times 2}{2}$$

$$= -6.673 \times 10^{-11} \text{ Jkg}^{-1} \text{ [Ans.]}$$

এখানে,
বস্তুর ভর, M = 2kg
ব্যাসার্ধ, r = 2m
মহাকর্ষীয় ধ্রুবক,
$G = 6.673 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2 \text{ kg}^{-2}$
মহাকর্ষীয় বিভব, V = ?

Example-20



চিত্রে, AB = BC = CD = 1m। B ও C বিন্দুতে মহাকর্ষীয় বিভবের অনুপাত নির্ণয়: [ব.বো.'২৪]

সমাধান

M_1 ও M_2 এর জন্য B বিন্দুতে মহাকর্ষীয় বিভব, $V_B = -\left(\frac{GM_1}{AB} + \frac{GM_2}{BD}\right)$

$$= -G\left(\frac{M_1}{AB} + \frac{M_2}{BC + CD}\right)$$

$$= -G\left(\frac{5}{1} + \frac{10}{2}\right) = -10\text{ G}$$

এবং M_1 ও M_2 এর জন্য C বিন্দুতে মহাকর্ষীয় বিভব, $V_C = -\left(\frac{GM_1}{AC} + \frac{GM_2}{CD}\right)$

$$= -G\left(\frac{M_1}{AB + BC} + \frac{M_2}{CD}\right)$$

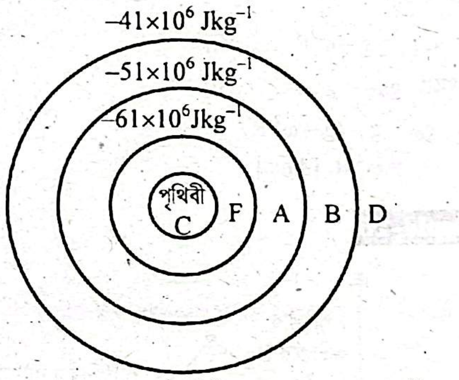
$$= -G\left(\frac{5}{2} + \frac{10}{1}\right)$$

$$= -\frac{25}{2}\text{ G}$$

$$\therefore \frac{V_B}{V_C} = \frac{-10\text{ G}}{-\frac{25}{2}\text{ G}} = \frac{4}{5}$$

$$\Rightarrow V_B : V_C = 4 : 5 \text{ [Ans.]}$$

Example-21



$-41 \times 10^6 \text{ Jkg}^{-1}$
$-51 \times 10^6 \text{ Jkg}^{-1}$
$-61 \times 10^6 \text{Jkg}^{-1}$
পৃথিবী
C
F
A
B
D

পৃথিবীর ভর $M_e = 6 \times 10^{24}$kg

B ও D কক্ষপথের দূরত্ব নির্ণয়: [দি.বো.'১৬]

সমাধান

মহাকর্ষীয় বিভব, $V = -\frac{GM}{r}$

D কক্ষপথের জন্য, $V_D = -\frac{GM}{r_D}$

বা, $r_D = -\frac{GM}{V_D}$

B কক্ষপথের জন্য, $V_B = -\frac{GM}{r_B}$

বা, $r_B = -\frac{GM}{V_B}$

এখানে,
$M_e = 6 \times 10^{24}$ kg
$G = 6.67 \times 10^{-11} \text{Nm}^2\text{kg}^{-2}$

সুতরাং D ও B কক্ষপথের দূরত্ব,

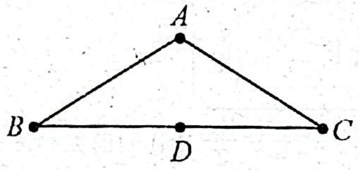
$$r_D - r_B = GM\left(\frac{1}{V_B} - \frac{1}{V_D}\right)$$

$$= 6.67 \times 10^{-11} \times 6 \times 10^{24} \times \left\{\frac{1}{-51 \times 10^6} - \frac{1}{(-41 \times 10^6)}\right\}$$

$$= 6.67 \times 10^{-11} \times 6 \times 10^{24} \times \left(\frac{1}{41 \times 10^6} - \frac{1}{51 \times 10^6}\right)$$

$$= 1.92 \times 10^6 \text{ m [Ans.]}$$

Example-22



B ও C বিন্দুতে যথাক্রমে $m_1 = 1\text{kg}$ ও $m_2 = 2\text{kg}$ ভরের দুটি বস্তু আছে। AB = AC = 1m এবং BC = 2m এবং BD = CD। A ও D বিন্দুতে মহাকর্ষীয় বিভবের অনুপাত নির্ণয়: *[রা.বো. '১৬]*

সমাধান

মহাকর্ষীয় বিভব, $V = \frac{-GM}{r}$

A বিন্দুতে মোট বিভব হবে, $V_A = V_{BA} + V_{CA}$

$$= -\frac{G.1}{1} - \frac{G.2}{1}$$

$$= -3G$$

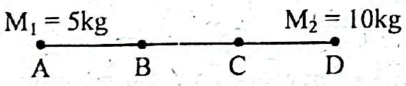
D বিন্দুতে মোট বিভব হবে, $V_D = V_{BD} + V_{CD}$

$$= -\frac{G.1}{1} - \frac{G.2}{1}$$

$$= -3G$$

$\therefore V_A : V_D = 1 : 1$ [Ans.]

Example-23



চিত্রে, AB = BC = CD = 1m। B বিন্দুতে মহাকর্ষীয় ক্ষেত্র প্রাবল্যের মান নির্ণয়: *[ব.বো.'২৪]*

সমাধান

M_1 এর জন্য B বিন্দুতে মহাকর্ষীয় ক্ষেত্র প্রাবল্য, $E_1 = \frac{GM_1}{AB^2}$

$$= \frac{G \times 5}{1^2}$$

$$= 5G$$

এখানে,
প্রথম বস্তুর ভর, $M_1 = 5$ kg
দ্বিতীয় বস্তুর ভর, $M_2 = 10$ kg
AB = BC = CD = 1 m
∴ BD = BC + CD
= (1 + 1) m
= 2 m

M_2 এর জন্য B বিন্দুতে মহাকর্ষীয় প্রাবল্য,

$$E_2 = \frac{GM_2}{BD^2}$$

$$= \frac{G \times 10}{2^2}$$

$$= \frac{5}{2}G$$

এখানে, $E_1 > E_2$ এবং M_1 ও M_2 পরস্পর বিপরীত অবস্থানে রয়েছে, তাই বৃহত্তর প্রাবল্য হতে ক্ষুদ্রতর প্রাবল্য বিয়োগ করলেই মোট প্রাবল্য পাওয়া যাবে।

∴ B বিন্দুতে মোট প্রাবল্য, $E = E_1 - E_2$

$$= 5G - \frac{5}{2}G$$

$$= \frac{5}{2}G \text{ [Ans.]}$$

মুক্তিবেগ

Example-24 **যদি কোনো গ্রহের ভর 2×10^{27}kg ও ব্যাসার্ধ 7×10^7m হয় তবে ঐ গ্রহের মুক্তিবেগ নির্ণয়:** *[য.বো.'২২]*

সমাধান

আমরা জানি, মুক্তিবেগ,

$$v_e = \sqrt{\frac{2GM}{R}}$$

$$= \sqrt{\frac{2 \times 6.673 \times 10^{-11} \times 2 \times 10^{27}}{7 \times 10^7}}$$

$$= 61750.65 \text{ ms}^{-1}$$

$$= 61.7 \text{ kms}^{-1} \text{ [Ans.]}$$

এখানে,
গ্রহের ভর, $M = 2 \times 10^{27}$ kg
গ্রহের ব্যাসার্ধ, $R = 7 \times 10^7$m
মহাকর্ষীয় ধ্রুবক,
$G = 6.673 \times 10^{-11}$ Nm²kg⁻²

Example-25 **একটি কাল্পনিক গ্রহের ব্যাসার্ধ 3200 km এবং অভিকর্ষজ ত্বরণ 4.1ms^{-2} হলে ঐ গ্রহে মুক্তি বেগের মান নির্ণয়:** *[সি.বো.'২৪]*

সমাধান

আমরা জানি,

$$v_e = \sqrt{2gR}$$

$$= \sqrt{2 \times 4.1 \times 3.2 \times 10^6}$$

$$= 5122 \text{ ms}^{-1}$$

$$= 5.122 \text{ kms}^{-1} \text{ [Ans.]}$$

এখানে,
গ্রহের ব্যাসার্ধ, R = 3200 km
= 3.2×10^6 m
গ্রহের অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g = 4.1 \text{ ms}^{-2}$
গ্রহের মুক্তিবেগ, v_e = ?

Similar Problems to the Example

- **মঙ্গল গ্রহের ক্ষেত্রে R = 3000 km, g = 3.8 ms^{-2}। মঙ্গলগ্রহে মুক্তিবেগের মান 4.8 kms^{-1} হবে।** *[সি.বো.'১৭]*
- **খোলা মাঠে রফিক একটি বস্তুকে বিশেষ যান্ত্রিক ব্যবস্থায় উপরে নিক্ষেপ করার চেষ্টা করছে। বন্ধু রহিম তাঁকে সতর্ক করে বলে বেশি জোরে নিক্ষেপ করলে বস্তুটি আর পৃথিবীতে ফিরে আসবে না। পৃথিবীর ব্যাসার্ধ = 6.4×10^6 m এবং g = 9.78 ms^{-2}। পৃথিবীতে মুক্তি বেগ 11.19 kms^{-1} হবে।** *[রা.বো.'১৫]*

Example-26 একটি গ্রহের ব্যাসার্ধ পৃথিবীর ব্যাসার্ধের দ্বিগুণ। উক্ত গ্রহের পৃষ্ঠে অভিকর্ষ ত্বরণ পৃথিবীর অভিকর্ষ ত্বরণের আটগুণ। গ্রহটির পৃষ্ঠে মুক্তিবেগ নির্ণয়: [সি.বো.'২৫]

সমাধান

আমরা জানি,

মুক্তিবেগ, $v_e = \sqrt{2gR}$

পৃথিবীর জন্য, $v_e = \sqrt{2g_eR_e}$

এখানে,
g_e = পৃথিবীর অভিকর্ষজ ত্বরণ
g_0 = অপর গ্রহের অভিকর্ষজ ত্বরণ
R_e = পৃথিবীর ব্যাসার্ধ
R_0 = অপর গ্রহের ব্যাসার্ধ

অন্য গ্রহের মুক্তিবেগ,

$$v_{e_0} = \sqrt{2g_0R_0}$$
$$= \sqrt{2 \times 8g_e \times 2R_e}$$
$$= 4\sqrt{2g_eR_e}$$
$$= 4\,v_e$$

এখানে,
$g_0 = 8g_e$
$R_0 = 2R_e$

পৃথিবীর মুক্তিবেগ, $v_e = 11.2\ \text{kms}^{-1}$
$= 11200\ \text{ms}^{-1}$

∴ গ্রহের পৃষ্ঠে মুক্তিবেগ, $v_{e_0} = 4 \times 11200\ \text{ms}^{-1}$
$= 44.8 \times 10^3\ \text{ms}^{-1}$ **[Ans.]**

Royal Shortcut

কোনো গ্রহের ব্যাসার্ধ n গুণ ও অভিকর্ষজ ত্বরণ m গুণ করা হলে, গ্রহটির পৃষ্ঠে মুক্তিবেগ, $v_{e_0} = \sqrt{n \times m} \times 11.2\ \text{kms}^{-1}$.

Similar Problems to the Example

- কোনো গ্রহে অভিকর্ষজ ত্বরণ $\frac{g}{6}$ এবং ব্যাসার্ধ $\frac{R}{4}$। পৃথিবীর পৃষ্ঠে $g = 9.81\ \text{ms}^{-2}$ এবং পৃথিবীর ব্যাসার্ধ, $R = 6.4 \times 10^6$ m। উক্ত গ্রহটিতে কোনো বস্তুর মুক্তিবেগ $2.286\ \text{kms}^{-1}$ হবে। [য.বো.'২৫]
- একটি গ্রহের অভিকর্ষজ ত্বরণ $\frac{1}{8}$ g এবং ব্যাসার্ধ $\frac{1}{2}$ R। এখানে g হচ্ছে পৃথিবীর পৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ত্বরণ এবং R হচ্ছে পৃথিবীর ব্যাসার্ধ। গ্রহটির মুক্তিবেগ $2.8\ \text{kms}^{-1}$ হবে। [দি.বো.'২৫]
- কোনো গ্রহের অভিকর্ষজনিত ত্বরণ $\frac{1}{5}$ g এবং ব্যাসার্ধ $\frac{1}{4}$ R। এখানে, g পৃথিবীর অভিকর্ষজনিত ত্বরণ এবং R পৃথিবীর ব্যাসার্ধ। গ্রহটির মুক্তি বেগ $2.50\ \text{kms}^{-1}$ হবে। [দি.বো.'১৯]

Example-27 কোনো বস্তুকে কত বেগে নিক্ষেপ করলে এটি কৃত্রিম উপগ্রহে পরিণত হবে তা নির্ণয়: [ঢা.বো.'১৬]

সমাধান

কৃত্রিম উপগ্রহে পরিণত হতে হলে বেগ হবে, $v = \frac{v_e}{\sqrt{2}}$
$= \frac{1}{\sqrt{2}} \times 11.2$
$= 7.9\ \text{kms}^{-1}$ [Ans.]

Example-28 পৃথিবীর মুক্তিবেগ $11.2\ \text{kms}^{-1}$। পৃথিবীর সমভরের একটি কাল্পনিক গ্রহের ব্যাসার্ধ এবং অভিকর্ষীয় ত্বরণের মান পৃথিবীর মানের যথাক্রমে অর্ধেক এবং দ্বিগুণ। ঐ গ্রহটির মুক্তিবেগ পৃথিবীর মানের কতগুণ তা নির্ণয়: [দি.বো.'২৩]

সমাধান

আমরা জানি,

$$v_e = \sqrt{2g_eR_e}$$

এবং $v_x = \sqrt{2g_xR_x}$

দেওয়া আছে,

$$g_x = 2\,g_e \ldots\ldots\ldots \text{(i)}$$

এবং $R_x = \frac{1}{2}R_e \ldots\ldots\ldots \text{(ii)}$

এখানে,
পৃথিবী ও গ্রহের ভর যথাক্রমে, M_e ও M_x
পৃথিবী ও গ্রহের ব্যাসার্ধ যথাক্রমে, R_e ও R_x
পৃথিবী ও গ্রহের অভিকর্ষজ ত্বরণ যথাক্রমে g_e ও g_x
পৃথিবীর মুক্তিবেগ = v_e
গ্রহের মুক্তিবেগ = v_x

$$\therefore v_x = \sqrt{2 \times 2\,g_e \times \frac{R_e}{2}} \quad \text{[(i) ও (ii) হতে মান বসিয়ে]}$$
$$= \sqrt{2\,g_e\,R_e} = v_e$$

সুতরাং, ঐ গ্রহের ও পৃথিবীর মুক্তিবেগ সমান হবে।

মহাকর্ষ সূত্রের ব্যবহার (কৃত্রিম উপগ্রহ)

Example-29 কৃত্রিম উপগ্রহ পৃথিবীপৃষ্ঠ হতে পৃথিবীর ব্যাসার্ধের (R) সমান উচ্চতায় ঘুরলে এর বেগ নির্ণয়: [ব.বো.'২৩]

সমাধান

আমরা জানি, কৃত্রিম উপগ্রহের বেগ,

$$v = \sqrt{\frac{GM}{R+h}}$$
$$\Rightarrow v = \sqrt{\frac{GM}{R+R}}$$

এখানে,
G = মহাকর্ষীয় ধ্রুবক
M = পৃথিবীর ভর
R = পৃথিবীর ব্যাসার্ধ
উচ্চতা, h = R

$$= \sqrt{\frac{g\,R^2}{2\,R}} \quad \left[\because \text{অভিকর্ষজ ত্বরণ, } g = \frac{GM}{R^2}\right]$$
$$= \sqrt{\frac{g\,R}{2}}$$

$\therefore v = \sqrt{0.5\,g\,R}$ [Ans.]

Example-30 ভূকেন্দ্র হতে 8×10^3 km দূরে অবস্থান করে এরূপ একটি কৃত্রিম উপগ্রহকে পৃথিবীর চারদিকে কত বেগে ঘুরতে হবে তা নির্ণয়: [য.বো.'২৩]

সমাধান

আমরা জানি,

$$v = \sqrt{\frac{GM}{R+h}}$$
$$= \sqrt{\frac{GM}{R+h}}$$
$$= \sqrt{\frac{6.673 \times 10^{-11} \times 6 \times 10^{24}}{8 \times 10^6}}$$
$$= 7074.42\ \text{ms}^{-1} \text{ [Ans.]}$$

এখানে,
পৃথিবীর ভর, $M = 6 \times 10^{24}$ kg
ভূ-কেন্দ্র হতে কৃত্রিম উপগ্রহের দূরত্ব,
$R + h = 8 \times 10^3\ \text{km} = 8 \times 10^6$ m
মহাকর্ষীয় ধ্রুবক,
$G = 6.673 \times 10^{-11}\ \text{Nm}^2\text{kg}^{-2}$
কৃত্রিম উপগ্রহের বেগ, v = ?

Example-31 একটি কৃত্রিম উপগ্রহ পৃথিবীর পৃষ্ঠ হতে 10600 km উপরে অবস্থান করে ঘুরছে। এক্ষেত্রে পৃথিবীর ব্যাসার্ধ 6400 km ও ভূ-পৃষ্ঠে g এর মান 9.8 m/s^2 হলে এর বেগ নির্ণয়: [য.বো.'২৪]

সমাধান

আমরা জানি,

$$v=\sqrt{\frac{GM}{R+h}}$$

$$=\sqrt{\frac{gR^2}{R+h}}$$

$$\left[\because g=\frac{GM}{R^2}\Rightarrow GM=gR^2\right]$$

$$=R\sqrt{\frac{g}{R+h}}$$

$$=6.4\times10^6\times\sqrt{\frac{9.8}{6.4\times10^6+10.6\times10^6}}$$

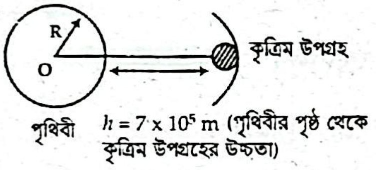
$$=4859.24\ ms^{-1}$$

$$=4.85\ kms^{-1}\ \text{[Ans.]}$$

এখানে,
পৃথিবীর পৃষ্ঠ হতে উচ্চতা,
$h=10600\ km$
$=10.6\times10^6\ m$
পৃথিবীর ব্যাসার্ধ, $R=6400\ km$
$=6.4\times10^6\ m$
অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g=9.8\ ms^{-2}$
কৃত্রিম উপগ্রহের বেগ, $v=?$

Similar Problem to the Example

- পৃথিবীর ভর $M=6\times10^{24}$ kg, ব্যাসার্ধ $R=6.4\times10^6$ m


R
O
কৃত্রিম উপগ্রহ
পৃথিবী
$h=7\times10^5$ m (পৃথিবীর পৃষ্ঠ থেকে কৃত্রিম উপগ্রহের উচ্চতা)

চিত্রানুসারে, উপগ্রহটির অনুভূমিক বেগ 7509.43 ms^{-1} হবে। [কু.বো.'১৫]

Example-32 ভূ-পৃষ্ঠের কাছাকাছি-বৃত্তাকার পথে পরিভ্রমণরত কোনো উপগ্রহকে অতিরিক্ত কত বেগ দিলে সেটি পৃথিবীর আকর্ষণ ছাড়িয়ে চলে যাবে তা নির্ণয়: [রা.বো.'২২]

সমাধান

উপগ্রহটি ভূ-পৃষ্ঠের কাছাকাছি বৃত্তাকার পথে আবর্তন করলে উপগ্রহটির উচ্চতাকে পৃথিবীর ব্যাসার্ধের সাপেক্ষে নগণ্য ধরা যায়। অর্থাৎ তখন $R+h\approx R$।

এখন, কৃত্রিম উপগ্রহের বেগ,

$$v=\sqrt{\frac{GM}{R+h}}$$

$$=\sqrt{\frac{GM}{R}}$$

$$=\sqrt{\frac{6.673\times10^{-11}\times6\times10^{24}}{6.4\times10^6}}$$

$$=7909\ ms^{-1}$$

$$=7.9\ kms^{-1}$$

এখানে,
পৃথিবীর ভর, $M=6\times10^{24}$ kg
পৃথিবীর ব্যাসার্ধ, $R=6.4\times10^6$ m
মহাকর্ষীয় ধ্রুবক,
$G=6.673\times10^{-11}\ Nm^2kg^{-2}$
ভূ-পৃষ্ঠ হতে উপগ্রহের উচ্চতা = h (ধরি)

আমরা জানি,

পৃথিবীতে কোনো বস্তুর মুক্তিবেগ, $v_e=11.2\ kms^{-1}$

∴ উপগ্রহের প্রয়োজনীয় অতিরিক্ত বেগ $=v_e-v$

$$=(11.2-7.9)\ kms^{-1}$$

$$=3.3\ kms^{-1}\ \text{[Ans.]}$$

Example-33 R ও 4R ব্যাসার্ধবিশিষ্ট বৃত্তাকার কক্ষপথে প্রদক্ষিণরত দুটি কৃত্রিম উপগ্রহের পর্যায়কালের অনুপাত নির্ণয়: [য.বো.'১৭]

সমাধান

আমরা জানি,

কৃত্রিম উপগ্রহের পর্যায়কাল, $T=\dfrac{2\pi(R+h)}{v}$

কাজেই কৃত্রিম উপগ্রহের বৃত্তাকার কক্ষপথের ব্যাসার্ধ = R + h

R ব্যাসার্ধবিশিষ্ট কৃত্রিম উপগ্রহের পর্যায়কাল,

$$T=\frac{2\pi R}{v}$$

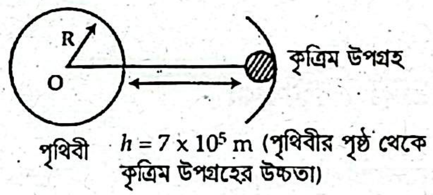
এবং 4R ব্যাসার্ধবিশিষ্ট কৃত্রিম উপগ্রহের পর্যায়কাল,

$$T'=\frac{2\pi4R}{v}$$

কাজেই, কৃত্রিম উপগ্রহের পর্যায়কালের অনুপাত $=\dfrac{2\pi R}{v}:\dfrac{2\pi4R}{v}$

$$=1:4\ \text{[Ans.]}$$

Example-34 পৃথিবীর ভর $M=6\times10^{24}$ kg, ব্যাসার্ধ $R=6.4\times10^6$ m


R
O
কৃত্রিম উপগ্রহ
পৃথিবী
$h=7\times10^5$ m (পৃথিবীর পৃষ্ঠ থেকে কৃত্রিম উপগ্রহের উচ্চতা)

চিত্রানুসারে উপগ্রহটির পর্যায়কাল নির্ণয়: [কু.বো.'১৫]

সমাধান

আমরা জানি আবর্তনকাল,

$$T=\sqrt{\frac{4\pi^2(h+R)^3}{GM}}$$

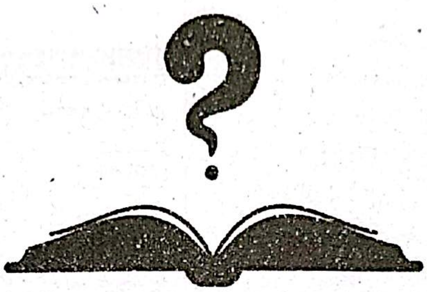
$$=\sqrt{\frac{4\times(3.14)^2(7\times10^5+6.4\times10^6)^3}{6.673\times10^{-11}\times6\times10^{24}}}$$

$$=\sqrt{3529138.53}$$

$$=5939\ sec$$

$$=1\ hr\ 39\ min\ \text{[Ans.]}$$

এখানে,
পৃথিবীর ভর, $M=6\times10^{24}$ kg
পৃথিবীর ব্যাসার্ধ, $R=6.4\times10^6$m
পৃথিবী পৃষ্ঠ হতে কৃত্রিম উপগ্রহের উচ্চতা, $h=7\times10^5$ m
মহাকর্ষীয় ধ্রুবক,
$G=6.673\times10^{-11}\ Nm^2kg^{-2}$
পর্যায়কাল, $T=?$



Short Question-Answer

☑ জ্ঞানমূলক প্রশ্নোত্তর ('ক' অংশ)
☑ অনুধাবনমূলক প্রশ্নোত্তর ('খ' অংশ)

প্রিয় শিক্ষার্থী,

সৃজনশীল প্রশ্নের 'ক' ও 'খ' অংশের প্রস্তুতি খুবই গুরুত্বপূর্ণ। HSC পরীক্ষায় সৃজনশীল অংশে ভালো করতে হলে অবশ্যই 'ক' ও 'খ' নং প্রশ্ন অর্থাৎ 'জ্ঞানমূলক' ও 'অনুধাবনমূলক' প্রশ্নের সঠিক ও গোছানো উত্তরের কোনো বিকল্প নেই।

তোমাদের সুবিধার্থে, এই অধ্যায়ের বিগত বছরগুলোর HSC পরীক্ষার 'ক' ও 'খ' অংশের প্রশ্নোত্তরগুলো সহ গুরুত্বপূর্ণ অন্যান্য প্রশ্নোত্তরগুলো টপিক অনুসারে সাজিয়ে দেওয়া হয়েছে। এই প্রশ্নোত্তরগুলো অনুশীলন করলে এই অধ্যায়ের সব বোর্ড প্রশ্নতো Cover হবেই, সাথে এই অধ্যায় সংশ্লিষ্ট গুরুত্বপূর্ণ প্রায় প্রতিটি টপিকই তোমাদের আয়ত্তে চলে আসবে।

জ্ঞানমূলক প্রশ্নোত্তর

মহাকর্ষ

প্রশ্ন-১। ভারকেন্দ্র কাকে বলে? [কু.বো.'২৫]
অথবা, ভারকেন্দ্র কী? [য.বো.'২৩; সি.বো.'২২]
অথবা, অভিকর্ষ কেন্দ্র কী? [কু.বো.'১৭]

উত্তর: একটি বস্তুকে যেভাবেই রাখা হোক না কেন বস্তুর ভেতরে অবস্থিত যে বিন্দুর মধ্য দিয়ে মোট ওজন ক্রিয়া করে সেই বিন্দুকে বস্তুর অভিকর্ষ কেন্দ্র বলে।

প্রশ্ন-২। মহাকর্ষীয় ধ্রুবক কাকে বলে? [ম.বো.'২৫; সি.বো.'১৭]
অথবা, মহাকর্ষীয় ধ্রুবকের সংজ্ঞা দাও। [রা.বো.'২৩]
অথবা, মহাকর্ষ ধ্রুবক কাকে বলে? [চ.বো.'১৭]

উত্তর: একক ভরের দুটি বস্তু একক দূরত্বে থেকে পরস্পরকে যে বলে আকর্ষণ করে তার মানকে মহাকর্ষীয় ধ্রুবক বলে।

প্রশ্ন-৩। মহাকর্ষ বল কাকে বলে? [সি.বো.'২৪]

উত্তর: মহাবিশ্বের যেকোনো দুটি বস্তুর মধ্যকার আকর্ষণ বলকে মহাকর্ষ বল বলে।

প্রশ্ন-৪। মহাকর্ষীয় ক্ষেত্র কী? [ব.বো.'২২]

উত্তর: কোনো বস্তুর আশপাশে যে অঞ্চলব্যাপী এর মহাকর্ষীয় প্রভাব বজায় থাকে তাকে ঐ বস্তুর মহাকর্ষীয় ক্ষেত্র বলে।

প্রশ্ন-৫। অভিকর্ষ কী?

উত্তর: পৃথিবী এবং অন্য যেকোনো বস্তুর মধ্যে যে আকর্ষণ তাকে অভিকর্ষ বলে।

অভিকর্ষজ ত্বরণ

প্রশ্ন-৬। অভিকর্ষজ ত্বরণ কী?

উত্তর: অভিকর্ষ বলের প্রভাবে ভূপৃষ্ঠে মুক্তভাবে পড়ন্ত কোনো বস্তুর বেগ বৃদ্ধির হারকে অভিকর্ষজ ত্বরণ বলে।

প্রশ্ন-৭। পৃথিবীর আহ্নিক গতি কাকে বলে? [ব.বো.'২৫]

উত্তর: পৃথিবীর প্রতিদিন (২৪ ঘণ্টা সময়ে) নিজ অক্ষের ওপর আবর্তন করাকে আহ্নিক গতি বলে।

প্রশ্ন-৮। ভরকেন্দ্র কাকে বলে?

উত্তর: বস্তুর কণাগুলোর সমস্ত ভরকে একটি মাত্র বিন্দুতে কেন্দ্রীভূত মনে করলে যদি ঐ বিন্দুর মধ্য দিয়েই সমস্ত কণার উপর তাদের ভরের সমানুপাতিক ক্রিয়ারত সমান্তরাল বলসমূহের লব্ধি ক্রিয়া করে বলে বিবেচিত হয় তাহলে ঐ বিন্দুকে বস্তুর ভরকেন্দ্র বলে।

মহাকর্ষীয় প্রাবল্য ও বিভব

প্রশ্ন-৯। মহাকর্ষীয় ক্ষেত্র প্রাবল্য কাকে বলে? [ম.বো.'২৫]
অথবা, মহাকর্ষীয় প্রাবল্য কাকে বলে? [দি.বো.'২৩; য.বো.'১৭]

উত্তর: মহাকর্ষীয় ক্ষেত্রের কোনো বিন্দুতে একক ভরের একটি বস্তু স্থাপন করলে তার উপর যে মহাকর্ষীয় বল প্রযুক্ত হয় তাকে ঐ ক্ষেত্রের দরূন ঐ বিন্দুতে মহাকর্ষীয় ক্ষেত্র প্রাবল্য বলে।

প্রশ্ন-১০। মহাকর্ষীয় বিভব কাকে বলে? [ব.বো.'২৪]
অথবা, মহাকর্ষীয় বিভব কী? [য.বো.'২৪,'১৯; রা.বো.'২২; কু.বো.'২২; ঢা.বো.'১৭]

উত্তর: অসীম দূর হতে একক ভরের কোনো বস্তুকে মহাকর্ষীয় ক্ষেত্রের কোনো বিন্দুতে আনতে যে পরিমাণ কাজ সাধিত হয়, তাকে ঐ বিন্দুর মহাকর্ষীয় বিভব বলে।

প্রশ্ন-১১। সমবিভব তল কাকে বলে? [রা.বো.'২৫]

উত্তর: সমবিভব তল বলতে এমন একটি তলকে বোঝায় যার প্রতিটি বিন্দুতে বিভবের মান সমান।

প্রশ্ন-১২। মহাকর্ষীয় বিভব পার্থক্য কী?

উত্তর: একক ভরের কোনো বস্তুকে মহাকর্ষীয় ক্ষেত্রের এক বিন্দু হতে অন্য বিন্দুতে আনতে যে পরিমাণ কাজ সাধিত হয়, তাকে ঐ দুই বিন্দুর মধ্যকার মহাকর্ষীয় বিভব পার্থক্য বলে।

মুক্তিবেগ

প্রশ্ন-১৩। মুক্তিবেগ কাকে বলে? [ঢা.বো.'২৫; রা.বো.'২৪; দি.বো.'২৫,'২৪,'১৬; চ.বো.'২৩]
অথবা, মুক্তি বেগ কী? [চ.বো.'২৫,'২৪,'২২; ম.বো.'২৩; ঢা.বো.'২২; দি.বো.'২২; কু.বো.'১৯; সি.বো.'১৯; ব.বো.'১৭]
অথবা, মুক্তিবেগের সংজ্ঞা দাও। [চ.বো.'১৬]

উত্তর: সর্বাপেক্ষা কম যে বেগে কোনো বস্তুকে ওপরের দিকে নিক্ষেপ করলে তা আর পৃথিবীতে ফিরে আসে না সেই বেগকে মুক্তিবেগ বলে।

কৃত্রিম উপগ্রহ

প্রশ্ন-১৪। কৃত্রিম উপগ্রহ কাকে বলে? [ব.বো.'২৫; দি.বো.'১৬]

উত্তর: মানুষের পাঠানো যেসব বস্তু বা মহাকাশযান পৃথিবীকে কেন্দ্র করে নির্দিষ্ট কক্ষপথে ঘোরে এদের বলা হয় কৃত্রিম উপগ্রহ।

প্রশ্ন-১৫। ভূ-স্থির উপগ্রহ কী? [ঢা.বো.'২৪]

অথবা, ভূ-স্থির উপগ্রহ কাকে বলে? [কু.বো.'২৪; ঢা.বো.'২২,'১৫; সি.বো.'২২; চ.বো.'১৯; রা.বো.'১৫]

উত্তর: কোনো কৃত্রিম উপগ্রহের আবর্তনকাল পৃথিবীর নিজ অক্ষের চারদিকে আবর্তনকালের সমান হলে পৃথিবীর সাপেক্ষে এটি স্থির থাকবে, এ ধরনের উপগ্রহকে ভূ-স্থির উপগ্রহ বলে।

প্রশ্ন-১৬। পার্কিং কক্ষপথ কাকে বলে? [সি.বো.'২৫; দি.বো.'২৪]

অথবা, পার্কিং কক্ষপথ কী? [কু.বো.'২৩; য.বো.'২২; ম.বো.'২২; সি.বো.'১১]

উত্তর: নির্দিষ্ট কক্ষপথে স্থাপনের আগে একটি কৃত্রিম উপগ্রহকে সাময়িকভাবে যে কক্ষপথে ঘোরানো হয়, তাকে পার্কিং কক্ষপথ বলে।

অনুধাবনমূলক প্রশ্নোত্তর

কেপলারের সূত্র

প্রশ্ন-১। সূর্যকে কেন্দ্র করে ঘূর্ণায়মান গ্রহগুলোর আবর্তনকাল ভিন্ন হয়– ব্যাখ্যা কর। [সি.বো.'১১]

উত্তর: কেপলারের তৃতীয় সূত্র অনুসারে, সূর্যের চারদিকে গ্রহের আবর্তনকালের বর্গ সূর্য হতে গ্রহের গড় দূরত্বের ত্রিঘাতের সমানুপাতিক। অর্থাৎ, $T^2 \propto R^3$ যেহেতু সূর্য হতে গ্রহগুলোর গড় দূরত্ব ভিন্ন ভিন্ন, কাজেই গ্রহগুলোর পর্যায়কালও ভিন্ন ভিন্ন হয়।

প্রশ্ন-২। সূর্য ও পৃথিবীর মধ্যবর্তী দূরত্ব কমে গেলে বছরে দিনের সংখ্যা একই থাকে না— ব্যাখ্যা কর। [রা.বো.'২৪]

উত্তর: কেপলারের তৃতীয় সূত্র বা সময়ের সূত্র (Law of time) থেকে আমরা পাই, প্রতিটি গ্রহের পর্যায়কালের (T) বর্গ সূর্য হতে তার গড় দূরত্বের (a) ঘনফলের সমানুপাতিক। ধরি, সূর্য থেকে a_1 দূরত্বে পৃথিবীর তাৎক্ষণিক পর্যায়কাল T_1। আবার, সূর্য থেকে আরো কাছাকাছি a_2 দূরত্বে পৃথিবীর পর্যায়কাল T_2।

এখানে, $a_1 > a_2$।

কেপলারের সূত্রানুযায়ী, $T_1^2 \propto a_1^3$

বা, $T_1^2 = k \times a_1^3$ ……… (i)

আবার, $T_2^2 \propto a_2^3$

বা, $T_2^2 = k \times a_2^3$ ……… (ii)

(i) কে (ii) দ্বারা ভাগ করে পাই,

$$\frac{T_1^2}{T_2^2} = \left(\frac{a_1}{a_2}\right)^3$$

$$\therefore \frac{T_1}{T_2} = \left(\frac{a_1}{a_2}\right)^{\frac{3}{2}} > 1 \quad [\because a_1 > a_2]$$

$$\therefore T_1 > T_2$$

সুতরাং, দূরত্ব কমে গেলে পর্যায়কাল কমে যায়। অর্থাৎ, পৃথিবী ও সূর্যের মধ্যবর্তী দূরত্ব কমে গেলে বছরে দিনের সংখ্যা কমে যাবে।

মহাকর্ষ

প্রশ্ন-৩। মহাকর্ষ ধ্রুবক স্কেলার রাশি কেন? [ব.বো.'১৭]

উত্তর: একক ভরের দুটি বস্তুকণা একক দূরত্ব থেকে যে বলে পরস্পরকে আকর্ষণ করে তাকে মহাকর্ষীয় ধ্রুবক বলে। মহাকর্ষীয় ধ্রুবক G এর মান বস্তুকণাদ্বয়ের মধ্যবর্তী মাধ্যমের কোনো ধর্ম যেমন- প্রবেশ্যতা, প্রবণতা বা দিকদর্শিতা, তাপমাত্রা ইত্যাদির উপর নির্ভর করে না। যে সকল রাশির শুধু মান আছে কিন্তু দিক নেই তাদেরকে স্কেলার রাশি বলে। যেহেতু, মহাকর্ষীয় ধ্রুবক, G এর মান দিকের উপর নির্ভর করে না সেহেতু মহাকর্ষ ধ্রুবক, G কে স্কেলার রাশি বলা হয়।

প্রশ্ন-৪। অভিকর্ষ এক ধরনের মহাকর্ষ—ব্যাখ্যা কর। [রা.বো.'১৬]

উত্তর: এ মহাবিশ্বের যেকোনো দুটি বস্তুর মধ্যকার পারস্পরিক আকর্ষণ বলকে মহাকর্ষ বল বলে। আবার পৃথিবী এবং অন্য যেকোনো বস্তুর মধ্যে যে আকর্ষণ তাকে অভিকর্ষ বলে। পৃথিবী এই মহাবিশ্বেরই অংশ। তাই পৃথিবীর সাথে অন্য বস্তুর আকর্ষণ বলকে মহাকর্ষ বলা হয়। সুতরাং, অভিকর্ষ এক ধরনের মহাকর্ষ বল।

প্রশ্ন-৫। মহাকর্ষীয় ধ্রুবক G-কে সর্বজনীন ধ্রুবক বলা হয় কেন?

উত্তর: G-কে সর্বজনীন ধ্রুবক বলা হয়, কারণ-এর মান বস্তুকণাদ্বয়ের মধ্যবর্তী মাধ্যমের কোনো ধর্ম যেমন- প্রবেশ্যতা, প্রাবল্যতা বা দিকদর্শিতা, তাপমাত্রা ইত্যাদির উপর নির্ভর করে না।

প্রশ্ন-৬। G-এর মান 6.673×10^{-11} Nm^2 kg^{-2} বলতে কী বোঝায়?

উত্তর: একক ভরের দুটি বস্তু একক দূরত্বে থেকে পরস্পরকে যে বলে আকর্ষণ করে তার মানকে মহাকর্ষীয় ধ্রুবক বলে। একে G দ্বারা প্রকাশ করা হয়।

G-এর মান 6.673×10^{-11} Nm^2 kg^{-2} বলতে বোঝায় 1 kg ভরের বস্তু 1 m দূরে স্থাপন করলে তারা পরস্পরকে 6.673×10^{-11} N বলে আকর্ষণ করে।

প্রশ্ন-৭। পৃথিবীর কেন্দ্রে বস্তুর ভরকেন্দ্র ও ভারকেন্দ্র দুটোই পাওয়া যাবে কি-না? ব্যাখ্যা করো। *[ব.বো.'২৫]*

উত্তর: কোনো বস্তুর প্রতিটি কণার উপর এদের ভরের সমানুপাতিক বল ক্রিয়াশীল হলে বলগুলোর লব্ধি ঐ বস্তুর যে বিন্দু দিয়ে যায় তাকে ঐ বস্তুর ভরকেন্দ্র বলে। আর বস্তুর ভারকেন্দ্র হলো এমন এক বিন্দু যে বিন্দু দিয়ে বস্তুর সমস্ত ওজন উল্লম্বভাবে নিচের দিকে ক্রিয়াশীল হয়। কোনো বস্তুর সকল বিন্দুতে অভিকর্ষজ ত্বরণ সমান হলে বস্তুর ভরকেন্দ্র ও ভারকেন্দ্র একই বিন্দুতে হয়, কিন্তু সকল বিন্দুতে অভিকর্ষজ ত্বরণ সমান না হলে বস্তুর ভরকেন্দ্র ও ভারকেন্দ্র একই বিন্দুতে হয় না। এছাড়াও যেসকল স্থানে অভিকর্ষ বল ক্রিয়া করে না, সেই সকল স্থানে ভরকেন্দ্র থাকে কিন্তু ভারকেন্দ্র থাকে না। উদাহরণস্বরূপ- পৃথিবীর কেন্দ্রে বা মহাশূন্যে বস্তুর ভরকেন্দ্র থাকে কিন্তু ভারকেন্দ্র থাকে না।

Similar Questions

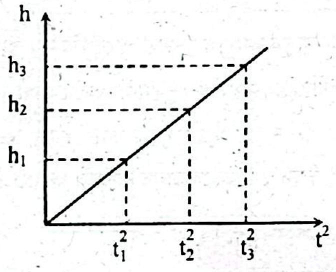
- ✓ **একটি বস্তুর ভারকেন্দ্র ও ভরকেন্দ্র একই হয় কি? ব্যাখ্যা করো।** *[দি.বো.'২৫]*
- ✓ **কখন বস্তুর ভরকেন্দ্র এবং ভারকেন্দ্র একই বিন্দুতে হয়? ব্যাখ্যা কর।** *[ব.বো.'২২]*

প্রশ্ন-৮। মুক্তভাবে পড়ন্ত বস্তুর ক্ষেত্রে h বনাম t^2 লেখচিত্রের প্রকৃতি কীরূপ হবে? ব্যাখ্যা কর। *[কু.বো.'২২]*

উত্তর: পড়ন্ত বস্তুর তৃতীয় সূত্রানুসারে, স্থির অবস্থান থেকে বিনা বাধায় পড়ন্ত বস্তু নির্দিষ্ট সময়ে (t) যে দূরত্ব (h) অতিক্রম করে তা ঐ সময়ের বর্গের সমানুপাতিক অর্থাৎ $h \propto t^2$।

সুতরাং, $t_1, t_2, t_3 \dots$ সেকেন্ডে যদি বস্তুর অতিক্রান্ত দূরত্ব যথাক্রমে $h_1, h_2, h_3, \dots$ ইত্যাদি হয় তবে $\frac{h_1}{t_1^2} = \frac{h_2}{t_2^2} = \frac{h_3}{t_3^2} = \dots\dots\dots =$ ধ্রুবক।

সুতরাং, মুক্তভাবে পড়ন্ত বস্তুর ক্ষেত্রে h বনাম t^2 লেখচিত্র হবে মূলবিন্দুগামী সরলরেখা।



চিত্র: মুক্তভাবে পড়ন্ত বস্তুর জন্য h বনাম t^2 লেখ

প্রশ্ন-৯। পৃথিবী নিজ অক্ষের সাপেক্ষে সমদ্রুতিতে আবর্তনরত হলেও সূর্যের চারপাশে নয়— ব্যাখ্যা কর। *[কু.বো.'২২]*

উত্তর: পৃথিবী তার আকৃতির জন্য নিজ অক্ষের সাপেক্ষে সমদ্রুতিতে আবর্তনশীল। কিন্তু সূর্যের সাপেক্ষে তার আবর্তনের ক্ষেত্রে দ্রুতি সব সময় সমান থাকে না।

ধরি, সূর্যের ভর M, পৃথিবীর ভর m এবং এদের মধ্যবর্তী দূরত্ব r।

পৃথিবী ও সূর্যের মধ্যকার মহাকর্ষ বল, $F_G = \frac{GMm}{r^2}$ [G = মহাকর্ষীয় ধ্রুবক]

আবার, সূর্যের চারদিকে ঘূর্ণনের জন্য পৃথিবীর দ্রুতি v হলে, পৃথিবীর ঘূর্ণনের জন্য কেন্দ্রমুখী বল, $F_C = \frac{mv^2}{r}$

এখন, $F_G = F_C$

বা, $\frac{GMm}{r^2} = \frac{mv^2}{r}$

বা, $v^2 = \frac{GM}{r}$

বা, $v = \sqrt{\frac{GM}{r}}$

$\therefore v \propto \frac{1}{\sqrt{r}} \dots\dots\dots (1)$

যেহেতু, পৃথিবী হতে সূর্যের দূরত্ব r সুষম নয়, কারণ সূর্যকে ফোকাসে রেখে পৃথিবীসহ সৌরজগতের গ্রহগুলো উপবৃত্তাকার পথে সূর্যকে প্রদক্ষিণ করছে। তাই (1) নং সমীকরণ অনুসারে, সূর্যের চারদিকে পৃথিবী সমদ্রুতিতে আবর্তনরত নয়।

প্রশ্ন-১০। সূর্যের কাছাকাছি গেলে কোনো গ্রহের বেগ বাড়ে—ব্যাখ্যা করো। [রা.বো.'২৫]

অথবা, ঘূর্ণনরত কোনো গ্রহ সূর্যের কাছাকাছি আসতে তার বেগ বাড়ে কেন?- ব্যাখ্যা কর। [কু.বো.'১৫]

উত্তর: আমরা জানি, সূর্য ও গ্রহের মধ্যবর্তী মহাকর্ষ বল এবং সূর্যকে কেন্দ্র করে ঘূর্ণনের জন্য গ্রহের কেন্দ্রমুখী বল সর্বদা সমান।

M = সূর্যের ভর
m = গ্রহের ভর
r = গ্রহ ও সূর্যের মধ্যবর্তী দূরত্ব
G = মহাকর্ষীয় ধ্রুবক
v = সূর্যের চারদিকে ঘূর্ণনের জন্য গ্রহের বেগ

এখন, মহাকর্ষ বল, $F_G = \frac{GMm}{r^2}$

এবং কেন্দ্রমুখী বল, $F_C = \frac{mv^2}{r}$

$\therefore F_G = F_C$ হলে, $\frac{GMm}{r^2} = \frac{mv^2}{r}$

বা, $v^2 = \frac{GM}{r}$

বা, $v = \sqrt{\frac{GM}{r}}$

$\therefore v \propto \frac{1}{\sqrt{r}}$; অর্থাৎ, সূর্যের চারদিকে ঘূর্ণনের জন্য গ্রহের বেগ গ্রহ ও সূর্যের মধ্যবর্তী দূরত্বের বর্গমূলের ব্যস্তানুপাতিক।

তাই, সূর্যের কাছাকাছি গেলে গ্রহ হতে সূর্যের দূরত্ব কমে এবং এর ফলে গ্রহের বেগ বাড়ে। একইভাবে, গ্রহ হতে সূর্যের দূরত্ব বাড়লে এর বেগ কমে।

Similar Question

- ✓ ঘূর্ণনরত পৃথিবী সূর্য হতে দূরে সরে গেলে এর বেগ কমে যায় কেন? ব্যাখ্যা কর। [চ.বো.'২২]
- ✓ পৃথিবী সূর্যের নিকটবর্তী হলে পৃথিবীর বেগ বৃদ্ধি পায়-কেপলারের সূত্রের আলোকে ব্যাখ্যা কর। [চ.বো.'১৭]

প্রশ্ন-১১। চাঁদে মানুষ বসবাস করতে পারে কি না? ব্যাখ্যা কর। [ব.বো.'২৩]

উত্তর: পৃথিবীর তুলনায় চাঁদ তুলনামূলকভাবে অনেক ছোট একটি উপগ্রহ। এর ভর ও ব্যাসার্ধ পৃথিবীর ভর ও ব্যাসার্ধের তুলনায় কম। তাই এর অভিকর্ষজ শক্তিও কম। আর এই শক্তি কমের ফলে চাঁদ কোনো প্রকার বায়ুমণ্ডল ধরে রাখতে পারে না। যেহেতু মানুষের শ্বাস-প্রশ্বাস এর অত্যাবশকীয় উপাদান অক্সিজেন চাঁদে নেই, তাই চাঁদে স্থায়ীভাবে মানুষ বসবাস করতে পারে না।

অভিকর্ষজ ত্বরণ

প্রশ্ন-১২। পৃথিবীর ঘনত্বের পরিবর্তনে অভিকর্ষজ ত্বরণের পরিবর্তন হবে কি? [রা.বো.'২২; চ.বো.'১৯]

উত্তর: আমরা জানি,

পৃথিবীর অভিকর্ষজ ত্বরণ,

এখানে,
G = মহাকর্ষীয় ধ্রুবক
M = পৃথিবীর ভর
R = পৃথিবীর ব্যাসার্ধ
ρ = পৃথিবীর গড় ঘনত্ব
V = পৃথিবীর আয়তন

$$g = \frac{GM}{R^2}$$
$$= \frac{G\rho V}{R^2}$$
$$= \frac{G\rho.\frac{4}{3}\pi R^3}{R^2}$$
$$= \frac{4}{3}G\pi R\rho$$

এখানে, $g \propto \rho$; অর্থাৎ, অভিকর্ষজ ত্বরণ পৃথিবীর গড় ঘনত্বের সমানুপাতিক। অর্থাৎ, ঘনত্ব বাড়লে g এর মান বাড়ে। আবার ঘনত্ব কমলে g এর মানও কমে।

সুতরাং, পৃথিবীর ঘনত্বের পরিবর্তনে অভিকর্ষজ ত্বরণের পরিবর্তন হবে।

প্রশ্ন-১৩। কোনো স্থানের অভিকর্ষীয় ত্বরণের মান ঐ স্থানের খনিজ সম্পদ পাওয়ার সম্ভাবনা নির্দেশ করে? ব্যাখ্যা কর। [য.বো.'২৪]

উত্তর: কোনো এলাকার অভিকর্ষজ ত্বরণের মান আশেপাশের অঞ্চল থেকে বেশি হলে সেই অঞ্চলে খনিজ পদার্থ পাওয়ার সম্ভাবনা বেশি থাকে। কারণ, খনিজ পদার্থের জন্য ভূ-পৃষ্ঠের ঘনত্ব বেড়ে যায়, ফলে $g = \frac{4}{3}\pi RG\rho$ সূত্রানুযায়ী অভিকর্ষজ ত্বরণের মান বেড়ে যায়। সুতরাং, কোনো স্থানের অভিকর্ষজ ত্বরণ দ্বারা ঐ স্থানে খনিজ সম্পদ পাওয়ার সম্ভাবনা শতভাগ নিশ্চিত না হলেও অনেকটাই নিশ্চিত করা যায়। কারণ, খনিজ পদার্থযুক্ত শিলাস্তরের ভর বেশি হওয়ার কারণেও অভিকর্ষজ ত্বরণের মান বাড়তে পারে।

প্রশ্ন-১৪। বিষুবীয় অঞ্চলে বস্তুর ওজন হ্রাস পাওয়ার কারণ ব্যাখ্যা কর। *[দি.বো.'২২]*

অথবা, বিষুবীয় অঞ্চলে বস্তুর আপাত ওজন হ্রাস পাওয়ার কারণ ব্যাখ্যা কর। *[সি.বো.'১৭]*

উত্তর: যেকোনো বস্তুর ওজন, $W = mg$। ভর (m) ধ্রুবক, তাই অভিকর্ষজ ত্বরণ (g) হ্রাস পেলে বস্তুর আপাত ওজন হ্রাস পাবে। পৃথিবীর ব্যাসার্ধ 'R' এবং ভর 'M' হলে অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g = \frac{GM}{R^2}$ । এখানে, 'R' এর মান বৃদ্ধি পেলে 'g' এর মান হ্রাস পায় এবং 'R' এর মান হ্রাস পেলে 'g' এর মান বৃদ্ধি পায়। 'g' এর মান কমলে আপাত ওজন হ্রাস পায় এবং 'g' এর মান বাড়লে আপাত ওজন বৃদ্ধি পায়।

বিষুবীয় অঞ্চলে পৃথিবীর ব্যাসার্ধ R সবচেয়ে বেশি হওয়ায় এখানে 'g' এর মান সবচেয়ে কম। সুতরাং পৃথিবীর অন্য কোনো অঞ্চল থেকে বিষুবীয় অঞ্চলের দিকে আসলে 'g' এর মান ক্রমশ হ্রাস পায়, অর্থাৎ ক্রমশ বস্তুর আপাত ওজন হ্রাস পায়।

প্রশ্ন-১৫। "কোনো নির্দিষ্ট স্থানে ওজন ভরের সমানুপাতিক"—ব্যাখ্যা কর। *[য.বো.'২৩]*

উত্তর: আমরা জানি, m ভর বিশিষ্ট কোনো বস্তুর ওজন, $W = mg$

এখানে, g অভিকর্ষজ ত্বরণের মান বস্তুর অবস্থানের উপর নির্ভরশীল। কোনো নির্দিষ্ট স্থানে অর্থাৎ g এর মান যদি নির্দিষ্ট হয় বা স্থির বিবেচনা করা হয় তবে, $W \propto m$ অর্থাৎ, কোনো নির্দিষ্ট স্থানে ভর ওজনের সমানুপাতিক।

প্রশ্ন-১৬। মেরু অঞ্চলে g এর মান বিষুবীয় অঞ্চল থেকে ভিন্ন হয় কেন? ব্যাখ্যা করো। *[ঢা.বো.'২৫]*

উত্তর: আমরা জানি, λ° অক্ষাংশে পৃথিবীর অভিকর্ষজ ত্বরণ,

$g' = g - \omega^2 R\cos^2\lambda$

মেরু অঞ্চলের জন্য $\lambda = 90°$,

$g' = g - \omega^2 R\,(\cos 90°)^2 = g - 0 = g$

বিষুবীয় অঞ্চলের জন্য $\lambda = 0°$,

$g' = g - \omega^2 R\,(\cos 0°)^2 = g - \omega^2 R$

এখানে,
g' = কার্যকর অভিকর্ষজ ত্বরণ
g = অভিকর্ষজ ত্বরণের আদর্শ মান
ω = পৃথিবীর কৌণিক বেগ
R = পৃথিবীর ব্যাসার্ধ
এবং λ = ঐ স্থানের অক্ষাংশ

তাই বলা যায়, অক্ষাংশের ভিন্নতার জন্য মেরু ও বিষুবীয় অঞ্চলে g এর মান ভিন্ন হয়।

প্রশ্ন-১৭। পৃথিবীর নিজ অক্ষের চারপাশে ঘূর্ণন হঠাৎ থেমে গেলে পৃথিবী পৃষ্ঠে g এর মানের কীরূপ পরিবর্তন হবে ব্যাখ্যা কর। *[য.বো.'১৯]*

উত্তর: আমরা জানি, λ° অক্ষাংশে পৃথিবীর অভিকর্ষজ ত্বরণ,

$g' = g - \omega^2 R\cos^2\lambda$

পৃথিবীর নিজ অক্ষের চারপাশে ঘূর্ণন হঠাৎ থেমে গেলে অর্থাৎ, $\omega = 0$ হলে $\omega^2 R\cos^2\lambda = 0$ হবে। অর্থাৎ বস্তুর ওপর কোনো কেন্দ্রবিমুখী বল কাজ করবে না। তাই g-এর কোনো আপাত হ্রাসও হয় না।

এক্ষেত্রে, $g' = g$।

সুতরাং, g-এর কার্যকর মান $\omega^2 R\cos^2\lambda$ পরিমাণ বৃদ্ধি পায়।

এখানে,
g' = কার্যকর অভিকর্ষজ ত্বরণ
g = অভিকর্ষজ ত্বরণের আদর্শ মান
ω = পৃথিবীর কৌণিক বেগ
R = পৃথিবীর ব্যাসার্ধ
λ = ঐ স্থানের অক্ষাংশ

প্রশ্ন-১৮। পৃথিবীর অভ্যন্তরে ও উপরে সমান দূরত্বে 'g' এর মান সমান নয় কেন? *[য.বো.'২৪]*

উত্তর: আমরা জানি, ভূপৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ত্বরণ g এবং পৃথিবীর ব্যাসার্ধ R হলে, পৃথিবীর অভ্যন্তরে h গভীরতায় অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g' = g\left(1 - \frac{h}{R}\right)$ এবং পৃথিবীর উপরে h উচ্চতায় অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g'' = g\frac{h^2}{(R+h)^2} \approx g\left(1 - \frac{2h}{R}\right)$ [যখন $h << R$]।

সমীকরণ দুইটি ভিন্ন বলে পৃথিবীর অভ্যন্তরে ও উপরে সমান দূরত্বে অভিকর্ষজ ত্বরণ সমান নয়। g'' এর মান সমান দূরত্বের (h) জন্য g' হতে কম হবে। তাই, সমান দূরত্বে ভূ-অভ্যন্তরে অভিকর্ষজ ত্বরণের মান সমান দূরত্বে ভূপৃষ্ঠ হতে উপরে অভিকর্ষজ মানের তুলনায় বেশি।

প্রশ্ন-১৯। ভূ-পৃষ্ঠ থেকে যতই নিচে যাওয়া যায় অভিকর্ষজ ত্বরণের মান ততই কমতে থাকে—ব্যাখ্যা কর। *[য.বো.'২৩]*

উত্তর:

ভূপৃষ্ঠ থেকে h গভীরতায় অভিকর্ষজ ত্বরণের সূত্রটি হলো–

$$g' = g\left(1 - \frac{h}{R}\right)$$

এখানে, g = ভূপৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ত্বরণ
R = পৃথিবীর ব্যাসার্ধ
g' = h অভিকর্ষজ ত্বরণ

সূত্র হতে পাই যে, h বৃদ্ধি পেলে $\left(1 - \frac{h}{R}\right)$ এর মান হ্রাস পায় অর্থাৎ g' এর মানও হ্রাস পায়। আবার পৃথিবীর কেন্দ্রে $h = R$ বলে g' এর মান শূন্য হয়। তাই বলা যায় যে ভূপৃষ্ঠ থেকে যত নিচে যাওয়া যায় অভিকর্ষজ ত্বরণের মান তত কমতে থাকে এবং কেন্দ্রে গেলে তা শূন্য হয়।

Similar Questions

- ✓ পৃথিবীর কেন্দ্রে অভিকর্ষজ ত্বরণ শূন্য কেন— ব্যাখ্যা করো। [ম.বো.'২৫]
- ✓ পৃথিবীর কেন্দ্রে অভিকর্ষজ ত্বরণের মান শূন্য কেন? ব্যাখ্যা কর। [চ.বো.'২৪]

প্রশ্ন-২০। **পৃথিবীর অভ্যন্তরে কোনো স্থানের অভিকর্ষজ ত্বরণ পৃথিবীর কেন্দ্র হতে দূরত্বের সমানুপাতিক— ব্যাখ্যা কর।** [সি.বো.'২৫,'১৯; কু.বো.'১৭]

উত্তর: ধরা যাক, পৃথিবীপৃষ্ঠ হতে h গভীরে কোনো বস্তু অবস্থিত।

পৃথিবীর ব্যাসার্ধ R হলে পাই,

$$g_{(R-h)} = \frac{GM'}{(R-h)^2} = \frac{G}{(R-h)^2} \times \frac{4}{3}\pi (R-h)^3 \rho = \frac{4}{3}\pi G\rho (R-h)$$

$$\therefore g_{(R-h)} \propto (R-h)$$

যেখানে, $(R-h)$ হলো পৃথিবীর কেন্দ্র হতে বস্তুর দূরত্ব।

কাজেই, পৃথিবীর কেন্দ্র হতে বস্তুর দূরত্ব বাড়লে $g_{(R-h)}$ এর মান বাড়বে এবং দূরত্ব কমলে g_{R-h} এর মান কমবে।

সুতরাং, পৃথিবীর অভ্যন্তরের কোনো বিন্দুতে অভিকর্ষজ ত্বরণের মান পৃথিবীর কেন্দ্র হতে দূরত্বের সমানুপাতিক।

প্রশ্ন-২১। **পৃথিবী পৃষ্ঠ থেকে উপরের দিকে অভিকর্ষজ ত্বরণের মানের পরিবর্তন যে সূত্র মেনে চলে তা ব্যাখ্যা কর।** [কু.বো.'২৩]

উত্তর:

পৃথিবী পৃষ্ঠ থেকে h উচ্চতায় অভিকর্ষজ ত্বরণের সূত্রটি হলো–

$$g_h = \frac{g}{\left(1+\frac{h}{R}\right)^2}$$

এখানে,

g = ভূপৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ত্বরণ

R = পৃথিবীর ব্যাসার্ধ

g_h = h উচ্চতায় অভিকর্ষজ ত্বরণ

সূত্র হতে পাই যে, h এর মান যত বাড়তে থাকবে $\left(1+\frac{h}{R}\right)$ এর মান তত কমতে থাকবে যার ফলে g_h এর মান কমতে থাকবে।

তবে h এর এর মান R এর তুলনায় খুব ক্ষুদ্র হলে অর্থাৎ, $h \ll R$ হলে আমরা পাই,

$$g_h = g\left(1+\frac{h}{R}\right)^{-2} = g\left\{1+(-2)\frac{h}{R}+\frac{(-2)(-2-1)}{2!}\frac{h^2}{R^2}+\ldots\right\} \text{ [দ্বিপদী বিস্তৃতির নিয়ম অনুসারে]}$$

$$= g\left(1-\frac{2h}{R}\right) \left[\because h \ll R; \text{ তাই এখানে } \frac{h}{R} \text{ এর উচ্চ ঘাতকে উপেক্ষা করা হয়েছে}\right]$$

প্রশ্ন-২২। **ভিন্ন ভিন্ন উচ্চতা থেকে পড়ন্ত বস্তুর অভিকর্ষীয় ত্বরণ সুষম থাকে না– ব্যাখ্যা কর।** [রা.বো.'১৭]

উত্তর: আমরা জানি, পৃথিবীর ভর M এবং ব্যাসার্ধ R হলে ভূ-পৃষ্ঠ থেকে h উচ্চতায় অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g_h = \frac{GM}{(R+h)^2}$.

ভিন্ন ভিন্ন উচ্চতায় অভিকর্ষজ ত্বরণের মানও ভিন্ন ভিন্ন হয়। ভূ-পৃষ্ঠ হতে যত উপরে বস্তু অবস্থান করে, এর ওপর অভিকর্ষজ ত্বরণের মান তত কম থাকে। সুতরাং ভিন্ন ভিন্ন উচ্চতা থেকে পড়ন্ত বস্তুর অভিকর্ষীয় ত্বরণও ভিন্ন ভিন্ন হয় ফলে এরা যখন ভিন্ন ভিন্ন উচ্চতা থেকে মুক্তভাবে পড়তে শুরু করে তখন এদের অভিকর্ষীয় ত্বরণ সুষম থাকে না।

প্রশ্ন-২৩। **ওজনহীনতা বলতে কী বোঝ?**

উত্তর: কোনো বস্তর ওপর পৃথিবীর আকর্ষণ বলই বস্তুর ওজন। এই আকর্ষণ বল নির্ভর করে অভিকর্ষজ ত্বরণ g-এর মানের ওপর। কোনো বস্তুর ওপর পৃথিবীর আকর্ষণ বল ন থাকলে বস্তুটি ওজনহীন হবে। ভূকেন্দ্রে যেখানে g = 0 কিংবা পৃথিবী এবং চাঁদ বা অন্য কোনো গ্রহের মাঝামাঝি স্থান যেখানে কোনো বস্তুর ওপর পৃথিবীর আকর্ষণ বল চাঁদ বা অন্য গ্রহের আকর্ষণ বল দ্বারা নিষ্ক্রিয় হয়ে যায়, এরূপ স্থানে ওজনহীনতার ঘটনা ঘটতে পারে।

প্রশ্ন-২৪। **মহাশূন্যচারীরা নিজেকে কেন ওজনহীন মনে করেন? ব্যাখ্যা করো।** [চ.বো.'২৫]

উত্তর: কোনো বস্তর ওপর পৃথিবীর আকর্ষণ বলই বস্তুর ওজন। এই আকর্ষণ বল নির্ভর করে অভিকর্ষজ ত্বরণ g-এর মানের ওপর। কোনো বস্তুর ওপর পৃথিবীর আকর্ষণ বল না থাকলে বস্তুটি ওজনহীন হবে। ভূকেন্দ্রে যেখানে g = 0 কিংবা পৃথিবী এবং চাঁদ বা অন্য কোনো গ্রহের মাঝামাঝি স্থান যেখানে কোনো বস্তুর ওপর পৃথিবীর আকর্ষণ বল চাঁদ বা অন্য গ্রহের আকর্ষণ বল দ্বারা নিষ্ক্রিয় হয়ে যায়, এরূপ স্থানে ওজনহীনতার ঘটনা ঘটতে পারে। মহাকাশচারীরা যখন প্রতিনিয়ত পৃথিবীর চারপাশে ঘুরছে তখন নভোযানও একইভাবে ঘুরছে। নভোযান মহাকাশচারীর শরীরে প্রতিক্রিয়া বল প্রয়োগ না করায় ওজনহীনতা অনুভব হয়।

মহাকর্ষীয় প্রাবল্য ও মহাকর্ষীয় বিভব

প্রশ্ন-২৫। **মহাকর্ষীয় বিভব 12 J/kg বলতে কী বুঝ?** [সি.বো.'২২]

উত্তর: মহাকর্ষীয় বিভব বলতে অসীম দূরত্ব থেকে একক ভরের কোনো বস্তুকে মহাকর্ষীয় ক্ষেত্রের কোনো বিন্দুতে আনতে সম্পন্ন কাজের পরিমাণকে বুঝায়। মহাকর্ষীয় ক্ষেত্রের কোনো বিন্দুতে বিভব 12 J/kg বলতে বুঝায় ঐ বিন্দুতে অসীম থেকে 1kg ভরের কোনো বস্তুকে আনতে 12J কাজ সম্পন্ন করতে হবে।

Note

প্রশ্নটি ত্রুটিপূর্ণ। মহাকর্ষীয় বিভব কখনও ধনাত্মক হবে না, এটি একটি ঋণাত্মক রাশি। অসীমে মহাকর্ষীয় বিভবের সর্বোচ্চ মান হচ্ছে শূন্য। অসীম থেকে মহাকর্ষীয় ক্ষেত্র সৃষ্টিকারী বস্তুর দিকে এগোতে থাকলে মহাকর্ষীয় বিভবের মান কমতে থাকে, অর্থাৎ ঋণাত্মক হয়।

Similar Question

✓ মহাকর্ষীয় বিভবের মান – 6J বলতে কী বুঝ? [চ.বো.'২৫]

প্রশ্ন-২৬। মহাকর্ষীয় বিভব অসীমে সর্বাধিক কিন্তু শূন্য—ব্যাখ্যা কর। *[য.বো.'২২]*

উত্তর: অসীম দূর হতে একক ভরের কোনো বস্তুকে মহাকর্ষীয় ক্ষেত্রের কোনো বিন্দুতে আনতে যে কাজ সাধিত হয়, তাকে ঐ বিন্দুর মহাকর্ষীয় বিভব বলে। M ভরের কোনো বস্তুর অবস্থান বিন্দু থেকে r দূরত্বে মহাকর্ষীয় বিভব V হলে, $V = -\frac{GM}{r}$

রাশিটিতে ঋণাত্মক চিহ্ন প্রকাশ করে যে, বস্তুটিকে যতই মহাকর্ষীয় ক্ষেত্রের দিকে আনা হয় ততই মহাকর্ষীয় বিভবের মান কমতে থাকে। অপরদিকে দূরত্ব বৃদ্ধি পেলে মহাকর্ষীয় বিভবের মান বৃদ্ধি পায়।

এখন, অসীমে, $r = \infty$

তখন, $V = -\frac{GM}{\infty} = 0$

অর্থাৎ, দূরত্ব বৃদ্ধির সাথে সাথে মহাকর্ষীয় বিভবের মান বৃদ্ধি পায় এবং অসীমে গিয়ে মহাকর্ষীয় বিভব সর্বাধিক মান প্রাপ্ত হয় এবং তা হচ্ছে শূন্য।

প্রশ্ন-২৭। মহাকর্ষ বিভবের মান ঋণাত্মক হয় কেন? ব্যাখ্যা কর। *[ঢা.বো.'২৩]*
***অথবা*, মহাকর্ষ বিভবের মান ঋণাত্মক হয় কেন?** *[সি.বো.'১৬]*

উত্তর: অসীম দূর হতে একক ভরের কোনো বস্তুকে মহাকর্ষীয় ক্ষেত্রের কোনো বিন্দুতে আনতে যে পরিমাণ কাজ সাধিত হয়, তাকে ঐ বিন্দুর মহাকর্ষীয় বিভব বলে।
এই সরণ, বলের বিপরীতমুখী হয় বলে কৃতকাজ ঋণাত্মক। আবার কোনো বিন্দুতে মহাকর্ষীয় বিভব ঐ বিন্দুতে একক ভরের বস্তুর স্থিতিশক্তির সমান। কৃতকাজ ঋণাত্মক বলেই মহাকর্ষ বিভবের মান ঋণাত্মক হয়।

প্রশ্ন-২৮। পৃথিবী পৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ত্বরণ অভিকর্ষ প্রাবল্যের সমান— ব্যাখ্যা কর। *[কু.বো.'২৪]*
***অথবা*, পৃথিবীর মহাকর্ষীয় ক্ষেত্র প্রাবল্য ও অভিকর্ষজ ত্বরণের মধ্যে সম্পর্ক দেখাও?**

উত্তর: ভূপৃষ্ঠের কোনো স্থানে অভিকর্ষজ ত্বরণ, g হলে m ভরের কোনো বস্তুর ওপর মহাকর্ষীয় বল, F হচ্ছে বস্তুটির ওজন যেখানে, $F = mg$। আবার ভূপৃষ্ঠে মহাকর্ষীয় ক্ষেত্র প্রাবল্য E_G হলে, $E_G = \frac{F}{m} = \frac{mg}{m} = g$

সুতরাং দেখা যায় যে, কোনো বিন্দুতে পৃথিবীর মহাকর্ষীয় ক্ষেত্র প্রাবল্য এবং অভিকর্ষজ ত্বরণ একই।

মুক্তিবেগ

প্রশ্ন-২৯। "পৃথিবীপৃষ্ঠ হতে নিক্ষিপ্ত সকল বস্তুর মুক্তিবেগ অভিন্ন"—ব্যাখ্যা করো। *[কু.বো.'২৫]*

উত্তর: সর্বাপেক্ষা কম যে বেগে কোনো বস্তুকে উপরের দিকে নিক্ষেপ করলে তা আর পৃথিবীতে ফিরে আসে না, সেই বেগকে মুক্তিবেগ বলে।

কোনো বস্তুর মুক্তিবেগ v_e হলে,

$$v_e = \sqrt{\frac{2GM}{R}}$$
$$= \sqrt{2gR}$$

যেখানে,
G = মহাকর্ষীয় ধ্রুবক
g = অভিকর্ষজ ত্বরণ
R = পৃথিবীর ব্যাসার্ধ
M = পৃথিবীর ভর

উপরোক্ত সমীকরণ হতে পাই যে, মুক্তিবেগের মান নির্ণয়ের জন্য বস্তুর ভরের মান বা বস্তু সংক্রান্ত কোনো তথ্য জানার প্রয়োজন নেই। তাই, পৃথিবীপৃষ্ঠ হতে নিক্ষিপ্ত সকল বস্তুর মুক্তিবেগ অভিন্ন।

Similar Questions

✓ **মুক্তিবেগ বস্তুর ভরের উপর নির্ভরশীল নয়— ব্যাখ্যা কর।** *[ঢা.বো.'২৫; য.বো.'২২]*
✓ **মুক্তিবেগ বস্তুর ভরের উপর নির্ভরশীল নয় কেন?** *[ঢা.বো.'২৪]*

প্রশ্ন-৩০। স্থির ভরের কোনো গ্রহ সম্প্রসারিত হলে কোনো বস্তুর মুক্তিবেগ পরিবর্তন হয় কি– ব্যাখ্যা কর। *[ব.বো.'১৯]*

উত্তর: কোনো গ্রহের ভর M এবং ব্যাসার্ধ R হলে, গ্রহটির মুক্তিবেগ, $v_e = \sqrt{\frac{2GM}{R}}$

$\therefore v_e \propto \frac{1}{\sqrt{R}}$ [G, M ধ্রুব হলে]

সুতরাং, স্থির ভরের কোনো গ্রহ সম্প্রসারিত হলে উক্ত গ্রহের ব্যাসার্ধ বেড়ে যাবে। ব্যাসার্ধ বেড়ে গেলে মুক্তিবেগ কমে যাবে।
অতএব বলা যায়, মুক্তিবেগ পরিবর্তন হবে।

প্রশ্ন-৩১। একটি গ্রহের মুক্তিবেগ কি এর ব্যাসার্ধের উপর নির্ভর করে? ব্যাখ্যা করো। *(সংশোধিত)* *[য.বো.'২৫]*
***অথবা*, কোনো গ্রহের মুক্তিবেগ ঐ গ্রহের ব্যাসার্ধের উপর নির্ভরশীল কি না– ব্যাখ্যা কর।** *[দি.বো.'১৯]*

উত্তর: আমরা জানি, মুক্তিবেগের রাশিমালা, $v_e = \sqrt{\frac{2GM}{R}}$

অর্থাৎ, ভর ধ্রুব থাকলে মুক্তিবেগ গ্রহের ব্যাসার্ধের বর্গমূলের ব্যস্তানুপাতিক।

আবার, $v_e = \sqrt{\frac{2G \times \frac{4}{3}\pi R^3\rho}{R}} = \sqrt{\frac{8G\,\pi R^2\rho}{3}}$

বা, $v_e \propto R$

এখানে, ব্যাসার্ধ পরিবর্তনের সাথে সাথে গ্রহের ভর পরিবর্তন হলে মুক্তিবেগ গ্রহের ব্যাসার্ধের সমানুপাতিক।
অতএব, এটি স্পষ্ট যে, কোনো গ্রহের মুক্তিবেগ ঐ গ্রহের ব্যাসার্ধের উপর নির্ভরশীল।

CS CamScanner

প্রশ্ন-৩২। সূর্যের সকল গ্রহে মুক্তিবেগের মান সমান কি-না? ব্যাখ্যা কর। [রা.বো.'২৩]

উত্তর: সূর্যের সকল গ্রহে মুক্তিবেগের মান সমান নয়।

মুক্তিবেগের সমীকরণ হচ্ছে, $v_e = \sqrt{\frac{2GM}{R}}$

সমীকরণ থেকে দেখা যায়, মুক্তিবেগ গ্রহের ব্যাসার্ধ (R) এবং গ্রহের ভর (M) এর উপর নির্ভরশীল। অর্থাৎ ভর কিংবা ব্যাসার্ধের পরিবর্তন হলে মুক্তিবেগেরও পরিবর্তন হবে। যেহেতু সৌরজগতের গ্রহগুলোর ব্যাসার্ধ ও ভর প্রতিটিই ভিন্ন, তাই গ্রহগুলোর মুক্তিবেগও ভিন্ন ভিন্ন। অর্থাৎ, সূর্যের সকল গ্রহে মুক্তিবেগের মান সমান নয়।

প্রশ্ন-৩৩। মঙ্গল গ্রহের পৃষ্ঠ হতে বৃহস্পতির পৃষ্ঠে মুক্তিবেগ বেশি—ব্যাখ্যা কর। [সি.বো.'২৩]

উত্তর: আমরা জানি, কোনো গ্রহের ভর M ও ব্যাসার্ধ R হলে তার মুক্তিবেগ $v_e = \sqrt{\frac{2GM}{R}}$ [G মহাকর্ষীয় ধ্রুবক]।

অর্থাৎ মুক্তিবেগের মান ভর ও ব্যাসার্ধের উপর নির্ভরশীল। সৌরজগতের সবচেয়ে বড় গ্রহ হচ্ছে বৃহস্পতি এবং মঙ্গল হচ্ছে সৌরজগতের ২য় ক্ষুদ্রতম গ্রহ। তাই স্পষ্টতই মঙ্গল বৃহস্পতি গ্রহের ভর ও ব্যাসার্ধ মঙ্গল গ্রহের তুলনায় অনেক গুণ বেশি। সুতরাং বলা যায় যে, মঙ্গল গ্রহের পৃষ্ঠ হতে বৃহস্পতি পৃষ্ঠের মুক্তিবেগ বেশি।

প্রশ্ন-৩৪। মঙ্গল গ্রহে কোনো বস্তুর মুক্তিবেগ 4.77 kms^{-1} বলতে কি বুঝ? ব্যাখ্যা কর। [য.বো.'১৬]

উত্তর: মঙ্গল গ্রহে কোনো বস্তুর মুক্তিবেগ 4.77 kms^{-1} বলতে বুঝায় মঙ্গল গ্রহে কোন বস্তুকে 4.77 kms^{-1} বেগে নিক্ষেপ করলে তা মঙ্গল গ্রহের মাধ্যাকর্ষণ অতিক্রম করে মহাশূন্যে চলে যাবে।

প্রশ্ন-৩৫। রকেটের বেগ মুক্তিবেগ নয় কেন? [সি.বো.'২৪; দি.বো.'১৬]

উত্তর: রকেটের বেগ মুক্তিবেগের সমান নয় কারণ মুক্তিবেগের সমান বেগ নিক্ষেপ করলে তা পৃথিবীর আকর্ষণ ক্ষেত্র পুরোপুরিভাবে অতিক্রম করে পৃথিবীর বাইরে মহাশূন্য চলে যাবে এবং পৃথিবীতে আর ফিরে আসে না।

প্রশ্ন-৩৬। চন্দ্র ও পৃথিবীর মধ্যে কোন ক্ষেত্রে মুক্তিবেগ বেশি? ব্যাখ্যা কর। [ব.বো.'২৪]

উত্তর: আমরা জানি, মুক্তিবেগ, $v = \sqrt{2gR}$

সুতরাং, মুক্তিবেগ গ্রহের অভিকর্ষজ ত্বরণ ও ব্যাসার্ধের উপর নির্ভরশীল। চন্দ্রের ব্যাসার্ধ ও অভিকর্ষজ ত্বরণ উভয়ই পৃথিবীর তুলনায় কম। এর ফলে চন্দ্রে মুক্তিবেগের মান কম হয়। তাই, চন্দ্র ও পৃথিবীর মধ্যে পৃথিবীর ক্ষেত্রে মুক্তিবেগ বেশি।

কৃত্রিম উপগ্রহ

প্রশ্ন-৩৭। আম ভূপৃষ্ঠে আছড়ে পড়ে, তবে কৃত্রিম উপগ্রহ আছড়ে পড়ে না কেন? ব্যাখ্যা কর। [কু.বো.'১৬; চ.বো.'১৬]

উত্তর: পৃথিবীর অভিকর্ষ বলের প্রভাবে এটি ভূপৃষ্ঠে পতিত হয়। অপরদিকে পৃথিবীকে প্রদক্ষিণ করার জন্য কৃত্রিম উপগ্রহকে একটি বেগ দেওয়া হয়। এই বেগ তার কক্ষপথের স্পর্শক বরাবর ক্রিয়া করে। ফলে পৃথিবীর অভিকর্ষ বল এটি পৃথিবীর দিকে টানলেও তার কক্ষপথ থেকে বের করে আনতে পারে না। এ কারণেই আম ভূপৃষ্ঠে আছড়ে পড়ে। কিন্তু কৃত্রিম উপগ্রহ আছড়ে পড়ে না।

প্রশ্ন-৩৮। কৃত্রিম উপগ্রহের কয়েকটি ব্যবহার উল্লেখ কর?

উত্তর: কৃত্রিম উপগ্রহের কয়েকটি ব্যবহার হলো:-

i) আবহাওয়া সম্পর্কিত গবেষণা, নিরীক্ষণ ও পূর্বাভাস প্রদান।
ii) বেতার ও টেলিভিশন যোগাযোগের ক্ষেত্রে রিলে স্টেশন হিসেবে কাজ করা।
iii) আন্তঃমহাদেশীয় যোগাযোগ।
iv) জ্যোতি-পদার্থবিজ্ঞান সংক্রান্ত নানাবিধ পরিচালনা।

প্রশ্ন-৩৯। একই কক্ষপথে স্থাপিত দু'টি ভিন্ন ভরের স্যাটেলাইটের বেগ কি একই হবে, না ভিন্ন হবে? ব্যাখ্যা কর। [চ.বো.'২২]

উত্তর: আমরা জানি,

ভূপৃষ্ঠ হতে নির্দিষ্ট উচ্চতায় কৃত্রিম উপগ্রহের বেগ,

$$v = \sqrt{\frac{GM}{R+h}}$$

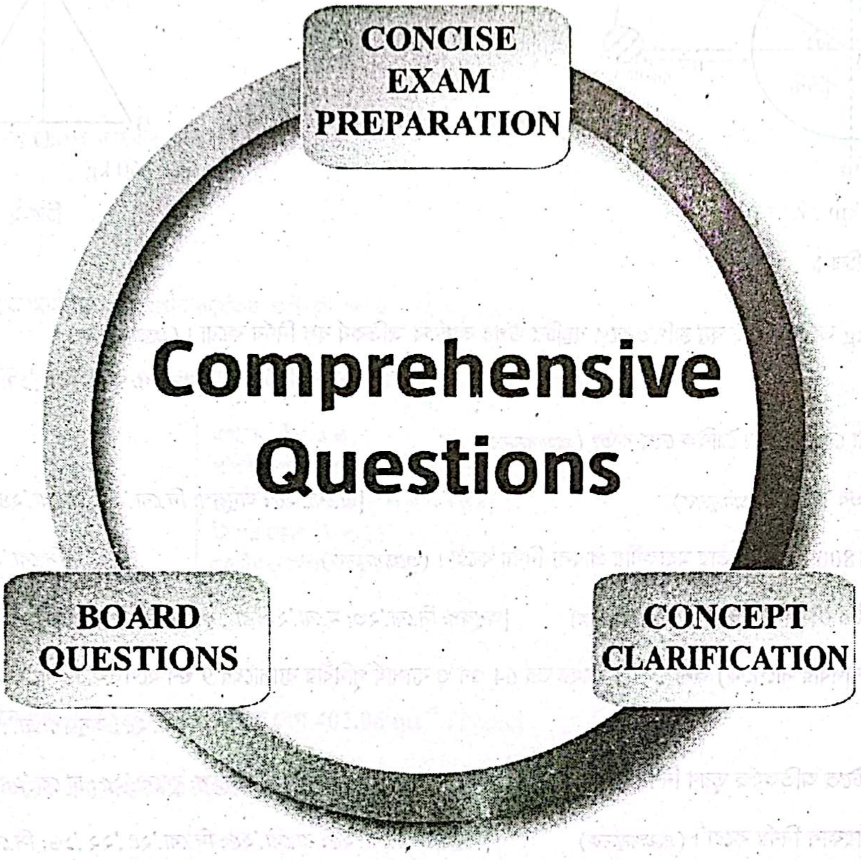
$$= \sqrt{\frac{gR^2}{R+h}} \quad \left[\because g = \frac{GM}{R^2}\right]$$

$$= R\sqrt{\frac{g}{R+h}}$$

যেখানে,
G = মহাকর্ষীয় ধ্রুবক
M = পৃথিবীর ভর
R = পৃথিবীর ব্যাসার্ধ
g = অভিকর্ষজ ত্বরণ
h = ভূ-পৃষ্ঠ হতে কৃত্রিম উপগ্রহের উচ্চতা

উপরোক্ত সমীকরণ হতে পাই যে, কৃত্রিম উপগ্রহের বেগের মান স্যাটেলাইটের ভরের উপর নির্ভরশীল নয়। সুতরাং, একই কক্ষপথে স্থাপিত দুটি ভিন্ন ভরের স্যাটেলাইটের বেগ একই হবে।

CS CamScanner


CONCISE
EXAM
PREPARATION
BOARD
QUESTIONS
CONCEPT
CLARIFICATION

Comprehensive Questions

প্রিয় শিক্ষার্থী,

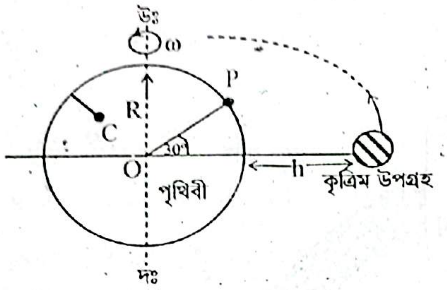
এই অধ্যায় থেকে বিগত HSC পরীক্ষায় মোট ৬১টি সৃজনশীল প্রশ্ন এসেছে। পরীক্ষার আগে এই অল্প সময়ে এতগুলো প্রশ্নোত্তর অনুশীলন করা তোমাদের জন্য কষ্টসাধ্য; এছাড়াও এই প্রশ্নোত্তরগুলোর অধিকাংশই প্রত্যক্ষ ও পরোক্ষভাবে 'Repeat' !!!

তোমাদের সুবিধার্থে এই ৬১টি সৃজনশীল প্রশ্নকে সমন্বয় করে মাত্র ২টি COMPREHENSIVE QUESTIONS এ পরিণত করা হয়েছে, যেগুলো বুঝে অনুশীলন করলে এই অধ্যায়ের সব বোর্ড প্রশ্নতো Cover হবেই সাথে এই অধ্যায় সংশ্লিষ্ট গুরুত্বপূর্ণ প্রায় প্রতিটি বিষয়ই তোমাদের আয়ত্তে চলে আসবে।

প্রশ্ন নং-১ অভিকর্ষজ ত্বরণ, মহাকর্ষীয় বিভব ও প্রাবল্য এবং কৃত্রিম উপগ্রহ সম্পর্কিত

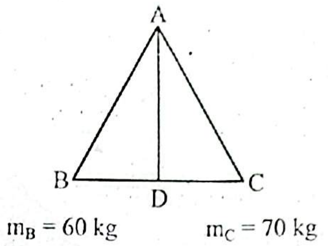
পৃথিবী পৃষ্ঠ থেকে C বিন্দুতে অবস্থিত খনির দূরত্ব 32 km।

ABC ত্রিভুজে AB = BC = CA = 15 m. D বিন্দু BC এর মধ্যবিন্দু।



$h = 500$ km , $\lambda = 30°$

চিত্র-১



চিত্র-২

(i) চিত্র-১ এ P বিন্দুতে 1 kg ভরের একটি বস্তু স্থাপিত হলে বস্তুটির উপর কার্যকর অভিকর্ষ বল নির্ণয় করো। (*প্রয়োগমূলক*) [*অনুরূপ: ব.বো.'২৪,'১৭; ম.বো.'২৪; দি.বো.'২২; সি.বো.'১৯*]

(ii) চিত্র-১ এ P বিন্দুতে রাখা কোনো বস্তুর রৈখিক বেগ কত? (*প্রয়োগমূলক*) [*অনুরূপ: ব.বো.'২৪; সি.বো.'১৯*]

(iii) চিত্র-২ এ A বিন্দুতে বিভব কত? (*প্রয়োগমূলক*) [*ঢা.বো.'২৫; অনুরূপ: দি.বো.'২৫; রা.বো.'২৪; চ.বো.'২৩; ব.বো.'২২; কু.বো.'১৭*]

(iv) চিত্র-১ এ P বিন্দু হতে 1800 km উচ্চতায় মহাকর্ষীয় প্রাবল্য নির্ণয় করো। (*প্রয়োগমূলক*) [*সি.বো.'২৫; অনুরূপ: য.বো.'২৫; ব.বো.'২৫*]

(v) চিত্র-১ এ কৃত্রিম উপগ্রহটির বেগ নির্ণয় করো। (*প্রয়োগমূলক*) [*অনুরূপ: সি.বো.'২৩; ম.বো.'২২; রা., কু., চ. ও ব. (সম্মিলিত) বো.'১৮; ব.বো.'১৬; দি.বো.'১৬; য.বো.'১৫*]

(vi) চিত্র-১ এ উল্লিখিত গ্রহ (পৃথিবীর সাপেক্ষে) অন্য কোনো গ্রহের ভর 64 গুণ ও ব্যাসার্ধ পৃথিবীর ব্যাসার্ধের 9 গুণ হলে গ্রহটির পৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ত্বরণ কত? (*প্রয়োগমূলক*) [*ম.বো.'২৫; অনুরূপ: ঢা., য., সি. ও দি. (সম্মিলিত) বো.'১৮*]

(vii) চিত্র-১ এ কৃত্রিম উপগ্রহটিতে অভিকর্ষজ ত্বরণ নির্ণয় করো। (*প্রয়োগমূলক*) [*রা.বো.'২২; অনুরূপ: কু.বো.'২৫; ঢা.বো.'২৪; ব.বো.'১৯; চ.বো.'১৫; দি.বো.'১৫*]

(viii) চিত্র-১ এ উপগ্রহটির পর্যায়কাল নির্ণয় করো। (*প্রয়োগমূলক*) [*অনুরূপ: ঢা.বো.'২৫; রা.বো.'২৫; দি.বো.'২৪,'২২,'১৬; সি.বো.'২৩; য.বো.'২২,'১৯; ম.বো.'২২*]

(ix) চিত্র-১ এ পৃথিবী পৃষ্ঠ থেকে কত উচ্চতায় উপগ্রহটির ওজন পৃথিবীপৃষ্ঠের ওজনের 80% হবে? নির্ণয় করো। (*প্রয়োগমূলক*) [*চ.বো.'১৯; অনুরূপ: চ.বো.'২৫*]

(x) চিত্র-১ এ যখন কোনো বস্তু C বিন্দুতে অবস্থান করে তখন অভিকর্ষজ ত্বরণের মান নির্ণয় কর। (*প্রয়োগমূলক*) [*অনুরূপ: সি.বো.'২২*]

(xi) চিত্র-১ এ কৃত্রিম উপগ্রহের ভর 7×10^{22} kg হলে এবং পৃথিবী ও কৃত্রিম উপগ্রহের কেন্দ্রের মধ্যবর্তী দূরত্ব 7×10^{8} m হলে মধ্যবিন্দুতে লব্ধি মহাকর্ষীয় প্রাবল্য কত? (*প্রয়োগমূলক*) [*অনুরূপ: য.বো.'২৪*]

(xii) চিত্র-১ এ কৃত্রিম উপগ্রহটি যদি পৃথিবী পৃষ্ঠ থেকে 700 km উপরে হতো তবে পর্যায়কালের কোনো পরিবর্তন ঘটতো কি? গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ করো। (*উচ্চতর দক্ষতামূলক*)

(xiii) চিত্র-১ এ উপগ্রহটি ভূস্থির উপগ্রহে রূপান্তর সম্ভব কিনা? গাণিতিক বিশ্লেষণসহ তোমার মতামত দাও। (*উচ্চতর দক্ষতামূলক*) [*রা.বো.'২২; অনুরূপ: কু.বো.'২৫*]

(xiv) চিত্র-১ এ কৃত্রিম উপগ্রহের ভর 300 kg, উচ্চতা 1200 km ও বেগ 7258.21 ms^{-1} হলে উপগ্রহটি কি মহাশূন্যে হারিয়ে যাবে? গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ করো। (*উচ্চতর দক্ষতামূলক*) [*ঢা.বো.'২৫; অনুরূপ: সি.বো.'২৫; য.বো.'২৩; ব.বো.'২৩,'১৫*]

(xv) চিত্র-১ এ C বিন্দু ও উপগ্রহের মধ্যে কোনো বস্তুকে নিয়ে গেলে কোথায় বস্তুটি বেশি ওজন অনুভব করবে? গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ করো। (*উচ্চতর দক্ষতামূলক*) [*অনুরূপ: দি.বো.'২৫; ঢা.বো.'২৪; সি.বো.'২২*]

(xvi) চিত্র-১ এ $\lambda = 30°$ তে কোনো বস্তুর অভিকর্ষজ ত্বরণ শূন্য হতে হলে পৃথিবীর কৌণিক বেগের কিরূপ পরিবর্তন করতে হবে? গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ করো। (*উচ্চতর দক্ষতামূলক*) [*অনুরূপ: ব.বো.'১৭*]

(xvii) চিত্র-২ এর A ও D বিন্দুতে প্রাবল্যের মানের তুলনা করো। (*উচ্চতর দক্ষতামূলক*) [*ঢা.বো.'২৫*]

উত্তর

i P বিন্দুতে কার্যকর অভিকর্ষজ ত্বরণ,

$$g_p = g\left(1 - \frac{\omega^2 R \cos^2 \lambda}{g}\right)$$

$$= 9.8\left\{1 - \frac{(7.27 \times 10^{-5})^2 \times 6.4 \times 10^6 \times (\cos 30°)^2}{9.8}\right\}$$

$$= 9.775 \text{ ms}^{-2}$$

এখানে, চিত্র-১ এ,
উৎপন্ন কোণ, $\lambda = 30°$
পৃথিবীর পর্যায়কাল, $T = 24 \text{ h} = (24 \times 3600) \text{ s}$
পৃথিবীর কৌণিক বেগ, $\omega = \frac{2\pi}{T}$

$$= \frac{2\pi}{24 \times 3600} = 7.27 \times 10^{-5} \text{ rads}^{-1}$$

এখন, P বিন্দুতে অবস্থিত বস্তুর ওপর কার্যকর অভিকর্ষ বল,

$$F = mg_p$$

$$= (1 \times 9.775)$$

$$= 9.775 \text{ N}$$

সুতরাং, চিত্র-১ এ P বিন্দুতে অবস্থিত বস্তুর ওপর কার্যকর অভিকর্ষ বল 9.775 N । [Ans.]

ii λ অক্ষাংশে থাকা কোনো বস্তু গ্রহের ঘূর্ণনের সময় যে বৃত্ত তৈরি করে তার ব্যাসার্ধ হয় $R \cos \lambda$ ।

আমরা জানি,

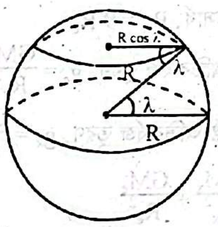
$$v = \omega r$$

$$= \frac{2\pi}{T} \times R \cos \lambda$$

$$= \frac{2 \times 3.1416}{24 \times 3600} \times 6.4 \times 10^6 \times \cos 30°$$

$$= 403.06 \text{ ms}^{-1}$$

এখানে, চিত্র-১ এ,
পৃথিবীর পর্যায়কাল, $T = 24 \text{ hr} = 24 \times 3600 \text{ s}$
পৃথিবীর ব্যাসার্ধ, $R = 6.4 \times 10^6 \text{m}$
উৎপন্ন কোণ, $\lambda = 30°$
গ্রহটির রৈখিক বেগ, $v = ?$



সুতরাং, চিত্র-১ এ উক্ত স্থানে পৃথিবীর ঘূর্ণনের জন্য রৈখিক বেগ 403.06 ms^{-1} । [Ans.]

iii A বিন্দুতে B ও C বিন্দুর ভরের জন্য মহাকর্ষীয় বিভব যথাক্রমে, V_B ও V_C ।

A বিন্দুতে বিভব,

$$V = V_B + V_C$$

$$= \frac{-GM_B}{r} + \left(\frac{-GM_C}{r}\right)$$

$$= \frac{-G}{r}(M_B + M_C)$$

$$= \frac{-6.673 \times 10^{-11}}{15} \times (60 + 70)$$

$$= -5{,}78 \times 10^{-10} \text{ Jkg}^{-1}$$

এখানে, চিত্র-২ এ,
B বিন্দুতে ভর, $M_B = 60 \text{ kg}$
C বিন্দুতে ভর, $M_C = 70 \text{ kg}$
উভয় বিন্দু হতে দূরত্ব, $r = 15 \text{ m}$
মহাকর্ষীয় ধ্রুবক, $G = 6.673 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2\text{kg}^{-2}$

সুতরাং, চিত্র-২ এ A বিন্দুতে মহাকর্ষীয় বিভবের মান $-5.78 \times 10^{-10} \text{ Jkg}^{-1}$ । [Ans.]

iv আমরা জানি,

মহাকর্ষীয় প্রাবল্য,

$$E = -\frac{GM}{r^2}$$

$$= -\frac{GM}{(R + h)^2}$$

$$= -\frac{6.673 \times 10^{-11} \times 6 \times 10^{24}}{(6.4 \times 10^6 + 1.8 \times 10^6)^2}$$

$$= -5.95 \text{ N kg}^{-1}$$

এখানে; চিত্র-১ এ,
পৃথিবীর ভর, $M = 6 \times 10^{24} \text{ kg}$
পৃথিবীর ব্যাসার্ধ, $R = 6.4 \times 10^6 \text{ m}$
উচ্চতা, $h = 1800\text{km} = 1.8 \times 10^6 \text{m}$
মহাকর্ষীয় ধ্রুবক, $G = 6.67 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2 \text{ kg}^{-2}$
দূরত্ব, $r = R + h$

সুতরাং, চিত্র-১ এ প্রদত্ত উচ্চতায় মহাকর্ষীয় প্রাবল্য -5.95 N kg^{-1} । [Ans.]

v কৃত্রিম উপগ্রহের বেগ,

$$v=\sqrt{\frac{GM}{R+h}}$$

$$=\sqrt{\frac{6.67\times10^{-11}\times6\times10^{24}}{(6400+500)\times10^{3}}}$$

$$=7615\ \text{ms}^{-1}$$

$$=7.615\ \text{kms}^{-1}$$

এখানে, চিত্র-১ এ,
পৃথিবীর ভর, $M=6\times10^{24}$ kg
পৃথিবীর ব্যাসার্ধ, $R=6.4\times10^{6}$ m
$=6400\times10^{3}$ m
কৃত্রিম উপগ্রহের উচ্চতা, $h=500$ km
$=500\times10^{3}$ m

সুতরাং, চিত্র-১ এ কৃত্রিম উপগ্রহের বেগ 7.615 kms^{-1}। **[Ans.]**

Note

বোর্ড প্রশ্নে কিছু ক্ষেত্রে h বের করতে বলা হয়, তখন বাকি তথ্যগুলো দেয়া থাকে। এক্ষেত্রে সমীকরণটি বর্গ করে h বামে রেখে সমাধান করতে হবে।

vi ধরি, চিত্র-১ এ,
পৃথিবীর ভর M_e
গ্রহটির ভর, $M_x=64\ M_e$
পৃথিবীর ব্যাসার্ধ, R_e
গ্রহটির ব্যাসার্ধ, $R_x=9\ R_e$

$\therefore$ পৃথিবীপৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g_e=\frac{GM_e}{R_e^2}=9.8\ \text{ms}^{-2}$

এবং গ্রহটির পৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g_x=\frac{GM_x}{R_x^2}$

এখন, $\frac{g_x}{g_e}=\frac{GM_x}{R_x^2}\div\frac{GM_e}{R_e^2}$

$$\Rightarrow\frac{g_x}{9.8}=\frac{G\times64\ M_e}{(9R_e)^2}\times\frac{R_e^2}{GM_e}$$

$$\Rightarrow\frac{g_x}{9.8}=\frac{64\ M_e.R_e^2}{81\ R_e^2\times M_e}$$

$$\Rightarrow g_x=\frac{64}{81}\times9.8$$

$$\therefore\ g_x=7.743\ \text{ms}^{-2}$$

সুতরাং, চিত্র-১ এ উল্লিখিত গ্রহের পৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ত্বরণের মান 7.743ms^{-2}। **[Ans.]**

vii কৃত্রিম উপগ্রহটি ভূপৃষ্ঠ থেকে h = 500 km উচ্চতায় অবস্থিত।
ভূপৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ত্বরণ g এবং h উচ্চতায় অভিকর্ষজ ত্বরণ g_h হলে,

$$g_h=g\left(\frac{R}{R+h}\right)^2$$

$$=9.8\times\left(\frac{6.4\times10^6}{5\times10^5+6.4\times10^6}\right)^2$$

$$=8.43\text{ms}^{-2}$$

এখানে, চিত্র-১ এ,
ভূপৃষ্ঠ থেকে উচ্চতা, $h=5\times10^5$ m
পৃথিবীর ব্যাসার্ধ, $R=6.4\times10^6$ m
কৃত্রিম উপগ্রহে অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g_h=?$

সুতরাং, চিত্র-১ এ কৃত্রিম উপগ্রহে অভিকর্ষজ ত্বরণ 8.43 ms^{-2} **[Ans.]**

viii উপগ্রহটির আবর্তনকাল T হলে,

$$T=\frac{2\pi(R+h)}{v}$$

$$=\frac{2\pi(6.4\times10^6+5\times10^5)}{7615}$$

$$=5693\text{ s}$$

$$=\frac{5693}{3600}\text{ h}$$

$$=1.58\text{ h}$$

এখানে,
উপগ্রহের বেগ, $v=7615\ \text{ms}^{-1}$
['v' নং থেকে পাই]

সুতরাং, চিত্র-১ এ উপগ্রহটির পর্যায়কাল 1.58 h । **[Ans.]**

Note

বোর্ড প্রশ্নে কিছু ক্ষেত্রে T দেয়া থাকে এবং v বের করতে বলা হয়, তখন v বামে রেখে সমাধান করতে হবে।

CS CamScanner

ix পৃথিবীপৃষ্ঠে ওজন mg হলে h উচ্চতায় উপগ্রহের ওজন,

$$mg' = mg \text{ এর } 80\%$$
$$= mg \text{ এর } \frac{80}{100}$$
$$= \frac{80\ mg}{100}$$
$$\therefore g' = \frac{80\ g}{100}$$

আমরা জানি, $g = \frac{GM}{R^2}$ ……… (1)

এবং $g' = \frac{GM}{(R+h)^2}$ ……… (2)

এখানে, চিত্র-১ এ,
পৃথিবীর ব্যাসার্ধ, $R = 6400$ km
$= 6.4 \times 10^6$ m

সমীকরণ (2) ÷ (1) করে পাই,

$$\frac{g'}{g} = \frac{\frac{GM}{(R+h)^2}}{\frac{GM}{R^2}}$$

বা, $g' = \frac{gR^2}{(R+h)^2}$

বা, $(R+h)^2 = \frac{gR^2}{g'}$

বা, $R + h = \sqrt{\frac{gR^2}{g'}}$

বা, $R + h = \sqrt{gR^2 \times \frac{100}{80\ g}}$ $\left[\because g' = \frac{80\ g}{100}\right]$

বা, $R + h = \sqrt{\frac{100\ R^2}{80}}$

বা, $R + h = \frac{10\ R}{\sqrt{80}}$

বা, $h = \frac{10\ R}{\sqrt{80}} - R$

বা, $h = R\left(\frac{10}{\sqrt{80}} - 1\right)$

বা, $h = 6.4 \times 10^6\left(\frac{10}{\sqrt{80}} - 1\right)$

$\therefore h = 7.554 \times 10^5$ m

সুতরাং, চিত্র-১ এ পৃথিবী পৃষ্ঠ থেকে 7.554×10^5 m উচ্চতায় উপগ্রহের ওজন পৃথিবীপৃষ্ঠের ওজনের 80% হবে। [Ans.]

x চিত্র-১ এ, ভূ-পৃষ্ঠ হতে C বিন্দুর গভীরতা, $h_C = 32$ km

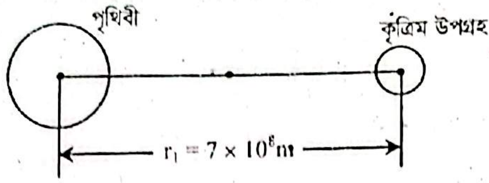
$\therefore$ C বিন্দুতে অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g_C = \left(1 - \frac{h_C}{R}\right) g_e$

$$= \left(1 - \frac{32}{6400}\right) \times 9.8\ ms^{-2}$$
$$= 9.75\ ms^{-2}$$

সুতরাং, চিত্র-১ এ C বিন্দুতে অভিকর্ষজ ত্বরণের মান $9.75\ ms^{-2}$ [Ans.]

CS CamScanner

xi



পৃথিবীর জন্য মহাকর্ষীয় প্রাবল্য E_A হলে,

$$E_A = \frac{-GM_A}{r^2}$$
$$= \frac{-6.673 \times 10^{-11} \times 6 \times 10^{24}}{(3.5 \times 10^8)^2}$$
$$= -3.27 \times 10^{-3}\ Nkg^{-1}$$

কৃত্রিম উপগ্রহের জন্য মহাকর্ষীয় প্রাবল্য E_B হলে,

$$E_B = \frac{-GM_B}{r^2}$$
$$= \frac{-6.673 \times 10^{-11} \times 7 \times 10^{22}}{(3.5 \times 10^8)^2}$$
$$= -3.81 \times 10^{-5}\ Nkg^{-1}$$

এখানে, $E_A > E_B$

∴ মধ্যবিন্দুতে লব্ধি মহাকর্ষীয় প্রাবল্য,

$$E = E_A - E_B$$
$$= (-3.27 \times 10^{-3}) - (-3.81 \times 10^{-5})$$
$$= -3.2319 \times 10^{-3}\ Nkg^{-1}$$

এখানে, চিত্র-১ এ,

পৃথিবীর ভর, $M_A = 6 \times 10^{24}$ kg

কৃত্রিম উপগ্রহের ভর, $M_B = 7 \times 10^{22}$ kg

পৃথিবীর ও কৃত্রিম উপগ্রহ উভয় হতে মধ্যবিন্দুর দূরত্ব,

$$r = \frac{r_1}{2} = \frac{7 \times 10^8}{2} = 3.5 \times 10^8\ m$$

মহাকর্ষীয় ধ্রুবক, $G = 6.673 \times 10^{-11}\ Nm^2\ kg^{-2}$

লব্ধি প্রাবল্য, E = ?

সুতরাং, চিত্র-১ এ মধ্যবিন্দুতে লব্ধি মহাকর্ষীয় প্রাবল্য $-3.2319 \times 10^{-3}\ Nkg^{-1}$ । [Ans.]

xii আমরা জানি,

উপগ্রহের পর্যায়কাল, $T = \frac{2\pi r}{v}$

$$= \frac{2\pi (R + h)}{\sqrt{\frac{GM}{R + h}}}$$

$$\Rightarrow T = 2\pi \sqrt{\frac{(R + h)^3}{GM}}$$

সুতরাং, উচ্চতা (h) বৃদ্ধির সাথে পর্যায়কালও (T) বৃদ্ধি পাবে।

পরিবর্তিত পর্যায়কাল T_1 হলে, এবং পরিবর্তিত উচ্চতা h_1 হলে,

$$T_1 = 2\pi \sqrt{\frac{(R + h_1)^3}{GM}}$$

এখন, $\frac{T_1}{T} = \sqrt{\frac{(R + h_1)^3}{(R + h)^3}}$

$$= \sqrt{\frac{(6400 + 700)^3}{(6400 + 500)^3}}$$

$$= 1.044$$

দেওয়া আছে, চিত্র-১ এ,

কৃত্রিম উপগ্রহের উচ্চতা, h = 500 km

কৃত্রিম উপগ্রহের পরিবর্তিত উচ্চতা, h_1 = 700 km

পৃথিবীর ব্যাসার্ধ, R = 6400 km

$$\therefore T_1 = 1.044\ T$$
$$= T + 0.044\ T$$
$$= T + T \text{ এর } 4.4\%$$

সুতরাং, চিত্র-১ এ কৃত্রিম উপগ্রহ পৃথিবী থেকে 700 km উপরে থাকলে পর্যায়কাল 4.4% বৃদ্ধি পাবে। [Ans.]

xiii কৃত্রিম উপগ্রহের বেগ v হলে,

আমরা জানি,

$$v = \sqrt{\frac{GM}{R+h}}$$

$$= \sqrt{\frac{6.673 \times 10^{-11} \times 6 \times 10^{24}}{6.4 \times 10^{6} + 5 \times 10^{5}}}$$

$$= 7617.48 \text{ ms}^{-1}$$

এখানে, চিত্র-১ এ,
পৃথিবীর ব্যাসার্ধ, $R = 6400$ km
$= 6.4 \times 10^{6}$ m
কৃত্রিম উপগ্রহের উচ্চতা, $h = 500$ km $= 5 \times 10^{5}$ m
পৃথিবীর ভর, $M = 6 \times 10^{24}$ kg
মহাকর্ষীয় ধ্রুবক, $G = 6.673 \times 10^{-11}$ Nm^{2} kg^{-2}

এখন, উপগ্রহটির আবর্তনকাল T হলে পাই,

$$T = \frac{2\pi(R+h)}{v}$$

$$= \frac{2 \times 3.14 \times (6.4 \times 10^{6} + 5 \times 10^{5})}{7617.48}$$

$$= 5688.5 \text{ s}$$

$$= \frac{5688.5}{3600} \text{ hr} \quad [\because 1 \text{ hr} = 3600\text{s}]$$

$$= 1.58 \text{ hr} = 1 \text{ hr } 35 \text{ min}$$

∴ উপগ্রহটির আবর্তনকাল 1 hr 35 min

কিন্তু আমরা জানি, ভূস্থির উপগ্রহের আবর্তনকাল 24 hr।

সুতরাং, উপগ্রহটির আবর্তনকাল 24 ঘণ্টা = 86400 সেকেন্ড পেতে হলে উচ্চতা,

$$h = \left(\frac{GMT^{2}}{4\pi^{2}}\right)^{\frac{1}{3}} - R$$

$$= \left\{\frac{6.673 \times 10^{-11} \times 6 \times 10^{24} \times (86400)^{2}}{4 \times (3.1416)^{2}}\right\}^{\frac{1}{3}} - 6.4 \times 10^{6}$$

$$= 42.304 \times 10^{6} - 6.4 \times 10^{6}$$

$$= 35.904 \times 10^{6} \text{ m}$$

$$= 35904 \text{ km}$$

সুতরাং, চিত্র-১ এ উপগ্রহটির উচ্চতা (35904 – 500) km বা 35404 km বৃদ্ধি করলে সেটিকে ভূ-স্থির উপগ্রহে রূপান্তর করা সম্ভব। [Ans.]

xiv কৃত্রিম উপগ্রহের কেন্দ্রবিমুখী ত্বরণ,

$$a_C = \frac{v^{2}}{R+h}$$

$$= \frac{(7258.21)^{2}}{6.4 \times 10^{6} + 1.2 \times 10^{6}}$$

$$= 6.9318 \text{ ms}^{-2}$$

এখানে, চিত্র-১ এ,
পৃথিবীর ভর, $M = 6 \times 10^{24}$ kg
পৃথিবীর ব্যাসার্ধ, $R = 6.4 \times 10^{6}$ m
উচ্চতা, $h = 1200$ km $= 1.2 \times 10^{6}$ m
কৃত্রিম উপগ্রহের ভর, $m = 300$ kg
কৃত্রিম উপগ্রহের বেগ, $v = 7258.21$ ms^{-1}

কৃত্রিম উপগ্রহটির ওপর মোট দুটি বল ক্রিয়াশীল। একটি হল পৃথিবী ও কৃত্রিম উপগ্রহটির মধ্যে ক্রিয়াশীল মহাকর্ষীয় আকর্ষণ বল যা এদের কেন্দ্র বরাবর ক্রিয়া করে। অপর বলটি (কেন্দ্রবিমুখী বল) এর বিপরীতে ক্রিয়া করে। কেন্দ্রবিমুখী বল মহাকর্ষীয় আকর্ষণ বল হতে বেশি হলেই কৃত্রিম উপগ্রহটি মহাশূন্যে হারিয়ে যাবে। এখন, পৃথিবী ও কৃত্রিম উপগ্রহের মধ্যবর্তী মহাকর্ষীয় আকর্ষণ বল,

$$F_G = G\frac{Mm}{r^{2}}$$

$$\Rightarrow F_G = G\frac{Mm}{(R+h)^{2}}$$ [এখানে, পৃথিবীর কেন্দ্র হতে কৃত্রিম উপগ্রহের দূরত্ব, $r = R + h$]

$$\Rightarrow F_G = 6.673 \times 10^{-11} \times \frac{6 \times 10^{24} \times 300}{(6.4 \times 10^{6} + 1.2 \times 10^{6})^{2}}$$

$$\therefore F_G = 2079.54 \text{ N}$$

আবার, কেন্দ্রবিমুখী বল,

$$F_C = ma_C$$

$$= (6.9318 \times 300) \text{ N}$$

$$= 2079.54 \text{ N}$$

$$\therefore F_G = F_C$$

এখন, $F_C > F_G$ হলেই কৃত্রিম উপগ্রহটি পৃথিবীর আকর্ষণ থেকে মুক্ত হয়ে মহাশূন্যে হারিয়ে যাবে।

সুতরাং, চিত্র-১ এ কৃত্রিম উপগ্রহের ভর 300 kg, উচ্চতা 1200 km ও বেগ 7258.21 ms^{-1} হলে উপগ্রহটি মহাশূন্যে হারিয়ে যাবে না।

CS CamScanner

xv এখন কোনো বস্তুর ভর m হলে,

উপগ্রহটিতে বস্তুর ওজন, $W_S = mg_S$

C বিন্দুতে বস্তুর ওজন, $W_C = mg_C$

এখন, $\frac{W_S}{W_C} = \frac{mg_S}{mg_C} = \frac{g_S}{g_C} = \frac{8.43}{9.75} = 0.865$

$\therefore \frac{W_S}{W_C} < 1$

$\therefore W_C > W_S$

এখানে, চিত্র-১ এ,
'vii' হতে পাই–
উপগ্রহটির অভিকর্ষজ ত্বরণ = 8.43 ms^{-2}
ধরি, উপগ্রহটির অভিকর্ষজ ত্বরণ = g_S
$\therefore g_S = 8.43 \text{ ms}^{-2}$
'x' হতে পাই–
C বিন্দুতে অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g_C = 9.75 \text{ ms}^{-2}$

সুতরাং, চিত্র-১ এ উপগ্রহ ও C বিন্দুর মধ্যে C বিন্দুতে একটি বস্তু বেশি ওজন অনুভব করবে। [Ans.]

xvi কোনো বস্তু ভূ-পৃষ্ঠে, $\lambda = 30°$ অক্ষাংশে অবস্থান করলে ভূ-কেন্দ্র অভিমুখে অভিকর্ষজ ত্বরণ,

$$g_\lambda = g - \omega^2 R \cos^2 \lambda$$

$$\therefore g_\lambda = g - \omega^2 R (\cos 30°)^2$$

$$= g - (0.75 \times \omega^2 R) \left[\because \cos 30° = \frac{\sqrt{3}}{2}\right]$$

প্রশ্নমতে,

$$g_\lambda = 0$$

$$\therefore 0 = g - (0.75 \times \omega^2 R)$$

$$\text{বা, } 0.75 \times \omega^2 R = g$$

$$\text{বা, } \omega^2 = \frac{g}{0.75 \times R}$$

$$\text{বা, } \omega = \sqrt{\frac{g}{0.75 \times R}}$$

$$\text{বা, } \omega = \sqrt{\frac{9.8}{0.75 \times 6.4 \times 10^6}}$$

$$\therefore \omega = 1.429 \times 10^{-3} \text{ rads}^{-1}$$

এখানে, চিত্র-১ এ,
ভূ-পৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g = 9.8 \text{ms}^{-2}$
পৃথিবীর ব্যাসার্ধ, $R = 6400$ km
$= 6.4 \times 10^6$ m
30° অক্ষাংশে কৌণিক বেগ, $\omega = ?$

এখন,

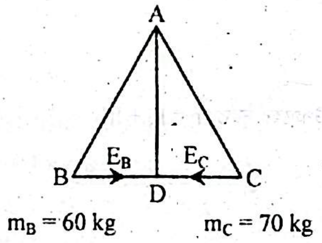
$$\text{পৃথিবীর কৌণিক বেগ} = \frac{2\pi}{T}$$

$$= \frac{2\pi}{24 \times 3600}$$

$$= 7.27 \times 10^{-5} \text{ rads}^{-1}$$

সুতরাং, চিত্র-১ এ পৃথিবীর কৌণিক বেগ $\left(\frac{1.429 \times 10^{-3}}{7.27 \times 10^{-5}}\right)$ গুণ বা 19.65 গুণ করলে, $\lambda = 30°$ অক্ষাংশে অভিকর্ষজ ত্বরণের মান শূন্য হবে। [Ans.]

xvii **D বিন্দুতে মহাকর্ষীয় প্রাবল্য নির্ণয়:**



ধরি, B ও C বিন্দুতে ভর দুইটির জন্য D বিন্দুতে লব্ধি মহাকর্ষীয় প্রাবল্য যথাক্রমে E_B ও E_C। E_B ও E_C এর দিক পরস্পর বিপরীত।

আমরা জানি,

$$E_B = \frac{-Gm_B}{d_B^2}$$

$$\text{বা, } E_B = \frac{-6.673 \times 10^{-11} \times 60}{(7.5)^2}$$

$$\therefore E_B = -7.118 \times 10^{-11} \text{Nkg}^{-1}$$

এখানে, চিত্র-২ এ,
B বিন্দুতে ভর, $m_B = 60$ kg
C বিন্দুতে ভর, $m_C = 70$ kg
দূরত্ব, B = 15 m
B হতে D বিন্দুর দূরত্ব, $d_B = \frac{BC}{2}$
$= \frac{15}{2} \text{ m} = 7.5 \text{ m}$

আবার,

$$E_C = \frac{-Gm_C}{d_C^2}$$

বা, $E_C = \frac{-6.673\times10^{-11}\times70}{(7.5)^2}$

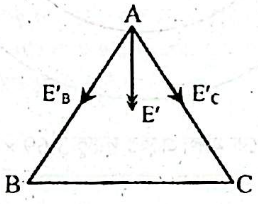
$\therefore E_C = -8.3 \times 10^{-11} Nkg^{-1}$

C হতে D বিন্দুর দূরত্ব, $d_C = d_B = 7.5$ m
মহাকর্ষ ধ্রুবক, $G = 6.673 \times 10^{-11}$ $Nm^2 kg^{-2}$

সুতরাং, D বিন্দুতে লব্ধি মহাকর্ষীয় প্রাবল্য,

$$\begin{aligned} E &= E_B - E_C \\ &= (-7.118 \times 10^{-11}) - (-8.3 \times 10^{-11}) \\ &= 1.182 \times 10^{-11}\ Nkg^{-1} \end{aligned}$$

A বিন্দুতে মহাকর্ষীয় প্রাবল্য নির্ণয়:



যেহেতু AB = BC = CA সেহেতু ত্রিভুজের অভ্যন্তরীণ কোণগুলো সমান (60°)। সুতরাং, ∠A এর মান 60°। তাহলে, E_B ও E_C এর মধ্যবর্তী কোণ 60°।

আমরা জানি,

$$\begin{aligned} E'_B &= \frac{-G\, m_B}{r_{AB}^2} \\ &= \frac{-6.673 \times 10^{-11} \times 60}{15^2} \\ &= -1.78 \times 10^{-11}\ Nkg^{-1} \end{aligned}$$

এখানে,
B বস্তুর ভর, $m_B = 60$ kg
দূরত্ব, $r_{AB} = 15$ m

আবার, $E'_C = \frac{-G\, m_C}{r_{CA}^2}$

$$= \frac{-6.673 \times 10^{-11} \times 70}{15^2}$$

$$= -2.076 \times 10^{-11}\ Nkg^{-1}$$

এখানে,
C বস্তুর ভর, $m_C = 70$ kg
দূরত্ব, $r_{CA} = 15$ m

A বিন্দুর লব্ধি প্রাবল্য,

$$\begin{aligned} E' &= \sqrt{E'^2_B + E'^2_C + 2E'_B E'_C \cos A} \\ &= \sqrt{(-1.78 \times 10^{-11})^2 + (-2.076 \times 10^{-11})^2 + 2 \times (-1.78 \times 10^{-11}) \times (-2.076 \times 10^{-11}) \cos 60^\circ} \\ &= 3.34 \times 10^{-11}\ Nkg^{-1} \end{aligned}$$

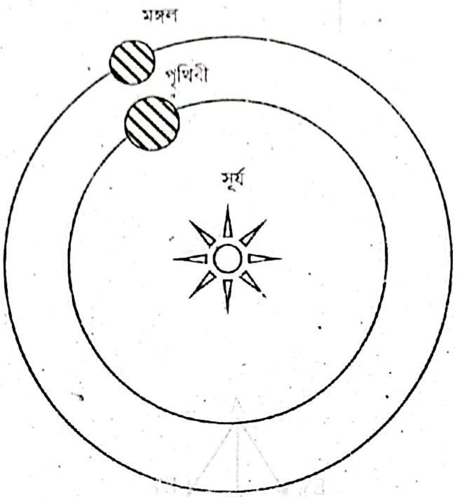
এখন, $\frac{E'}{E} = \frac{3.34 \times 10^{-11}}{1.182 \times 10^{-11}}$

$= 2.83$

$\therefore E' = 2.83 \times E$

সুতরাং, চিত্র-২ এ A বিন্দুতে প্রাবল্যের মান D বিন্দুর 2.83 গুণ।

প্রশ্ন নং-২ কেপলারের সূত্র ও মুক্তিবেগ সম্পর্কিত



মঙ্গল গ্রহের ভর 6.39×10^{23} kg এবং ব্যাসার্ধ 3390 km। পৃথিবী থেকে মঙ্গল গ্রহের দূরত্ব 3.69×10^{5} km। সূর্যের ভর 2×10^{30} kg। সূর্য হতে পৃথিবীর নিকটতম ও দূরতম দূরত্ব যথাক্রমে 1.47×10^{14} m এবং 1.52×10^{14} m।

(i) সূর্য হতে ন্যূনতম দূরত্বে পৃথিবীর কেন্দ্রবিমুখী বল নির্ণয় করো। (*প্রয়োগমূলক*) [অনুরূপ: কু.বো.'২২]

(ii) সূর্য থেকে পৃথিবীর দূরত্ব যদি বর্তমান দূরত্বের অর্ধেক হয় তাহলে কত দিনে বছর হবে? (*প্রয়োগমূলক*) [কু.বো.'১৫]

(iii) মঙ্গলগ্রহে 5 ms^{-1} বেগে কোন বস্তু খাড়া উপর দিকে নিক্ষেপ করলে বস্তুটির সর্বোচ্চ উচ্চতা কত? (*প্রয়োগমূলক*) [অনুরূপ: কু.বো.'২৪; ম.বো.'২৩; দি.বো.'১৯,'১৭]

(iv) মঙ্গলপৃষ্ঠে মুক্তিবেগ নির্ণয় করো। (*প্রয়োগমূলক*) [অনুরূপ: ঢা.বো.'২২]

(v) মঙ্গল গ্রহ হতে 4×10^{3} ms^{-1} বেগে খাড়া উপরের দিকে কোনো কৃত্রিম উপগ্রহ নিক্ষেপ করলে তা মঙ্গল গ্রহকে উপবৃত্তাকার পথে প্রদক্ষিণ করবে— গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ করো। (*উচ্চতর দক্ষতামূলক*) [অনুরূপ: ম.বো.'২৫]

(vi) মঙ্গল ও পৃথিবী উভয়ের মুক্তিবেগ সমান হবে কি-না? সমান না হলে তাদের অনুপাত কি 1 এর বেশি হবে? গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ করো। (*উচ্চতর দক্ষতামূলক*) [অনুরূপ: দি.বো.'১৯]

(vii) পৃথিবী থেকে মঙ্গলে কোনো রকেট পাঠালে কোন স্থানে রকেটের উপর লব্ধি বল শূন্য হবে? গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ করো। (*উচ্চতর দক্ষতামূলক*)

(viii) পৃথিবীকে সূর্যের নিকটতম হতে দূরতম দূরত্বে সরাতে মহাকর্ষ বলের বিরুদ্ধে কি পরিমাণ কাজ সম্পাদন করতে হবে? গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ কর। (*উচ্চতর দক্ষতামূলক*) [কু.বো.'২২; অনুরূপ: য.বো.'২৩]

উত্তর

i সূর্য হতে ন্যূনতম দূরত্বে পৃথিবীর কেন্দ্রবিমুখী বল = ঐ দূরত্বে পৃথিবী ও সূর্যের মধ্যকার মাধ্যাকর্ষণ বল

$$\Rightarrow F_C = G\frac{M_sM_e}{d^2}$$

$$= 6.673 \times 10^{-11} \times \frac{2 \times 10^{30} \times 5.98 \times 10^{24}}{(1.47 \times 10^{14})^2}$$

$$= 3.69 \times 10^{16} \text{ N}$$

এখানে,
সূর্যের ভর, $M_s = 2 \times 10^{30}$ kg
পৃথিবীর ভর, $M_e = 5.98 \times 10^{24}$ kg
পৃথিবী ও সূর্যের ন্যূনতম দূরত্ব, $d = 1.47 \times 10^{14}$ m
মহাকর্ষীয় ধ্রুবক, $G = 6.673 \times 10^{-11} Nm^2kg^{-2}$
ন্যূনতম দূরত্বে পৃথিবীর কেন্দ্রবিমুখী বল, $F_C = ?$

সুতরাং, সূর্য হতে ন্যূনতম দূরত্বে পৃথিবীর কেন্দ্রবিমুখী বল **3.69×10^{16} N। [Ans.]**

ii আমরা জানি,

$$T^2 \propto R^3$$

$$\therefore \frac{T^2}{T_e^2} = \frac{R^3}{R_e^3}$$

এখানে
বর্তমান দূরত্ব = R_e
পরিবর্তিত দূরত্ব = $R = 0.5 R_e$
বর্তমান আবর্তনকাল, T_e = 365 days
পরিবর্তিত আবর্তনকাল, $T = ?$

$$\Rightarrow T^2 = \frac{R^3}{R_e^3} \times T_e^2$$

$$= \left(\frac{0.5R_e}{R_e}\right)^3 \times (365)^2$$

$$= 0.125 \times 133225$$

$$= 16653.125$$

$$\therefore T \approx 129 \text{ days}$$

সুতরাং, সূর্য থেকে পৃথিবীর দূরত্ব যদি বর্তমান দূরত্বের অর্ধেক হয় তাহলে 129 days এ বছর হবে। [Ans.]

iii আমরা জানি,

$$g = \frac{GM_m}{R^2_m}$$

$$= \frac{6.673 \times 10^{-11} \times 6.39 \times 10^{23}}{(3.39 \times 10^6)^2}$$

$$\therefore g = 3.71 \text{ ms}^{-2}$$

আবার,

$$h = \frac{u^2}{2g}$$

$$= \frac{5^2}{2 \times 3.71}$$

$$= 3.37 \text{ m}$$

এখানে,

বস্তুর আদিবেগ, $u = 5 \text{ ms}^{-1}$

মঙ্গল গ্রহের ভর, $M_m = 6.39 \times 10^{23}$ kg

মঙ্গল গ্রহের ব্যাসার্ধ, $R_m = 3390 \text{ km} = 3.39 \times 10^6$ m

মহাকর্ষীয় ধ্রুবক, $G = 6.673 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2\text{kg}^{-2}$

মঙ্গলপৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ত্বরণের মান, g = ?

সর্বোচ্চ উচ্চতা, h = ?

সুতরাং, মঙ্গলপৃষ্ঠে 5 ms^{-1} বেগে নিক্ষিপ্ত বস্তুর সর্বোচ্চ উচ্চতা 3.37 m। [Ans.]

iv আমরা জানি,

মঙ্গলপৃষ্ঠে মুক্তিবেগ,

$$v_m = \sqrt{\frac{2GM_m}{R_m}}$$

$$= \sqrt{\frac{2 \times 6.673 \times 10^{-11} \times 6.39 \times 10^{23}}{3390 \times 10^3}}$$

$$= 5015.64 \text{ ms}^{-1}$$

$$= 5.02 \text{ kms}^{-1}$$

এখানে,

মঙ্গল গ্রহের ভর, $M_m = 6.39 \times 10^{23}$kg

মঙ্গল গ্রহের ব্যাসার্ধ, $R_m = 3390$km

$= 3390 \times 10^3$m

মহাকর্ষীয় ধ্রুবক, $G = 6.673 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2 \text{ kg}^{-2}$

মঙ্গলপৃষ্ঠে মুক্তিবেগ, v_m = ?

সুতরাং, মঙ্গলপৃষ্ঠে মুক্তিবেগ 5.02 kms^{-1}। [Ans.]

v এখানে,

মঙ্গল গ্রহের মুক্তি বেগ, $v_m = 5.02 \text{ kms}^{-1}$ ['iv' হতে পাই]

$= 5.02 \times 10^3 \text{ ms}^{-1}$

দেওয়া আছে,

কৃত্রিম উপগ্রহ নিক্ষেপের বেগ, $v = 4 \times 10^3 \text{ ms}^{-1}$

এখন, $v^2 = (4 \times 10^3)^2$

$= 16 \times 10^6 \text{ m}^2\text{s}^{-2}$

এখানে, $v < v_m$ হওয়ায় $v^2 < v_m{}^2$ হবে।

আবার, $\frac{v_m{}^2}{2} = \frac{(5.02 \times 10^3)^2}{2} = 12.6 \times 10^6 \text{ m}^2\text{s}^{-2}$

অর্থাৎ, $v^2 > \frac{v_m{}^2}{2}$ এবং $v^2 < v_m{}^2$ (যা কোনো গ্রহকে ওই গ্রহ হতে নিক্ষিপ্ত কৃত্রিম উপগ্রহের উপবৃত্তাকার পথে প্রদক্ষিণ করার শর্ত)।

সুতরাং, মঙ্গল গ্রহ হতে কৃত্রিম উপগ্রহটি 4 kms^{-1} বেগে খাড়া উপরের দিকে নিক্ষেপ করলে তা মঙ্গল গ্রহকে ফোকাসে রেখে উপবৃত্তাকার পথে প্রদক্ষিণ করতে থাকবে।

vi 'iv' হতে পাই, মঙ্গলপৃষ্ঠে মুক্তিবেগ, $v_m = 5.02\ kms^{-1}$

আবার, পৃথিবীপৃষ্ঠে মুক্তিবেগ,

$$v_e = \sqrt{\frac{2GM}{R}}$$

$$= \sqrt{\frac{2 \times 6.673 \times 10^{-11} \times 5.98 \times 10^{24}}{6400 \times 10^3}}$$

$$= 11166\ ms^{-1}$$

$$= 11.166\ kms^{-1}$$

এখানে,
পৃথিবীর ভর, $M = 5.98 \times 10^{24}\ kg$
পৃথিবীর ব্যাসার্ধ, $R = 6400\ km$
$= 6400 \times 10^3\ m$
মহাকর্ষীয় ধ্রুবক, $G = 6.67 \times 10^{-11} Nm^2kg^{-2}$
পৃথিবীপৃষ্ঠে মুক্তিবেগ, $v_e = ?$

অর্থাৎ, $v_m \neq v_e$

এখন, $\frac{v_m}{v_e} = \frac{5.02}{11.166}$

$= 0.45 < 1$

সুতরাং, উভয় গ্রহে কোনো বস্তুর মুক্তিবেগ সমান হবে না এবং মঙ্গল ও পৃথিবীতে মুক্তিবেগের অনুপাত 0.45, যা 1 এর কম। [Ans.]

vii রকেটের উপর পৃথিবী কর্তৃক মহাকর্ষ বল F_1 এবং মঙ্গল কর্তৃক মহাকর্ষ বল F_2 ক্রিয়া করে। $F_1 = F_2$ হলে, রকেটের উপর লব্ধি বল শূন্য হবে।

ধরি, পৃথিবী থেকে r দূরত্বে রকেটের উপর লব্ধি বল শূন্য।

সুতরাং, মঙ্গল থেকে $(3.69 \times 10^8 - r)$ দূরত্বে লব্ধি বল শূন্য হবে।

এখন শর্তমতে,

$F_1 - F_2 = 0$

বা, $F_1 = F_2$

বা, $mg_1 = mg_2$ [m হলো রকেটের ভর]

বা, $g_1 = g_2$

বা, $\frac{GM_1}{r^2} = \frac{GM_2}{(R-r)^2}$

বা, $\frac{R-r}{r} = \sqrt{\frac{M_2}{M_1}}$

বা, $\frac{R}{r} - 1 = \sqrt{\frac{M_2}{M_1}}$

বা, $\frac{R}{r} = \sqrt{\frac{M_2}{M_1}} + 1$

বা, $r = \frac{R}{\sqrt{\frac{M_2}{M_1}} + 1}$

বা, $r = \frac{3.69 \times 10^8}{\sqrt{\frac{6.39 \times 10^{23}}{5.98 \times 10^{24}}} + 1}$

$\therefore r = 2.78 \times 10^8\ m$

এখানে,
পৃথিবীর ভর, $M_1 = 5.98 \times 10^{24}\ kg$
মঙ্গলের ভর, $M_2 = 6.39 \times 10^{23}\ kg$
পৃথিবী থেকে মঙ্গল গ্রহের দূরত্ব, $R = 3.69 \times 10^5\ km$
$= 3.69 \times 10^5 \times 10^3\ m$
$= 3.69 \times 10^8\ m$
রকেট থেকে পৃথিবীর দূরত্ব, $r = ?$

অর্থাৎ, পৃথিবী থেকে 2.78×10^8 m দূরত্বে রকেটের উপর লব্ধি বল শূন্য হবে।

viii পৃথিবীকে সূর্যের নিকটতম হতে দূরতম দূরত্বে সরাতে কৃতকাজ,

$$W_{ab} = GM_sM_e\left(\frac{1}{r_b} - \frac{1}{r_a}\right)$$

$$= 6.673 \times 10^{-11} \times 2 \times 10^{30} \times 5.98 \times 10^{24} \times \left(\frac{1}{1.52 \times 10^{14}} - \frac{1}{1.47 \times 10^{14}}\right)$$

$$= -1.78 \times 10^{29}\ J$$

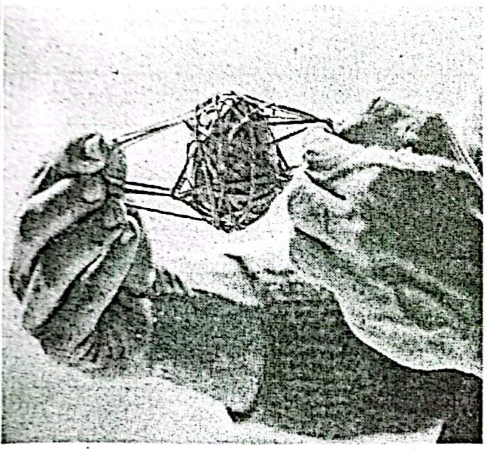
এখানে,
সূর্যের ভর, $M_s = 2 \times 10^{30}\ kg$
পৃথিবীর ভর, $M_e = 5.98 \times 10^{24}\ kg$
পৃথিবী ও সূর্যের নিকটতম দূরত্ব, $r_a = 1.47 \times 10^{14}\ m$
পৃথিবী ও সূর্যের দূরতম দূরত্ব, $r_b = 1.52 \times 10^{14}\ m$
মহাকর্ষীয় ধ্রুবক, $G = 6.673 \times 10^{-11}\ Nm^2kg^{-2}$

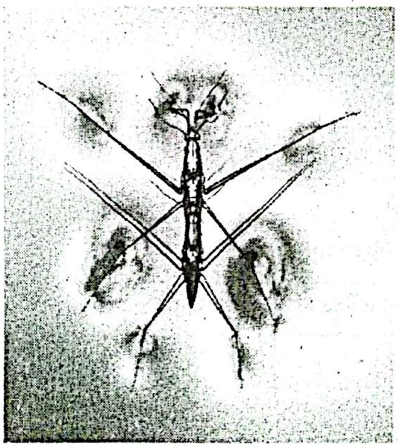
অর্থাৎ, পৃথিবীকে সূর্যের নিকটতম হতে দূরতম দূরত্বে সরাতে মহাকর্ষ বলের বিরুদ্ধে 1.78×10^{29} J কাজ সম্পাদন করতে হবে।

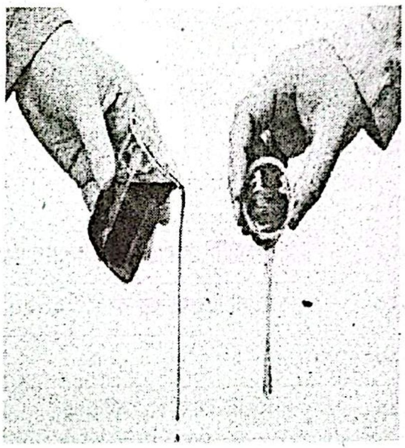
অধ্যায়
৭

পদার্থের গাঠনিক ধর্ম

Structural Properties of Matter


Elasticity


Surface Tension


Viscosity

CHAPTER INDEX

বিষয়বস্তু	পৃষ্ঠা নং
✪ Board Questions Analysis	২৪৬
✪ Chapter Analysis	২৪৭
✪ Crash Course	২৪৮-২৫৯
• প্রয়োজনীয় তত্ত্ব, সূত্র, প্রতীক ও একক পরিচিতি	২৪৯
• গুরুত্বপূর্ণ লেখচিত্রসমূহ	২৫১
• MCQ এর জন্য গুরুত্বপূর্ণ তথ্যসমূহ	২৫২
• MCQ এর জন্য গুরুত্বপূর্ণ গাণিতিক সমস্যাবলি	২৫৪
✪ Short Question-Answer	২৬০-২৬৮
• জ্ঞানমূলক প্রশ্নোত্তর	২৬১
• অনুধাবনমূলক প্রশ্নোত্তর	২৬৪
✪ Comprehensive Questions	২৬৯-২৭৮

BOARD QUESTIONS ANALYSIS

এই অধ্যায় থেকে বিভিন্ন বোর্ডে বিগত বছরগুলোতে এইচএসসি পরীক্ষায় ১৯৬টি বহুনির্বাচনি প্রশ্ন ও ৫৯টি সৃজনশীল প্রশ্ন এসেছে। নিচের 'Board Questions Analysis' অংশে এই অধ্যায় থেকে কোন সালে কোন বোর্ডে কতটি প্রশ্ন হয়েছে তা দেখানো হলো –

☑ বহুনির্বাচনি প্রশ্ন

বোর্ড সাল	ঢাকা	রাজশাহী	কুমিল্লা	যশোর	চট্টগ্রাম	বরিশাল	সিলেট	দিনাজপুর	ময়মনসিংহ
২০২৫	৩	২	৩	৩	৪	৩	৩	৩	৩
২০২৪	২	২	৩	৩	২	৩	৩	৩	৩
২০২৩	৩	৩	৩	২	৩	২	৩	৩	৩
২০২২	১	১	১	১	১	১	১	১	১
২০২১	সংক্ষিপ্ত সিলেবাসে এই অধ্যায় অন্তর্ভুক্ত ছিলো না।								
২০২০	করোনা মহামারির কারণে ২০২০ সালের এইচএসসি পরীক্ষা অনুষ্ঠিত হয়নি।								
২০১৯	২	২	৫	৪	৩	৩	৪	৩	–
২০১৮	সম্মিলিত বোর্ড (১ সেট): ৩								
২০১৭	২	২	৩	২	২	৩	১	৪	–
২০১৬	৫	৩	৬	২	৪	৩	৩	৪	–
২০১৫	৪	৫	৪	৪	২	৪	৫	৫	–

☑ সৃজনশীল প্রশ্ন

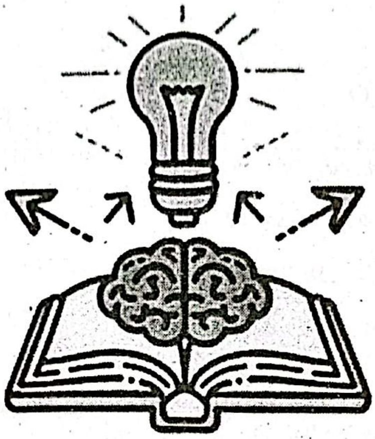
বোর্ড সাল	ঢাকা	রাজশাহী	কুমিল্লা	যশোর	চট্টগ্রাম	বরিশাল	সিলেট	দিনাজপুর	ময়মনসিংহ
২০২৫	–	১	১	১	১	১	১	১	১
২০২৪	১	১	১	১	১	১	১	১	১
২০২৩	১	১	১	১	১	১	১	১	১
২০২২	১	১	১	১	১	১	১	১	১
২০২১	সংক্ষিপ্ত সিলেবাসে এই অধ্যায় অন্তর্ভুক্ত ছিলো না।								
২০২০	করোনা মহামারির কারণে ২০২০ সালের এইচএসসি পরীক্ষা অনুষ্ঠিত হয়নি।								
২০১৯	১	১	১	–	১	১	১	১	–
২০১৮	সম্মিলিত বোর্ড (২ সেট): ২								
২০১৭	১	১	–	১	১	–	১	–	–
২০১৬	১	১	১	–	১	১	১	–	–
২০১৫	১	–	–	–	–	১	১	১	–

CHAPTER ANALYSIS

প্রিয় শিক্ষার্থী

এই অধ্যায়ের কোন Topic গুলো HSC পরীক্ষার জন্য গুরুত্বপূর্ণ তা নিচের চার্ট থেকে বুঝতে পারবে।
যেসব Topic থেকে প্রায়ই HSC পরীক্ষা প্রশ্ন হয়ে থাকে সে Topic গুলোকে অধিক গুরুত্ব দিবে।

Topic	MCQ	CQ	
		প্রয়োগমূলক	উচ্চতর দক্ষতামূলক
অণুসমূহের বন্ধন সম্পর্কিত	চ.বো.'২৫,'১৫; কু.বো.'২৫; ব.বো.'২৪; দি.বো.'২৪; ঢা.বো.'২৩,'১৫; রা.বো.'১৫	—	—
স্থিতিস্থাপকতা সম্পর্কিত	ঢা.বো.'২৫,'২৪,'২৩,'২২,'১৯,'১৭,'১৬; রা.বো.'২৫,'২৪,'২৩,'২২,'১৭,'১৬; কু.বো.'২৫,'২৪,'২৩,'২২,'১৯; য.বো.'২৫,'২৪,'২৩,'২২.'১৯,'১৭; চ.বো.'২৫,'২৪,'২৩,'২২,'১৯,'১৭,'১৬; ব.বো.'২৫,'২৪,'২৩,'২২,'১৯; সি.বো.'২৫,'২৪,'২৩,'২২,'১৭; দি.বো.'২৫,'২৪,'২৩,'২২,'১৯,'১৭,'১৬; ম.বো.'২৫,'২৪,'২৩; সম্মিলিত বো.'১৮	রা.বো.'২৫,'২৪ '২২,'১৭; চ.বো.'২৫,'২৩,'২২; সি.বো.'২৫,'২২,'১৯; ব.বো.'২৪,'২৩,'১৭; ঢা.বো.'২৩,'১৭,'১৬; কু.বো.'২৩,'১৬; য.বো.'২৩,'১৭; দি.বো.'২২; সম্মিলিত বো.'১৮	ঢা.বো.'২৪; রা.বো.'২৪; কু.বো.'২৪; চ.বো.'২৪; সি.বো.'২৪; দি.বো.'২৪; ম.বো.'২৪; ঢা.বো.'২২,'১৯,'১৭,'১৬.'১৫; রা.বো.'২৩,'২২; কু.বো.'২৩; চ.বো.'২৩,'২২,'১৯,'১৭; য.বো.'২৩,'২২.'১৭; ব.বো.'২৩,'২২,'১৯,'১৫; দি.বো.'২৩,'২২,'১৯,'১৫; সি.বো.'২৩,'২২,'১৯,'১৭; ম.বো.'২৩
কৃতকাজ সম্পর্কিত	—	য.বো.'২৫,'২৪; ব.বো.'২৫; দি.বো.'২৫; ম.বো.'২৫,'২৪	সি.বো.'২৫
পয়সনের অনুপাত সম্পর্কিত	ঢা.বো.'২৫,'২৪; য.বো.'২৫,'২৪,'২৩,'১৯; চ.বো.'২৫,'২৪,'২৩; ব.বো.'২৫; সি.বো.'২৫; দি.বো.'২৫,'২৩,'২২,'১৯; ম.বো.'২৪,'২২; রা.বো.'২৩,'২২; কু.বো.'১৯,'১৭	কু.বো.'২৫,'২৪,'২২; ঢা.বো.'২৪, '২২,'১৫; চ.বো.'২৪, '১৯,'১৭; সি.বো.'২৪,'২৩,'১৭; দি.বো.'২৪, '২৩,'১৫; রা.বো.'২৩; ম.বো.'২৩; ব.বো.'২২,'১৫; য.বো.'২২	রা.বো.'২৫,'১৭; চ.বো.'২৫; য.বো.'২৪; ব.বো.'২৪; ঢা.বো.'২৩
সান্দ্রতা ও প্রান্তবেগ সম্পর্কিত	কু.বো.'১৯,'১৬,'১৫; য.বো.'১৯,'১৭; সি.বো.'১৯; ঢা.বো.'১৭,'১৬,'১৫; ব.বো.'১৭,'১৬,'১৫; দি.বো.'১৭; চ.বো.'১৬; রা.বো.'১৫	রা.বো.'১৯; সম্মিলিত বো.'১৮; ব.বো.'১৬; সি.বো.'১৬	রা.বো.'১৯; কু.বো.'১৯,'১৭; ব.বো.'১৭,'১৬; সি.বো.'১৬
পৃষ্ঠটান সম্পর্কিত	ঢা.বো.'১৯,'১৬; রা.বো.'১৯,'১৬,'১৫; কু.বো.'১৯,'১৫; য.বো.'১৯,'১৬,'১৫; চ.বো.'১৯; ব.বো.'১৯,'১৭,'১৬,'১৫; সি.বো.'১৯,'১৬; সম্মিলিত বো.'১৮; দি.বো.'১৭,'১৬,'১৫	কু.বো.'১৯,'১৭; রা.বো.'১৬; চ.বো.'১৬; সি.বো.'১৫	সম্মিলিত বো.'১৮; দি.বো.'১৭; রা.বো.'১৬; চ.বো.'১৬; সি.বো.'১৫



Crash Course

প্রিয় শিক্ষার্থী,

Crash Course-এ বিগত বছরগুলোর HSC পরীক্ষার বহুনির্বাচনি প্রশ্নগুলো বিশ্লেষণ করে–

- গুরুত্বপূর্ণ তথ্যসমূহ টপিক অনুসারে সাজানো হয়েছে যেন, শেষ মুহূর্তে গুছিয়ে রিভিশন করতে পারো।
- ‘প্রয়োজনীয় তত্ত্ব, সূত্র, প্রতীক ও একক পরিচিতি’ সন্নিবেশিত হয়েছে, যেগুলো আয়ত্তে আনার মাধ্যমে তোমরা সহজে বহুনির্বাচনি অংশের প্রস্তুতি নিতে পারবে।
- এছাড়াও MCQ এর জন্য গুরুত্বপূর্ণ গাণিতিক সমস্যাবলির সমাধান Topic অনুসারে সাজানো হয়েছে, সাথে Similar Problems ও যুক্ত করা হয়েছে; যাতে তোমাদের পরীক্ষার প্রস্তুতি হয় পূর্ণাঙ্গ।

CS CamScanner

প্রয়োজনীয় তত্ত্ব, সূত্র, প্রতীক ও একক পরিচিতি

◆ **হূকের সূত্র**

"স্থিতিস্থাপক সীমার মধ্যে কোনো বস্তুর পীড়ন এর বিকৃতির সমানুপাতিক"। [দি.বো.'১৬]

◆ **স্টোক্স-এর সূত্র**

η সান্দ্রতা গুণাঙ্কের কোনো প্রবাহীর মধ্যে r ব্যাসার্ধের কোনো গোলকের বেগ v হলে এর ওপর গতির বিপরীতে ক্রিয়াশীল সান্দ্রতা বল–

$F = 6\pi\eta rv$ ।

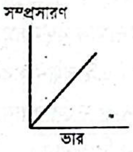
সূত্র	প্রতীক পরিচিতি	একক
বিকৃতি এবং পীড়নের সূত্র সম্পর্কিত		
• বিকৃতি $= \frac{l}{L}$ • পীড়ন $= \frac{F}{A}$	L = আদি দৈর্ঘ্য	মিটার (m)
	l = দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি	মিটার (m)
	F = বল	নিউটন (N)
	A = ক্ষেত্রফল	মিটার² (m^2)
ইয়ং গুণাঙ্কের সমীকরণ সম্পর্কিত		
• Y $= \frac{\text{দৈর্ঘ্য পীড়ন}}{\text{দৈর্ঘ্য বিকৃতি}}$ [সি.বো.'১৭] • $Y = \frac{FL}{Al}$ $= \frac{mgL}{\pi r^2 l}$	Y = ইয়ং গুণাঙ্ক	নিউটন/মিটার² (Nm^{-2})
	F = বল	নিউটন (N)
	L = আদি দৈর্ঘ্য	মিটার (m)
	A = প্রস্থচ্ছেদের ক্ষেত্রফল	মিটার² (m^2)
	l = দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি	মিটার (m)
	m = ভর	কেজি (kg)
	g = অভিকর্ষজ ত্বরণ	মিটার/সেকেন্ড² (ms^{-2})
	r = ব্যাসার্ধ	মিটার (m)
আয়তন গুণাঙ্কের সমীকরণ সম্পর্কিত		
• $K = \frac{FV}{Av}$ • $K = \frac{PV}{v}$ • $C = \frac{1}{K}$ [ঢা.বো.'২২]	K = আয়তন গুণাঙ্ক	নিউটন/মিটার² (Nm^{-2})
	P = চাপ	
	V = আয়তন	মিটার³ (m^3)
	v = আয়তন হ্রাস	
	F = বল	নিউটন (N)
	A = পৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল	মিটার² (m^2)
	C = সংনম্যতা	মিটার²/নিউটন (m^2N^{-1})
দৃঢ়তার গুণাঙ্কের সমীকরণ সম্পর্কিত		
• $\eta = \frac{F}{A\theta}$	η = দৃঢ়তার গুণাঙ্ক	নিউটন/মিটার² (Nm^{-2})
	A = ক্ষেত্রফল	মিটার² (m^2)
	θ = কৃন্তন বিকৃতি	—
	F = বল	নিউটন (N)
তারের সম্প্রসারণে কৃতকাজ সম্পর্কিত		
• $W = \frac{1}{2} \times \frac{YAl^2}{L}$ [ব.বো.'২৫; য.বো.'২৫] • $W = \frac{1}{2} \times Fl$ • $U = \frac{W}{V}$ • $U = \frac{1}{2}\frac{Yl^2}{L^2}$	W = কৃতকাজ/ সঞ্চিত বিভব শক্তি	জুল (J)
	Y = ইয়ং গুণাঙ্ক	নিউটন/মিটার² (Nm^{-2})
	A = ক্ষেত্রফল	মিটার² (m^2)
	L = আদি দৈর্ঘ্য	মিটার (m)
	l = দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি	মিটার (m)
	F = বল	নিউটন (N)
	U = একক আয়তনে সঞ্চিত বিভব শক্তি বা কৃতকাজ	জুল/মি³ (Jm^{-3})

সূত্র	প্রতীক পরিচিতি	একক
• $U = \frac{1}{2} \times$ পীড়ন × বিকৃতি • আয়তন বিকৃতির জন্য কৃতকাজ $= \frac{1Kv^2}{2\ V}$	V = আয়তন (3 নং সূত্র)	মিটার³ (m^3)
	K = আয়তন গুণাঙ্ক	নিউটন/মিটার² (Nm^{-2})
	v = আয়তনের পরিবর্তন	মিটার³ (m^3)
	V = আদি আয়তন (6 নং সূত্র)	মিটার³ (m^3)
➲ পয়সনের অনুপাত সম্পর্কিত		
• $\sigma = \frac{dL}{Dl}$ *[সি.বো.'২৫]* • $\sigma = \frac{\Delta r\, L_0}{r\, \Delta L}$	σ = পয়সনের অনুপাত	—
	d = ব্যাসের পরিবর্তন	মিটার (m)
	D = ব্যাস	
	L = আদি দৈর্ঘ্য	
	l = দৈর্ঘ্যের পরিবর্তন	
	L_0 = আদি দৈর্ঘ্য	
	r = ব্যাসার্ধ	
	ΔL = দৈর্ঘ্য পরিবর্তন	
	Δr = ব্যাসার্ধের পরিবর্তন	
➲ সান্দ্রতা সম্পর্কিত সূত্র এবং স্টোকসের সূত্র		
• $F = \eta A \frac{dv}{dy}$ • $F = 6\pi\eta rv$	F = সান্দ্র বল	নিউটন (N)
	η = সান্দ্রতাঙ্ক	কেজি/মি.সে. ($kgm^{-1}s^{-1}$) / নিউটন. সে./মি.² (Nsm^{-2}) পয়েস (Poise) *[দি.বো.'১৭]*
	r = ব্যাসার্ধ	মিটার (m)
	A = ক্ষেত্রফল	মিটার² (m^2)
	$\frac{dv}{dy}$ = বেগের নতি	সেকেন্ড⁻¹ (s^{-1})
	v = বেগ	মিটার/সেকেন্ড (ms^{-1})
➲ অন্ত্যবেগ এর রাশিমালা সম্পর্কিত		
• $v = \frac{2r^2(\rho_s - \rho_f)g}{9\eta}$	v = অন্ত্যবেগ	মিটার/সেকেন্ড (ms^{-1})
	r = ব্যাসার্ধ	মিটার (m)
	ρ_s = গোলকের ঘনত্ব	কেজি/মিটার³ ($kg\ m^{-3}$)
	ρ_f = প্রবাহীর ঘনত্ব	কেজি/মিটার³ ($kg\ m^{-3}$)
	η = সান্দ্রতাঙ্ক	কেজি/মি.সে. ($kgm^{-1}s^{-1}$) / নিউটন. সে./মি.² (Nsm^{-2})
	g = অভিকর্ষজ ত্বরণ	মিটার/সেকেন্ড² (ms^{-2})
➲ পৃষ্ঠটান, বল এবং দৈর্ঘ্যের সম্পর্ক		
• $T = \frac{F}{L}$ • $P = \frac{2T}{r}$ • $P = \frac{4T}{r}$	T = পৃষ্ঠটান	নিউটন/মিটার (Nm^{-1})
	F = বল	নিউটন (N)
	L = দৈর্ঘ্য	মিটার (m)
	P = চাপ	নিউটন/মিটার² (Nm^{-2})
	r = ব্যাসার্ধ	মিটার (m)
➲ পৃষ্ঠ ক্ষেত্রফলের পরিবর্তনে কৃতকাজ সম্পর্কিত		
• $W = \Delta A \times T$ • $W = 4\pi(Nr^2 - R^2) \times T$ • $W = 2 \times 4\pi(r_2^2 - r_1^2) \times T$	W = কৃতকাজ	জুল (J)
	ΔA = ক্ষেত্রফলের পরিবর্তন	মিটার² (m^2)
	T = পৃষ্ঠটান	নিউটন/মি. (Nm^{-1})
	N = ফোঁটার সংখ্যা	–
	r = ছোট ফোঁটার ব্যাসার্ধ	মিটার (m)
	R = বড় ফোঁটার ব্যাসার্ধ	মিটার (m)
	r_2 , r_1 = সাবানের বুদবুদের ব্যাসার্ধ	মিটার (m)

সূত্র	প্রতীক পরিচিতি	একক
➲ কৈশিক নল সম্পর্কিত		
• $T = \frac{r\rho g}{2\cos\theta}\left(h + \frac{r}{3}\right)$ • $T = \frac{rh\rho g}{2\cos\theta}$ • $T = \frac{rh\rho g}{2}$	T = পৃষ্টটান	নিউটন/মি. (Nm^{-1})
	r = ব্যাসার্ধ	মিটার (m)
	h = তরলের আরোহণ/অবনমন	মিটার (m)
	ρ = ঘনত্ব	কেজি/মি.³ (kgm^{-3})
	g = অভিকর্ষজ ত্বরণ	মিটার/সেকেন্ড² (ms^{-2})
	θ = স্পর্শকোণ	ডিগ্রি (°)

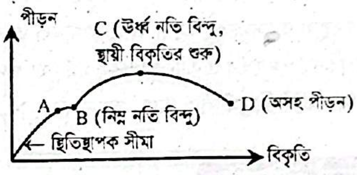
গুরুত্বপূর্ণ লেখচিত্রসমূহ

✓ স্থিতিস্থাপক সীমার মধ্যে পদার্থ হুকের সূত্র মেনে চলে অর্থাৎ, দৈর্ঘ্য প্রসারণ ভারের সমানুপাতিক হয়। লেখচিত্র:



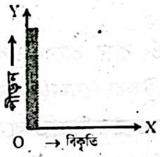
[দি.বো.'২৪; ঢা.বো.'১৯]

✓ বিকৃতি বনাম পীড়ন লেখচিত্র:



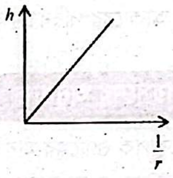
[রা.বো.'২৫]

✓ পূর্ণ দৃঢ় বস্তুর ক্ষেত্রে লেখচিত্র:



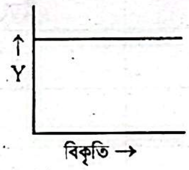
[ঢা.বো.'২২]

✓ কৈশিক নলে উত্থিত পানির উচ্চতা (h) ও কৈশিক নলের ব্যাসার্ধ (r) এর লেখচিত্র:



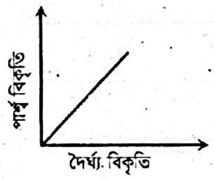
[সম্মিলিত বো.'১৮]

✓ একটি তারের ইয়ং এর গুণাঙ্ক (Y) বনাম বিকৃতির লেখচিত্র:



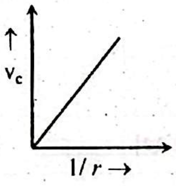
[চ.বো.'২২]

✓ দৈর্ঘ্য বিকৃতি বনাম পার্শ্ব বিকৃতির লেখচিত্র:



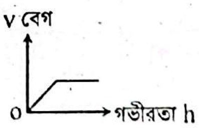
[ব.বো.'১৯]

✓ সংকট বেগ বনাম $\frac{1}{\text{ব্যাসার্ধ}}$ লেখচিত্র:



[কু.বো.'১৯]

✓ তরলে পতনশীল বস্তুর বেগ বনাম গভীরতা লেখচিত্র:



[ঢা.বো.'১৭; দি.বো.'১৭; ব.বো.'১৬]

MCQ এর জন্য গুরুত্বপূর্ণ তথ্যসমূহ

দৃষ্টি আকর্ষণ

বহুনির্বাচনি প্রশ্নের জন্য 'প্রয়োজনীয় তত্ত্ব, সূত্র, প্রতীক ও একক পরিচিতি' এবং 'গুরুত্বপূর্ণ লেখচিত্রসমূহ' অংশগুলো অবশ্যই ভালোভাবে পড়ে নিবে।

পদার্থের গঠন ও বিভিন্ন প্রকার বন্ধন

◆ কোনো গ্যাসের দুটি অণুর মধ্যবর্তী দূরত্ব r_0 এবং পরিবর্তিত অবস্থায় দুটি অণুর মধ্যবর্তী দূরত্ব r হলে:

- $r = r_0$ হলে নিট বল শূন্য অর্থাৎ আকর্ষণ ও বিকর্ষণ বল সমান। [ঢা.বো.'২৩,'১৫; চ.বো.'১৫]
- $r > r_0$ হলে আকর্ষণ বল কাজ করে।
- $r < r_0$ হলে বিকর্ষণ বল কাজ করে।

◆ বিভিন্ন যৌগে/অণুতে/পরমাণুতে বিদ্যমান বন্ধনসমূহ হচ্ছে:

- আয়নিক যৌগে আয়নিক বন্ধন। এই বন্ধন সবচেয়ে শক্তিশালী বন্ধন। [চ.বো.'২৫]
- সমযোজী যৌগে সমযোজী বন্ধন ও দুর্বল ভ্যানডারওয়ালস বন্ধন।
- ধাতব পরমাণুসমূহে ধাতব বন্ধন বিদ্যমান।

◆ কঠিন অবস্থায় অণুসমূহের মধ্যে আন্তঃআণবিক আকর্ষণ বল সর্বাধিক হয়। [কু.বো.'২৫; দি.বো.'২৪]

◆ স্থিতিস্থাপকতা পদার্থের একটি সাধারণ ধর্ম, যা পদার্থের তিনটি অবস্থাতেই পরিলক্ষিত হয়। [য.বো.'১৭]

◆ অপোলার সমযোজী মৌলিক অণু, যেমন: O_2, N_2, Cl_2 ইত্যাদির মধ্যে এক ধরনের দুর্বল ভ্যানডার ওয়ালস বল বিদ্যমান থাকে। [রা.বো.'১৫]

পীড়ন ও বিকৃতি

◆ পীড়নের মাত্রা $ML^{-1}T^{-2}$. [য.বো.'২২]

◆ কোনো তারের অসহ পীড়ন নির্ভর করে তারের উপাদানের উপর। [কু.বো.'১৯]

◆ কোনো তারকে কেটে একাধিক টুকরা (যেমন– সমান দুই বা তিন টুকরা) করা হলেও তারের অসহ ভার পূর্বের সমান হয়। [দি.বো.'২৪; য.বো.'১৯]

◆ কোনো বস্তুর একক মাত্রার পরিবর্তনকে বিকৃতি বলে। [ঢা.বো.'২৪]

◆ বিকৃতি একই প্রকার দুটি রাশির অনুপাত, তাই এর কোনো মাত্রা নেই। [ব.বো.'২৪; চ.বো.'১৯]

◆ বল প্রয়োগে যদি কোনো বস্তুর আকারের পরিবর্তন হয়, তাহলে তাকে আকার বিকৃতি বলে। [য.বো.'২২]

স্থিতিস্থাপক গুণাঙ্ক ও পয়সনের অনুপাত

◆ কয়েকটি পদার্থের বিভিন্ন স্থিতিস্থাপক গুণাঙ্কের মান নিম্নরূপ:

পদার্থের নাম	ইয়ং এর গুণাঙ্ক Y (Nm^{-2})	আয়তন গুণাঙ্ক K(Nm^{-2})	দৃঢ়তার গুণাঙ্ক n(Nm^{-2})
অ্যালুমিনিয়াম	7.0×10^{10} N.m^{-2}	7.7×10^{10} N.m^{-2}	2.6×10^{10} N.m^{-2}
পিতল (60% তামা)	10×10^{10} N.m^{-2}	11×10^{10} N.m^{-2}	3.5×10^{10} N.m^{-2}
তামা	13×10^{10} N.m^{-2}	14×10^{10} N.m^{-2}	4.8×10^{10} N.m^{-2}
কাচ	6.0×10^{10} N.m^{-2}	3.7×10^{10} N.m^{-2}	3.1×10^{10} N.m^{-2}
লোহা (পেটা)	20×10^{10} N.m^{-2}	17×10^{10} N.m^{-2}	8.0×10^{10} N.m^{-2}
লোহা (ঢালাই)	11.5×10^{10} N.m^{-2}	9.0×10^{10} N.m^{-2}	4.6×10^{10} N.m^{-2}
সীসা	1.6×10^{10} N.m^{-2}	4.6×10^{10} N.m^{-2}	0.56×10^{10} N.m^{-2}
নিকেল	20×10^{10} N.m^{-2}	1.6×10^{10} N.m^{-2}	7.9×10^{10} N.m^{-2}
ইস্পাত [য.বো.'২৫; ম.বো.'২৫]	20×10^{10} N.m^{-2}	17×10^{10} N.m^{-2}	8.4×10^{10} N.m^{-2}
রূপা	7.8×10^{10} N.m^{-2}	10.9×10^{10} N.m^{-2}	2.8×10^{10} N.m^{-2}
পানি	–	0.21×10^{10} N.m^{-2}	–
পারদ	–	2.8×10^{10} N.m^{-2}	–

পদার্থের নাম	ইয়ং এর গুণাঙ্ক Y (Nm^{-2})	আয়তন গুণাঙ্ক $K(Nm^{-2})$	দৃঢ়তার গুণাঙ্ক $n(Nm^{-2})$
পেট্রোলিয়াম	–	0.14×10^{10} N.m^{-2}	–
গ্লিসারিন	–	0.40×10^{10} N.m^{-2}	–
ইথাইল অ্যালকোহল	–	0.11×10^{10} N.m^{-2}	–
বায়ু	–	1.015×10^{5} N.m^{-2}	–

- একটি আদর্শ দৃঢ় বস্তুর জন্য ইয়ং এর গুণাংক অসীম (∞)। *[য.বো.'২৪; দি.বো.'১৭]*
- ইয়ং গুণাঙ্ক (Y), আয়তন গুণাঙ্ক (B) ও দৃঢ়তা গুণাঙ্কের (η) মাত্রা $[ML^{-1}T^{-2}]$ *[কু.বো.'২৫; সি.বো.'২৫; য.বো.'২৪; চ.বো.'২২; ঢা.বো.'১৬]*
- স্থিতিস্থাপক সীমার মধ্যে দৈর্ঘ্য পীড়ন বনাম দৈর্ঘ্য বিকৃতির লেখচিত্রের ঢাল ইয়ং-এর গুণাঙ্ক/স্থিতিস্থাপক গুণাঙ্ক নির্দেশ করে। *[দি.বো.'২৫; কু.বো.'২৪,'১৬]*
- সংনম্যতা:
    - এর একক $N^{-1}m^{2}$। *[কু.বো.'২৪]*
    - এর ক্ষেত্রে চারদিকে থেকে সমান চাপ প্রয়োগে আয়তন কমে যায়। *[ম.বো.'২৪]*
    - পদার্থের অণুসমূহের মধ্যে ফাঁক থাকে বলে সৃষ্টি হয়। *[ম.বো.'২৪]*
    - স্থিতিস্থাপক আয়তন গুণাঙ্কের বিপরীত রাশি। তাই আয়তন গুণাঙ্ককে অসংনম্যতা বলা হয়। *[য.বো.'২৫; চ.বো.'২৪,'১৬; ম.বো.'২৪; ব.বো.'১৯; ঢা.বো.'১৭]*
- স্থিতিস্থাপক সীমার মধ্যে বস্তুর ব্যবর্তন পীড়ন (বা মোচড় বা আকার পীড়ন) ও ব্যবর্তন বিকৃতির (বা মোচড় বা আকার বিকৃতির) অনুপাত হচ্ছে দৃঢ়তার গুণাঙ্ক (বা ব্যবর্তন গুণাঙ্ক বা মোচড় গুণাঙ্ক)। *[ঢা.বো.'২৫; ম.বো.'২৫; চ.বো.'২২; ঢা.বো.'১৫]*
- একটি সিলিন্ডারের উপরের প্রান্ত দৃঢ়ভাবে আটকিয়ে নিচের প্রান্তে একটি টর্ক প্রয়োগ করে সিলিন্ডারটিকে এর অক্ষের চারদিকে মোচড়ালে বস্তুতে কৃন্তন বিকৃতির সৃষ্টি হয়। *[ম.বো.'২৪]*
- পয়সনের অনুপাত (σ)-এর মান তাত্ত্বিকভাবে -1 থেকে $+\frac{1}{2}$ এর মধ্যে হয়। পয়সনের অনুপাতের একক নেই এবং এর মান নির্দিষ্ট উপাদানের জন্য নির্দিষ্ট। বাস্তবে পয়সনের অনুপাতের মান 0 থেকে $+\frac{1}{2}$ এর মধ্যে হয়। *[য.বো.'২৫,'২৪; দি.বো.'২৫,'২৩; ঢা.বো.'২৪; চ.বো.'২৪; ম.বো.'২৪,'২২; রা.বো.'২৩]*

সান্দ্রতা ও স্টোকসের সূত্র

- কোনো তরল যে ধর্মের দরুণ তার বিভিন্ন স্তরের আপেক্ষিক গতির বিরুদ্ধে বাধা প্রদান করে, তাকে সান্দ্রতা বলে। *[রা.বো.'১৭]*
- সান্দ্রতা গুণাঙ্ক, η এর একক Nsm^{-2} বা, Poise বা, $kgm^{-1}s^{-1}$ *[ঢা.বো.'১৬; কু.বো.'১৫: দি.বো.'১৭]*
- সান্দ্রতা সহগের মাত্রা $ML^{-1}T^{-1}$ *[সি.বো.'১৯; ব.বো.'১৭; রা.বো.'১৫]*
- গ্যাসের সান্দ্রতা (η) তার কেলভিন তাপমাত্রার (T) বর্গমূলের সমানুপাতিক। অর্থাৎ, $\eta \propto \sqrt{T}$. *[চ.বো.'১৬]*
- স্টোকসের সূত্রানুযায়ী, $F \propto \eta rv$ বা, $F = 6\pi r\eta v$ *[য.বো.'১৯; কু.বো.'১৫]*

পৃষ্ঠটান ও পৃষ্ঠশক্তি

- পৃষ্ঠটান বা তলটানের জন্য তরল সর্বনিম্ন ক্ষেত্রফলে আসতে চায় তাই, পানির ফোঁটা গোলাকৃতি ধারণ করে। *[ঢা.বো.'১৯]*
- পানিতে জৈব পদার্থ মেশালে পৃষ্ঠটান হ্রাস পায়। যেমন: ডিটারজেন্ট *[দি.বো.'১৫]*
- কোনো তরলের পৃষ্ঠশক্তি সংখ্যাগতভাবে তরলের পৃষ্ঠটানের সমান। অর্থাৎ, পৃষ্ঠটান T এবং পৃষ্ঠশক্তি E হলে $E = T$। *[রা.বো.'১৬]*
- পৃষ্ঠশক্তির একক জুল (J) এবং পৃষ্ঠটানের একক Nm^{-1}. *[ঢা.বো.'১৬; ব.বো.'১৬; ব.বো.'১৫]*
- বৃষ্টির একটি বড় ফোঁটা ভেঙ্গে অনেকগুলো ছোট ফোঁটায় পরিণত হলে ফোঁটাগুলির সর্বমোট ক্ষেত্রফল বৃদ্ধি পায়। *[ঢা.বো.'১৬]*

স্পর্শ কোণ

- যে সকল তরল পদার্থ কাঁচকে ভিজায় না, কাঁচের সাথে তাদের স্পর্শ কোণ স্থূল কোণ বা স্পর্শ কোণ 90° অপেক্ষা বড় হবে। *[রা.বো.'১৯; দি.বো.'১৭; দি.বো.'১৫]*
- রূপা ও বিশুদ্ধ পানির মধ্যকার স্পর্শ কোণ প্রায় 90°। *[য.বো.'১৫]*
- স্পর্শ কোণ নির্ভর করে কঠিন ও তরলের প্রকৃতি এবং বিশুদ্ধতার উপর। *[সি.বো.'১৬]*

CS CamScanner

MCQ এর জন্য গুরুত্বপূর্ণ গাণিতিক সমস্যাবলি

দৃষ্টি আকর্ষণ

এই অংশে বিগত বছরের প্রশ্ন বিশ্লেষণ করে MCQ এর জন্য গুরুত্বপূর্ণ বেশ কিছু গাণিতিক সমস্যাবলির সমাধান Topic অনুসারে সাজানো হয়েছে। এছাড়াও গাণিতিক সমস্যার সমাধানের সাথে Similar Problems যুক্ত করা হয়েছে, যাতে তোমাদের পরীক্ষার প্রস্তুতি হয় পূর্ণাঙ্গ।

বিকৃতি ও পীড়ন সম্পর্কিত

Example-1 2 m দীর্ঘ একটি তারের দৈর্ঘ্য 0.02m বৃদ্ধি পেলে তারটির দৈর্ঘ্য বিকৃতি নির্ণয়: [কু.বো.'২৪]

সমাধান

আমরা জানি,

দৈর্ঘ্য বিকৃতি $= \frac{l}{L}$

$= \frac{0.02}{2}$

$= 0.01$ [Ans.]

এখানে,
দৈর্ঘ্য পরিবর্তন, $l = 0.02\text{m}$
আদি দৈর্ঘ্য, $L = 2\text{m}$

Similar Problem to the Example

- 1 m দীর্ঘ একটি তারকে টেনে 2 cm প্রসারিত করা হল। উক্ত তারের ক্ষেত্রে বিকৃতি 2×10^{-2} হবে। [সি.বো.'২৪]

Example-2 কোনো বস্তুর উপর বল প্রয়োগে দৈর্ঘ্য তিনগুণ করা হলে তার দৈর্ঘ্য বিকৃতি নির্ণয়: [ব.বো.'২৪]

সমাধান

∴ বিকৃতি $= \frac{\Delta L}{L}$

$= \frac{2L}{L}$

$= 2$ [Ans.]

ধরা যাক, আদি দৈর্ঘ্য $= L$
∴ চূড়ান্ত দৈর্ঘ্য $= 3L$
সুতরাং, দৈর্ঘ্য পরিবর্তন, $\Delta L = 3L - L = 2L$

Similar Problem to the Example

- কোনো তারের দৈর্ঘ্য বরাবর বল প্রয়োগ করে তারটির দৈর্ঘ্য দ্বিগুণ করা হলে তারটির বিকৃতি হবে 1। [কু.বো.'২৩]

Example-3 0.5 mm^2 প্রস্থচ্ছেদের ক্ষেত্রফলবিশিষ্ট তারে 10 kg ভর ঝুলালে তারটির পীড়ন নির্ণয়: [দি.বো.'২৩]

সমাধান

আমরা জানি,

পীড়ন $= \frac{\text{বল}}{\text{ক্ষেত্রফল}}$

$= \frac{mg}{A}$

$= \frac{10 \times 9.8}{0.5 \times 10^{-6}}$

∴ পীড়ন $= 1.96 \times 10^{8}\ \text{Nm}^{-2}$ [Ans.]

এখানে,
ভর, $m = 10\ \text{kg}$
ক্ষেত্রফল, $A = 0.5\ \text{mm}^2$
$= 0.5 \times 10^{-6}\ \text{m}^2$
অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g = 9.8\ \text{ms}^{-2}$
পীড়ন = ?

Note

এখানে, বল হলো ঝুলন্ত বস্তুটির ওজন।

Similar Problems to the Example

- 2 m দৈর্ঘ্য এবং 1 mm^2 প্রস্থচ্ছেদের ক্ষেত্রফলবিশিষ্ট তারে 20 kg ভর ঝুলালে তারটি 1 mm প্রসারিত হয়। তারটির পীড়ন $1.96 \times 10^{8}\text{Nm}^{-2}$ হবে। [সি.বো.'২৩]
- একটি তারের প্রস্থচ্ছেদের ক্ষেত্রফল 1mm^2 এবং অসহ ভর 40kg। তারের অসহ পীড়ন $3.92 \times 10^{8}\ \text{Nm}^{-2}$ হবে। [সম্মিলিত বো.'১৮]
- একটি তারের প্রস্থচ্ছেদের ক্ষেত্রফল 2 mm^2 এবং অসহ ভার 100 kg। তারের অসহ পীড়ন $4.9 \times 10^{8}\ \text{Nm}^{-2}$ হবে। [ঢা.বো.'২৩]
- $10^{-6}\ \text{m}^2$ প্রস্থচ্ছেদের ক্ষেত্রফলবিশিষ্ট তারের ওপর 2×10^{4}N বল প্রয়োগ করা হলে পীড়ন এর মান $2 \times 10^{10}\ \text{Nm}^{-2}$ হবে। [দি.বো.'২৩]

Example-4 কোনো পদার্থের অসহপীড়ন $4.9 \times 10^{8}\ \text{Nm}^{-2}$। ঐ পদার্থের তৈরি একটি তারের প্রস্থচ্ছেদের ক্ষেত্রফল 1mm^2 হলে তারটিতে সর্বনিম্ন কত ভর ঝুলালে তারটি ছিড়ে যাবে তা নির্ণয়: [চ.বো.'১৬]

সমাধান

আমরা জানি,

পীড়ন $= \frac{F}{A} = 4.9 \times 10^{8}\ \text{Nm}^{-2}$

∴ $\frac{Mg}{10^{-6}} = 4.9 \times 10^{8}$ [∵ $A = 1\ \text{mm}^2 = 10^{-6}\ \text{m}^2$]

$\Rightarrow Mg = 4.9 \times 10^{2}$

$\Rightarrow M = \frac{490}{9.8}$

∴ $M = 50\ \text{kg}$ [Ans.]

Example-5 0.1 kg ভরের একটি বস্তুকে 0.2 m দৈর্ঘ্যবিশিষ্ট তারে বেঁধে বৃত্তাকার পথে ঘুরানো হচ্ছে। তারের প্রস্থচ্ছেদের ক্ষেত্রফল $10^{-8}\ \text{m}^2$ এবং অসহপীড়ন $3.2 \times 10^{9}\ \text{Nm}^{-2}$ হলে বস্তুর সর্বোচ্চ কৌণিক বেগ নির্ণয়: [চ.বো.'২৫]

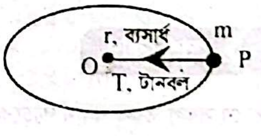
সমাধান

আমরা জানি,

অসহ পীড়ন $= \frac{\text{অসহ বল}}{\text{প্রস্থচ্ছেদের ক্ষেত্রফল}} = \frac{F}{A}$

বা, $3.2 \times 10^{9} = \frac{F}{10^{-8}}$

∴ $F = 32\ \text{N}$



বৃত্তাকার পথে ঘূর্ণায়মান বস্তুর কেন্দ্রমুখী বল (F_c) থাকে। এই বলের যোগান দেয় ঘূর্ণায়মান অবস্থায় কেন্দ্রের দিকে ক্রিয়াশীল তারের টানবল।

এই কেন্দ্রমুখী বল তথা টানবল এর সর্বোচ্চ মানের জন্য বস্তুর কৌণিক বেগও সর্বোচ্চ হবে। আর সর্বোচ্চ টানবল হচ্ছে অসহ বল।

তাই বলা যায়,

$$F_c = F = m\omega^2 r$$

বা, $\omega = \sqrt{\dfrac{F}{mr}}$

$= \sqrt{\dfrac{32}{0.1 \times 0.2}}$

$= 40 \text{ rads}^{-1}$ **[Ans.]**

এখানে,
অসহ বল = F
কৌণিক বেগ = ω
ব্যাসার্ধ, $r = 0.2$ m
ভর, $m = 0.1$ kg

Example-6 1500 kg ভরের একটি বস্তু কোনো তারের এক প্রান্তে ঝুলানো আছে। তারটির অসহ পীড়ন $3 \times 10^8 \text{ Nm}^{-2}$ হলে তারের ব্যাসার্ধ নির্ণয়: [ব.বো.'২৫]

সমাধান

আমরা জানি,

বল, $F = mg$

$= 1500 \times 9.8$

$= 14700$ N

এখন,

পীড়ন $= \dfrac{F}{A} = \dfrac{F}{\pi r^2}$

বা, $3 \times 10^8 = \dfrac{14700}{3.14 \times r^2}$

$\therefore r = \sqrt{\dfrac{14700}{3.14 \times 3 \times 10^8}}$

$= 3.94 \times 10^{-3}$ m **[Ans.]**

এখানে,
বস্তুর ভর, $m = 1500$ kg
অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g = 9.8 \text{ ms}^{-2}$
পীড়ন, $\dfrac{F}{A} = 3 \times 10^8 \text{ Nm}^{-2}$
তারের ব্যাসার্ধ, r = ?

স্থিতিস্থাপকতার গুণাঙ্ক সম্পর্কিত

Example-7 1 m দীর্ঘ একটি তারে 10^5 Nm^{-2} পীড়ন প্রয়োগে এর দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি পেল 0.001 m। তারটির ইয়ং এর গুণাংক নির্ণয়: [চ.বো.'১৯]

সমাধান

আমরা জানি,

$Y = \dfrac{FL}{Al}$

$= 10^5 \times \dfrac{1}{0.001}$

$= 10^8 \text{ Nm}^{-2}$ **[Ans.]**

এখানে,
পীড়ন, $\dfrac{F}{A} = 10^5 \text{ Nm}^{-2}$
আদি দৈর্ঘ্য, $L = 1$m
দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি, $l = 0.001$m
ইয়ং এর গুণাঙ্ক, Y = ?

Example-8 একটি তারের উপাদানের ইয়ং এর গুণাঙ্ক $2 \times 10^{11} \text{Nm}^{-2}$। তারটির দৈর্ঘ্য 15% বৃদ্ধি করতে হলে প্রযুক্ত পীড়ন নির্ণয়: [ব.বো.'২২]

সমাধান

আমরা জানি,

$Y = \dfrac{FL}{Al}$

বা, $\dfrac{F}{A} = Y \times \dfrac{l}{L}$

$= 2 \times 10^{11} \times 0.15$

$= 3 \times 10^{10} \text{ Nm}^{-2}$ **[Ans.]**

এখানে,
ইয়ং এর গুণাঙ্ক, $Y = 2 \times 10^{11} \text{Nm}^{-2}$
তারের বিকৃতি, $\dfrac{l}{L} = 15\% = 0.15$
তারে প্রযুক্ত পীড়ন, $\dfrac{F}{A}$ = ?

Example-9 2m দৈর্ঘ্য ও 1mm^2 প্রস্থচ্ছেদের ক্ষেত্রফলবিশিষ্ট একটি ইস্পাতের তারের প্রান্তে 20N বল প্রয়োগ করা হলো। তারের ইয়ং এর গুণাঙ্ক $2 \times 10^{11} \text{ Nm}^{-2}$ হলে তারের দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি নির্ণয়: [কু.বো.'২২]

সমাধান

আমরা জানি,

$Y = \dfrac{FL}{Al}$

$\therefore l = \dfrac{FL}{AY}$

$= \dfrac{20 \times 2}{10^{-6} \times 2 \times 10^{11}}$

$= 2 \times 10^{-4}$ m **[Ans.]**

এখানে,
আদি দৈর্ঘ্য, $L = 2$m
বল, $F = 20$N
প্রস্থচ্ছেদের ক্ষেত্রফল, $A = 1\text{mm}^2$
$= 10^{-6}\text{m}^2$
ইয়ং গুণাঙ্ক, $Y = 2 \times 10^{11}\text{Nm}^{-2}$
দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি, l = ?

Example-10 একটি তারের ইয়ং এর গুণাঙ্ক $2.1 \times 10^{11} \text{ Nm}^{-2}$ এবং ব্যাস 2 mm। তারের দৈর্ঘ্য 0.5% বৃদ্ধি করতে হলে কত বল প্রয়োগ করতে হবে তা নির্ণয়: [রা.বো.'২৫]

সমাধান

আমরা জানি,

$Y = \dfrac{FL}{Al}$

বা, $\dfrac{F}{A} = Y \times \dfrac{l}{L}$

বা, $F = YA\dfrac{l}{L}$

$= 2.1 \times 10^{11} \times 0.005 \times \pi \times 10^{-6}$

$= 3.29 \times 10^3$ N **[Ans.]**

এখানে, তারের–
ইয়ং এর গুণাঙ্ক, $Y = 2.1 \times 10^{11}\text{Nm}^{-2}$
বিকৃতি, $\dfrac{l}{L} = 0.5\% = 0.005$
ব্যাস, $d = 2 \text{ mm} = 2 \times 10^{-3}$m
$\therefore$ প্রস্থচ্ছেদের ক্ষেত্রফল,
$A = \dfrac{1}{4}\pi d^2 = \dfrac{1}{4} \times \pi \times (2 \times 10^{-3})^2$
$= \pi \times 10^{-6}\text{m}^2$
তারে প্রযুক্ত বল, F = ?

Similar Problems to the Example

- 1m দৈর্ঘ্য ও 1mm^2 প্রস্থচ্ছেদের ক্ষেত্রফলবিশিষ্ট একটি ইস্পাতের তারের দৈর্ঘ্য 10% বৃদ্ধি করতে প্রযুক্ত বল 2×10^4 N হবে। [দি.বো.'২৫,'১৬]
- 1 বর্গ সে.মি. প্রস্থচ্ছেদবিশিষ্ট এবং $2 \times 10^{11} \text{ Nm}^{-2}$ ইয়ং এর গুণাঙ্ক বিশিষ্ট একটি তারে 2×10^7 N বল প্রয়োগ করা হলে এর দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি আদি দৈর্ঘ্যের সমান হবে। [রা.বো.'১৬]

Example-11 0.628 m দৈর্ঘ্য ও 1 mm^2 প্রস্থচ্ছেদের ক্ষেত্রফলবিশিষ্ট একটি তারের প্রান্তে 20 kg ভর ঝুলালে তারটি 1 mm প্রসারিত হয় ($g = 9.8 \text{ ms}^{-2}$)। তারটির ইয়ং-এর গুণাংকের মান নির্ণয়: [সি.বো.'২৫]

সমাধান

প্রযুক্ত বল, $F = mg$

$= 20 \times 9.8$

$= 196$ N

আমরা জানি,

ইয়ং এর গুণাঙ্ক, $Y = \dfrac{FL}{Al}$

$= \dfrac{196 \times 0.628}{1 \times 10^{-6} \times 1 \times 10^{-3}}$

$= 1.23 \times 10^{11} \text{ Nm}^{-2}$ **[Ans.]**

এখানে,
আদিদৈর্ঘ্য, $L = 0.628$m
দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি, $l = 1$ mm
$= 1 \times 10^{-3}$m
প্রস্থচ্ছেদের ক্ষেত্রফল,
$A = 1 \text{ mm}^2$
$= 1 \times 10^{-6}\text{m}^2$
ভর, $m = 20$ kg
অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g = 9.8 \text{ ms}^{-2}$

CS CamScanner

Similar Problems to the Example

- 1m লম্বা এবং 1mm ব্যাসের তারকে 2kg ভর ঝুলিয়ে 0.025 cm দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি করা হলো। যদি তারটির ইয়ং গুণাংক Y, তামার তারের ইয়ং গুণাংক $Y_{cu} = 5 \times 10^9 Nm^{-2}$, Y_s = ইস্পাতের তারের ইয়ং গুণাংক $10 \times 10^{12} Nm^{-2}$ হয়, তাহলে তাদের ইয়ং গুণাঙ্কের মানের সম্পর্ক $Y_{cu} < Y < Y_s$ হবে। [চ.বো.'২৩]
- 2 m দৈর্ঘ্য এবং 1 mm² প্রস্থচ্ছেদের ক্ষেত্রফলবিশিষ্ট তারে 20 kg ভর ঝুলালে তারটি 1 mm প্রসারিত হয়। উক্ত তারটির ইয়ং এর গুণাংক $3.92 \times 10^{11} Nm^{-2}$ হবে। [সি.বো.'২৩]

Example-12 স্থিতিস্থাপক সীমার মধ্যে একক ক্ষেত্রফলের উপর প্রযুক্ত বল তিনগুণ করলে বিকৃতি কীরূপ হবে তা নির্ণয়: [চ.বো.'২৫]

সমাধান

স্থিতিস্থাপক সীমায় ইয়ং এর গুণাঙ্ক ধ্রুবক। তাই পীড়ন ও বিকৃতির অনুপাতও ধ্রুবক।

$$Y = \frac{F_1 L}{A l_1} = \frac{F_2 L}{A l_2}$$

$$\Rightarrow \frac{F}{\left(\frac{l_1}{L}\right)} = \frac{3F}{\left(\frac{l_2}{L}\right)}$$

$$\Rightarrow \left(\frac{l_2}{L}\right) = 3 \times \left(\frac{l_1}{L}\right)$$

⇒ শেষ বিকৃতি = 3 × পূর্বের বিকৃতি

এখানে, প্রথম ক্ষেত্রে–
বল, $F_1 = F$
ক্ষেত্রফল, A
দৈর্ঘ্য বিকৃতি, $\frac{l_1}{L}$
দ্বিতীয় ক্ষেত্রে–
বল, $F_2 = 3F$
ক্ষেত্রফল, A
দৈর্ঘ্য বিকৃতি, $\frac{l_2}{L}$

অর্থাৎ, প্রযুক্ত বল তিনগুণ করলে বিকৃতিও তিনগুণ হবে।

Example-13 1 m দীর্ঘ কোনো তারের ব্যাস 5 mm। তারের দৈর্ঘ্য বরাবর একটি বল প্রয়োগ করায় এর ব্যাস 0.01 mm হ্রাস পায় এবং দৈর্ঘ্য 2 cm বৃদ্ধি পায়। তারটির উপাদানের ইয়ং এর গুণাংক $2 \times 10^{11} Nm^{-2}$ হলে তারে সঞ্চিত বিভব শক্তি নির্ণয়: [ঢা.বো.'২৫]

সমাধান

আমরা জানি,
তারে সঞ্চিত বিভবশক্তি,

$$W = \frac{1}{2}\frac{YAl^2}{L}$$

$$= \frac{1}{2} \times \frac{2\times10^{11}\times\pi\times(2.5\times10^{-3})^2\times(0.02)^2}{1}$$

$$= 785.4 \text{ J [Ans.]}$$

এখানে,
ইয়ং এর গুণাঙ্ক, $Y = 2 \times 10^{11} Nm^{-2}$
ব্যাসার্ধ, $r = \frac{5 \text{ mm}}{2} = 2.5\times10^{-3}$ m
প্রস্থচ্ছেদের ক্ষেত্রফল,
$A = \pi r^2 = \pi \times (2.5 \times 10^{-3})^2 m^2$
দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি, l = 2 cm = 0.02 m
আদি দৈর্ঘ্য, L = 1 m

Similar Problems to the Example

- 1 m দীর্ঘ ও $10^{-4} m^2$ প্রস্থচ্ছেদের ক্ষেত্রফলবিশিষ্ট একটি তারের ইয়ং এর গুণাঙ্ক $2 \times 10^{11} Nm^{-2}$। একে টেনে 2 cm প্রসারিত করা হলে প্রসারণে কৃত কাজ 4×10^3 J হবে। [সি.বো.'২৪]
- 100 cm দীর্ঘ $1\times10^{-2} cm^2$ প্রস্থচ্ছেদবিশিষ্ট একটি তারের ইয়ং এর গুণাঙ্ক $1.24\times10^{11} Nm^{-2}$, একে টেনে 0.2cm বৃদ্ধি করা হলো। এক্ষেত্রে কৃতকাজের পরিমাণ 0.248J হবে। [চ.বো. '১৭]

Example-14 2 m দৈর্ঘ্য এবং 1 mm² প্রস্থচ্ছেদের ক্ষেত্রফলবিশিষ্ট তারে 20 kg ভর ঝুলালে তারটি 1 mm প্রসারিত হয়। পীড়ন $1.96 \times 10^8 Nm^{-2}$ হলে তারটির কৃত কাজের পরিমাণ নির্ণয়: [সি.বো.'২৩]

সমাধান

আমরা জানি,

$$Y = \frac{FL}{Al}$$

$$\Rightarrow Y = \frac{MgL}{Al}$$

$$\Rightarrow Y = \frac{20 \times 9.8 \times 2}{10^{-6} \times 10^{-3}}$$

$$\therefore Y = 3.92 \times 10^{11} Nm^{-2}$$

এখানে,
দৈর্ঘ্য, L = 2m
দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি, $l = 10^{-3}$ m
ক্ষেত্রফল, $A = 10^{-6} m^2$
অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g = 9.8 ms^{-2}$
ভর, M = 20 kg

কৃতকাজ, $W = \frac{1}{2}\frac{YAl^2}{L}$

$$= \frac{3.92 \times 10^{11} \times 10^{-6} \times (10^{-3})^2}{2 \times 2}$$

$$= 0.098 \text{ J [Ans.]}$$

Example-15 পানির আয়তন গুণাঙ্ক $2 \times 10^9 Nm^{-2}$। কিছু পরিমাণ পানিকে তার মোট আয়তনের 10% সংকুচিত করতে কত পরিমাণ চাপ প্রয়োগ করতে হবে তা নির্ণয়: [য.বো.'২২]

সমাধান

আমরা জানি,

$$B = \frac{PV}{v}$$

$$\Rightarrow P = \frac{Bv}{V}$$

$$= 2 \times 10^9 \times \left(\frac{v}{V}\right)$$

$$= 2 \times 10^9 \times 0.1$$

$$= 2 \times 10^8 Nm^{-2} \text{ [Ans.]}$$

এখানে,
পানির আয়তন গুণাঙ্ক, $B = 2 \times 10^9 Nm^{-2}$
আয়তন বিকৃতি, $\frac{v}{V}$ = 10% = 0.1
প্রযুক্ত চাপ, P = ?

Example-16 1000 cc আয়তনের পারদে $5 \times 10^7 Nm^{-2}$ চাপ প্রয়োগ করলে এর আয়তন 2 cc কমে যায়। পারদের সংনম্যতা নির্ণয়: [রা.বো.'২৪]

সমাধান

আমরা জানি,

আয়তন গুণাঙ্ক, $K = \frac{PV}{v}$

$$= \frac{5 \times 10^7 \times 1000}{2}$$

$$= 2.5 \times 10^{10} Nm^{-2}$$

∴ পারদের সংনম্যতা, $\frac{1}{K} = \frac{1}{2.5 \times 10^{10}}$

$$= 4 \times 10^{-11} N^{-1}m^2 \text{ [Ans.]}$$

দেওয়া আছে,
আদি আয়তন, V = 1000 cc
চাপ, $P = 5 \times 10^7 Nm^{-2}$
সংকুচিত পারদের পরিমাণ, v = 2cc

পয়সনের অনুপাত সম্পর্কিত

Example-17 তারের দৈর্ঘ্য বিকৃতি 0.02, পার্শ্ব বিকৃতি 0.002 হলে, পয়সনের অনুপাত নির্ণয়: [ম.বো.'২৩; রা.বো.'১৭]

সমাধান

আমরা জানি,

$$\text{পয়সনের অনুপাত}, \sigma = \frac{\text{পার্শ্ব বিকৃতি}}{\text{দৈর্ঘ্য বিকৃতি}}$$

$$= \frac{0.002}{0.02}$$

$$= 0.1 \text{ [Ans.]}$$

এখানে,
দৈর্ঘ্য বিকৃতি $= 0.02$
পার্শ্ব বিকৃতি $= 0.002$

Similar Problem to the Example

- একটি তারে 0.01 দৈর্ঘ্য বিকৃতিতে পার্শ্ব বিকৃতি 0.0024 হলে, তারের উপাদানের পয়সনের অনুপাত 0.24 হবে। [কু.বো.'১৭; সি.বো.'১৫]

Example-18 একটি তারের দৈর্ঘ্য বরাবর বল প্রয়োগ করা হলে এর দৈর্ঘ্য 1 m হতে 1.02 m হয় এবং ব্যাস 5 mm হতে 4.99 mm হয়। তারটির পয়সনের অনুপাত নির্ণয়: [চ.বো.'১৫]

সমাধান

আমরা জানি,

পয়সনের অনুপাত,

$$\sigma = \frac{dL}{Dl}$$

$$= \frac{0.01 \times 10^{-3} \times 1}{5 \times 10^{-3} \times 0.02}$$

$$= 0.1 \text{ [Ans.]}$$

এখানে,
তারের দৈর্ঘ্য, $L = 1\text{m}$
দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি, $l = (1.02 - 1) = 0.02$ m
ব্যাস, $D = 5\text{mm} = 5 \times 10^{-3}$ m
ব্যাসের হ্রাস, $d = (5 - 4.99)$mm $= 0.01$ mm $= 0.01 \times 10^{-3}$ m
পয়সনের অনুপাত, $\sigma = ?$

Example-19 1 m দীর্ঘ কোনো তারের ব্যাস 5 mm। তারের দৈর্ঘ্য বরাবর একটি বল প্রয়োগ করায় এর ব্যাস 0.01 mm হ্রাস পায় এবং দৈর্ঘ্য 2 cm বৃদ্ধি পায়। তারটির পয়সনের অনুপাত নির্ণয়: [ঢা.বো.'২৫]

সমাধান

$$\text{দৈর্ঘ্য বিকৃতি} = \frac{l}{L}$$

$$= \frac{0.02}{1}$$

$$= 0.02$$

এখানে,
আদি দৈর্ঘ্য, $L = 1$ m
দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি, $l = 2$ cm $= 0.02$ m
আদি ব্যাস, $D = 5$ mm
ব্যাস হ্রাস, $d = 0.01$ mm

$$\text{পার্শ্ব বিকৃতি} = \frac{d}{D}$$

$$= \frac{0.01}{5}$$

$$= 2 \times 10^{-3}$$

আমরা জানি,

$$\text{পয়সনের অনুপাত}, \sigma = \frac{\text{পার্শ্ব বিকৃতি}}{\text{দৈর্ঘ্য বিকৃতি}}$$

$$= \frac{2 \times 10^{-3}}{0.02}$$

$$= 0.1 \text{ [Ans.]}$$

Example-20 2 m লম্বা 2 mm ব্যাসার্ধবিশিষ্ট 0.2 পয়সনের অনুপাত বিশিষ্ট একটি তারের দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি 0.25 mm হলে তারটির ব্যাসার্ধ কত হ্রাস পাবে তা নির্ণয়: [কু.বো.'১৯]

সমাধান

আমরা জানি,

$$\sigma = \frac{rL}{Rl}$$

$$\therefore r = \frac{\sigma R l}{L}$$

$$= \frac{0.2 \times 2 \times 10^{-3} \times 0.25 \times 10^{-3}}{2}$$

$$= 5 \times 10^{-8}\text{m [Ans.]}$$

এখানে,
আদি দৈর্ঘ্য, $L = 2$m
দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি, $l = 0.25$ mm $= 0.25 \times 10^{-3}$ m
ব্যাসার্ধ, $R = 2\text{mm} = 2 \times 10^{-3}$ m
পয়সনের অনুপাত, $\sigma = 0.2$
ব্যাসার্ধ হ্রাস, $r = ?$

Similar Problems to the Examples

- 1 m লম্বা, 1 mm ব্যাস ও 0.1 পয়সনের অনুপাত বিশিষ্ট তারকে বল প্রয়োগে 0.025 cm দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি করা হলো। ব্যাস হ্রাস 2.5×10^{-5} mm হবে। [য.বো.'১৯]
- 1m লম্বা এবং 1mm ব্যাসের তারকে 2kg ভর ঝুলিয়ে 0.025 cm দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি করা হলো। পয়সনের অনুপাত 0.1 হলে তারটির ব্যাস হ্রাস 2.5×10^{-5}mm হবে। [চ.বো.'২৩]

সান্দ্রতা সম্পর্কিত

Example-21 200 mm ব্যাসার্ধের একটি ধাতব গোলক তরলের মধ্য দিয়ে 2.1×10^{-2} ms^{-1} অন্তবেগে পড়লে এবং সান্দ্রতাংক 0.003 kgm^{-1}s^{-1} হলে সান্দ্র বলের মান নির্ণয়:

সমাধান

আমরা জানি,

$$F = 6\pi r\eta v$$

$$= 6 \times 3.14 \times 0.2 \times 0.003 \times 2.1 \times 10^{-2}$$

$$= 2.37 \times 10^{-4} \text{N [Ans.]}$$

এখানে,
ব্যাসার্ধ, $r = 200\text{mm} = 0.2\text{m}$
বেগ, $v = 2.1 \times 10^{-2}\text{ms}^{-1}$
সান্দ্রতাংক, $\eta = 0.003\text{kgm}^{-1}\text{s}^{-1}$
সান্দ্রবল, $F = ?$

Example-22 100gm ভরের একটি বস্তু পানির মধ্যে পড়ায় তার উপর ক্রিয়ারত প্লবতা 0.981N হলে সান্দ্র বল নির্ণয়: [ব.বো.'১৭]

সমাধান

আমরা জানি,

বস্তুর ওপর ঊর্ধ্বমুখী বল = নিম্নমুখী বল

বা, প্লবতা + সান্দ্র বল = বস্তুর ওজন

বা, 0.981 + সান্দ্র বল = 0.981

$\therefore$ সান্দ্র বল = (0.981 − 0.981) N

= 0N [Ans.]

এখানে,
বস্তুর ভর, $m = 100$ gm $= \frac{100}{1000}$ kg $= 0.1$ kg
বস্তুর ওজন = ভর × g $= (0.1 \times 9.81)$ N $= 0.981$ N

CS CamScanner

Example-23 একটি ধাতব পাতের ক্ষেত্রফল $10^{-2}m^2$ এবং এটি 2×10^{-3} m পুরু তেলের ($\eta = 1.55$ Nsm^{-2}) আস্তরণের উপর রাখা হলে পাতকে 3×10^{-2} ms^{-1} বেগে গতিশীল করতে কত বল প্রয়োগ করতে হবে তা নির্ণয়:

সমাধান

আমরা জানি,

$$F = \eta A \frac{dv}{dy}$$

$$= 1.55 \times 10^{-2} \times 15$$

$$= 0.2325N \text{ [Ans.]}$$

এখানে,
সান্দ্রতা সহগ, $\eta = 1.55 Nsm^{-2}$
ক্ষেত্রফল, $A = 10^{-2}m^2$
বেগের নতি, $\frac{dv}{dy} = \frac{3 \times 10^{-2} ms^{-1}}{2 \times 10^{-3} m} = 15 s^{-1}$
বল, $F = ?$

Example-24 0.01 m^2 ক্ষেত্রফল বিশিষ্ট একটি পাত 2mm পুরু গ্লিসারিনের একটি স্তরের উপর রাখা হয়েছে। পাতটি 0.05 ms^{-1} বেগে চালনা করতে 0.4 N অনুভূমিক বলের প্রয়োজন হলে তরলের সান্দ্রতাংক নির্ণয়:

সমাধান

আমরা জানি,

$$F = \eta A \frac{dv}{dy}$$

$$\Rightarrow 0.4 = \eta \times 0.01 \times \frac{0.05}{2 \times 10^{-3}}$$

$$\therefore \eta = 1.6 \text{ Nsm}^{-2} \text{ [Ans.]}$$

এখানে,
পুরুত্ব, $dy = 2$ mm
$= 2 \times 10^{-3}$ m
ক্ষেত্রফল, $A = 0.01$ m^2
বেগ, $v = 0.05$ ms^{-1}
সান্দ্র বল, $F = 0.4$ N
সান্দ্রতাংক, $\eta = ?$

Similar Problem to the Example

- $0.02m^2$ ক্ষেত্রফল বিশিষ্ট একটি ধাতব পাত 5 mm পুরু গ্লিসারিনের একটি স্তরের ওপর রাখা হয়েছে। পাতটিকে 0.06 ms^{-1} বেগে চালনা করতে 0.5 N অনুভূমিক বলের প্রয়োজন হয়। গ্লিসারিনের সান্দ্রতা গুণাঙ্কের মান 2.08 Nsm^{-2}।

Example-25 2×10^{-4} m ব্যাসার্ধের একটি লোহার বল কোনো তরলের ভিতর দিয়ে কিছুক্ষণ পড়ার পর 4×10^{-2} ms^{-1} ধ্রুববেগে নিয়ে পড়তে থাকে। লোহা ও তরলের ঘনত্ব যথাক্রমে 7.8×10^3 kgm^{-3} এবং 10^3 kgm^{-3}। তরলের সান্দ্রতাংক নির্ণয়: [ঢা.বো.'১৫]

সমাধান

আমরা জানি,

$$v = \frac{2r^2(\rho - \sigma)g}{9\eta}$$

$$\therefore \eta = \frac{2r^2(\rho - \sigma)g}{9v}$$

$$= \frac{2 \times (2 \times 10^{-4})^2 (7.8 \times 10^3 - 10^3) \times 9.8}{9 \times 4 \times 10^{-2}}$$

$$= 1.5 \times 10^{-2} \text{ Nsm}^{-2} \text{ [Ans.]}$$

এখানে,
বেগ, $v = 4 \times 10^{-2}$ ms^{-1}
লোহার ঘনত্ব,
$\rho = 7.8 \times 10^3$ kg m^{-3}
তরলের ঘনত্ব, $\sigma = 10^3$ kgm^{-3}
ব্যাসার্ধ, $r = 2 \times 10^{-4}$m
অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g = 9.8$ ms^{-2}
সান্দ্রতাংক, $\eta = ?$

Example-26 2×10^{-4} m ব্যাসার্ধের একটি লোহার বল কোনো তরলের ভিতর দিয়ে কিছুক্ষণ পড়ার পর 4×10^{-2} ms^{-1} ধ্রুববেগে নিয়ে পড়তে থাকে। লোহা ও তরলের ঘনত্ব যথাক্রমে 7.8×10^3 kgm^{-3} এবং 10^3 kgm^{-3}। 1.87×10^3 kg m^{-3} ঘনত্বের তরলের মধ্য দিয়ে লোহার বলটি পড়লে দ্বিতীয় তরলের সান্দ্রতা গুণাঙ্ক প্রথম তরলের (সান্দ্রতাংক 1.5×10^{-2} Nsm^{-2}) কত গুণ হবে তা নির্ণয়: [ঢা.বো.'১৫]

সমাধান

এক্ষেত্রে সান্দ্রতাংক η' হলে,

$$\eta' = \frac{2r^2(\rho - \sigma)g}{9v}$$

$$= \frac{2 \times (2 \times 10^{-4})^2 \times (7.8 \times 10^3 - 1.87 \times 10^3) \times 9.8}{9 \times 4 \times 10^{-2}}$$

$$= 1.3 \times 10^{-2} \text{ Nsm}^{-2}$$

$\therefore$ ২য় তরলের সান্দ্রতাংক ১ম তরলের সান্দ্রতা গুণাংকের $\frac{1.3 \times 10^{-2}}{1.5 \times 10^{-2}} = 0.86$ **গুণ [Ans.]**

এখানে,
ব্যাসার্ধ, $r = 2 \times 10^{-4}$m
ধ্রুব বেগ, $v = 4 \times 10^{-2}$ms^{-1}
অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g = 9.8$ms^{-2}
লোহার ঘনত্ব,
$\rho = 7.8 \times 10^3$ kgm^{-3}
তরলের ঘনত্ব,
$\sigma = 1.87 \times 10^3$ kgm^{-3}
প্রথম তরলের সান্দ্রতাংক,
$\eta = 1.5 \times 10^{-2}$ Nsm^{-2}
দ্বিতীয় তরলের সান্দ্রতাংক,
$\eta' = ?$

পৃষ্ঠটান ও পৃষ্ঠশক্তি সম্পর্কিত

Example-27 পানির উপরিতল হতে 0.5m লম্বা একটি অনুভূমিক তারকে টেনে তুলতে তারের ওজনসহ সর্বাধিক 72.8×10^{-3}N বলের প্রয়োজন হয়। পানির পৃষ্ঠটান নির্ণয়: [য.বো.'১৬]

সমাধান

যেহেতু তারের দুই পাশেই পানি আছে, সেহেতু দুই পাশেই পৃষ্ঠটানের জন্য বল প্রযুক্ত হয়।

$$\therefore \text{মোট বল, } F = T \times L + T \times L$$

$$= 2TL$$

$$\therefore T = \frac{F}{2L}$$

$$= \frac{72.8 \times 10^{-3}}{2 \times 0.5}$$

$$= 72.8 \times 10^{-3} \text{ Nm}^{-1} \text{ [Ans.]}$$

এখানে,
তারের দৈর্ঘ্য, $L = 0.5$m
বল, $F = 72.8 \times 10^{-3}$N
পানির পৃষ্ঠটান, $T = ?$

Example-28 5 cm ব্যাসার্ধের বুদবুদ (পৃষ্ঠটান, $T = 3 \times 10^{-2}$ Nm^{-1}) সৃষ্টি করতে কৃত কাজ নির্ণয়: [ব.বো.'১৬]

সমাধান

যেহেতু বুদবুদের দুটি পৃষ্ঠ আছে,

সেহেতু বুদবুদের ক্ষেত্রফল, $\Delta A = 2 \times 4\pi r^2$

$$= 8\pi r^2$$

$$= 8\pi (0.05)^2$$

$$\therefore \text{কৃতকাজ, } W = T\Delta A$$

$$= 3 \times 10^{-2} \times 8 \times 3.14 \times (0.05)^2$$

$$= 1.88 \times 10^{-3} \text{ J [Ans.]}$$

এখানে,
ব্যাসার্ধ, $r = 5$ cm $= 0.05$ m
পৃষ্ঠটান, $T = 3 \times 10^{-2}$ Nm^{-1}
কৃতকাজ, $W = ?$

CS CamScanner

Example-29 একটি সাবানের বুদবুদকে 1 cm ব্যাস হতে ধীরে ধীরে আকৃতি বৃদ্ধি করে 10 cm ব্যাসে পরিণত করা হল। সাবান পানির পৃষ্ঠটান 25×10^{-3} Nm^{-1}। কৃতকাজের পরিমাণ নির্ণয়:

সমাধান

আমরা জানি,

$W = 2\,\Delta A \times T$ [বুদবুদের 2টি পৃষ্ঠ]

$= T \times 4\pi \times (r_2^2 - r_1^2) \times 2$

$= 25 \times 10^{-3} \times 4\pi \times (0.05^2 - 0.005^2) \times 2$

$= 1.555 \times 10^{-3}$ J [Ans.]

এখানে,

প্রাথমিক ব্যাসার্ধ, $r_1 = \frac{1}{2}$ cm = 0.005 m

পরিবর্তিত ব্যাসার্ধ, $r_2 = \frac{10}{2}$ cm = 0.05 m

সাবান পানির পৃষ্ঠটান, $T = 25 \times 10^{-3}$ Nm^{-1}

কৃতকাজ, W = ?

Example-30 0.2 mm ব্যাস বিশিষ্ট পানির 1000 ক্ষুদ্র ফোঁটা মিলে একটি বৃহৎ ফোঁটা তৈরী করে। পানির পৃষ্ঠটান = $72 \times 10^{-3}Nm^{-1}$। বৃহৎ ফোঁটাটি তৈরী করতে নির্গত শক্তি নির্ণয়:

সমাধান

ক্ষুদ্র ফোঁটার ব্যাসার্ধ, $r = \frac{0.2}{2}$

$= 0.1$ mm

$= 0.1 \times 10^{-3}$ m

$= 10^{-4}$ m

এখন, বৃহৎ ফোঁটার ব্যাসার্ধ R হলে,

$\frac{4}{3}\pi R^3 = n \times \frac{4}{3}\pi r^3$

[∵ বৃহৎ ফোঁটার আয়তন ক্ষুদ্র ফোঁটাগুলোর আয়তনের সমষ্টির সমান]

$\Rightarrow R = \sqrt[3]{n}r$

$= \sqrt[3]{1000}\,r$

$= 10r$

$= 0.1 \times 10^{-2}$ m

$\therefore R = 10^{-3}$ m

পানির পৃষ্ঠটান, $T = 72 \times 10^{-3}$ Nm^{-1}

নির্গত শক্তি, $W = 4\pi\,(nr^2 - R^2)\,T$

$= 4\pi\,\{1000 \times (10^{-4})^2 - (10^{-3})^2\} \times 72 \times 10^{-3}$

$= 81.43 \times 10^{-7}$ J [Ans.]

Example-31 একটি কৈশিক নলের ব্যাস 0.4mm। একে 72×10^{-3} N/m পৃষ্ঠটান এবং 10^3 kgm^{-3} ঘনত্বের পানিতে ডুবানো হলো। নলের কত উচ্চতায় পানি উঠবে তা নির্ণয়: [সি.বো.'১৯]

সমাধান

আমরা জানি,

$T = \frac{hr\rho g}{2}$

বা, $h = \frac{2T}{r\rho g}$

বা, $h = \frac{2 \times 72 \times 10^{-3}}{0.2 \times 10^{-3} \times 10^3 \times 9.8}$

$\therefore$ **h = 0.073469 m [Ans.]**

এখানে,

নলের ব্যাসার্ধ, $r = \frac{0.4}{2}$ mm $= 0.2 \times 10^{-3}$m

পৃষ্ঠটান, $T = 72 \times 10^{-3}$ N/m

পানির ঘনত্ব, $\rho = 10^3$ kgm^{-3}

অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g = 9.8ms^{-2}$

পানির আরোহণ, h = ?

Similar Problem to the Example

- পানির পৃষ্ঠটান 72×10^{-3} Nm^{-1}। 0.2mm ব্যাসের একটা কৌশিক নলে পানির আরোহণ 0.1469 m হবে।

Example-32 তার্পিন তেলের পৃষ্ঠটান 27×10^{-3} N/m এবং ঘনত্ব 0.87×10^3 kg/m^3। যদি 5.8×10^{-5} m ব্যাসের একটি কৈশিক নলের পাত্রের সাথে স্পর্শ কোণ 22° হয়, তবে নলটিতে তার্পিন তেল কত উচ্চতায় উঠবে তা নির্ণয়:

সমাধান

আমরা জানি,

$T = \frac{rh\rho g}{2\cos\theta}$

$\Rightarrow h = \frac{2T\cos\theta}{r\rho g}$

$= \frac{2 \times 27 \times 10^{-3} \times \cos 22°}{2.9 \times 10^{-5} \times 0.87 \times 10^3 \times 9.8}$

= 20.25 cm [Ans.]

এখানে,

পৃষ্ঠটান, $T = 27 \times 10^{-3}Nm^{-1}$

ঘনত্ব, $\rho = 0.87 \times 10^3 kgm^{-3}$

ব্যাসার্ধ, $r = \frac{5.8 \times 10^{-5}}{2}$ m

$= 2.9 \times 10^{-5}$ m

স্পর্শ কোণ, $\theta = 22°$

অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g = 9.8ms^{-2}$

উচ্চতা, h = ?

Short Question-Answer

- ☑ জ্ঞানমূলক প্রশ্নোত্তর ('ক' অংশ)
- ☑ অনুধাবনমূলক প্রশ্নোত্তর ('খ' অংশ)

প্রিয় শিক্ষার্থী,

সৃজনশীল প্রশ্নের 'ক' ও 'খ' অংশের প্রস্তুতি খুবই গুরুত্বপূর্ণ। HSC পরীক্ষায় সৃজনশীল অংশে ভালো করতে হলে অবশ্যই 'ক' ও 'খ' নং প্রশ্ন অর্থাৎ 'জ্ঞানমূলক' ও 'অনুধাবনমূলক' প্রশ্নের সঠিক ও গোছানো উত্তরের কোনো বিকল্প নেই।

তোমাদের সুবিধার্থে, এই অধ্যায়ের বিগত বছরগুলোর HSC পরীক্ষার 'ক' ও 'খ' অংশের প্রশ্নোত্তরগুলো সহ গুরুত্বপূর্ণ অন্যান্য প্রশ্নোত্তরগুলো টপিক অনুসারে সাজিয়ে দেওয়া হয়েছে। এই প্রশ্নোত্তরগুলো অনুশীলন করলে এই অধ্যায়ের সব বোর্ড প্রশ্নতো Cover হবেই, সাথে এই অধ্যায় সংশ্লিষ্ট গুরুত্বপূর্ণ প্রায় প্রতিটি টপিকই তোমাদের আয়ত্তে চলে আসবে।

CS CamScanner

জ্ঞানমূলক প্রশ্নোত্তর

পদার্থের বন্ধন ও গঠন সম্পর্কিত

প্রশ্ন-১। আন্তঃআণবিক বল কাকে বলে? [ব.বো.'২৩]

উত্তর: অণুসমূহের মধ্যে ক্রিয়াশীল বলকে আন্তঃআণবিক বল বলে।

প্রশ্ন-২। অণুর সরণ কম হয় কখন?

উত্তর: আন্তঃআণবিক বল যত বেশি সবল হয় অণুর সরণ তত কম হয়।

প্রশ্ন-৩। কঠিন পদার্থ কীরূপে থাকতে পারে?

উত্তর: কঠিন পদার্থ অনিয়তাকার ও স্ফটিকাকার বা কেলাসিত অবস্থায় থাকতে পারে।

প্রশ্ন-৪। বন্ধনশক্তি কাকে বলে? [সি.বো.'১৯]

উত্তর: কোনো পদার্থের অণুতে 1 মোল নির্দিষ্ট প্রকৃতির যতগুলো বন্ধন আছে তার সবগুলো ভাঙতে যে পরিমাণ শক্তির প্রয়োজন হয় তার গড় মানকে ঐ পদার্থের বন্ধনশক্তি বলে।

প্রশ্ন-৫। ধাতব বন্ধন কী? [ব.বো.'২৫]

উত্তর: ধাতব অণুতে পরমাণুগুলোর মধ্যবর্তী আকর্ষণকে ধাতব বন্ধন বলে।

প্রশ্ন-৬। ধাতব পরমাণুতে সর্ববহিঃস্থ স্তরের ইলেকট্রন নিউক্লিয়াসের সাথে কীভাবে আবদ্ধ থাকে?

উত্তর: ধাতব পরমাণুতে সর্ববহিঃস্থ স্তরের ইলেকট্রন নিউক্লিয়াসের সাথে দুর্বলভাবে আবদ্ধ থাকে।

প্রশ্ন-৭। সমযোজী যৌগের অণুগুলো নিজেদের মধ্যে কোন শক্তি দ্বারা আবদ্ধ থাকে?

উত্তর: সমযোজী যৌগের অণুগুলো নিজেদের মধ্যে দুর্বল ভ্যান-ডার ওয়ালস শক্তি দ্বারা আবদ্ধ থাকে।

প্রশ্ন-৮। CH_4 অণুতে মৌলগুলো কোন বন্ধনে আবদ্ধ থাকে?

উত্তর: CH_4 অণুতে মৌলগুলো সমযোজী বন্ধনে থাকে।

স্থিতিস্থাপকতা সম্পর্কিত

প্রশ্ন-৯। বিকৃতি কী? [রা.বো.'১৯]

উত্তর: কোনো বস্তুর একক মাত্রায় যে পরিবর্তন হয় তাকে বিকৃতি বলে।

প্রশ্ন-১০। স্থিতিস্থাপকতা কাকে বলে? [সি.বো.'২৪]
অথবা, স্থিতিস্থাপকতা কী? [কু.বো.'২২]

উত্তর: বস্তুর যে ধর্মের ফলে প্রযুক্ত বল সরিয়ে নেয়ার পর বিকৃত বস্তুটি তার পূর্বের অবস্থা ফিরে পায় তা হলো স্থিতিস্থাপকতা। যেসব বস্তুর মধ্যে স্থিতিস্থাপকতা ধর্ম বিদ্যমান তাদেরকে স্থিতিস্থাপক বস্তু বলে।

প্রশ্ন-১১। স্থিতিস্থাপক সীমা কাকে বলে? [রা.বো.'২৪; কু.বো.'১৭]
অথবা, স্থিতিস্থাপক সীমা কী? [ঢা.বো.'২৩; সি.বো.'১৭]
অথবা, স্থিতিস্থাপক সীমার সংজ্ঞা দাও। [রা.বো.'২৬]
অথবা, স্থিতিস্থাপক সীমা বলতে কী বুঝ? [ঢা.বো.'২২; দি.বো.'২২; ব.বো.'১৯]

উত্তর: যে মানের বল পর্যন্ত কোনো বস্তু পূর্ণ স্থিতিস্থাপক থাকে অর্থাৎ সর্বাপেক্ষা বেশি যে বল প্রয়োগ করে বল অপসারণ করলে বস্তুটি পূর্বাবস্থায় ফিরে যায় তাকে স্থিতিস্থাপক সীমা বলে।

প্রশ্ন-১২। হুকের সূত্রটি লেখ। [য.বো.'২৫,'১৬]

উত্তর: স্থিতিস্থাপক সীমার মধ্যে বস্তুর উপর প্রযুক্ত পীড়ন উহার বিকৃতির সমানুপাতিক।

প্রশ্ন-১৩। স্থিতিস্থাপক বলের সংজ্ঞা দাও। [ঢা.বো.'১৯]

উত্তর: স্থিতিস্থাপক সীমার মধ্যে বাইরে থেকে বল প্রয়োগে কোনো বস্তুর আকার পরিবর্তন ঘটানোর পর বল অপসারণ করলে যে বলের কারণে তা আবার পূর্বের আকার ফিরে পায় তাকে স্থিতিস্থাপক বল বলে।

CS CamScanner

প্রশ্ন-১৪। **পীড়ন কী?** [ঢা.বো.'২৪]
অথবা, পীড়নের সংজ্ঞা দাও। [ম.বো.'২৩]
অথবা, পীড়ন কাকে বলে? [ঢা.বো.'১৭; ব.বো.'১৬]

উত্তর: বস্তুর একক ক্ষেত্রফলের উপর লম্বভাবে উদ্ভূত বিকৃতি প্রতিরোধকারী বলের মানকে পীড়ন বলে।

প্রশ্ন-১৫। **অসহ পীড়ন কাকে বলে?** [সি.বো.'২৫; কু.বো.'২৩]
অথবা, অসহ পীড়ন কী? [চ.বো.'২৫; ম.বো.'২৪; রা.বো.'২২]

উত্তর: কোনো একটি বস্তুর একক প্রস্থচ্ছেদের ক্ষেত্রফলের উপর প্রযুক্ত অসহ ভারকে বা অসহ ওজনকে অসহ পীড়ন বলে।

প্রশ্ন-১৬। **স্থিতিস্থাপক ক্লান্তি কাকে বলে?** [কু.বো.'২৫; দি.বো.'২৪,'১৯; য.বো.'২২,'১৭; ম.বো.'২২; চ.বো.'১৭]

উত্তর: স্থিতিস্থাপক সীমার মধ্যে তারের ওপর পীড়ন ক্রমাগত হ্রাস-বৃদ্ধি বা অনেকক্ষণ ধরে প্রয়োগ করলে এর স্থিতিস্থাপকতা হ্রাস পায়। ফলে বল অপসারণের পর বিকৃত বস্তু পূর্বের অবস্থা ফিরে পায় না বা ফিরে পেতে কিছুটা দেরি হয় বা আদৌ ফিরে পায় না। এ ঘটনাকে স্থিতিস্থাপক ক্লান্তি বলে।

প্রশ্ন-১৭। **স্থিতিস্থাপক গুণাঙ্ক কী?** [য.বো.'২৪,'২৩]
অথবা, স্থিতিস্থাপক গুণাঙ্ক কাকে বলে? [দি.বো.'১৬]

উত্তর: স্থিতিস্থাপক সীমার মধ্যে কোনো বস্তুর পীড়ন ও বিকৃতির অনুপাত একটি ধ্রুব সংখ্যা। এই ধ্রুব সংখ্যাকে বস্তুর উপাদানের স্থিতিস্থাপক গুণাঙ্ক বলে।

প্রশ্ন-১৮। **অসহ বল কী?**

উত্তর: সর্বোপেক্ষা কম যে ভারের বা ওজনের ক্রিয়ার ফলে কোনো বস্তু ছিড়ে বা ভেঙ্গে যায়। তাকে ঐ বস্তুর অসহ ভার বা অসহ ওজন বা অসহ বল বলে।

প্রশ্ন-১৯। **পূর্ণ স্থিতিস্থাপক বস্তু কাকে বলে?**

উত্তর: ব্যাহ্যিক বল অপসারিত হলে যদি বিকৃত বস্তু ঠিক আগের আকার ও আয়তন ফিরে পায় তাহলে ঐ বস্তুকে পূর্ণ স্থিতিস্থাপক বস্তু বলে।

প্রশ্ন-২০। **নমনীয় বস্তু বা অস্থিতিস্থাপক বস্তু কী?**

উত্তর: যেসব বস্তু হতে প্রযুক্ত বল অপসারণ করলে এদের বিকৃত অবস্থার পরিবর্তন হয় না তাদের নমনীয় বস্তু বা অস্থিতিস্থাপক বস্তু বলে।

প্রশ্ন-২১। **দৈর্ঘ্য বিকৃতি বা অনুদৈর্ঘ্য বিকৃতি কাকে বলে?**

উত্তর: বাহ্যিক বল প্রয়োগের ফলে যদি কোনো বস্তুর দৈর্ঘ্যের পরিবর্তন ঘটে তাহলে একক দৈর্ঘ্যের পরিবর্তনকে অনুদৈর্ঘ্য বিকৃতি বলে।

প্রশ্ন-২২। **আয়তন বিকৃতি কী?**

উত্তর: বাহ্যিক বল প্রয়োগের ফলে যদি কোনো বস্তুর আয়তনের পরিবর্তন ঘটে তাহলে একক আয়তনের পরিবর্তনকে আয়তন বিকৃতি বলে।

প্রশ্ন-২৩। **কৃন্তন বিকৃতি কী?** [কু.বো.'১৯]

উত্তর: বাহ্যিক বলের ক্রিয়ায় বস্তুর আয়তন অপরিবর্তিত থেকে কেবল আকৃতির পরিবর্তন হলে সৃষ্ট বিকৃতিকে তথা একক দূরত্বে অবস্থিত দুই তলের মধ্যবর্তী আপেক্ষিক সরণকে কৃন্তন বা মোচড় বা ব্যবর্তন বিকৃতি বলে।

প্রশ্ন-২৪। **আয়তন পীড়ন কী?**

উত্তর: বস্তুর আয়তন বিকৃতির জন্য বস্তুর তলের একক ক্ষেত্রফলের উপর লম্বভাবে প্রযুক্ত বলকে আয়তন পীড়ন বলে।

প্রশ্ন-২৫। **কৃন্তন পীড়ন কী?**

উত্তর: আকার বিকৃতি বা মোচড় বা ব্যবর্তন ঘটানোর জন্য একক ক্ষেত্রফলের যে স্পর্শ বল প্রয়োগ করা হয় তাকে কৃন্তন বা মোচড় বা ব্যবর্তন পীড়ন বলে।

প্রশ্ন-২৬। **ইয়ং-এর গুণাঙ্ক কাকে বলে?** [ব.বো.'২৪]

উত্তর: একক প্রস্থচ্ছেদের ক্ষেত্রফলবিশিষ্ট কোনো তারের দৈর্ঘ্য বরাবর যে বল প্রয়োগ করলে দৈর্ঘ্য বিকৃতি একক হয় অর্থাৎ তারটির দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি আদি দৈর্ঘ্যের সমান হয় তাকে ইয়ং-এর গুণাঙ্ক বলে।

প্রশ্ন-২৭। **আয়তন গুণাঙ্ক কী?**

উত্তর: স্থিতিস্থাপক সীমার মধ্যে বস্তুর আয়তন পীড়ন ও আয়তন বিকৃতির অনুপাত একটি ধ্রুব সংখ্যা। এই ধ্রুব সংখ্যাকে বস্তুর উপাদানের আয়তন গুণাঙ্ক বলে।

প্রশ্ন-২৮। **দৃঢ়তার গুণাঙ্ক কাকে বলে?**

উত্তর: স্থিতিস্থাপক সীমার মধ্যে বস্তুর ব্যবর্তন পীড়ন ও ব্যবতন বিকৃতির অনুপাত একটি ধ্রুব সংখ্যা। এই ধ্রুব সংখ্যাকে বস্তুর উপাদানের দৃঢ়তার গুণাঙ্ক বলে।

প্রশ্ন-২৯। **সংনম্যতা কী?** [ব.বো.'২২; ঢা.বো.'১৯; কু.বো.'১৯]

উত্তর: স্থিতিস্থাপক সীমার মধ্যে আয়তন বিকৃতি ও আয়তন পীড়নের অনুপাতকে সংনম্যতা বলে।

প্রশ্ন-৩০। **অসংনম্যতা কাকে বলে?** [রা.বো.'২৫]

উত্তর: অসংনম্যতা হচ্ছে আয়তন গুণাঙ্কের বিপরীত রাশি। আয়তন গুণাঙ্ককে এজন্য অসংনম্যতা বলা হয়।

CS CamScanner

প্রশ্ন-৩১। সমদিকধর্মী বস্তু কাকে বলে?

উত্তর: যেসব বস্তুর স্থিতিস্থাপক গুণ সব দিকে সমান থাকে তাদের সমদিকধর্মী বস্তু বলা হয়।

প্রশ্ন-৩২। স্থিতিস্থাপক বিভবশক্তি কাকে বলে? *[দি.বো.'২৫]*

উত্তর: স্থিতিস্থাপক সীমার মধ্যে বস্তুর আকার বা আকৃতির পরিবর্তনের জন্য বস্তুতে যে শক্তি সঞ্চিত হয়, তাকে স্থিতিস্থাপক বিভবশক্তি বলে।

প্রশ্ন-৩৩। পয়সনের অনুপাত কাকে বলে? *[ম.বো.'২৫]*

***অথবা*, পয়সনের অনুপাত কী?** *[য.বো.'২৩; চ.বো.'২২; দি.বো.'১৯]*

উত্তর: স্থিতিস্থাপক সীমার মধ্যে বস্তুর পার্শ্ব বিকৃতি ও দৈর্ঘ্য বিকৃতির অনুপাত একটি ধ্রুব সংখ্যা। এ ধ্রুব সংখ্যাকে বস্তুর উপাদানের পয়সনের অনুপাত বলে।

সান্দ্রতা সম্পর্কিত

প্রশ্ন-৩৪। প্রবাহ ও প্রবাহী কাকে বলে?

উত্তর: তরল বা বায়বীয় পদার্থের গতীয় অবস্থাকে প্রবাহ বলে। আর যেসব পদার্থ প্রবাহিত হতে পারে তাদের প্রবাহী বলে।

প্রশ্ন-৩৫। সান্দ্রতা কাকে বলে? *[চ.বো.'১৯; ঢা., য., সি., দি. (সম্মিলিত) বো.'১৮; ঢা.বো.'১৭]*

***অথবা*, সান্দ্রতা কী?** *[দি.বো.'১৭]*

***অথবা*, সান্দ্রতার সংজ্ঞা দাও।** *[দি.বো.'১৬]*

উত্তর: যে ধর্মের ফলে তরল তার বিভিন্ন স্তরের আপেক্ষিক গতির বিরোধিতা করে তাকে তরলের সান্দ্রতা বলা হয়।

প্রশ্ন-৩৬। সান্দ্রতা গুণাঙ্ক কাকে বলে?

উত্তর: নির্দিষ্ট তাপমাত্রায় প্রবাহীর দুটি স্তরের মধ্যে বেগের নতি একক হলে (অর্থাৎ একক দূরত্বে দুটি স্তরের মধ্যে একক আপেক্ষিক বেগ বজায় থাকবে) তাদের একক ক্ষেত্রফলে যে সান্দ্রতা বল ক্রিয়া করে, তাকে ঐ নির্দিষ্ট তাপমাত্রায় ঐ প্রবাহীর সান্দ্রতা গুণাঙ্ক বলে।

প্রশ্ন-৩৭। অন্তবেগ কাকে বলে? *[কু.বো.'১৬]*

***অথবা*, প্রান্তিক বেগের সংজ্ঞা লিখ।** *[ব.বো.'১৭]*

উত্তর: কোনো সান্দ্র প্রবাহী দিয়ে যদি কোনো গোলক অভিকর্ষের প্রভাবে পতিত হয় তাহলে শুরুতে অভিকর্ষজ ত্বরণের জন্য এর বেগ বৃদ্ধি পেতে থাকে কিন্তু যুগপৎভাবে এর ওপর বাধাদানকারী বল F বৃদ্ধি পায় ফলে বস্তুটির নিট ত্বরণ কমতে থাকে। এক পর্যায়ে বস্তুর নিট ত্বরণ শূন্য হয়। বস্তুটি তখন ধ্রুব বেগ নিয়ে পতিত হতে থাকে। তখন এই বেগকে প্রান্তিক বেগ বা অন্তবেগ বলে।

পৃষ্ঠটান সম্পর্কিত

প্রশ্ন-৩৮। সংসক্তি বা সংযুক্তি বল কাকে বলে? *[কু.বো.'১৯; রা.বো.'১৬]*

উত্তর: একই পদার্থের বিভিন্ন অণুর মধ্যে পারস্পরিক আকর্ষণ বলকে সংসক্তি বা সংযুক্তি বল বলে।

প্রশ্ন-৩৯। আসঞ্জন বল কী?

উত্তর: ভিন্ন পদার্থের অণুগুলোর মধ্যে পারস্পরিক আকর্ষণ বলকে আসঞ্জন বল বলে।

প্রশ্ন-৪০। পৃষ্ঠটান কী? *[ব.বো.'১৯]*

উত্তর: কোনো তরলের পৃষ্ঠে একটি সরলরেখা কল্পনা করলে উক্ত রেখার প্রতি একক দৈর্ঘ্যে ঐ রেখার উভয় পার্শ্বে রেখার সাথে লম্বভাবে এবং পৃষ্ঠের স্পর্শক রূপে যে স্পর্শক বল (tangential force) ক্রিয়া করে তাকেই পৃষ্ঠটান বলে।

প্রশ্ন-৪১। পৃষ্ঠশক্তি কী? *[ঢা., য., সি., দি. (সম্মিলিত) বো.'১৮; চ.বো.'১৬]*

***অথবা*, পৃষ্ঠশক্তি কাকে বলে?** *[ব.বো.'১৫]*

উত্তর: কোনো একটি তরল তলের ক্ষেত্রফল এক একক বৃদ্ধি করতে কৃতকাজকে ঐ তরলের পৃষ্ঠশক্তি বলে। পরীক্ষা করে পাওয়া যায় যে, পৃষ্ঠটান ও পৃষ্ঠশক্তি একই।

প্রশ্ন-৪২। স্পর্শ কোণ কী? *[রা.বো.'১৯]*

***অথবা*, স্পর্শ কোণ কাকে বলে?** *[রা.বো.'১৫; কু.বো.'১৫]*

উত্তর: কঠিন ও তরলের স্পর্শ বিন্দু হতে বক্র তরল তলে অঙ্কিত স্পর্শক কঠিন বস্তুর সাথে তরলের মধ্যে যে কোণ উৎপন্ন করে, তাকে উক্ত কঠিন ও তরলের মধ্যকার স্পর্শ কোণ বলে।

CS CamScanner

অনুধাবনমূলক প্রশ্নোত্তর

আন্তঃআণবিক বল সম্পর্কিত

প্রশ্ন-১। সুস্থিতি দূরত্ব কী?—ব্যাখ্যা কর।

উত্তর: আন্তঃআণবিক দূরত্ব r এর পরিবর্তনের সাথে আন্তঃআণবিক বলের পরিবর্তন ঘটে। আণবিক দূরত্ব যত বেশি হবে অর্থাৎ r যত বৃদ্ধি পাবে আন্তঃআণবিক বল তত বেশি আকর্ষণধর্মী হবে এবং r যত কম হবে আন্তঃআণবিক বল তত বেশি বিকর্ষণধর্মী হবে। স্বাভাবিক অবস্থায় আকর্ষণ ও বিকর্ষণ বলের নিট শূন্য হয়। এ অবস্থায় আন্তঃআণবিক দূরত্বকে r_0 দ্বারা প্রকাশ করা হয়। একে সাম্যাবস্থায় দূরত্ব বা সুস্থিতি দূরত্ব বলা হয়।

প্রশ্ন-২। পদার্থের মধ্যে স্থিতিস্থাপকতা ধর্ম সৃষ্টির কারণ কী? ব্যাখ্যা কর। *[কু.বো.'২৩]*

অথবা, আন্তঃআণবিক বলের সাহায্যে পদার্থের স্থিতিস্থাপকতা ব্যাখ্যা কর। *[য.বো.'২২]*

অথবা, কঠিন বস্তুর আন্তঃআণবিক বলই স্থিতিস্থাপকতার কারণ—ব্যাখ্যা কর। *[রা., কু., চ., ব. (সম্মিলিত) বো.'১৮]*

উত্তর: কঠিন পদার্থের অণুগুলো আন্তঃআণবিক বলের জন্য কেলাসের মধ্যে নিম্নতম বিভবশক্তি স্থানে অবস্থান করে। এই অবস্থানে অণুগুলোর উপর ক্রিয়াশীল নিট আন্তঃআণবিক বল শূন্য। আন্তঃআণবিক বলের ধর্ম হলো- আন্তঃআণবিক দূরত্ব যত বেশি হয় আন্তঃআণবিক বল তত বেশি আকর্ষণধর্মী হয় এবং আন্তঃআণবিক দূরত্ব যত কম হয় আন্তঃআণবিক বল তত বিকর্ষণধর্মী হয়। বল প্রয়োগ করে পদার্থকে প্রসারিত করতে চাইলে আন্তঃআণবিক দূরত্ব বৃদ্ধি পায় যে কারণে অণুগুলোর মধ্যে আকর্ষণ বল অনুভূত হয়। প্রয়োগকৃত বল অপসারণ করলে আকর্ষণ বলের দরুণ তারা আগের অবস্থানে ফিরে যায়। আবার একইভাবে বল প্রয়োগে পদার্থকে সংকুচিত করতে চাইলে আন্তঃআণবিক দূরত্ব কমে আসে বিধায় অণুগুলো বিকর্ষণধর্মী বল অনুভব করে। প্রয়োগকৃত বল সরিয়ে নিলে এই বিকর্ষণ বলের জন্য অণুগুলো পূর্বের অবস্থানে ফিরে যায়। সুতরাং, বলা যায় আন্তঃআণবিক বলই কঠিন পদার্থের স্থিতিস্থাপকতা ধর্ম সৃষ্টির কারণ।

প্রশ্ন-৩। বায়বীয় পদার্থের আন্তঃআণবিক বল নগণ্য কেন? ব্যাখ্যা কর। *[ম.বো.'২৩]*

উত্তর: বায়বীয় পদার্থের অণুগুলো একে অপরের থেকে দূরে দূরে অবস্থান করে। অর্থাৎ অণুসমূহের মধ্যে আন্তঃআণবিক দূরত্ব কঠিন এবং তরল পদার্থের তুলনায় অনেক বেশি। এছাড়াও বায়বীয় পদার্থের অণুগুলোর গড় গতিশক্তি বেশি হয় বিধায় প্রত্যেকটি অণু অন্য অণুসমূহের প্রভাবমুক্ত হয়ে স্বাধীনভাবে চলাচল করতে পারে। তাই এদের মধ্যে আন্তঃআণবিক বল খুবই ক্ষুদ্র বা নগণ্য হয়।

প্রশ্ন-৪। একটি ইস্পাতের তারকে বার বার বাঁকালে উত্তপ্ত হয় কেন? ব্যাখ্যা করো। *[সি.বো.'২৫; চ.বো.'২৩]*

উত্তর: ইস্পাতের তারকে বাঁকানো হলে এর পূর্ণ বিকৃতি ঘটে। যেকোনো ধরনের ধাতব পদার্থের পূর্ণ বিকৃতি ঘটানো হলে তাপমাত্রা বৃদ্ধি পায়। কারণ, যখন কোনো ধাতুকে বাঁকানো হয় তখন অণুগুলো স্থানান্তরিত হয় এবং কেলাসের মধ্যকার বন্ধন ভেঙ্গে যায়। অণুগুলোর মধ্যকার ঘর্ষণ এবং বন্ধন ভাঙ্গার ফলে তাপ উৎপন্ন হয় এবং বস্তু উত্তপ্ত হয়। উল্লেখ্য যে, উৎপন্ন তাপ ধাতুর নমনীয়তা, আপেক্ষিক তাপ, বাঁকানোর পুনরাবৃত্তি ইত্যাদি বিষয়ের উপর নির্ভর করে।

প্রশ্ন-৫। ধাতব মৌলের বিদ্যুৎ পরিবাহিতা সর্বাপেক্ষা বেশি কেন?

উত্তর: বিদ্যুৎ পরিবহনের জন্যে প্রয়োজন আয়নসমূহের স্বাধীন চলাচল। ধাতব খন্ডে ইলেকট্রনগুলো পরমাণুর কক্ষপথ হতে বের হয়ে সমগ্র খন্ডে মুক্তভাবে চলাচল করে। ইলেকট্রন হারিয়ে পরমাণুগুলো আয়নে পরিণত হয়। এক ইলেকট্রন সাগরে ধাতব আয়নগুলো নিমজ্জিত আছে বলে মনে হয়। এই বিমুক্ত ইলেকট্রনের কারণেই ধাতব মৌলের বিদ্যুৎ পরিবাহিতা সর্বাপেক্ষা বেশি।

স্থিতিস্থাপকতা সম্পর্কিত

প্রশ্ন-৬। বিকৃতির একক নেই কেন?

উত্তর: বল প্রয়োগে কোনো বস্তুর একক মাত্রায় যে পরিবর্তন সাধিত হয় তাকে ঐ বস্তুর বিকৃতি বলে।

$$\therefore \text{বিকৃতি} = \frac{\text{বস্তুর মাত্রার পরিবর্তন}}{\text{বস্তুর আদিমাত্রা}}$$

বিকৃতি একই জাতীয় দুইটি রাশির অনুপাত বলে এর কোন একক নেই।

প্রশ্ন-৭। পীড়ন স্কেলার রাশি না ভেক্টর রাশি? ব্যাখ্যা কর। *[রা.বো.'২৫; ব.বো.'২৩]*

উত্তর: বাইরে থেকে বল প্রয়োগের ফলে কোনো বস্তুর আকার বা দৈর্ঘ্য বা আয়তনের পরিবর্তন ঘটলে স্থিতিস্থাপকতার জন্য বস্তুর ভেতর থেকে এ বলকে বাধা দেওয়ার জন্য একটি বল উদ্ভব হয়। বস্তুর একক ক্ষেত্রফলের উপর লম্বভাবে উদ্ভূত এ প্রতিরোধকারী বলের মানকে পীড়ন বলে। প্রযুক্ত বল এবং প্রতিরোধকারী বলের মান সমান হয় বলে প্রযুক্ত বলের মান দ্বারাই পীড়নের হিসাব করা হয়।

$$\text{পীড়ন} = \frac{\text{প্রতিরোধকারী বল}}{\text{ক্ষেত্রফল}} = \frac{\text{প্রযুক্ত বল}}{\text{ক্ষেত্রফল}}$$

'লম্বভাবে উদ্ভূত বল' বলা হয়ে থাকলেও আসলে পীড়ন স্কেলার রাশি। পীড়নের নিজের দিক নেই আসলে। এর দিক প্রযুক্ত বলের দিকের উপর নির্ভর করে। পীড়ন উদ্ভূত হয় প্রযুক্ত বলের বিপরীত দিকে। এ কারণে পীড়নকে স্কেলার রাশি হিসেবেই বিবেচনা করা হয়।

প্রশ্ন-৮। **একটি তারের বিকৃতির মান বাড়াতে পীড়নের মান বৃদ্ধি করতে হবে কি? ব্যাখ্যা করো।** *[দি.বো.'২৫]*

উত্তর: হুকের সূত্র অনুযায়ী, স্থিতিস্থাপক সীমার মধ্যে বস্তুর পীড়ন তার বিকৃতির সমানুপাতিক।

তাই, কোনো তার যতক্ষণ স্থিতিস্থাপক সীমার মধ্যে আছে; অর্থাৎ, পীড়ন প্রয়োগে স্থায়ী বিকৃতি ঘটছে না ততক্ষণ তারের বিকৃতির মান বাড়াতে চাইলে পীড়নের মান বৃদ্ধি করতে হবে। এই সীমার মধ্যে তারের বিকৃতি পীড়নের সাথে সমানুপাতে পরিবর্তিত হয়।

প্রশ্ন-৯। **একটি বস্তুর স্থিতিস্থাপক ক্লান্তি সৃষ্টি হওয়ার কারণ ব্যাখ্যা কর।** *[ঢা., য., সি., দি. (সম্মিলিত) বো.'১৮]*

উত্তর: স্থিতিস্থাপক সীমার মধ্যেও কোনো বস্তুতে বা তারে অনেকক্ষণ যাবৎ পীড়নের হ্রাস-বৃদ্ধি করলে বস্তুর স্থিতিস্থাপক ধর্মের অবনতি ঘটে। কেননা পীড়ন হচ্ছে বল ও ক্ষেত্রফলের অনুপাত। একক ক্ষেত্রফলের উপর ক্রমাগত বল প্রয়োগ করলে উক্ত প্রযুক্ত বলের প্রভাবে বস্তুর গাঠনিক ধর্মের পরিবর্তন ঘটে। তখন অসহভার অপেক্ষা কম ভারে তারটি বা বস্তুটি ছিঁড়ে যেতে পারে। বস্তু বা তারের এ অবস্থাকে স্থিতিস্থাপক ক্লান্তি বলে।

প্রশ্ন-১০। **স্থিতিস্থাপক সীমা ও স্থিতিস্থাপক ক্লান্তির মধ্যে প্রধান পার্থক্য কী?** *[ঢা.বো.'১৭]*

উত্তর: বিকৃতি সৃষ্টিকারী বাহ্যিক বল প্রয়োগ করে বিকৃত করার সময় প্রায় প্রত্যেক বস্তুই বাহ্যিক বলের একটি সর্বোচ্চ মান পর্যন্ত পূর্ণ স্থিতিস্থাপক বস্তুর ন্যায় আচরণ করে। বাহ্যিক বলের এই সর্বোচ্চ মান বা সীমাকেই স্থিতিস্থাপক সীমা বলে।

অপরদিকে স্থিতিস্থাপক সীমার মধ্যে কোনো তারের উপর পীড়ন ক্রমাগত হ্রাস বৃদ্ধি করলে স্থিতিস্থাপকতা হ্রাস পায় যার ফলে অসহ ভার অপেক্ষা অনেক কম ভরে এমনকি স্থিতিস্থাপক সীমার মধ্যে তারটি ছিড়ে যায়। স্থিতিস্থাপক ক্লান্তি না হলে স্থিতিস্থাপক সীমার মধ্যে তারটি ছিড়তো না। এটি হলো এদের মধ্যে প্রধান পার্থক্য।

প্রশ্ন-১১। **ইস্পাতের পীড়ন 2×10^{11} Nm^{-2} বলতে কী বোঝ?**

উত্তর: ইস্পাতের প্রতি $1\ m^2$ ক্ষেত্রফলের উপর বিকৃতি প্রতিরোধকারী বলের মান 2×10^{11} N এবং ইস্পাতের একক বিকৃতি সৃষ্টি করতে $1\ m^2$ ক্ষেত্রফলের উপর 2×10^{11} N বল প্রয়োগ করতে হবে।

প্রশ্ন-১২। **কোনো তারের অসহ পীড়ন 3.5×10^8 Nm^{-2} বলতে কী বুঝ?** *[ব.বো.'২২]*

উত্তর: কোনো একটি বস্তুর একক প্রস্থচ্ছেদের ক্ষেত্রফলের উপর প্রযুক্ত অসহ ভারকে বা অসহ ওজনকে অসহ পীড়ন বলে। কোনো তারের অসহ পীড়ন 3.5×10^8 Nm^{-2} বলতে বোঝায়, তারটির প্রতি বর্গমিটার ক্ষেত্রফলের উপর ন্যূনতম 3.5×10^8 N বল প্রয়োগ করলে তারটি ছিঁড়ে বা ভেঙ্গে যাবে।

প্রশ্ন-১৩। **কোনো তারের অনুদৈর্ঘ্য পীড়ন 3×10^3 Nm^{-2} বলতে কী বুঝ?**

উত্তর: কোনো তারের অনুদৈর্ঘ্য পীড়ন 3×10^3 Nm^{-2} বলতে বস্তুটির $1\ m^2$ ক্ষেত্রফলের উপর দৈর্ঘ্য বিকৃতি প্রতিরোধকারী বলের মান 3×10^3 N এবং বস্তুটির দৈর্ঘ্য বিকৃতি সৃষ্টি করতে প্রতি $1\ m^2$ ক্ষেত্রফলের উপর 3×10^3 N বল প্রয়োগ করতে হবে।

প্রশ্ন-১৪। **কোনো বস্তুর আয়তন পীড়ন 5×10^6 Nm^{-2} বলতে কী বুঝ?** *[চ.বো.'২৪]*

উত্তর: পীড়ন হলো কোনো বস্তুর প্রতি বর্গমিটার ক্ষেত্রফলে ক্রিয়াশীল বল। কোনো বস্তুর আয়তন পীড়ন 5×10^6 Nm^{-2} বলতে বোঝায়, যে বস্তুটির প্রতি বর্গমিটার ক্ষেত্রফলে 5×10^6 N পরিমাণ বল ক্রিয়াশীল।

প্রশ্ন-১৫। **কোনো তারের ইয়ং-এর গুণাঙ্ক নির্ণয় করতে অসহ পীড়ন নির্ণয় করতে হয় কেন?**

উত্তর: স্থিতিস্থাপক সীমার মধ্যে কোনো বস্তু পূর্ণ স্থিতিস্থাপকতা প্রদর্শন করে। বাইরে থেকে প্রযুক্ত বল যদি ঐ সীমা ছাড়িয়ে যায়, তবে বল অপসারণ করলে বিকৃত বস্তু ঠিক পূর্বাবস্থায় ফিরে আসে না। তাই ইয়ং-এর গুণাঙ্ক নির্ণয়ের সময় গড় $\frac{m}{l}$ নির্ণয় করার জন্য অসহ বল জানা আবশ্যক। কেননা অসহ ভার অপেক্ষা বেশি ভার প্রয়োগ করলে পরীক্ষণীয় তারটি ছিঁড়ে যেতে পারে। তাই ইয়ং-এর গুণাঙ্ক নির্ণয়ের অসহ পীড়ন নির্ণয় করতে হয়, যাকে তারের ক্ষেত্রফল দ্বারা গুণ করে সহজেই অসহ ভারের পরিমাণ জানা যায়।

প্রশ্ন-১৬। **অ্যালুমিনিয়াম তারের ইয়াং এর গুণাঙ্ক 7.0×10^{10} Nm^{-2} বলতে কী বুঝ?** *[চ.বো.'২৫]*

উত্তর: কোনো বস্তুর প্রতি বর্গ মিটার ক্ষেত্রফলের উপর একক বিকৃতি প্রতিরোধকারী বলের মানকে ঐ বস্তুর উপাদানের ইয়ং-এর গুণাঙ্ক বলে। অ্যালুমিনিয়াম তারের ইয়ং-এর গুণাঙ্ক 7.0×10^{10} Nm^{-2} বলতে বোঝায় অ্যালুমিনিয়াম তারের একক বিকৃতি সৃষ্টি করতে এর $1\ m^2$ ক্ষেত্রফলের উপর 7.0×10^{10} N বল প্রয়োগ করতে হবে।

Similar Questions

- ✓ **তামার ইয়ং এর গুণাঙ্ক 12.6×10^{10} Nm^{-2} বলতে কী বোঝায়?** *[রা.বো.'২৪]*
- ✓ **ইস্পাতের ইয়ং-এর গুণাংক 2×10^{11} Nm^{-2} বলতে কী বুঝায়? ব্যাখ্যা কর।** *[ব.বো.'২৪]*
- ✓ **ইস্পাতের ইয়ং এর গুণাঙ্ক 2×10^{11} Nm^{-2} —ব্যাখ্যা কর।** *[য.বো.'২৪]*
- ✓ **ইয়ং এর গুণাংক $Y = 2 \times 10^{11}$ Nm^{-2} বলতে কি বুঝ?** *[য.বো.'১৬]*

প্রশ্ন-১৭। **পারদের আয়তন গুণাঙ্ক 2×10^{10} Nm^{-2} বলতে কী বুঝ? ব্যাখ্যা কর।** [য.বো.'২৩]

উত্তর: স্থিতিস্থাপক সীমার মধ্যে বস্তুর আয়তন পীড়ন ও আয়তন বিকৃতির অনুপাত একটি ধ্রুব সংখ্যা। এই ধ্রুব সংখ্যাকে বস্তুর উপাদানের আয়তন গুণাঙ্ক বলে। পারদের আয়তন গুণাঙ্ক 2×10^{10} Nm^{-2} বলতে বোঝায় যে, পারদের একক আয়তন বিকৃতি সৃষ্টি করতে 1 m^2 ক্ষেত্রফলের উপর 2×10^{10} N বল প্রয়োগ করতে হবে।

Similar Question

- ✓ সীসার আয়তন গুণাঙ্ক 1.6×10^{10} Nm^{-2} বলতে কী বুঝ? [রা.বো.'২২; চ.বো.'২২]

প্রশ্ন-১৮। **লোহার কাঠিন্যের গুণাংক 7.7×10^{10} Nm^{-2} বলতে কী বুঝায়?** [কু.বো.'২৫]

উত্তর: একটি ঘনকাকৃতি বস্তুর আকৃতি পরিবর্তন করে 1 রেডিয়ান ব্যবর্তন কোণ উৎপন্ন করতে এর উপরিতলের প্রতি বর্গমিটার ক্ষেত্রফলের উপর যে বল প্রয়োগ করা হয় তাকে ওই বস্তুর উপাদানের কাঠিন্যের গুণাঙ্ক বলে। লোহার কাঠিন্যের গুণাঙ্ক 7.7×10^{10} Nm^{-2} বলতে বোঝায়, একটি লোহার ঘনকের আকৃতি পরিবর্তন করে 1 রেডিয়ান ব্যবর্তন কোণ উৎপন্ন করতে এর উপরিতলের প্রতি বর্গমিটার ক্ষেত্রফলের উপর 7.7×10^{10} N বল প্রয়োগ করতে হবে।

Similar Questions

- ✓ ইস্পাতের কাঠিন্যের গুণাঙ্ক 7.8×10^{10} Nm^{-2} বলতে কী বুঝ? [দি.বো.'২৪]
- ✓ অ্যালুমিনিয়ামের দৃঢ়তার গুণাঙ্ক 2.6×10^{10} Nm^{-2} বলতে কী বুঝ?

প্রশ্ন-১৯। **তরল ও গ্যাসের দৃঢ়তার গুণাঙ্ক থাকে না কেন? ব্যাখ্যা করো।** [য.বো.'২৫]

উত্তর: স্থিতিস্থাপক সীমার মধ্যে বস্তুর ব্যবর্তন পীড়ন ও ব্যবর্তন বিকৃতির অনুপাত একটি ধ্রুব সংখ্যা। এই ধ্রুব সংখ্যাকে বস্তুর উপাদানের দৃঢ়তার গুণাঙ্ক বলে।

তরল বা গ্যাসের অণুগুলির মধ্যে দুর্বল বন্ধন থাকার কারণে এই পদার্থগুলো কৃন্তন/ব্যবর্তন পীড়ন স্থায়ীভাবে প্রতিরোধ করতে পারে না। কঠিন পদার্থের মতো তরল বা গ্যাসের স্থিতিস্থাপকতা ধর্মটি নেই। অর্থাৎ, প্রবাহী পদার্থ হওয়ার কারণেই তরল বা গ্যাসের দৃঢ়তার গুণাঙ্ক থাকে না।

প্রশ্ন-২০। **স্প্রিং তামার তৈরি না হয়ে ইস্পাতের তৈরি হয় কেন?**

উত্তর: একই প্রস্থচ্ছেদের ক্ষেত্রফল ও দৈর্ঘ্যবিশিষ্ট দুটি ভিন্ন বস্তুতে যত বেশি প্রতিরোধ বলের সৃষ্টি হয় সেই বস্তুর স্থিতিস্থাপকতা তত বেশি। প্রতিরোধ বল প্রযুক্ত বলের সমান বলে নির্দিষ্ট বিকৃতি সৃষ্টি করতে যে বস্তুতে যত বেশি বল প্রয়োগ করতে হয় তাকে তত বেশি স্থিতিস্থাপক বলা হয়। এই কারণে দেখা যায় যে, একই দৈর্ঘ্য ও প্রস্থচ্ছেদ বিশিষ্ট তামার ও ইস্পাতের স্প্রিং-এ সমান দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি করতে তামার তুলনায় ইস্পাতের স্প্রিং-এ বল প্রয়োগ করতে হয় অনেক বেশি। এজন্য স্প্রিং তামার তৈরি না হয়ে ইস্পাতের তৈরি হয়।

প্রশ্ন-২১। **ইস্পাত রাবারের চেয়ে বেশি স্থিতিস্থাপক কেন? ব্যাখ্যা কর।** [সি.বো.'২৩]

***অথবা*, ইস্পাত রাবার অপেক্ষা বেশি স্থিতিস্থাপক—ব্যাখ্যা কর।** [সি.বো.'২২]

উত্তর: যেসব বস্তুর ক্ষেত্রে পীড়ন এবং বিকৃতির অনুপাত বেশি অর্থাৎ স্থিতিস্থাপক গুণাঙ্কের মান বেশি সে সব বস্তু বেশি স্থিতিস্থাপক। আর যেসব বস্তুর ক্ষেত্রে পীড়ন এবং বিকৃতির অনুপাত কম, অর্থাৎ স্থিতিস্থাপক গুণাঙ্কের মান কম সেসব বস্তু কম স্থিতিস্থাপক। ইস্পাতের ক্ষেত্রে অধিক পীড়ন দেওয়া সত্ত্বেও বিকৃতির মান যৎসামান্য হয়। সুতরাং পীড়ন এবং বিকৃতির অনুপাত অনেক বেশি। কিন্তু রাবারের ক্ষেত্রে অল্প পীড়ন দিলেই বিকৃতির মান অনেক বেশি হয়। সুতরাং, রাবারের ক্ষেত্রে পীড়ন এবং বিকৃতির অনুপাত অনেক কম হয় বিধায় ইস্পাত রাবার অপেক্ষা অধিক স্থিতিস্থাপক।

Similar Question

- ✓ "রাবার এর চেয়ে স্টিল বেশি স্থিতিস্থাপক"— ব্যাখ্যা কর। [সি.বো.'২৪]

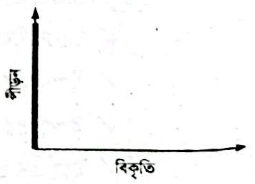
প্রশ্ন-২২। **একটি স্টিল তারের ওপর প্রযুক্ত বল এবং ব্যাসার্ধ যদি দ্বিগুণ করা হয় তবে ইয়ং এর গুণাঙ্কের কি পরিবর্তন হবে? ব্যাখ্যা কর।** [রা.বো.'২৩]

উত্তর: ইয়ং এর গুণাঙ্ক একটি বস্তুর অন্তর্নিহিত ধর্ম। এটি বস্তুর আকার বা আকৃতির উপর নির্ভর করে না। স্থিতিস্থাপক সীমার মধ্যে পীড়ন আর বিকৃতির অনুপাত হলো ইয়ং এর গুণাঙ্ক। একটি স্টিল তারের ব্যাসার্ধ দ্বিগুণ করে তার উপর দ্বিগুণ বল প্রয়োগ করলে এর দৈর্ঘ্য বিকৃতি এমনভাবে পরিবর্তন হবে যেন এর ইয়ং এর গুণাঙ্কের মান সর্বদা ধ্রুব থাকে। তাই একই পদার্থের ক্ষেত্রে ব্যাসার্ধ, প্রযুক্ত বল, আকার-আকৃতি যেকোনো অনুপাতেই পরিবর্তন করা হোক না কেন তার ইয়ং এর গুণাঙ্কের মানের পরিবর্তন হয় না।

প্রশ্ন-২৩। **পূর্ণ দৃঢ় বস্তুর পীড়ন ও বিকৃতির লেখচিত্র অংকন করে প্রকৃতি ব্যাখ্যা কর।** [ঢা.বো.'২৩]

উত্তর: পূর্ণ দৃঢ় বস্তুর পীড়ন বনাম বিকৃতির লেখচিত্র পাশে দেখানো হলো:

আমরা জানি, পূর্ণ দৃঢ় বস্তু হচ্ছে সেই বস্তু যার উপর বল প্রয়োগ করা হলেও বিকৃতি ঘটে না। x অক্ষ বরাবর বিকৃতি এবং y অক্ষ বরাবর পীড়নের মান নিয়ে লেখচিত্র অঙ্কন করলে দৃঢ় বস্তুর জন্য যে লেখচিত্র পাওয়া যাবে তা পাশের লেখচিত্রের ন্যায় হবে। পীড়নের মান শূন্য থেকে শুরু করে যতই বৃদ্ধি করা হোক বিকৃতির মান সর্বদা শূন্য হবে। অর্থাৎ লেখচিত্রটি y অক্ষের উপর ধনাত্মক দিকে অবস্থান করবে।



প্রশ্ন-২৪। **তাপমাত্রা বাড়ালে স্থিতিস্থাপক গুণাঙ্কের মান কমে কেন? ব্যাখ্যা কর।** *[ঢা.বো.'২৪; কু.বো.'২২]*

উত্তর: তাপমাত্রা বাড়লে কঠিন পদার্থের অভ্যন্তরে অণুগুলো নিজ নিজ জায়গায় কম্পনরত অবস্থায় থাকে। তাপমাত্রা আরো বৃদ্ধি পেলে কম্পনের পরিমাণও বৃদ্ধি পায়। ফলে আন্তঃআণবিক বল হ্রাস পায় তথা আন্তঃআণবিক বন্ধন দুর্বল হয়ে পড়ে। এ অবস্থায় পদার্থটি বাহ্যিক বলের বিরুদ্ধে স্বাভাবিক তাপমাত্রার মত বাঁধা প্রদর্শন করতে পারে না। যেহেতু বাঁধার পরিমাণ হ্রাস পায় তাই একই পরিমাণ বাহ্যিক বল প্রয়োগে পূর্বাপেক্ষা অধিক বিকৃতি ঘটে।

আমরা জানি, স্থিতিস্থাপক গুণাঙ্ক $= \frac{\text{পীড়ন}}{\text{বিকৃতি}}$। অর্থাৎ, স্থিতিস্থাপক গুণাংকের মান বিকৃতির ব্যস্তানুপাতিক। যেহেতু সমান বল প্রয়োগে অধিক তাপমাত্রায় বিকৃতি বেশি হয়, তাই তাপমাত্রা বৃদ্ধি পেলে স্থিতিস্থাপক গুণাঙ্কের মান হ্রাস পায়।

প্রশ্ন-২৫। **সংনম্যতা আয়তন স্থিতিস্থাপক গুণাংকের বিপরীত রাশি- ব্যাখ্যা কর।** *[ম.বো.'২২]*

উত্তর: স্থিতিস্থাপক সীমার মধ্যে আয়তন বিকৃতি ও আয়তন পীড়নের অনুপাতকে সংনম্যতা বলে।

$$\text{অর্থাৎ, সংনম্যতা, } C = \frac{\text{আয়তন বিকৃতি}}{\text{আয়তন পীড়ন}}$$

$$= \frac{1}{\dfrac{\text{আয়তন পীড়ন}}{\text{আয়তন বিকৃতি}}}$$

$$= \frac{1}{\text{আয়তন গুণাঙ্ক}}$$

$$= \frac{1}{B}$$

অর্থাৎ, সংনম্যতা হচ্ছে আয়তন গুণাঙ্কের বিপরীত রাশি। আয়তন গুণাঙ্ককে তাই কখনো কখনো অসংনম্যতা বলা হয়।

প্রশ্ন-২৬। **একটি মোটা ও একটি চিকন ইস্পাতের তারের ইয়ং এর গুণাঙ্ক সমান হবে কিনা ব্যাখ্যা কর।** *[কু.বো.'১৯]*

উত্তর: ইয়ং এর গুণাঙ্ক পদার্থের উপাদানের ওপর নির্ভর করে। এটি বস্তুর দৈর্ঘ্য পীড়ন ও দৈর্ঘ্য বিকৃতির অনুপাত। অর্থাৎ যে পরিমাণ দৈর্ঘ্য পীড়ন প্রয়োগ করা হলে বিকৃতি এক একক হয় তাই ইয়ং গুণাঙ্ক। ফলে ইহা বস্তুর আকৃতির ওপর নির্ভর করে না। অতএব, একটি মোটা ও একটি চিকন ইস্পাতের তারের ইয়ং এর গুনাঙ্ক সমান হবে।

প্রশ্ন-২৭। **পয়সনের অনুপাত ঋণাত্মক হওয়া সম্ভব কি-না? ব্যাখ্যা কর।** *[দি.বো.'২২]*
***অথবা*, পয়সনের অনুপাত ধনাত্মক বলতে কি বুঝায়?** *[দি.বো.'১৯]*

উত্তর: তাত্ত্বিকভাবে দেখানো যায় যে, পয়সনের অনুপাতের মান -1 এর চেয়ে কম এবং $+\frac{1}{2}$ এর চেয়ে বেশি হতে পারে না, অর্থাৎ $-1 \leq \sigma \leq \frac{1}{2}$ । বাস্তবে পয়সনের অনুপাত কেবলমাত্র তখনই ঋণাত্মক হওয়া সম্ভব যখন দৈর্ঘ্য প্রসারণের ফলে বস্তুর ব্যাস বৃদ্ধি পায় অর্থাৎ পার্শ্বীয় প্রসারণ ঘটে। কিন্তু বাস্তবে তা অসম্ভব। তাই ব্যবহারিক ক্ষেত্রে পয়সনের অনুপাতের মান ঋণাত্মক হওয়া সম্ভব নয়। সুতরাং, ব্যবহারিক ক্ষেত্রে মানটি ধনাত্মক হয়। বেশির ভাগ ধাতব পদার্থের ক্ষেত্রে এ মান সাধারণত 0.3 হয়ে থাকে। ধাতব পদার্থের ক্ষেত্রে তাই পয়সনের অনুপাতের সীমা ধরা হয় $0 \leq \sigma \leq \frac{1}{2}$।

প্রশ্ন-২৮। **স্থিতিস্থাপক সীমার মধ্যে পয়সনের অনুপাত প্রযুক্ত পীড়নের উপর নির্ভর করে না কেন?** *[রা., কু., চ., ব. (সম্মিলিত) বো.'১৮]*

উত্তর: পার্শ্ববিকৃতি এবং দৈর্ঘ্য বিকৃতির অনুপাতকে পয়সনের অনুপাত বলে।

$$\text{পয়সনের অনুপাত} = \frac{\text{পার্শ্ব বিকৃতি}}{\text{দৈর্ঘ্য বিকৃতি}}$$

স্থিতিস্থাপক সীমার মধ্যে দৈর্ঘ্য বিকৃতি পার্শ্ব বিকৃতির সমানুপাতিক। দৈর্ঘ্য বিকৃতি পার্শ্ব বিকৃতির সমানুপাতিক। দৈর্ঘ্য বিকৃতি যে হারে বৃদ্ধি পাবে পার্শ্ব বিকৃতিও একই হারে বৃদ্ধি পাবে। তাই স্থিতিস্থাপক সীমার মধ্যে পীড়ন এর উপর পয়সনের অনুপাত নির্ভর করে না।

প্রশ্ন-২৯। **'তামার পয়সনের অনুপাত 0.31'—ব্যাখ্যা করো।** *[ব.বো.'২৫]*

উত্তর: স্থিতিস্থাপক সীমার মধ্যে বস্তুর পার্শ্ব বিকৃতি এবং দৈর্ঘ্যবিকৃতির অনুপাত একটি ধ্রুব রাশি অর্থাৎ $\frac{\text{পার্শ্ব বিকৃতি}}{\text{দৈর্ঘ্য বিকৃতি}} = \text{ধ্রুবক}$। এই ধ্রুবককে সিগমা ($\sigma$) দ্বারা প্রকাশ করা হয়। এর নাম পয়সনের অনুপাত। তামার পয়সনের অনুপাত 0.31 বলতে বোঝায় যে, বল প্রয়োগে তামার তারের দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি করলে ব্যাস হ্রাস ও দৈর্ঘ্য বৃদ্ধির অনুপাত হবে 0.31। অর্থাৎ, তামার তারের ক্ষেত্রে দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি 1 একক হলে ব্যাস হ্রাস 0.31 একক হবে।

Similar Questions

- ✓ **তামার তারের পয়সনের অনুপাত 0.33 বলতে কী বুঝায়? ব্যাখ্যা কর।** *[কু.বো.'২৪]*
- ✓ **সিসার পয়সনের অনুপাত 0.4 বলতে কী বোঝ?**

পৃষ্ঠটান সম্পর্কিত

প্রশ্ন-৩০। পৃষ্ঠটান সংখ্যাগতভাবে পৃষ্ঠশক্তির সমান হলেও তারা এক নয়– ব্যাখ্যা কর। *[ব.বো.'১৭]*

উত্তর: কোনো তরলের পৃষ্ঠে একটি সরলরেখা কল্পনা করলে উক্ত রেখার একক দৈর্ঘ্যে ঐ রেখার দু'পাশে তরলের পৃষ্ঠ তলে এক অংশ অন্য অংশের উপরে যে স্পর্শক বল প্রয়োগ করে তাকে পৃষ্ঠটান বলে।

অর্থাৎ, $T = \frac{F}{L}$

আবার, কোনো একটি তরল তলের ক্ষেত্রফল এক একক বৃদ্ধি করতে যে পরিমাণ কাজ সাধিত হয় তাকে ঐ তলের পৃষ্ঠশক্তি (E) বলে। সুতরাং পৃষ্ঠটান আর পৃষ্ঠশক্তি এক নয়। কিন্তু একক ক্ষেত্রফল বৃদ্ধিতে কাজের পরিমাণ = T বা, E = T

অর্থাৎ কোনো তরলের পৃষ্ঠশক্তি সংখ্যাগতভাবে তরলের পৃষ্ঠটানের সমান।

প্রশ্ন-৩১। কৈশিক নলে তরলের উত্থান বা পতনের কারণ ব্যাখ্যা কর। *[চ.বো.'১৭]*

উত্তর: অতি সূক্ষ্ম ও সুষম ছিদ্রবিশিষ্ট নলকে কৈশিক নল বলে। কোনো কৈশিক কাচ নলের এক প্রান্ত তরলের মধ্যে খাড়া করে ডুবালে নলের ভেতর কিছু তরল তরলের মুক্ত তল থেকে উপরে উঠে যায় বা নিচে নেমে আসে।

কৈশিক নলের ভেতর তরল উপরে যাবে নাকি নামবে তা নির্ভর করে তরলের পৃষ্ঠটান (T) ও স্পর্শক কোণ (θ) এর উপর।

কৈশিক নলের ভেতর তরলের উচ্চতা বের করার সমীকরণ হচ্ছে: $h = \frac{2\,T\cos\theta}{\rho r g}$

যদি স্পর্শকোণ $\theta < 90°$ হয়, তাহলে h ধনাত্মক হবে এবং নলে তরলের উত্থান হবে। অপরদিকে $\theta > 90°$ হলে, h ঋণাত্মক হবে এবং নলে তরলের পতন ঘটবে।

Similar Question

✓ **কাচের তৈরি কৈশিক নলের মধ্যে দিয়ে পানির উপরে উঠার কারণ ব্যাখ্যা কর।** *[ঢা.বো.'১৭]*

প্রশ্ন-৩২। বৃষ্টির ফোঁটা গোলাকার কেন? *[সম্মিলিত বো.'১৮]*

***অথবা*, বৃষ্টির ফোঁটা পতনের সময় গোলাকার আকার ধারণ করে কেন?** *[ব.বো.'১৬]*

উত্তর: পানির পৃষ্ঠটান ধর্মের জন্য বৃষ্টির ফোঁটা পতনের সময় গোলাকার আকৃতি ধারণ করে। যেকোনো তরলের ক্ষুদ্রতম তল একটা টানা স্থিতিস্থাপক পর্দার ন্যায় আচরণ করে এবং সম্ভাব্য ক্ষুদ্রতম ক্ষেত্রফলে সংকুচিত হবার চেষ্টা করে। কোন মুক্ত পানির ফোঁটার আকার গোলাকৃতির হলে তার পৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল সবচেয়ে কম হয়। তাই মুক্তভাবে পড়ন্ত বৃষ্টির ফোঁটা গোলাকার ধারণ করে।

Similar Question

✓ **পানির ফোঁটা গোলাকৃতি হয় কেন? ব্যাখ্যা কর।** *[ঢা.বো.'১৬]*

প্রশ্ন-৩৩। পড়ন্ত বৃষ্টির ফোঁটার বেগ ক্রমশ বৃদ্ধি পায় না কেন? ব্যাখ্যা কর। *[দি.বো.'১৭]*

উত্তর: বৃষ্টির ফোঁটা পতনের সময় এর বেগ বৃদ্ধি পেয়ে উচ্চবেগ প্রাপ্ত হওয়ার কথা, কিন্তু তা হয় না। বৃষ্টির ফোঁটা যখন অবাধে পড়তে থাকে তখন অভিকর্ষের কারণে এর অভিকর্ষজ ত্বরণ বৃদ্ধি পেতে থাকে এবং সান্দ্রতার কারণে এর উপর বায়ুমণ্ডলের বাধাদানকারী বলও বৃদ্ধি পেতে থাকে। এই দুটি বল সমান হয়ে গেলে ফোঁটার ওপর কোন নিট বল কাজ করবে না। এ কারণে ফোঁটাটির নিট ত্বরণ শূন্য হয়। ফোঁটাটি তখন ধ্রুববেগ নিয়ে পড়তে থাকে। এই বেগই হচ্ছে অন্তঃবেগ।

Similar Question

✓ **পতনশীল বৃষ্টির ফোঁটা ধ্রুববেগে পড়ে কেন? ব্যাখ্যা কর।** *[চ.বো.'১৭]*

প্রশ্ন-৩৪। বৃষ্টির ফোঁটা কচুপাতাকে ভিজায় না অথচ আম পাতাকে ভিজায় কেন? ব্যাখ্যা কর। *[সি.বো.'১৫]*

উত্তর: বৃষ্টির ফোঁটা কচু পাতাকে ভিজায় না। কারণ বৃষ্টির ফোঁটা ও কচু পাতার স্পর্শ কোণ স্থূল কোণ হয়। এক্ষেত্রে বৃষ্টির ফোঁটায় পানির ঘনত্ব তুলনামূলক ভাবে বেশি। বৃষ্টির ফোঁটা আম পাতাকে ভিজায়। কারণ বৃষ্টির ফোঁটা ও আমপাতার স্পর্শ কোণ সূক্ষ্ম কোণ হয়। এক্ষেত্রে বৃষ্টির ফোঁটা অর্থাৎ পানির ঘনত্ব তুলনামূলকভাবে কম।

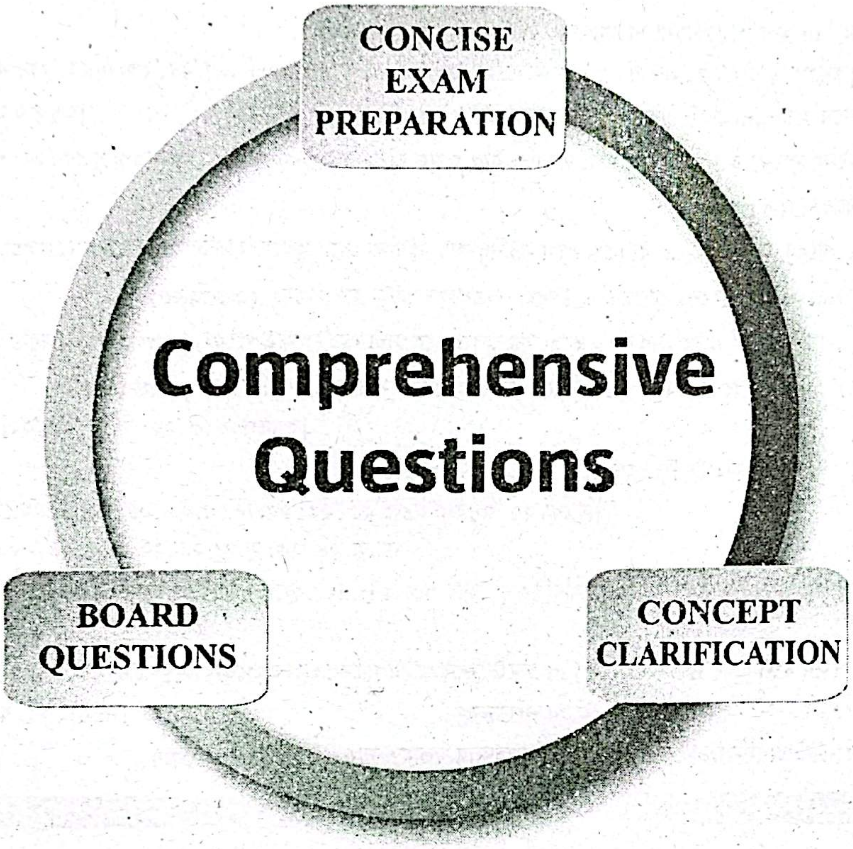
প্রশ্ন-৩৫। কাঁচে তৈলাক্ত পদার্থ লাগলে স্পর্শ কোণ বৃদ্ধি পায়—ব্যাখ্যা কর। *[চ.বো.'১৬]*

উত্তর: কাঁচে তৈলাক্ত পদার্থ থাকলে স্পর্শ কোণের পরিমাণ বেড়ে যায়। তৈলাক্ত পদার্থের কারণে পানি এবং কাঁচের সংস্পর্শ ব্যহত হয়। শুধুমাত্র পানি থাকলে যে পরিমাণ কাঁচকে ভিজাতো তৈলাক্ত পদার্থের উপস্থিতিতে আরো কম পরিমাণে ভিজায়। তাই স্পর্শকোণের পরিমাণ বেড়ে যায়।

প্রশ্ন-৩৬। কাঁচ পৃষ্ঠে সমপরিমাণ তেল ও গ্লিসারিন রাখলে কোনটি বেশি জায়গা জুড়ে থাকবে? ব্যাখ্যা কর। *[চ.বো.'১১]*

উত্তর: পৃষ্ঠটান তরল তলকে সংকুচিত করে। অর্থাৎ, পৃষ্ঠটান তরল তলের ক্ষেত্রফল বৃদ্ধিকে তেলের পৃষ্ঠটান গ্লিসারিনের পৃষ্ঠটান অপেক্ষা কম। তাই কাঁচপৃষ্ঠে সমপরিমাণ তেল ও গ্লিসারিন রাখলে তেল বেশি জায়গাজুড়ে থাকবে।

CS CamScanner


CONCISE EXAM PREPARATION
Comprehensive Questions
BOARD QUESTIONS
CONCEPT CLARIFICATION

প্রিয় শিক্ষার্থী,

এই অধ্যায় থেকে বিগত HSC পরীক্ষায় মোট **৫৯টি সৃজনশীল প্রশ্ন** এসেছে। পরীক্ষার আগে এই অল্প সময়ে এতগুলো প্রশ্নোত্তর অনুশীলন করা তোমাদের জন্য কষ্টসাধ্য; এছাড়াও এই প্রশ্নোত্তরগুলোর অধিকাংশই প্রত্যক্ষ ও পরোক্ষভাবে 'Repeat' !!!

তোমাদের সুবিধার্থে এই ৫৯টি সৃজনশীল প্রশ্নকে সমন্বয় করে মাত্র ৩টি COMPREHENSIVE QUESTIONS এ পরিণত করা হয়েছে, যেগুলো বুঝে অনুশীলন করলে এই অধ্যায়ের সব বোর্ড প্রশ্নতো Cover হবেই সাথে এই অধ্যায় সংশ্লিষ্ট গুরুত্বপূর্ণ প্রায় প্রতিটি বিষয়ই তোমাদের আয়ত্তে চলে আসবে।

প্রশ্ন নং-১ স্থিতিস্থাপকতা সম্পর্কিত

A ও B দুটি ধাতব তার এবং C ও D দুটি স্প্রিং। তার দুটির দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 2 m ও 2.05 m এবং তাদের ব্যাস যথাক্রমে 2 mm ও 5 mm। A ও B তারে সমান ভরের বস্তু ঝুলালে A তারে প্রসারণ B তারের প্রসারণের দ্বিগুণ হয়। B তারে 0.1 kg ভরের বস্তু ঝুলালে দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি হয় 2.35 mm। A ও B তারের উপাদানের অসহ পীড়ন যথাক্রমে 4.8×10^7 Nm^{-2} ও 3.06×10^6 Nm^{-2}। C স্প্রিংয়ে 15 N বল প্রয়োগ করায় 3 mm প্রসারণ হয় এবং D স্প্রিং এ 4 cm প্রসারণে 6 J শক্তি সঞ্চিত হয় (ব্যাসার্ধের পরিবর্তন উপেক্ষণীয়)।

(i) **B তারের ইয়ং এর গুণাঙ্ক নির্ণয় করো।** *(প্রয়োগমূলক)* *[অনুরূপ: রা.বো.'২৫; ব.বো.'২৫; সি.বো.'২৫]*

(ii) **B তারের ব্যাসার্ধ 8.58×10^{-4} m হ্রাস পেলে পয়সনের অনুপাত নির্ণয় করো।** *(প্রয়োগমূলক)* *[অনুরূপ: কু.বো.'২৫,'২৪; ঢা.বো.'২৪; চ.বো.'২৪,'১৯,'১৭; ব.বো.'২৪,'১৫; সি.বো.'২৪,'২৩; দি.বো.'২৩; ম.বো.'২৩; য.বো.'২২; রা.বো.'১৭]*

(iii) **B তারটিতে 1.96N বল প্রদানে 4.7 mm দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি হলে কৃতকাজ কত?** *(প্রয়োগমূলক)* *[অনুরূপ: য.বো.'২৪; ঢা.বো.'২৩; ব.বো.'১৯]*

(iv) **A তারের 4 mm প্রসারণের জন্য কৃতকাজ 3×10^{-3} J হলে তারটির ইয়ং গুণাঙ্ক কত?** *(প্রয়োগমূলক)* *[অনুরূপ: কু.বো.'২৫; ব.বো.'২৫; চ.বো.'১৯; সি.বো.'১৯]*

(v) **A তারটির অসহ বল নির্ণয় করো।** *(প্রয়োগমূলক)*

(vi) **1 kg ভরের একটি বস্তুকে A তারের একপ্রান্তে বেঁধে বৃত্তাকার পথে সর্বনিম্ন কত কৌণিক বেগে ঘুরালে তারটি ছিঁড়ে যাবে?** *(প্রয়োগমূলক)*

(vii) **A তারের দৈর্ঘ্য 25% বৃদ্ধি করলে এবং পয়সনের অনুপাত 0.4 হলে ক্ষেত্রফল কতটুকু হ্রাস পাবে?** *(প্রয়োগমূলক)* *[ঢা.বো.'২২]*

(viii) **A তারটির ইয়ং গুণাঙ্ক যদি 5×10^{10} Nm^{-2} হতো তবে 50 g ভরের বস্তু ঝুলালে এর দৈর্ঘ্য কতটুকু বৃদ্ধি পাবে?** *(প্রয়োগমূলক)* *[অনুরূপ: চ.বো.'২৫; ব.বো.'২৪; সি.বো.'২২]*

(ix) **B তারে প্রযুক্ত পীড়ন 5×10^5 Nm^{-2} এবং বিকৃতি 2×10^{-3} হলে একক আয়তনে সঞ্চিত বিভবশক্তি কত?** *(প্রয়োগমূলক)* *[অনুরূপ: য.বো.'২৫; দি.বো.'২৫,'২২; ম.বো.'২৫,'২৪; ঢা.বো.'১৯,'১৬]*

(x) **কোন তারের স্থিতিস্থাপকতা বেশি? গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ করো।** *(উচ্চতর দক্ষতামূলক)* *[ঢা.বো.'২২; অনুরূপ: য.বো.'২৫,'২৩,'২২; দি.বো.'২৫,'২৪,'২৩,'১৫; ম.বো.'২৫,'২৪,'২৩; ঢা.বো.'২৪,'১৫; রা.বো.'২৪,'২৩; কু.বো.'২৪,'২২; চ.বো.'২৪,'২২; সি.বো.'২৪,'২৩,'১৯; ব.বো.'১৫]*

(xi) **ঝুলানো বস্তুটিসহ B তারটিকে এর আদি দৈর্ঘ্যের সমান ব্যাসার্ধবিশিষ্ট বৃত্তাকার পথে 4 rads^{-1} বেগে ঘুরালে কি তারটি ছিঁড়ে যাবে? গাণিতিক বিশ্লেষণ করো।** *(উচ্চতর দক্ষতামূলক)*

(xii) **A ও B তারের ইয়ং গুণাঙ্ক সমান হলে এবং B তারটি 0.05 m কেটে ফেলে একই মানের ভরসহ প্রত্যেকটি ঝুলানো তার (A ও B) সরল দোলকের ন্যায় আচরণ করলে, কোনটি ধীরে চলবে? গাণিতিক বিশ্লেষণ করো।** *(উচ্চতর দক্ষতামূলক)* *[অনুরূপ: ঢা., য., সি. ও দি. (সম্মিলিত) বো.'১৮]*

(xiii) **C ও D স্প্রিং দুটির মধ্যে কোনটির অনমনীয়তা বেশি? গাণিতিক বিশ্লেষণসহ মতামত দাও।** *(উচ্চতর দক্ষতামূলক)* *[সি.বো.'২৫]*

উত্তর

i আমরা জানি,

$$\text{প্রযুক্ত পীড়ন} = \frac{\text{প্রযুক্ত বল}}{\text{তারের প্রচ্ছেদের ক্ষেত্রফল}}$$

$$= \frac{F}{A}$$

$$= \frac{mg}{A}$$

$$= \frac{0.1 \times 9.8}{1.96 \times 10^{-5}}$$

$$= 5 \times 10^4 \text{Nm}^{-2}$$

আবার,

$$Y_B = \frac{\frac{F}{A}}{\frac{l_B}{L_B}}$$

$$= \frac{5 \times 10^4}{\frac{2.35 \times 10^{-3}}{2.05}}$$

$$= 4.36 \times 10^7 \text{ Nm}^{-2}$$

সুতরাং, B তারের ইয়ং গুণাঙ্ক 4.36×10^7 Nm^{-2}। [Ans.]

এখানে, B তারের ক্ষেত্রে–

ব্যাসার্ধ, $r_B = \frac{5 \text{ mm}}{2}$

$= 2.5$ mm

$= 2.5 \times 10^{-3}$m

প্রচ্ছেদের ক্ষেত্রফল,

$A = \pi r_B^2$

$= 3.14 \times (2.5 \times 10^{-3})^2$

$= 1.96 \times 10^{-5}$ m^2

ঝুলানো বস্তুর ভর, m = 0.1 kg

অভিকর্ষজ ত্বরণ, g = 9.8 ms^{-2}

দৈর্ঘ্য, $L_B = 2.05$ m

দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি, $l_B = 2.35$ mm $= 2.35 \times 10^{-3}$ m

ইয়ং-এর গুণাঙ্ক, $Y_B = ?$

ii আমরা জানি, পয়সনের অনুপাত,

$$\sigma = \frac{\frac{r_B}{R_B}}{\frac{l_B}{L_B}}$$

$$= \frac{\frac{8.58 \times 10^{-7}}{2.5 \times 10^{-3}}}{\frac{2.35 \times 10^{-3}}{2.05}}$$

$$= 0.3$$

এখানে, B তারের ক্ষেত্রে–

দৈর্ঘ্য, $L_B = 2.05$ m

দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি, $l_B = 2.35 \times 10^{-3}$ m

ব্যাসার্ধ, $R_B = \frac{5}{2}$ mm

$= 2.5$ mm

$= 2.5 \times 10^{-3}$ m

ব্যাসার্ধ হ্রাস, $r_B = 8.58 \times 10^{-4}$ mm $= 8.58 \times 10^{-7}$ m

পয়সনের অনুপাত, $\sigma = ?$

সুতরাং, B তারের ব্যাসার্ধ 8.58×10^{-4} m হ্রাস পেলে পয়সনের অনুপাত 0.3। [Ans.]

Note

ব্যাস এবং ব্যাসের হ্রাস ব্যবহার করেও সমাধানটি করা সম্ভব। অনেকক্ষেত্রে বোর্ড প্রশ্নে ব্যাস (d) বা ব্যাসার্ধ (r) চাওয়া হয়। তখন, এই সমীকরণে প্রশ্নোক্ত রাশিটি (d বা r) বামে রেখে একইভাবে সমাধান করা যায়।

iii আমরা জানি,

$$W = \frac{1}{2} Fl$$

$$= \frac{1}{2} \times 1.96 \times 4.7 \times 10^{-3}$$

$$= 4.606 \times 10^{-3} \text{ J}$$

এখানে, B তারের ক্ষেত্রে–

বল, $F = 1.96$ N

দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি, $l = 4.7$ mm $= 4.7 \times 10^{-3}$ m

কৃতকাজ, $W = ?$

অতএব, B তারটিতে 1.96 N বল প্রদানে 4.7 mm দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি হলে কৃতকাজ 4.606×10^{-3} J। [Ans.]

iv আমরা জানি,

$$W = \frac{1}{2} \frac{YAl^2}{L}$$

$$\Rightarrow Y = \frac{2WL}{Al^2}$$

$$= \frac{2 \times 3 \times 10^{-3} \times 2}{3.14 \times 10^{-6} \times (4 \times 10^{-3})^2}$$

$$= 2.39 \times 10^8 \text{ Nm}^{-2}$$

এখানে, A তারের–

দৈর্ঘ্য, $L = 2$m

কৃতকাজ, $W = 3 \times 10^{-3}$J

দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি, $l = 4$ mm $= 4 \times 10^{-3}$m

ব্যাস, $d = 2$ mm $= 2 \times 10^{-3}$m

প্রস্থচ্ছেদের ক্ষেত্রফল, $A = \frac{\pi d^2}{4} = \frac{\pi \times (2 \times 10^{-3})^2}{4} = 3.14 \times 10^{-6}\text{m}^2$

ইয়ং গুণাঙ্ক, $Y = ?$

সুতরাং, A তারের 4 mm প্রসারণের জন্য কৃতকাজ 3×10^{-3} J হলে তারটির ইয়ং গুণাঙ্ক 2.39×10^8 Nm^{-2}। [Ans.]

Note

অনেক সময় বোর্ড প্রশ্নে দুটি তারের ইয়ং গুণাঙ্ক বের করে তুলনা করতে বলা হয়। যদি উপরোল্লিখিত প্রশ্নের অনুরূপ তথ্য দেয়া থাকে, তাহলে একই পদ্ধতিতে দ্বিতীয় তারের ইয়ং গুণাঙ্ক বের করে তুলনা করতে পারবে। এছাড়াও অনেকক্ষেত্রে W এর মান বের করতে বলা হয়, তখন Y দেয়া থাকে।

v আমরা জানি,

তারের অসহ বল,

$$F = P \times A$$

$$= (4.8 \times 10^7 \times 3.14 \times 10^{-6}) \text{ N}$$

$$= 150.72 \text{ N}$$

এখানে, A তারের ক্ষেত্রে–

প্রস্থচ্ছেদের ক্ষেত্রফল,

$$A = \pi r^2$$

$$= \pi \times \left(\frac{2}{2} \text{ mm}\right)^2$$

$$= 3.14 \times 10^{-6} \text{ m}^2$$

তারের অসহ পীড়ন, $P = 4.8 \times 10^7$ Nm^{-2}

সুতরাং, A তারটির অসহ বল 150.72 N। [Ans.]

vi বৃত্তাকার পথে 1kg ভরের বস্তুটি ঘুরালে বস্তুটির কেন্দ্রমুখী বল যদি তার অসহ বলের সমান হয়, তখন তারটি ছিঁড়ে যাবে।

অর্থাৎ, তখন–

$$F = m\omega^2 r$$

$$\Rightarrow \omega^2 = \frac{F}{mr}$$

$$\Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{F}{mr}}$$

$$= \sqrt{\frac{150.72}{1 \times 2}}$$

$$= 8.68 \text{ rads}^{-1}$$

এখানে, A তারের ক্ষেত্রে–

ঝুলন্ত বস্তুর ভর, $m = 1$ kg

বৃত্তাকার পথের ব্যাসার্ধ, $r =$ তারের দৈর্ঘ্য, L

$= 2$m

অসহ বল, $F = 150.72$ N ['v' হতে পাই]

কৌণিক দ্রুতি, $\omega = ?$

সুতরাং, 1 kg ভরের একটি বস্তুকে A তারের একপ্রান্তে বেঁধে বৃত্তাকার পথে সর্বনিম্ন 8.68 rads^{-1} কৌণিক দ্রুতিতে ঘুরালে তারটি ছিঁড়ে যাবে। [Ans.]

vii ধরি, A তারটির দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি ও ব্যাস হ্রাসের পরিমাণ যথাক্রমে l ও d।

এখানে, A তারের ক্ষেত্রে–
দৈর্ঘ্য, $L = 2\text{m}$
ব্যাস, $D = 2\text{mm} = 2 \times 10^{-3}$ m
পয়সনের অনুপাত, $\sigma = 0.4$

তাহলে, $l = L \times 25\%$

$$= L \times \frac{25}{100}$$

$$= 0.25\ L$$

আমরা জানি, $\sigma = \frac{dL}{Dl}$

$$\Rightarrow d = \frac{\sigma D l}{L}$$

$$= \frac{0.4 \times D \times 0.25\ L}{L}$$

$$= 0.1\ D$$

∴ তারের পরিবর্তিত ব্যাস, $D' = D - d$

$$= D - 0.1\ D$$

$$= 0.9\ D$$

এখন, A তারের আদি প্রস্থচ্ছেদের ক্ষেত্রফল $= \frac{\pi D^2}{4}$

এবং নতুন প্রস্থচ্ছেদের ক্ষেত্রফল $= \frac{\pi D'^2}{4}$

∴ শতকরায় A তারের ক্ষেত্রফল হ্রাস পাবে $= \dfrac{\dfrac{\pi D^2}{4} - \dfrac{\pi D'^2}{4}}{\dfrac{\pi D^2}{4}} \times 100\%$

$$= \frac{D^2 - D'^2}{D^2} \times 100\%$$

$$= \frac{D^2 - (0.9D)^2}{D^2} \times 100\%$$

$$= \frac{D^2\,(1 - 0.81)}{D^2} \times 100\%$$

$$= \frac{1 - 0.81}{1} \times 100\%$$

$$= 19\%$$

সুতরাং, A তারের দৈর্ঘ্য 25% বৃদ্ধি করলে ক্ষেত্রফল 19% হ্রাস পাবে। [Ans.]

viii আমরা জানি,

এখানে, A তারের ক্ষেত্রে–
বস্তুর ভর, $m = 50$ gm $= 0.05$ kg
বস্তুর ব্যাসার্ধ, $r = \frac{2}{2}$ mm $= 1 \times 10^{-3}$ m
আদি দৈর্ঘ্য, $L = 2$ m
ইয়ং এর গুণাঙ্ক, $Y = 5 \times 10^{10}\ \text{Nm}^{-2}$
দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি, $l = ?$

$$Y = \frac{FL}{Al}$$

$$\Rightarrow Y = \frac{mgL}{\pi r^2 l}$$

$$\Rightarrow l = \frac{mgL}{\pi r^2 Y}$$

$$= \frac{0.05 \times 9.8 \times 2}{3.14 \times (1 \times 10^{-3})^2 \times 5 \times 10^{10}}$$

$$= 6.24 \times 10^{-6}\ \text{m}$$

সুতরাং, A তারের দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি 6.24×10^{-6} m। [Ans.]

Note

বোর্ড প্রশ্নে অনেকক্ষেত্রে m বা r বের করতে বলা হয় এবং যে রাশিটি চাওয়া হয়েছে তা বাদে অন্য রাশিগুলোর মান দেওয়া থাকে। তখন, যে রাশি চাওয়া হয়েছে তা বাম দিকে রেখে একইভাবে সমাধান করা যায়।

CS CamScanner

ix আমরা জানি,

$$W = \frac{1}{2} \times \text{পীড়ন} \times \text{বিকৃতি}$$
$$= \frac{1}{2} \times 5 \times 10^5 \times 2 \times 10^{-3}$$
$$= 500 \text{ J}$$

এখানে, B তারের ক্ষেত্রে-

প্রযুক্ত পীড়ন $= 5 \times 10^5 \text{ Nm}^{-2}$

বিকৃতি $= 2 \times 10^{-3}$

একক আয়তনে সঞ্চিত বিভব শক্তি, $W = ?$

সুতরাং, পীড়ন $5 \times 10^5 \text{ Nm}^{-2}$ ও বিকৃতি 2×10^{-3} হলে B তারের একক আয়তনে সঞ্চিত বিভবশক্তি 500 J। [Ans.]

x ধরি, তার দুটিতে সমান m ভরের বস্তু ঝুলানো হলো এবং B তারের প্রসারণ, $l_B = l$

$\therefore$ A তারের প্রসারণ, $l_A = 2l$

আমরা জানি, ইয়ং গুণাঙ্ক,

$$Y = \frac{FL}{Al}$$
$$= \frac{mgL}{\pi r^2 l} \quad [\because \text{ বল, } F = mg \text{ এবং প্রস্থচ্ছেদের ক্ষেত্রফল, } A = \pi r^2]$$

$\therefore$ A তারের ইয়ং এর গুণাঙ্ক,

$$Y_A = \frac{mg L_A}{\pi r_A{}^2 l_A}$$
$$= \frac{m \times 9.8 \times 2}{3.14 \times (10^{-3})^2 \times 2l}$$
$$= 3.121 \times 10^6 \times \frac{m}{l}$$

এবং B তারের ইয়ং গুণাঙ্ক,

$$Y_B = \frac{mgL_B}{\pi r_B{}^2 l_B}$$
$$= \frac{m \times 9.8 \times 2.05}{3.14 \times (2.5 \times 10^{-3})^2 \times l}$$
$$= 1.023 \times 10^6 \times \frac{m}{l}$$

এখানে, A তারের ক্ষেত্রে-

আদি দৈর্ঘ্য, $L_A = 2\text{m}$

ব্যাসার্ধ, $r_A = \frac{2\text{mm}}{2}$
$= 1\text{mm}$
$= 10^{-3} \text{ m}$

এবং B তারের ক্ষেত্রে-

আদি দৈর্ঘ্য, $L_B = 2.05 \text{ m}$

ব্যাসার্ধ, $r_B = \frac{5\text{mm}}{2}$
$= 2.5 \text{ mm}$
$= 2.5 \times 10^{-3}\text{m}$

অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g = 9.8 \text{ ms}^{-2}$

এখন, $$\frac{Y_A}{Y_B} = \frac{3.121 \times 10^6 \times \frac{m}{l}}{1.023 \times 10^6 \times \frac{m}{l}}$$
$$= 3.05$$
$$\Rightarrow \frac{Y_A}{Y_B} > 1$$

$\therefore Y_A > Y_B$

যেহেতু, B তারের তুলনায় A তারের ইয়ং এর গুণাঙ্ক বেশি; সেহেতু, **A তারটির স্থিতিস্থাপকতা বেশি।**

Note

বোর্ড প্রশ্নে অনেকক্ষেত্রে m ও l এর মান দেয়া থাকে অথবা সরাসরি পীড়ন $\left(\frac{F}{A}\right)$ ও বিকৃতি $\left(\frac{l}{L}\right)$ দেয়া থাকে। তখন তারগুলোর ইয়ং গুণাঙ্ক এর নির্দিষ্ট মান বের করে তুলনা করা যায়।

xi বৃত্তাকার পথে ঘূর্ণনের জন্য তারটিতে অনুভূত কেন্দ্রমুখী বল,

$$F = m\omega^2 r$$
$$= 0.1 \times 4^2 \times 2.05$$
$$= 3.28 \text{ N}$$

দেওয়া আছে,

B তারটির অসহ পীড়ন $= 3.06 \times 10^6 \text{Nm}^{-2}$

$\therefore$ তারটির অসহ বল = অসহ পীড়ন × প্রস্থচ্ছেদের ক্ষেত্রফল
$$= 3.06 \times 10^6 \times 1.96 \times 10^{-5}$$
$$= 60 \text{ N}$$

এখানে, B তারের ক্ষেত্রে-

বৃত্তাকার পথের ব্যাসার্ধ,

r = তারের দৈর্ঘ্য (L) = 2.05m

ঝুলানো ভর, $m = 0.1\text{kg}$

কৌণিক বেগ, $\omega = 4\text{rads}^{-1}$

প্রস্থচ্ছেদের ক্ষেত্রফল, $A = 1.96 \times 10^{-5} \text{ m}^2$ ['i' হতে পাই]

যেহেতু তারটির কেন্দ্রমুখী বল তারটির অসহ বল অপেক্ষা কম, সেহেতু তারটি ঘূর্ণনের ফলে সৃষ্ট কেন্দ্রমুখী বলকে সহ্য করতে পারবে।

সুতরাং, ঝুলানো বস্তুটিসহ B তারটিকে এর আদি দৈর্ঘ্যের সমান ব্যাসার্ধবিশিষ্ট বৃত্তাকার পথে 4 rads^{-1} বেগে ঘুরালে তারটি ছিঁড়ে যাবে না।

xii দেওয়া আছে, উভয় তারের ইয়ং গুণাঙ্ক (Y) সমান।

B তারটি 0.05 m কেটে ফেললে, তার দুইটির দৈর্ঘ্য সমান হয়।

আমরা জানি, দোলকের পর্যায়কাল,

$$T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{L_1}{g}}$$

$$\Rightarrow T_2 = 2\pi\sqrt{\frac{L_2}{g}}$$

সুতরাং, $T \propto \sqrt{L}$

এখন, $\frac{T_1}{T_2} = \sqrt{\frac{L_1}{g} \times \frac{g}{L_2}}$

$$= \sqrt{\frac{L_1}{L_2}}$$

দেখা যাচ্ছে, ভর ঝোলানোর আগে উভয়ের দৈর্ঘ্য 2m। তাই ভর ঝুলালে যার বিকৃতি বেশি হবে তার কার্যকর দৈর্ঘ্য বেশি হবে।

তার দুটির ইয়ং গুণাঙ্ক, $Y_1 = Y_2 = Y$

আমরা জানি; $Y = \frac{\text{পীড়ন}}{\text{বিকৃতি}}$

$\therefore$ প্রথম তারের পীড়ন $= \frac{F}{A} = \frac{mg}{\pi r_1^2}$ $\quad [\because F = mg, A = \pi r^2]$

এবং প্রথম তারের বিকৃতি $= \frac{\frac{mg}{\pi r_1^2}}{Y}$

$\therefore$ দ্বিতীয় তারের পীড়ন $= \frac{mg}{\pi r_2^2}$

এবং দ্বিতীয় তারের বিকৃতি $= \frac{\frac{mg}{\pi r_2^2}}{Y}$

$$\therefore \frac{\text{প্রথম তারের বিকৃতি}}{\text{দ্বিতীয় তারের বিকৃতি}} = \frac{mg}{\pi r_1^2} \times \frac{\pi r_2^2}{mg}$$

$$= \frac{r_2^2}{r_1^2}$$

$$= \frac{2.5^2}{1^2}$$

$$= 6.25$$

এখানে,

প্রথম তারের ব্যাসার্ধ, $r_1 = \frac{2}{2} = 1$ mm

দ্বিতীয় তারের ব্যাসার্ধ, $r_2 = \frac{5}{2} = 2.5$ mm

$\therefore$ প্রথম তারের বিকৃতি দ্বিতীয় তারের বিকৃতির 6.25 গুণ।

অর্থাৎ, প্রথম তারের কার্যকর দৈর্ঘ্য বেশি হবে।

সেক্ষেত্রে, $\sqrt{\frac{L_1}{L_2}} > 1$ হবে

$\therefore T_1 > T_2$ হবে $\quad [\because T \propto \sqrt{L}]$

সুতরাং, যেহেতু প্রথম তারের দোলকের পর্যায়কাল বেশি তাই এটি দ্বিতীয় তারের দোলকের চেয়ে ধীরে চলবে।

xiii এখানে, C স্প্রিং এ 3 mm প্রসারণে F = 15 N বল প্রয়োগ করতে হয়।

D স্প্রিং 3 mm প্রসারণের জন্য বল নির্ণয়:

আমরা জানি,

$$W = \frac{1}{2}kx^2$$

বা, $k = \frac{2W}{x^2}$

$$= \frac{2 \times 6}{0.04^2}$$

$$= 7500 \text{ Nm}^{-1}$$

দেওয়া আছে, D স্প্রিং এর–
শক্তি = কৃতকাজ (W)
= 6 J
প্রসারণ, x = 4 cm = 0.04 m
স্প্রিং ধ্রুবক, k = ?

এখন, D স্প্রিং এর প্রসারণ, $x' = 3$ mm এর জন্য প্রয়োগিত বল,

$$F' = kx'$$

$$= 7500 \times 3 \times 10^{-3}$$

$$= 22.5 \text{ N}$$

অর্থাৎ, $F < F'$। তাই, সমপরিমাণ প্রসারণের জন্য C স্প্রিং এ কম বল প্রয়োগ করতে হয় এবং D স্প্রিং এ বেশি বল প্রয়োগ করতে হয়।

সুতরাং, স্প্রিং দু'টির মধ্যে D স্প্রিং এর অনমনীয়তা বেশি।

প্রশ্ন নং-২ আকার বিকৃতি ও আকার গুণাঙ্ক সম্পর্কিত

10 cm বাহুবিশিষ্ট একটি ইস্পাতের তৈরি ঘনকের উপরিতলে 2.48×10^7 N আকার পীড়ন সৃষ্টিকারী স্পর্শক বল প্রয়োগ করলে বিপরীত স্থির তলের সাপেক্ষে তলটির 2.95 mm সরণ ঘটে। অপরদিকে 3cm বাহু বিশিষ্ট একটি অ্যালুমিনিয়াম ঘনকের বিপরীত তলে সমান ও বিপরীত স্পর্শকীয় বল প্রয়োগে তলের কৌণিক সরণ হয় 0.01°। অ্যালুমিনিয়ামের আকার গুণাঙ্ক 2.6×10^{10} Nm^{-2}।

(i) অ্যালুমিনিয়ামের ঘনকের উপর প্রযুক্ত বলের পরিমাণ নির্ণয় কর। *(প্রয়োগমূলক)* [রা.বো.'২৪]

(ii) ইস্পাতের কৃন্তন বিকৃতি কত? *(প্রয়োগমূলক)*

(iii) কোন উপাদানের তৈরি ঘনকের দৃঢ়তা বেশি? গাণিতিক বিশ্লেষণপূর্বক মতামত দাও। *(উচ্চতর দক্ষতামূলক)* [রা.বো.'২৪]

উত্তর

i আমরা জানি,

$$\eta = \frac{F}{A\theta}$$

বা, $F = \eta A\theta$

বা, $F = 2.6 \times 10^{10} \times 9 \times 10^{-4} \times 1.745 \times 10^{-4}$

$\therefore F = 4083.3$ N

এখানে, অ্যালুমিনিয়ামের-

প্রতিটি তলের ক্ষেত্রফল, $A = (3\text{ cm})^2 = (3 \times 10^{-2})^2\text{ m}^2 = 9 \times 10^{-4}\text{ m}^2$

আকার বিকৃতি, $\theta = 0.01°$

$= (0.01 \times 0.01745)$ rad

$= 1.745 \times 10^{-4}$ rad

আকার গুণাঙ্ক, $\eta = 2.6 \times 10^{10}$ Nm^{-2}

প্রযুক্ত বল, F = ?

সুতরাং, অ্যালুমিনিয়ামের ঘনকের উপর প্রযুক্ত বলের পরিমাণ 4083.3 N। [Ans.]

ii চিত্রানুযায়ী, ইস্পাতের ক্ষেত্রে কৃন্তন বিকৃতি θ হলে,

$$\tan\theta = \frac{0.295}{10}$$

বা, $\theta = \tan^{-1}\left(\frac{0.295}{10}\right)$

বা, $\theta = 1.69°$

বা, $\theta = (1.69 \times 0.01745)$ rad

$\therefore \theta = 0.0295$ rad

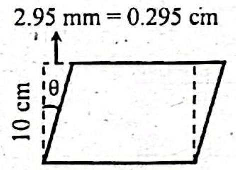
সুতরাং, ইস্পাতের কৃন্তন বিকৃতি 0.0295 rad। [Ans.]

এখানে,

ইস্পাতের বাহুর দৈর্ঘ্য = 10 cm

বল প্রয়োগে তলের সরণ = 2.95 mm

= 0.295 cm



চিত্র: কৃন্তন বিকৃতি

iii ধরি, ইস্পাতের আকার গুণাঙ্ক = η_1

আমরা জানি,

$$\eta_1 = \frac{F}{A\theta}$$

বা, $\eta_1 = \frac{2.48 \times 10^7}{10^{-2} \times 0.0295}$

$\therefore \eta_1 = 8.41 \times 10^{10}$ Nm^{-2}

এখানে,

স্পর্শকীয় প্রতিটি তলের বল,

$F = 2.48 \times 10^7$ N

স্পর্শকীয় প্রতিটি তলের ক্ষেত্রফল, $A = (10\text{ cm})^2$

$= 10^{-2}\text{ m}^2$

ইস্পাতের কৃন্তন বিকৃতি, θ = 0.0295 rad ['ii' হতে পাই]

দেওয়া আছে,

অ্যালুমিনিয়ামের আকার গুণাঙ্ক, $\eta = 2.6 \times 10^{10}$ Nm^{-2}

এখানে, $\eta_1 > \eta$; অর্থাৎ অ্যালুমিনিয়ামের তুলনায় ইস্পাতের আকার গুণাঙ্ক বেশি।

সুতরাং, ইস্পাতের ঘনকের দৃঢ়তা বেশি। [Ans.]

Note

$\eta_1 = \frac{F}{A\theta}$ সূত্রে θ এর মান "rad" এককে না বসালে সমাধান ভুল হবে।

প্রশ্ন নং-৩ সান্দ্রতা ও পৃষ্ঠটান সম্পর্কিত

একই আয়তন, উপাদান ও 0.5×10^{-2}m ব্যাসার্ধবিশিষ্ট একটি নিরেট সিলিন্ডার ও গোলক একত্রে পানিতে ছেড়ে দেয়া হলো। বস্তুদ্বয়ের উপাদানের ও পানির ঘনত্ব যথাক্রমে 7800 kgm^{-3} এবং 1000 kgm^{-3}। পানির সান্দ্রতা সহগ 0.001 $\text{kg m}^{-1}\text{s}^{-1}$। বিশুদ্ধ পানির পৃষ্ঠটান 72×10^{-3} Nm^{-1}.

(i) গোলকটি পানির ভেতর খাড়াভাবে পতনশীল হলে এর প্রান্ত বেগ নির্ণয় কর। (*প্রয়োগমূলক*) [*রা.বো.'১৯; অনুরূপ: সি.বো.'১৬*].

(ii) সিলিন্ডার ও গোলকের মধ্যে কোনটি অধিক সান্দ্র বল অনুভব করবে? গাণিতিক বিশ্লেষণ কর। (*উচ্চতর দক্ষতামূলক*) [*রা.বো.'১৯*]

(iii) উল্লিখিত পানি বিশুদ্ধ হলে পানির উপরিতলে ভাসমান 5 cm দৈর্ঘ্যের একটি তারকে উপরে তুলতে কি পরিমাণ বল প্রয়োগ করতে হবে? (*প্রয়োগমূলক*) [*কু.বো.'১৯*]

(iv) গোলকের অন্ত্য বেগ 2 ms^{-1} হলে, এটির উপর পানির সান্দ্র বল কত? (*প্রয়োগমূলক*) [*অনুরূপ: রা., কু., চ. ও ব. (সম্মিলিত) বো.'১৮; ব.বো.'১৬*]

(v) **0.006 cm ব্যাসের একটি কৈশিক নল পানিতে প্রবেশ করানোর ফলে পাত্রে পানির উপরিতল হতে কৈশিক নলে পানির স্তম্ভের উচ্চতা 40 cm হলে পাত্রের পানি বিশুদ্ধ কি-না— গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ কর।** (*উচ্চতর দক্ষতামূলক*) [*রা., কু., চ, ও ব. (সম্মিলিত) বো.'১৮*]

(vi) **1m^2 ক্ষেত্রফলের একটি প্লেটকে পানির 2 mm পুরু স্তরের উপর রেখে 500 ms^{-1} বেগে গতিশীল করতে কত বল প্রয়োজন?** (*প্রয়োগমূলক*) [*অনুরূপ: ব.বো.'১৭*]

(vii) **উল্লিখিত পানি বিশুদ্ধ হলে এর দশটি ছোট ফোঁটা একত্রিত হয়ে একটি বড় ফোঁটায় পরিণত হয়। প্রতিটি ছোট ফোঁটার ব্যাস 5×10^{-7}m হলে পানির তাপমাত্রার কোনো পরিবর্তন হবে কি-না— গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ করো।** (*উচ্চতর দক্ষতামূলক*) [*দি.বো.'১৭*]

বি:দ্র:

এই টপিকটি অত্যন্ত গুরুত্বপূর্ণ। ২০১৯ সালের পর সংক্ষিপ্ত সিলেবাস বহির্ভূত হওয়ায় এই টপিক থেকে কোনো প্রশ্ন আসেনি।

উত্তর

i আমরা জানি,

$$\eta = \frac{2r^2(\rho - \sigma)g}{9v}$$

$$\Rightarrow v = \frac{2r^2(\rho - \sigma)g}{9\eta}$$

$$= \frac{2 \times (0.5 \times 10^{-2})^2 (7800 - 1000) \times 9.8}{9 \times 0.001}$$

$$= 370.22 \text{ ms}^{-1}$$

এখানে,
ব্যাসার্ধ, $r = 0.5 \times 10^{-2}$ m.
গোলকের ঘনত্ব, $\rho = 7800$ kgm^{-3}
পানির ঘনত্ব, $\sigma = 1000$ kgm^{-3}
সান্দ্রতা সহগ, $\eta = 0.001$ $\text{kgm}^{-1}\text{s}^{-1}$
অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g = 9.8$ ms^{-2}
প্রান্ত বেগ, $v = ?$

সুতরাং, গোলকটি পানির ভেতর খাড়াভাবে পতনশীল হলে এর প্রান্ত বেগ 370.22 ms^{-1} হবে। [Ans.]

ii ধরি, সিলিন্ডারটির দৈর্ঘ্য l

গোলকের ও সিলিন্ডারের আয়তন যথাক্রমে $\frac{4}{3}\pi r^3$ এবং $\pi r^2 l$।

যেহেতু সিলিন্ডার ও গোলকের আয়তন সমান সেহেতু,

$$\frac{4}{3}\pi r^3 = \pi r^2 l$$

$$\Rightarrow l = \frac{4}{3} r$$

$$\Rightarrow l = \frac{4}{3} \times (0.5 \times 10^{-2})$$

$$\therefore l = 6.67 \times 10^{-3} \text{ m.}$$

দেওয়া আছে,
ব্যাসার্ধ, $r = 0.5 \times 10^{-2}$m

আমরা জানি,

সান্দ্র বল (F) তলের ক্ষেত্রফলের (A) সমানুপাতিক।

অর্থাৎ, $F \propto A$

সিলিন্ডারের তলের ক্ষেত্রফল A_1 হলে,

$$A_1 = 2\pi r(r + l)$$

$$= 2 \times 3.1416 \times 0.5 \times 10^{-2} \times (0.5 \times 10^{-2} + 6.67 \times 10^{-3}) \text{ m}^2$$

$$= 3.66 \times 10^{-4} \text{ m}^2$$

গোলকের তলের ক্ষেত্রফল A_2 হলে,

$$\begin{aligned} A_2 &= 4\pi r^2 \\ &= 4\pi\,(0.5 \times 10^{-2})^2\ \text{m}^2 \\ &= 3.14 \times 10^{-4}\ \text{m}^2 \end{aligned}$$

যেহেতু $F \propto A$ সেহেতু,

$$\frac{\text{সিলিন্ডারের সান্দ্র বল}}{\text{গোলকের সান্দ্র বল}} = \frac{\text{সিলিন্ডারের তলের ক্ষেত্রফল}}{\text{গোলকের তলের ক্ষেত্রফল}}$$

$$= \frac{3.66 \times 10^{-4}}{3.14 \times 10^{-4}}$$

$$= 1.17$$

∴ সিলিন্ডারের সান্দ্র বল = 1.17 × গোলকের সান্দ্র বল

সুতরাং, সিলিন্ডার ও গোলকের মধ্যে সিলিন্ডার অধিক সান্দ্র বল অনুভব করবে।

iii যেহেতু তারটির দুই পাশেই পানি আছে তাই পৃষ্ঠটানের জন্য দুই পাশেই বল প্রযুক্ত হয়, ফলে দৈর্ঘ্য 2L হবে।

$$\therefore T = \frac{F}{2L}$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow F &= T \times 2L \\ &= 72 \times 10^{-3} \times 2 \times 5 \times 10^{-2} \\ &= 7.2 \times 10^{-3}\ \text{N} \end{aligned}$$

এখানে,
তারের দৈর্ঘ্য, $L = 5\ \text{cm} = 5 \times 10^{-2}\ \text{m}$
বিশুদ্ধ পানির পৃষ্ঠটান, $T = 72 \times 10^{-3}\ \text{Nm}^{-1}$
প্রযুক্ত বল, $F = ?$

সুতরাং, তারটিকে উপরে তুলতে 7.2×10^{-3} N বল প্রয়োগ করতে হবে।

iv আমরা জানি,

$$\begin{aligned} F &= 6\pi r \eta v \\ &= 6 \times \pi \times 0.5 \times 10^{-2} \times 0.001 \times 2 \\ &= 1.885 \times 10^{-4}\ \text{N} \end{aligned}$$

এখানে,
ব্যাসার্ধ, $r = 0.5 \times 10^{-2}\ \text{m}$
অন্ত্য বেগ, $v = 2\ \text{ms}^{-1}$
পানির সান্দ্রতা সহগ, $\eta = 0.001\ \text{kgm}^{-1}\text{s}^{-1}$
সান্দ্র বল, $F = ?$

সুতরাং, গোলকের অন্ত্য বেগ $2\ \text{ms}^{-1}$ হলে, এটির উপর পানির সান্দ্র বল 1.885×10^{-4} N। [Ans.]

v আমরা জানি,

$$\begin{aligned} T &= \frac{h\rho g r}{2} \\ &= \frac{0.4 \times 1000 \times 9.8 \times 3 \times 10^{-5}}{2} \\ &= 58.8 \times 10^{-3}\ \text{Nm}^{-1} \end{aligned}$$

এখানে,
পানির স্তম্ভের উচ্চতা, $h = 40\ \text{cm} = 0.4\ \text{m}$
কৈশিক নলের ব্যাসার্ধ, $r = \frac{0.006}{2}\ \text{cm} = 3 \times 10^{-5}\ \text{m}$
পানির ঘনত্ব, $\rho = 1000\ \text{kgm}^{-3}$
অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g = 9.8\ \text{ms}^{-2}$
পানির পৃষ্ঠটান, $T = ?$

দেওয়া আছে, বিশুদ্ধ পানির পৃষ্ঠটান $72 \times 10^{-3}\ \text{Nm}^{-1}$। অর্থাৎ, ব্যবহৃত পানির পৃষ্ঠটান বিশুদ্ধ পানির পৃষ্ঠটান থেকে ভিন্ন।

সুতরাং, 0.006 cm ব্যাসের একটি কৈশিক নল পানিতে প্রবেশ করানোর ফলে পাত্রে পানির উপরিতল হতে কৈশিক নলে পানির স্তম্ভের উচ্চতা 40 cm হলে পাত্রের পানি বিশুদ্ধ নয়।

vi আমরা জানি,

$$\eta = \frac{F/A}{dv/dy}$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow F &= \eta A \frac{dy}{dv} \\ &= 0.001 \times 1 \times \frac{500}{2 \times 10^{-3}} \\ &= 250\ \text{N} \end{aligned}$$

এখানে,
পানির সান্দ্রতা সহগ, $\eta = 0.001\ \text{kgm}^{-1}\text{s}^{-1}$
দূরত্ব, $dy = 2\ \text{mm} = 2 \times 10^{-3}\ \text{m}$
বেগ, $dv = 500\ \text{ms}^{-1}$
ক্ষেত্রফল, $A = 1\ \text{m}^2$
বল, $F = ?$

সুতরাং, 1m^2 ক্ষেত্রফলের একটি প্লেটকে পানির 2 mm পুরু স্তরের উপর রেখে $500\ \text{ms}^{-1}$ বেগে গতিশীল করতে 250 N বল প্রয়োজন। [Ans.]

vii প্রশ্নানুযায়ী,

বড় ফোঁটার আয়তন = N সংখ্যক ছোট ফোঁটার আয়তন

$\Rightarrow \frac{4}{3}\pi R^3 = N \times \frac{4}{3}\pi r^3$ [ছোট ও বড় ফোঁটার ব্যাসার্ধ যথাক্রমে r ও R]

$\Rightarrow \frac{4}{3}\pi\left(\frac{D}{2}\right)^3 = 10 \times \frac{4}{3}\pi\left(\frac{d}{2}\right)^3$

$\Rightarrow D^3 = 10d^3$

$\Rightarrow D^3 = 10 \times (5 \times 10^{-7})^3$

$\Rightarrow D^3 = 1.25 \times 10^{-18}$

$\therefore D = 1.077 \times 10^{-6}$ m

এখানে,
ছোট ফোঁটার সংখ্যা, $N = 10$
ছোট ফোঁটার ব্যাস, $d = 5\times10^{-7}$ m
বড় ফোঁটার ব্যাস, $D = ?$

সুতরাং, বড় ফোঁটার ব্যাস 1.077×10^{-6} m।

বড় ফোঁটা তৈরিতে কৃতকাজ,

$W = 4\pi(Nr^2 - R^2) \times T$

$= 4 \times 3.1416 \times \{10 \times (2.5 \times 10^{-7})^2 - (5.4 \times 10^{-7})^2\} \times 72 \times 10^{-3}$

$= 3.017 \times 10^{-13}$ J

এখন, 10 টি ছোট ফোঁটা একত্রিত হয়ে একটি বড় ফোঁটায় পরিণত হয়েছে। ফলে ক্ষেত্রফল হ্রাস পাবে এবং কৃতকাজের (W) সমপরিমাণ শক্তি (Q) নির্গত হবে। শক্তি নির্গত হলে তাপমাত্রা হ্রাস পাবে। নির্গত শক্তি, $Q = W = 3.017 \times 10^{-13}$ J

এখানে,
ছোট ফোঁটার ব্যাসার্ধ, $r = \frac{5 \times 10^{-7}}{2}$ m $= 2.5 \times 10^{-7}$ m
বড় ফোঁটার ব্যাসার্ধ, $R = \frac{1.077 \times 10^{-6}}{2}$ m $= 5.4 \times 10^{-7}$ m
বিশুদ্ধ পানির পৃষ্ঠটান, $T = 72 \times 10^{-3}$ Nm^{-1}
পানির ঘনত্ব, $\rho = 1000$ kgm^{-3}
ছোট ফোঁটার সংখ্যা, $N = 10$

তাপমাত্রার পরিবর্তন নির্ণয়:

পানির ভর, $m = \rho V$

$= \rho \times \frac{4}{3}\pi R^3$

$= 1000 \times \frac{4}{3} \times 3.1416 \times (5.4 \times 10^{-7})^3$

$= 6.6 \times 10^{-16}$ kg

আমরা জানি,

পানির আপেক্ষিক তাপ, $s = 4200$ Jkg^{-1}K^{-1}

আবার,

$Q = ms\Delta\theta$

$\Rightarrow \Delta\theta = \frac{Q}{ms}$

$= \frac{3.017 \times 10^{-13}}{6.6 \times 10^{-16} \times 4200}$

$= 0.11$ K

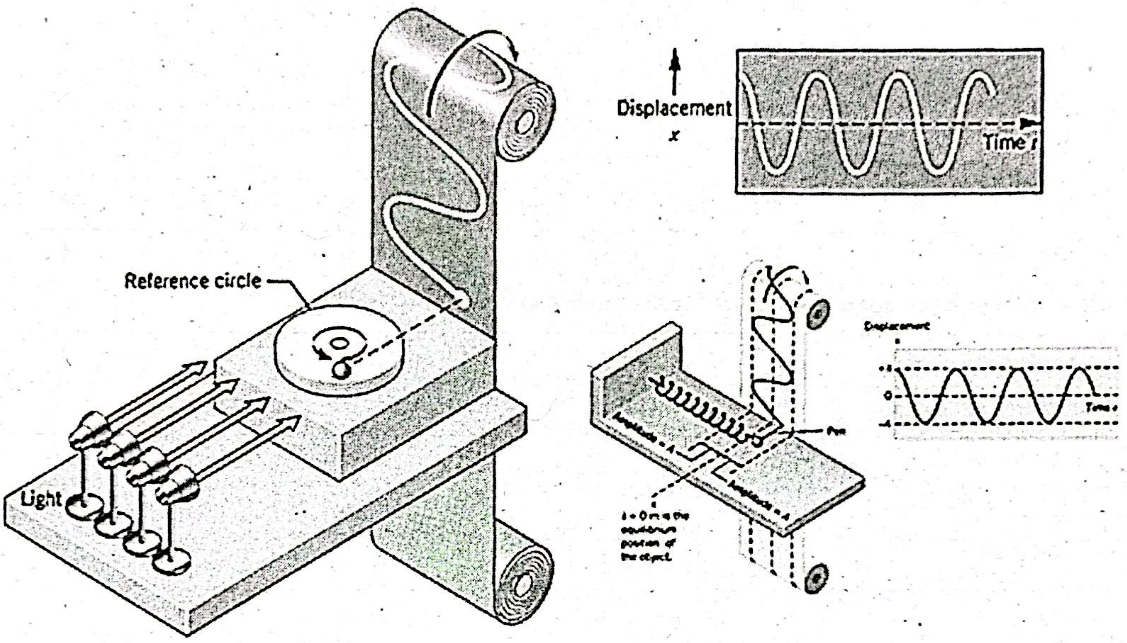
সুতরাং, পানির তাপমাত্রার পরিবর্তন হবে 0.11 K।

অধ্যায়
৮

পর্যাবৃত্তিক গতি

Periodic Motion

Periodic Motion


Reference circle
Light
Displacement
x
Time t
Displacement
A
0
-A
Time t
Pen
Amplitude = A
Amplitude = A
x = 0 m is the equilibrium position of the object

CHAPTER INDEX

বিষয়বস্তু	পৃষ্ঠা নং
✪ Board Questions Analysis	২৮০
✪ Chapter Analysis	২৮১
✪ Crash Course	২৮২-২৯৬
• প্রয়োজনীয় তত্ত্ব, সূত্র, প্রতীক ও একক পরিচিতি	২৮৩
• গুরুত্বপূর্ণ লেখচিত্রসমূহ	২৮৫
• MCQ এর জন্য গুরুত্বপূর্ণ তথ্যসমূহ	২৮৭
• MCQ এর জন্য গুরুত্বপূর্ণ গাণিতিক সমস্যাবলি	২৮৯
✪ Short Question-Answer	২৯৭-৩০৬
• জ্ঞানমূলক প্রশ্নোত্তর	২৯৮
• অনুধাবনমূলক প্রশ্নোত্তর	২৯৯
✪ Comprehensive Questions	৩০৭-৩২০

BOARD QUESTIONS ANALYSIS

এই অধ্যায় থেকে বিভিন্ন বোর্ডে বিগত বছরগুলোতে এইচএসসি পরীক্ষায় ২৪৩টি বহুনির্বাচনি প্রশ্ন ও ৮০টি সৃজনশীল প্রশ্ন এসেছে। নিচের 'Board Questions Analysis' অংশে এই অধ্যায় থেকে কোন সালে কোন বোর্ডে কতটি প্রশ্ন হয়েছে তা দেখানো হলো –

☑ বহুনির্বাচনি প্রশ্ন

বোর্ড সাল	ঢাকা	রাজশাহী	কুমিল্লা	যশোর	চট্টগ্রাম	বরিশাল	সিলেট	দিনাজপুর	ময়মনসিংহ
২০২৫	৪	৩	৪	৩	৫	৫	৫	৩	৫
২০২৪	৪	৩	৪	৩	৪	৩	৩	৩	৩
২০২৩	৪	২	৩	৪	৪	৬	৩	৩	৪
২০২২	৪	৩	৩	৩	৩	৩	৫	৪	৪
২০২১	৪	৫	৮	৫	৫	৬	৫	৫	৪
২০২০	করোনা মহামারির কারণে ২০২০ সালের এইচএসসি পরীক্ষা অনুষ্ঠিত হয়নি।								
২০১৯	২	৩	১	২	২	৪	১	২	–
২০১৮	সম্মিলিত বোর্ড (১ সেট): ২								
২০১৭	২	৫	৩	২	৩	৩	২	৩	–
২০১৬	–	২	৪	৩	৫	১	২	২	–
২০১৫	১		১	১	–	–	–	–	–

☑ সৃজনশীল প্রশ্ন

বোর্ড সাল	ঢাকা	রাজশাহী	কুমিল্লা	যশোর	চট্টগ্রাম	বরিশাল	সিলেট	দিনাজপুর	ময়মনসিংহ
২০২৫	১	১	১	১	১	১	১	১	১
২০২৪	১	১	১	২	১	১	১	১	১
২০২৩	১	১	২	১	১	১	১	১	১
২০২২	১	১	১	১	১	১	১	১	১
২০২১	১	১	২	২	১	১	২	২	২
২০২০	করোনা মহামারির কারণে ২০২০ সালের এইচএসসি পরীক্ষা অনুষ্ঠিত হয়নি।								
২০১৯	১	২	১	১	১	১	১	১	–
২০১৮	সম্মিলিত বোর্ড (২ সেট): এ অধ্যায় থেকে কোনো সৃজনশীল প্রশ্ন আসেনি।								
২০১৭	২	১	১	১	১	১	১	১	–
২০১৬	২	১	–	১	১	–	১	১	–
২০১৫	১	–	১	১	–	–	–	–	–

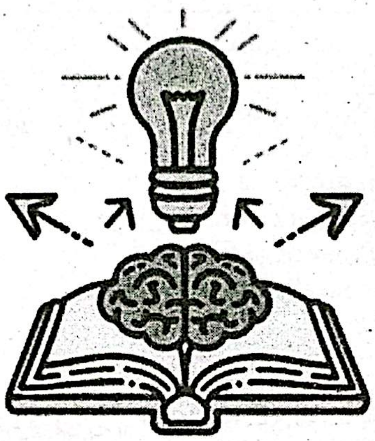
CHAPTER ANALYSIS

প্রিয় শিক্ষার্থী

এই অধ্যায়ের কোন Topic গুলো HSC পরীক্ষার জন্য গুরুত্বপূর্ণ তা নিচের চার্ট থেকে বুঝতে পারবে।
যেসব Topic থেকে প্রায়ই HSC পরীক্ষা প্রশ্ন হয়ে থাকে সে Topic গুলোকে অধিক গুরুত্ব দিবে।

Topic	MCQ	CQ	
		প্রয়োগমূলক	উচ্চতর দক্ষতামূলক
পর্যাবৃত্ত গতি ও সরল ছন্দিত গতি সম্পর্কিত	রা.বো.'২৫,'২০,'১৫; কু.বো.'২৫,'২৪; য.বো.'২৫,'২৪,'২৩,'২২,'২১; চ.বো.'২৫; ব.বো.'২৫,'২৩; দি.বো.'২৫; ম.বো.'২৫,'২১; ঢা.বো.'২৪,'১৭; সি.বো.'২১,'১৬; সম্মিলিত বো.'১৮; চ.বো.'১৬	—	—
স্পন্দনশীল বস্তুর বিভিন্ন রাশিমালা নির্ণয় সম্পর্কিত	চ.বো.'২৫,'২৪,'২৩,'১৬,'১৫; ঢা.বো.'২৪,'২৩,'১৭,'১৫; কু.বো.'২৪,'২৩,'২১,'১৬; য.বো.'২৪,'২৩,'২২,'২১,'১৯,'১৭,'১৬,'১৫; ব.বো.'২৪,'২৩,'২১,'১৫; সি.বো.'২৪,'২১,'১৯,'১৬; দি.বো.'২৪,'২৩; ম.বো.'২৪,'২৩; রা.বো.'২১,'১৭,'১৬,'১৫	ঢা.বো.'২৫; ব.বো.'২৫,'২৪; য.বো.'২৪; সি.বো.'২৪; কু.বো.'২১; ম.বো.'২১; রা.বো.'১৭; চ.বো.'১৭; ব.বো.'১৭	ঢা.বো.'২৫; ব.বো.'২৫,'২৪; সি.বো.'২৪; চ.বো.'২১
স্প্রিং ও স্প্রিং ধ্রুবক সম্পর্কিত	সি.বো.'২৫,'১৫; রা.বো.'২৪,'২২,'২১,'১৭; ম.বো.'২৪; ঢা.বো.'২৩,'২২,'২১,'১৯,'১৭; কু.বো.'২৩,'২১,'১৬; দি.বো.'২৩; য.বো.'২২,'১৬; ব.বো.'২২,'২১; চ.বো.'২১,'১৭,'১৬	চ.বো.'২৫,'২৪; ঢা.বো.'২৪; য.বো.'২৪; ম.বো.'২৪; ঢা.বো.'২২; ব.বো.'২২,'২১; চ.বো.'২১; সি.বো.'২১; দি.বো.'২১,'১৯; য.বো.'১৯	য.বো.'২৪; চ.বো.'২৪; ম.বো.'২৪; ঢা.বো.'২২; ব.বো.'২১; সি.বো.'২১; ম.বো.'২১; দি.বো.'১৯
শক্তির নিত্যতা সম্পর্কিত	ব.বো.'২৫,'২২,'২১,'১৯; চ.বো.'২৩,'১৯; সি.বো.'২৩; দি.বো.'২২,'২১; কু.বো.'২১,'১৭,'১৬; ম.বো.'২১; রা.বো.'১৭	সি.বো.'২৩	চ.বো.'২৫,'১৭; য.বো.'২৪, '২৩,'২১,'১৫; সি.বো.'২৩,'২২,'১৭; রা.বো.'২২,'১৬; ব.বো.'২২,'১৭; কু.বো.'২১; দি.বো.'২১,'১৬; ঢা.বো.'১৬
দোলকের বিভিন্ন রাশিমালা নির্ণয় সম্পর্কিত	ঢা.বো.'২৫,'২৪,'২২,'২১,'১৯; কু.বো.'২৫,'২৪,'২২,'২১; ব.বো.'২৫,'২৪,'১৯,'১৫; সি.বো.'২৫,'২৪,'২২; দি.বো.'২৫,'২২,'২১,'১৬,'১৫; ম.বো.'২৫,'২৩,'২২,'২১; রা.বো.'২৪,'১৭,'১৫; য.বো.'২৪,'২১,'১৫; চ.বো.'২৪,'২২,'২১,'১৯,'১৫	রা.বো.'২৫,'২৪,'২৩,'২২,'১৯,'১৬; কু.বো.'২৫,'২৩,'২২,'২১,'১৯,'১৭,'১৫; ব.বো.'২৩; ম.বো.'২৩,'২২,'২১; চ.বো.'২২,'১৭; সি.বো.'২২,'২১,'১৭,'১৬; দি.বো.'২২,'১৭; ঢা.বো.'২১,'১৭,'১৫; য.বো.'২১,'১৭	কু.বো.'২৫,'২৩,'২১; য.বো.'২৫,'২৩; সি.বো.'২৫,'২১,'১৬; ম.বো.'২৫; ঢা.বো.'২৪,'২১; রা.বো.'২৪,'২৩; চ.বো.'২৩,'২২; ব.বো.'২৩; দি.বো.'১৭
পাহাড়ের উচ্চতা সম্পর্কিত	সি.বো.'২৫; কু.বো.'২৪; চ.বো.'২৪,'২১; ঢা.বো.'১৭; দি.বো.'১৫	দি.বো.'২৫,'২৪; ম.বো.'২৫; কু.বো.'২৪; ঢা.বো.'২৩,'১৯,'১৬; চ.বো.'২৩; য.বো.'২২; রা.বো.'২১; দি.বো.'২১; ব.বো.'১৯; সি.বো.'১৯	রা.বো.'২৫,'২১,'১৯; দি.বো.'২৫,'২৪ '২২,'২১; কু.বো.'২৪,'১৯; ঢা.বো.'২৩,'১৯,'১৭; য.বো.'২২,'২১,'১৭; ম.বো.'২১; চ.বো.'১৯; সি.বো.'১৯

CS CamScanner



Crash Course

প্রিয় শিক্ষার্থী,

Crash Course-এ বিগত বছরগুলোর HSC পরীক্ষার বহুনির্বাচনি প্রশ্নগুলো বিশ্লেষণ করে–

- গুরুত্বপূর্ণ তথ্যসমূহ টপিক অনুসারে সাজানো হয়েছে যেন, শেষ মুহূর্তে গুছিয়ে রিভিশন করতে পারো।
- 'প্রয়োজনীয় তত্ত্ব, সূত্র, প্রতীক ও একক পরিচিতি' সন্নিবেশিত হয়েছে, যেগুলো আয়ত্তে আনার মাধ্যমে তোমরা সহজে বহুনির্বাচনি অংশের প্রস্তুতি নিতে পারবে।
- এছাড়াও MCQ এর জন্য গুরুত্বপূর্ণ গাণিতিক সমস্যাবলির সমাধান Topic অনুসারে সাজানো হয়েছে, সাথে Similar Problems ও যুক্ত করা হয়েছে, যাতে তোমাদের পরীক্ষার প্রস্তুতি হয় পূর্ণাঙ্গ।

প্রয়োজনীয় তত্ত্ব, সূত্র, প্রতীক ও একক পরিচিতি

☐ সরল দোলকের সূত্রাবলি:

◆ প্রথম সূত্র (সমকাল সূত্র):

কোনো একটি নির্দিষ্ট স্থানে দোলকের কার্যকরী দৈর্ঘ্য অপরিবর্তিত এবং কৌণিক বিস্তার 4°-এর কম হলে প্রতিটি দোলনে সমান সময় লাগবে।

◆ দ্বিতীয় সূত্র (দৈর্ঘ্যের সূত্র):

কৌণিক বিস্তার 4°-এর কম হলে নির্দিষ্ট স্থানে দোলকের দোলনকাল এর কার্যকরী দৈর্ঘ্যের বর্গমূলের সমানুপাতিক।

◆ তৃতীয় সূত্র (অভিকর্ষজ ত্বরণের সূত্র): *[ঢা.বো.'২৫]*

কৌণিক বিস্তার 4°-এর কম হলে এবং কার্যকরী দৈর্ঘ্য অপরিবর্তিত থাকলে দোলকের দোলনকাল ঐ স্থানের অভিকর্ষজ ত্বরণের বর্গমূলের ব্যস্তানুপাতিক।

◆ চতুর্থ সূত্র (ভরের সূত্র):

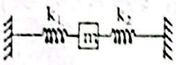
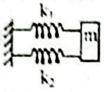
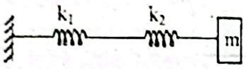
কৌণিক বিস্তার 4°-এর কম এবং নির্দিষ্ট স্থানে দোলকের কার্যকরী দৈর্ঘ্য অপরিবর্তিত থাকলে দোলকের দোলনকাল বরের ভর, আকার বা উপাদানের ওপর নির্ভর করে না।

সূত্র	প্রতীক পরিচিতি	একক
➲ সরল দোলন গতি এর অন্তরক সমীকরণ ও তার সমাধান		
• সরল ছন্দিত স্পন্দন গতি সম্পন্ন কণার অন্তরক সমীকরণ, $\frac{d^2x}{dt^2} + \omega^2 x = 0$ *[য.বো.'২৪]* • সরণের সমীকরণ, $x = A\sin(\omega t + \delta)$ $x = A\cos(\omega t + \varphi)$	x = সাম্যাবস্থান-থেকে সরণ	মিটার (m)
	A = বিস্তার	মিটার (m)
	ω = কৌণিক কম্পাঙ্ক	রেডিয়ান/সে. ($rads^{-1}$)
	t = সময়	সেকেন্ড (s)
	δ, φ = আদি দশা	রেডিয়ান (rad)
➲ সরল দোলন গতি সংক্রান্ত বিভিন্ন রাশি		
• $\omega^2 = \frac{k}{m}$ *[দি.বো.'২১; য.বো.'২২]* • $T = \frac{1}{f} = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$ *[য.বো.'২৫; সি.বো.'১৭,'১৫]* • $f = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}}$ • $\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f = \sqrt{\frac{k}{m}}$ • $v = \omega A\cos(\omega t + \delta) = \omega\sqrt{A^2 - x^2}$ *[দি.বো.'২৩]* • $v_{max} = \omega A$ *[দি.বো.'২৫; রা.বো.'১৬,'১৫]* • $a = -\omega^2 A\sin(\omega t + \delta) = -\omega^2 x$ *[ব.বো.'১৫]* • $\lvert a_{max}\rvert = \omega^2 A$ *[কু.বো.'২১; য.বো.'১৫]* • $F = -kx = -kA\sin(\omega t + \delta)$	x = সাম্যাবস্থান থেকে সরণ	মিটার (m)
	T = দোলনকাল	সেকেন্ডে (s)
	g = অভিকর্ষজ ত্বরণ	মিটার/সে.² (ms^{-2})
	f = কম্পাঙ্ক	হার্টজ (Hz)
	ω = কৌণিক কম্পাঙ্ক	রেডিয়ান/সে. ($rad.s^{-1}$) *[ব.বো.'২৫]*
	m = ভর	কেজি (kg)
	k = বল ধ্রুবক	নিউটন/মি. (Nm^{-1})
	A = বিস্তার	মিটার (m)
	t = সময়	সেকেন্ডে (s)
	δ = আদি দশা	রেডিয়ান (rad)
	v = বেগ	মিটার/সে. (ms^{-1})
	v_{max} = সর্বোচ্চ বেগ	মিটার/সে. (ms^{-1})
	a = ত্বরণ	মিটার/সে.² (ms^{-2})
	a_{max} = সর্বোচ্চ ত্বরণ	মিটার/সে.² (ms^{-2})
	F = বল	নিউটন (N)

CS CamScanner

সূত্র	প্রতীক পরিচিতি	একক
➲ সরল দোলন গতির ক্ষেত্রে শক্তি		
• $U = \frac{1}{2}kA^2\sin^2(\omega t + \delta) = \frac{1}{2}kx^2$ [চ.বো.'১৯] • $K = \frac{1}{2}kA^2\cos^2(\omega t + \delta) = \frac{1}{2}k(A^2 - x^2)$ [চ.বো.'১৯] • $E = U + K = \frac{1}{2}kA^2$ [কু.বো.'২১]	U = বিভবশক্তি	জুল (J)
	K = গতিশক্তি	জুল (J)
	E = মোট শক্তি	জুল (J)
	A = বিস্তার	মিটার (m)
	x = সাম্যাবস্থান থেকে সরণ	মিটার (m)
	ω = কৌণিক কম্পাঙ্ক	রেডিয়ান/সে. ($rads^{-1}$)
	t = সময়	সেকেন্ড (s)
	δ = আদি দশা	রেডিয়ান (rad)
	k = বল ধ্রুবক	নিউটন/মি. (Nm^{-1})
➲ উল্লম্ব স্প্রিং-এর দোলন সম্পর্কিত		
• স্প্রিং-এর দোলনকাল, $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} = 2\pi\sqrt{\frac{e}{g}}$ [চ.বো.'২২] • স্প্রিং-এর শ্রেণি সমবায়ে তুল্য বল ধ্রুবক, $k_s = \left(\frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2} + \ldots\ldots\ldots + \frac{1}{k_n}\right)^{-1}$ • স্প্রিং-এর শ্রেণি সমবায়ে দোলনকাল, $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k_s}}$ [চ.বো.'২২] • স্প্রিং-এর সমান্তরাল সমবায়ে তুল্য বল ধ্রুবক, $k_p = k_1 + k_2 + \ldots\ldots\ldots + k_n$ • স্প্রিং-এর সমান্তরাল সমবায়ে দোলনকাল, $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k_p}}$	T = দোলনকাল	সেকেন্ড (s)
	m = স্প্রিং-এ ঝুলন্ত বস্তুর ভর	কেজি (kg)
	k = বল ধ্রুবক	নিউটন/মি. (Nm^{-1})
	e = স্প্রিং-এর প্রসারণ	মিটার (m)
	g = অভিকর্ষজ ত্বরণ	মিটার/সে.² (ms^{-2})
	$k_1, k_2, \ldots\ldots, k_n$ = n সংখ্যক স্প্রিং-এর বল ধ্রুবক	নিউটন/মি. (Nm^{-1})
	k_s = শ্রেণি সমবায়ে তুল্য বল ধ্রুবক	নিউটন/মি. (Nm^{-1})
	k_p = সমান্তরাল সমবায়ে তুল্য বল ধ্রুবক	নিউটন/মি. (Nm^{-1})
➲ সরল দোলকের গতি সম্পর্কিত		
• $T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$ • $L = l + r$ • $g = 4\pi^2\frac{L}{T^2}$ • $\frac{T_1}{T_2} = \sqrt{\frac{L_1}{L_2}}$ (সরল দোলকের ২য় সূত্র) • $\frac{T_1}{T_2} = \sqrt{\frac{g_2}{g_1}}$ (সরল দোলকের ৩য় সূত্র)	T = দোলনকাল	সেকেন্ড (s)
	L = কার্যকরী দৈর্ঘ্য	মিটার (m)
	l = সুতার দৈর্ঘ্য	মিটার (m)
	r = ববের ব্যাসার্ধ	মিটার (m)
	g = অভিকর্ষজ ত্বরণ	মিটার/সে.² (ms^{-2})
	T_1 = আদি দোলনকাল	সেকেন্ড (s)
	T_2 = পরিবর্তিত দোলনকাল	সেকেন্ড (s)
	L_1 = আদি কার্যকরী দৈর্ঘ্য	মিটার (m)
	L_2 = পরিবর্তিত কার্যকরী দৈর্ঘ্য	মিটার (m)
	g_1 = আদি অভিকর্ষজ ত্বরণ	মিটার/সে.² (ms^{-2})
	g_2 = পরিবর্তিত অভিকর্ষজ ত্বরণ	মিটার/সে.² (ms^{-2})
➲ পাহাড়ের উচ্চতা ও সময় নির্ণয় সম্পর্কিত		
• পাহাড়ের উচ্চতা, $h = \left(\sqrt{\frac{g}{g'}} - 1\right)R = \left(\frac{T'}{T} - 1\right)R$ [সি.বো.'২৫] • কোনো দোলক ঘড়ি দিনে n সেকেন্ড ধীরে চললে, $\frac{T_2}{T_1} = \frac{86400}{86400 - n}$ • কোনো দোলক ঘড়ি দিনে n সেকেন্ড দ্রুত চললে, $\frac{T_2}{T_1} = \frac{86400}{86400 + n}$	h = পাহাড়ের উচ্চতা	মিটার (m)
	R = পৃথিবীর ব্যাসার্ধ	মিটার (m)
	T = ভূপৃষ্ঠে দোলকের দোলনকাল	সেকেন্ড (s)
	T' = পাহাড়ের চূড়ায় দোলকের দোলনকাল	সেকেন্ড (s)
	g = ভূপৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ত্বরণ	মিটার/সে.² (ms^{-2})
	g' = পাহাড়ের চূড়ায় অভিকর্ষজ ত্বরণ	মিটার/সে.² (ms^{-2})
	T_1 = দোলক ঘড়ির আদি দোলনকাল	সেকেন্ড (s)
	T_2 = দোলক ঘড়ির পরিবর্তিত দোলনকাল	সেকেন্ড (s)

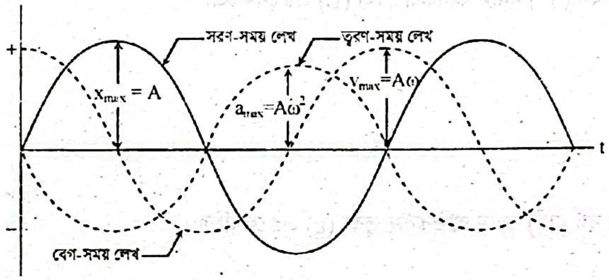
স্প্রিং এবং বস্তুর বিভিন্ন সমন্বয়ে তুল্য স্প্রিং ধ্রুবক, কৌণিক কম্পাঙ্ক ও কম্পাঙ্কের রাশিমালা

স্প্রিং এবং বস্তুর সমন্বয়	তুল্য স্প্রিং ধ্রুবক	কৌণিক কম্পাঙ্ক	কম্পাঙ্ক
দুটি স্প্রিং এবং একটি বস্তু 	$k_{eq} = k_1 + k_2$	$\omega = \sqrt{\frac{k_1 + k_2}{m}}$	$f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k_1 + k_2}{m}}$ [ঢা.বো.'১৯,'১৭; চ.বো.'১৭]
দুটি স্প্রিং সমান্তরালে একটি বস্তুর সাথে যুক্ত 	$k_{eq} = k_1 + k_2$	$\omega = \sqrt{\frac{k_1 + k_2}{m}}$ [ব.বো.'২৩]	$f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k_1 + k_2}{m}}$
দুটি স্প্রিং শ্রেণিতে একটি বস্তুর সাথে যুক্ত 	$k_{eq} = \left(\frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2}\right)^{-1} = \frac{k_1k_2}{k_1 + k_2}$	$\omega = \sqrt{\frac{k_1k_2}{(k_1 + k_2)m}}$	$f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k_1k_2}{(k_1 + k_2)m}}$

গুরুত্বপূর্ণ লেখচিত্রসমূহ

☐ $x = A \sin \omega t$ সমীকরণ বিশিষ্ট সরল ছন্দিত গতিসম্পন্ন কণার জন্য বিভিন্ন লেখচিত্র:

✓ সরণ/বেগ/ত্বরণ বনাম সময় লেখচিত্র:

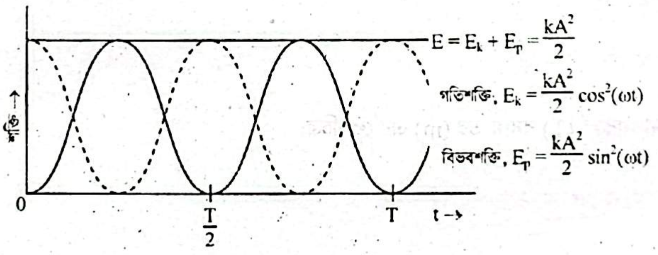


[ব.বো.'২৪; য.বো.'২২; চ.বো.'১৫]

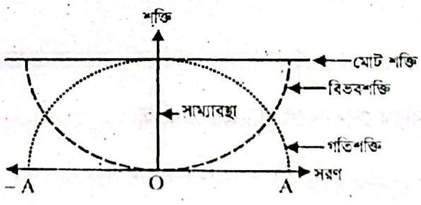
Note

বেগ-সময়, সরণ-সময় ও ত্বরণ-সময় লেখচিত্রের জন্য Y অক্ষ যথাক্রমে বেগ, সরণ ও ত্বরণ।

✓ সরল ছন্দিত গতিসম্পন্ন কণার শক্তি বনাম সময় লেখচিত্র:



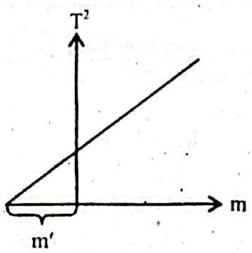
✓ সরল ছন্দিত গতিসম্পন্ন কণার শক্তি বনাম সরণ লেখচিত্র:



[য.বো.'২১]

❒ স্প্রিংয়ের জন্য লেখচিত্র:

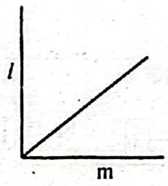
✓ দোলনকালের বর্গ (T^2) বনাম ভর (m) এর লেখচিত্র:



(এখানে, m′ হলো কার্যকর ভর)

[রা.বো.'২১; য.বো.'১৬]

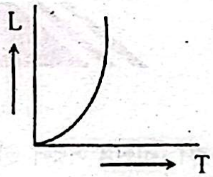
✓ স্প্রিং এর দৈর্ঘ্য (l) বনাম ভর (m) এর লেখচিত্র:



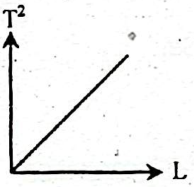
[ব.বো.'২২; চ.বো.'২১]

❒ সরল দোলকের জন্য বিভিন্ন লেখচিত্র:

✓ কার্যকরী দৈর্ঘ্য (L) বনাম দোলনকাল (T) এর লেখচিত্র:

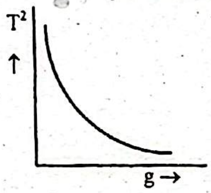


✓ দোলনকালের বর্গ (T^2) বনাম কার্যকরী দৈর্ঘ্য (L) এর লেখচিত্র:



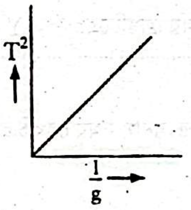
[ব.বো.'২৫; চ.বো.'২৪,'১৯; কু.বো.'১৯; দি.বো.'১৭]

✓ দোলনকালের বর্গ (T^2) বনাম অভিকর্ষজ ত্বরণ (g) এর লেখচিত্র:



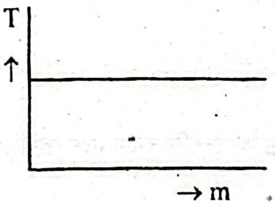
[ঢা.বো.'২৫,'২১; য.বো.'১৯,'১৫; কু.বো.'১৭; ব.বো.'১৭; সি.বো.'১৫]

✓ T^2 বনাম $\frac{1}{g}$ এর লেখচিত্র:



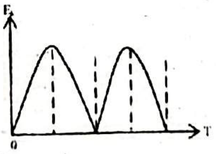
[কু.বো.'২১; রা.বো.'১৫]

✓ দোলনকাল (T) বনাম ভর (m) এর লেখচিত্র:



[চ.বো.'২১]

✓ গতিশক্তি (E_k) বনাম দোলনকাল (T) এর লেখচিত্র:



[কু.বো.'১৬]

MCQ এর জন্য গুরুত্বপূর্ণ তথ্যসমূহ

দৃষ্টি আকর্ষণ

বহুনির্বাচনি প্রশ্নের জন্য 'প্রয়োজনীয় তত্ত্ব, সূত্র, প্রতীক ও একক পরিচিতি' এবং 'গুরুত্বপূর্ণ লেখচিত্রসমূহ' অংশগুলো অবশ্যই ভালোভাবে পড়ে নিবে।

পর্যায়বৃত্ত গতি

◊ স্থানিক পর্যাবৃত্তি/পর্যায়ক্রমের উদাহরণ:

- স্কেলের উপরের দাগ
- শার্টের ডোরাকাটা দাগ
- কঠিন পদার্থের কেলাসের মধ্যে অণু।

◊ কালিক পর্যাবৃত্তি/পর্যায়ক্রমের উদাহরণ :

- গিটারের তারের গতি। [সি.বো.'২১]
- দোলায়মান সরল দোলকের গতি।
- ঘড়ির কাঁটার গতি।

◊ পর্যাবৃত্ত গতির উদাহরণ:

- ঘড়ির কাঁটার গতি। [ম.বো.'২১]
- সূর্যের চারদিকে পৃথিবীর গতি।
- তাপ ইঞ্জিনের সিলিন্ডারের মধ্যে পিস্টনের গতি।

◊ সরল দোলন গতির উদাহরণ:

- খুব কম বিস্তারে সরলদোলকের গতি।
- সুরশলাকার বাহুর কম্পন/গতি। [ম.বো.'২৫; কু.বো.'২৩,'১৫; সম্মিলিত বো.'১৮]
- স্প্রিং এর উল্লম্ব কম্পন।
- গাড়ির ইঞ্জিনের পিস্টনের গতি।

সরল ছন্দিত গতি সংশ্লিষ্ট কয়েকটি রাশি

◊ সরল ছন্দিত স্পন্দন বা সরল ছন্দিত গতিসম্পন্ন কোনো বস্তু বা কণার ক্ষেত্রে–

- ত্বরণ সরণের সমানুপাতিক ও বিপরীতমুখী। [চ.বো.'২৩; রা.বো.'২১; ব.বো.'২১'১৬]
- বারবার দোল দেয়ার কারণ হচ্ছে গতিজড়তা ও প্রত্যয়নী বল। [ঢা.বো.'২৪]
- দশা বলতে ঐ কণার যে কোনো মুহূর্তে গতির সম্যক অবস্থা অর্থাৎ কণাটির সরণ, বেগ, ত্বরণ, বল ইত্যাদি বোঝায়। [দি.বো.'২৪; ব.বো.'২১]
- $\frac{2\pi}{\omega}$ সময় পরপর সরল ছন্দিত স্পন্দনরত কণা একই দশাপ্রাপ্ত হয়। [দি.বো.'২২]
- গতিপথের মধ্য অবস্থানে বেগ সর্বাধিক হলেও সরণ এবং ত্বরণ সর্বনিম্ন। [য.বো.'২৩; চ.বো.'২২; সম্মিলিত বো.'১৮; ঢা.বো.'১৫]
- সরণের সর্বোচ্চ অবস্থান থেকে গতি শুরু হলে, আদি দশা $\frac{\pi}{2}$ হবে। [রা.বো.'১৬]
- সর্বোচ্চ অবস্থান ও সাম্যাবস্থার মধ্যে দশা পার্থক্য $\frac{\pi}{2}$ হবে। সর্বনিম্ন অবস্থান ও সাম্যাবস্থার মধ্যেও দশা পার্থক্য $\frac{\pi}{2}$ হবে। [রা.বো.'২৫; ব.বো.'২৩; কু.বো.'১৬]
- সরণ সর্বোচ্চ হবে যখন বেগ সর্বনিম্ন (শূন্য) কিন্তু ত্বরণ ও বল সর্বোচ্চ হবে। সর্বোচ্চ অবস্থানে বেগের অভিমুখ তথা দিক পরিবর্তিত হয়। [চ.বো.'২৫; য.বো.'২২]
- প্রত্যয়নী বলের জন্য সর্বোচ্চ বিস্তারে গিয়েও সাম্যবস্থায় ফিরে আসে এবং সাম্যবস্থায় বেগ সর্বোচ্চ হয় বলে গতি জড়তার জন্য আবার পুনরায় বিস্তৃত হয়। [ঢা.বো.'২৩; চ.বো.'১৬]

স্প্রিং দোলক

◆ স্প্রিংজনিত স্পন্দনের ক্ষেত্রে বস্তুর দোলনকাল (T) নির্ভর করে বস্তুর ভর (m) এবং স্প্রিং ধ্রুবক (k) এর উপর। [কু.বো.'২৩]

◆ কোনো স্প্রিং এর দৈর্ঘ্য হ্রাস পেলে কিংবা প্রস্থচ্ছেদের ক্ষেত্রফল বৃদ্ধি পেলে স্প্রিং ধ্রুবকের মান বৃদ্ধি পাবে। [রা.বো.'২২]

◆ নির্দিষ্ট ভরের একটি বস্তুকে একটি স্প্রিং এ ঝুলিয়ে দিলে স্প্রিং ধ্রুবক বাড়লে দোলনকাল কমবে। [য.বো.'২২]

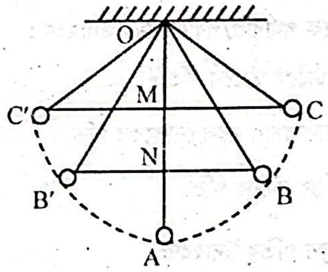
◆ বল ধ্রুবকের একক Nm^{-1} এবং মাত্রা MT^{-2}। [চ.বো.'১৬]

◆ k বল ধ্রুবকের একটি স্প্রিং এ T পরিমাণ টান প্রয়োগ করার ফলে যদি এর x পরিমাণ দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি হয় তাহলে উক্ত অবস্থায় স্প্রিংটিতে $\frac{T^2}{2k}$ পরিমাণ বিভবশক্তি সঞ্চিত হবে। [চ.বো.'১৬]

সরল দোলক

◆ সরল দোলকের একটি পূর্ণ দোলনের ক্ষেত্রে গতিপথের বিভিন্ন বিন্দুতে সরণ, বেগ, ত্বরণ ও শক্তির তুলনা নিম্নরূপ–

A বিন্দুতে	B ও B′ বিন্দুতে	C ও C′ বিন্দুতে
• সরণ শূন্য	• সরণ শূন্য নয়	• সরণ সর্বোচ্চ
• বেগ সর্বোচ্চ	• বেগ বিদ্যমান	• বেগ শূন্য
• ত্বরণ শূন্য [ব.বো.'২৫]	• ত্বরণ বিদ্যমান	• ত্বরণ সর্বোচ্চ
• বিভবশক্তি সর্বনিম্ন	• বিভবশক্তি ও গতিশক্তি উভয়ই বিদ্যমান	• বিভবশক্তি সর্বোচ্চ [ব.বো.'২৫]
• গতিশক্তি সর্বোচ্চ		• গতিশক্তি সর্বনিম্ন



- দুইটি অবস্থানে (C ও C′ বিন্দুতে) ববের সমস্ত শক্তিই বিভবশক্তি। [কু.বো.'২৪]

◆ সরল দোলকের সাহায্যে নিম্নোক্ত রাশিসমূহ নির্ণয় করা যায়–

- অভিকর্ষজ ত্বরণ (g এর মান)। [রা.বো.'২৫]
- পাহাড়ের উচ্চতা। [রা.বো.'২৫; দি.বো.'১৫]
- সময়। [রা.বো.'২৫]

◆ দোলক ঘড়ি সম্পর্কিত কিছু তথ্য–

- দোলক ঘড়িকে পাহাড়ের উপর নিয়ে গেলে ধীরে চলে ও সময় হারায়। অর্থাৎ, পাহাড়ের উপর দোলনকাল ভূ-পৃষ্ঠে দোলনকাল হতে বেশি। [কু.বো.'২৪; চ.বো.'২৪,'২১,'১৬; দি.বো.'১৯; ঢা.বো.'১৭]
- বিষুব অঞ্চল থেকে মেরু অঞ্চলে নিলে এটি দ্রুত চলে। অর্থাৎ, মেরু অঞ্চলে দোলনকাল বিষুবীয় অঞ্চলে দোলনকাল থেকে কম হবে। [চ.বো.'২৫; দি.বো.'১৯]
- দোলক ঘড়ি গ্রীষ্মকালের চেয়ে শীতকালে দ্রুত চলে। অর্থাৎ, শীতকালে দোলনকাল গ্রীষ্মকালে দোলনকাল হতে কম। [দি.বো.'১৯]

◆ সরলদোলকের সর্বোচ্চ কৌণিক বিস্তার 4° হওয়া উচিত। [কু.বো.'২২; সি.বো.'২২]

◆ একটি সরলদোলককে পৃথিবীর কেন্দ্রে নিয়ে গেলে এর দোলনকাল অসীম হবে, তথা দোলন থেমে যাবে। [রা.বো.'২৫; কু.বো.'২৫; ঢা.বো.'২১; দি.বো.'১৬]

সেকেন্ড দোলক

◆ একটি সেকেন্ড দোলকের এক প্রান্ত থেকে অন্য প্রান্তে যেতে সময় লাগে 1 সেকেন্ড। অর্থাৎ, সেকেন্ড দোলকের দোলনকাল 2 sec এবং কম্পাঙ্ক 0.5 Hz। [সি.বো.'২৫; য.বো.'২৪; ম.বো.'২৩; রা.বো.'২৩; চ.বো.'২১,'১৫; ব.বো.'১৫]

◆ একটি সেকেন্ড দোলকের কার্যকরী দৈর্ঘ্য $\frac{g}{\pi^2}$ বা, 0.9929 m। [ব.বো.'২৫; সি.বো.'২৫]

◆ সেকেন্ড দোলক সাম্যাবস্থান হতে সর্বাধিক সরণে যেতে 0.5 সেকেন্ড সময় নেয়। [দি.বো.'২১]

◆ সেকেন্ড দোলকের দৈর্ঘ্য (L) অভিকর্ষজ ত্বরণ (g)-এর সমানুপাতিক। [য.বো.'২১; ঢা.বো.'১৫]

◆ একটি দোলায়মান সেকেন্ড দোলকের ফাঁপা দোলক পিণ্ডকে পারদ দ্বারা অর্ধপূর্ণ করলে দোলকটি ধীরে চলবে। কারণ, তখন ভারকেন্দ্র নিচে নেমে যায় এবং এর ফলে কার্যকরী দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি পায়। [ঢা.বো.'২৫]

◆ সরল দোলকের ফাঁপা দোলক পিণ্ডকে পারদ দ্বারা সম্পূর্ণ করলে ভারকেন্দ্রের অবস্থানের পরিবর্তন হয় না। ফলে দোলনকাল অপরিবর্তিত থাকে।

◆ কোনো সরল দোলককে সমত্বরণে নিচে নামালে এর দোলনকাল বাড়বে, অপরদিকে একে সমত্বরণে উপরে উঠালে এর দোলনকাল কমবে।

উদাহরণস্বরূপ–

- কোনো ব্যক্তি $\frac{g}{2}$ ত্বরণে নিচে নামলে তার হাতে অবস্থিত দোলকের দোলনকাল স্থির অবস্থার দোলনকালের চেয়ে বেশি হবে। [ঢা.বো.'২২]

MCQ এর জন্য গুরুত্বপূর্ণ গাণিতিক সমস্যাবলি

দৃষ্টি আকর্ষণ

এই অংশে বিগত বছরের প্রশ্ন বিশ্লেষণ করে MCQ এর জন্য গুরুত্বপূর্ণ বেশ কিছু গাণিতিক সমস্যাবলির সমাধান Topic অনুসারে সাজানো হয়েছে। এছাড়াও গাণিতিক সমস্যার সমাধানের সাথে Similar Problems যুক্ত করা হয়েছে, যাতে তোমাদের পরীক্ষার প্রস্তুতি হয় পূর্ণাঙ্গ।

সরল দোলন গতিসম্পন্ন বস্তুর অন্তরক সমীকরণ

Example-1 একটি সরল ছন্দিত স্পন্দন সম্পন্ন কণার সমীকরণ $9\frac{d^2x}{dt^2} + 81x = 0$, এটির কৌণিক কম্পাঙ্ক নির্ণয়: [কু.বো.'২৫]

সমাধান

সরল ছন্দিত স্পন্দন সম্পন্ন কণার সমীকরণ,

$$9\frac{d^2x}{dt^2} + 81x = 0$$

$$\Rightarrow \frac{d^2x}{dt^2} + 9x = 0$$

উপরোক্ত সমীকরণটি $\frac{d^2x}{dt^2} + \omega^2x = 0$ এর সাথে তুলনা করে পাই,

$$\omega^2 = 9$$

$$\therefore \omega = 3\ \text{rads}^{-1}\ \text{[Ans.]}$$

Similar Problems to the Example

- $5\frac{d^2x}{dt^2} + 180\,x = 0$ সমীকরণের কৌণিক কম্পাঙ্ক 6 rads^{-1} হবে। [য.বো.'২৫; ব.বো.'২৩; চ.বো.'১৬]
- $8\frac{d^2x}{dt^2} + 200x = 0$ সমীকরণ দ্বারা বর্ণিত সরলছন্দিত গতির কৌণিক কম্পাঙ্ক 5 rads^{-1} হবে। [য.বো.'২১]
- সরল ছন্দিত কোনো কণার ব্যবকলনীয় সমীকরণ $4\frac{d^2x}{dt^2} + 64x = 0$ হলে কৌণিক বেগ 4 rad/s হবে। [ঢা.বো.'১৭]
- S.I এককে পরিমাপকৃত সরলছন্দিত স্পন্দনে স্পন্দিত কণার ব্যবকলনীয় সমীকরণ $2\frac{d^2x}{dt^2} + 32x = 0$ হলে, কৌণিক কম্পাঙ্ক 4 rads^{-1} হবে। [রা.বো.'১৫]
- $4\frac{d^2x}{dt^2} + 100x = 0$ সমীকরণ অনুসারে সরল ছন্দিত স্পন্দনরত কণার কৌণিক কম্পাংক 5 rad s^{-1} হবে। [সি.বো.'১৬]

Example-2 $4\frac{d^2x}{dt^2} + 64x = 0$ সমীকরণ দ্বারা বর্ণিত গতিশীল কোনো কণার কম্পাঙ্ক নির্ণয়: [কু.বো.'২৪; রা.বো.'২১]

সমাধান

দেওয়া আছে,

$$4\frac{d^2x}{dt^2} + 64x = 0$$

$$\Rightarrow \frac{d^2x}{dt^2} + 16x = 0$$

উপরোক্ত সমীকরণটি $\frac{d^2x}{dt^2} + \omega^2x = 0$ এর অনুরূপ; যেখানে—

$$\omega^2 = 16$$

$$\Rightarrow \omega = 4$$

$$\Rightarrow 2\pi f = 4\ [\because \text{কৌণিক কম্পাঙ্ক},\ \omega = 2\pi f]$$

$$\Rightarrow f = \frac{4}{2\pi}$$

$$\therefore f = \frac{2}{\pi}\ \text{Hz}$$

সুতরাং, কম্পাঙ্ক $\frac{2}{\pi}$ Hz [Ans.]

Example-3 $\frac{2d^2y}{dt^2} + 50y = 0$ সমীকরণ অনুযায়ী একটি কণা সরল ছন্দিত গতিতে দুলছে। কণাটির পর্যায়কাল নির্ণয়: [য.বো.'২৩]

সমাধান

এখানে, কণাটির সমীকরণ,

$$\frac{2d^2y}{dt^2} + 50y = 0$$

$$\Rightarrow \frac{d^2y}{dt^2} + \frac{50}{2}y = 0 \ldots\ldots\ldots \text{(i)}$$

আমরা জানি, সরল ছন্দিত কণার ব্যাবকলনীয় সমীকরণ,

$$\frac{d^2y}{dt^2} + \omega^2y = 0 \ldots\ldots\ldots \text{(ii)}$$

(i) কে (ii) এর সাথে তুলনা করে পাই,

$$\omega^2 = \frac{50}{2}$$

$$\Rightarrow \omega = \sqrt{25}$$

$$\Rightarrow \frac{2\pi}{T} = 5 \quad \left[\because \omega = \frac{2\pi}{T}\right]$$

$$\Rightarrow T = \frac{2\pi}{5}$$

$$= \frac{2 \times 3.1416}{5}$$

$$= 1.25\ \text{sec}$$

সুতরাং, কণাটির পর্যায়কাল, T = 1.25 sec [Ans.]

সরল ছন্দিত গতি সংশ্লিষ্ট কয়েকটি রাশি

Example-4 দুটি স্পন্দনরত কণার সরণ যথাক্রমে $x = A\cos\omega t$ এবং $x = A\sin\omega t$ হলে এদের মধ্যকার দশা পার্থক্য নির্ণয়: [ঢা.বো.'২১]

সমাধান

সরল ছন্দিত স্পন্দনরত কোন কণার সরণ, $x = A\sin(\omega t + \delta)$

যখন, $\delta = 0^\circ$ হয় তখন দশা ωt সেক্ষেত্রে,

$$x = A\sin\omega t$$

আবার, $\delta = \frac{\pi}{2}$ হলে তখন দশা, $\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right)$

সেক্ষেত্রে,

$$x = A\sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right)$$

$$\therefore x = A\cos\omega t$$

এখানে,
x = সরণ
A = সর্বোচ্চ বিস্তার
$(\omega t + \delta)$ = দশা

তাহলে প্রথম কণার সরণ, $x = A\sin\omega t$ হবে যদি দশা ωt হয়

দ্বিতীয় কণার সরণ, $x = A\cos\omega t$ হবে যদি দশা $\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right)$ হয়

সুতরাং, কণা দুটির দশা পার্থক্য $= \left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right) - (\omega t) = \frac{\pi}{2}$ [Ans.]

Example-5 সরল ছন্দিত গতিসম্পন্ন একটি কণার গতির সমীকরণ $y = 10 \sin(\omega t + \delta)$; পর্যায়কাল 30 সেকেন্ড এবং আদি সরণ 0.05 m হলে, কণাটির আদি দশা নির্ণয়: [য.বো.'২৫]

সমাধান

দেওয়া আছে, $y = 10 \sin(\omega t + \delta)$

আমরা জানি,

সরল দোলনগতিসম্পন্ন কণার আদর্শ সমীকরণ,

$$y = A \sin(\omega t + \delta)$$

আদি সরণ, $y = 0.05$ m হলে সেক্ষেত্রে সময়, $t = 0$

অর্থাৎ, $0.05 = 10 \sin(\omega \times 0 + \delta)$

বা, $\sin\delta = 0.005$

বা, $\delta = \sin^{-1}(0.005)$

$\therefore \delta = 0.286°$ [Ans.]

Similar Problem to the Example

- সরলদোলন গতি সম্পন্ন একটি কণার গতির সমীকরণ $Y = 20 \sin(\omega t + \delta)$ cm, পর্যায়কাল 20 sec এবং আদি সরণ 5 cm। কণাটির আদি দশা 14.48° হবে। [ঢা.বো.'২২]

Example-6 সরল ছন্দিত স্পন্দন সম্পন্ন কোনো কণার সরণের সর্বোচ্চ অবস্থা হতে যাত্রা শুরু হলে আদি দশা কত তা নির্ণয়: [রা.বো.'২১]

সমাধান

আমরা জানি,

$$x = A \sin(\omega t + \delta)$$

$$\Rightarrow A = A \sin(\omega \times 0 + \delta)$$

$$\Rightarrow 1 = \sin\delta$$

$$\Rightarrow \delta = \sin^{-1}(1)$$

$$\therefore \delta = \frac{\pi}{2} \text{ [Ans.]}$$

ধরি,
সর্বোচ্চ সরণ, $x = A$
আদি সময়, $t = 0$

Example-7 সরল দোলনগতি সম্পন্ন একটি কণার সরণ $x = \sqrt{3} \sin 2\pi t$ মিটার। কণার স্পন্দনের পর্যায়কাল নির্ণয়: [সি.বো.'২৩; ব.বো.'২২; দি.বো.'২১]

সমাধান

দেওয়া আছে, $x = \sqrt{3} \sin 2\pi t \ldots\ldots\ldots \text{(i)}$

আমরা জানি, সরল দোলনগতিসম্পন্ন কণার সরণের সমীকরণ,

$$x = A \sin\omega t \ldots\ldots\ldots \text{(ii)}$$

(i) কে (ii) এর সাথে তুলনা করে পাই,

$$\omega = 2\pi$$

$$\Rightarrow \frac{2\pi}{T} = 2\pi \quad \left[\because \text{কৌণিক কম্পাঙ্ক, } \omega = \frac{2\pi}{T}\right]$$

$\therefore T = 1$ sec [Ans.]

Example-8 সরল ছন্দিত গতিসম্পন্ন কণার সমীকরণ, $y = 10 \sin\left(\frac{2\pi t}{T} + \frac{\pi}{4}\right)$; যার পর্যায়কাল 5sec। 1.25 sec এ কণাটির সরণ নির্ণয়: [দি.বো.'১৭]

সমাধান

এখানে,

সরণ, $y = 10 \sin\left(\frac{2\pi t}{T} + \frac{\pi}{4}\right)$

এখানে,
পর্যায়কাল, $T = 5$ sec
সময়, $t = 1.25$ sec

1.25 sec পরে সরণ,

$$y = 10\sin\left(\frac{2\pi \times 1.25}{5} + \frac{\pi}{4}\right)$$

$$= 10\sin\left(\frac{2\pi}{4} + \frac{\pi}{4}\right)$$

$$= 10\sin\frac{3\pi}{4}$$

$$= 10 \times \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$= 7.07$ একক [Ans.]

Example-9 সরল ছন্দিত গতিসম্পন্ন একটি কণার গতির সমীকরণ, $Y = 10 \sin(\omega t + \delta)$। পর্যায়কাল 3 sec এবং আদি দশা $\frac{\pi}{3}$ হলে, 16 sec পরে বেগের মান নির্ণয়: [য.বো.'২৪]

সমাধান

সরণ, $x = A \sin(\omega t + \delta)$ হলে বেগ, $v = \frac{dx}{dt} = \omega A \cos(\omega t + \delta)$

এখানে, সরল ছন্দিত গতিসম্পন্ন কণার জন্য বেগ,

$$v = \omega A \cos(\omega t + \delta)$$

$$= \frac{2\pi}{T} A \cos\left(\frac{2\pi}{T} t + \delta\right)$$

$\therefore t = 16$ sec পরে বেগ,

$$v = \frac{2\pi}{3} \times 10 \times \cos\left(\frac{2\pi}{3} \times 16 + \frac{\pi}{3}\right)$$

$= -20.944 \text{ ms}^{-1}$ [Ans.]

এখানে,
বিস্তার, $A = 10$ m
আদিদশা, $\delta = \frac{\pi}{3}$
পর্যায়কাল, $T = 3$s

Example-10 সরলদোলন গতি সম্পন্ন একটি কণার গতির সমীকরণ $Y = 20 \sin(\omega t + \delta)$ cm, পর্যায়কাল 20 sec এবং আদি সরণ 5 cm। কণাটির সর্বোচ্চ বেগ নির্ণয়: [ঢা.বো.'২২]

সমাধান

এখানে, সরল দোলন গতির সমীকরণ, $Y = 20 \sin(\omega t + \delta)$ cm কে $Y = A \sin(\omega t + \delta)$ এর সাথে তুলনা করে পাই,

বিস্তার, $A = 20$cm

পর্যায়কাল, $T = 20$s [দেওয়া আছে]

$\therefore$ সর্বোচ্চ বেগ, $v_{max} = \omega A = \frac{2\pi}{T} A \quad \left[\because \text{কৌণিক কম্পাঙ্ক, } \omega = \frac{2\pi}{T}\right]$

$$= \frac{2\pi}{20} \times 20$$

$= 2\pi \text{ cms}^{-1}$ [Ans.]

Example-11 একটি সরল ছন্দিত স্পন্দন সম্পন্ন কণার সমীকরণ $y = 10 \sin\left(12t - \frac{\pi}{6}\right)$ m, কণাটির সর্বোচ্চ বেগ নির্ণয়: [রা.বো.'২৩]

সমাধান

এখানে, কণার সমীকরণ,

$$y = 10 \sin\left(12t - \frac{\pi}{6}\right) \text{ m} \ldots\ldots\ldots (1)$$

আমরা জানি,

সরল ছন্দিত কণার আদর্শ সমীকরণ,

$$y = a \sin(\omega t + \delta) \ldots\ldots\ldots (2)$$

(1) কে (2) এর সাথে তুলনা করে পাই,

বিস্তার, $A = 10$ m

কৌণিক বেগ, $\omega = 12 \text{ rads}^{-1}$

আমরা জানি, সর্বোচ্চ বেগ, $v_{max} = \omega A$

$= 12 \times 10$

$= 120 \text{ ms}^{-1}$ [Ans.]

Similar Problem to the Example

- 30 sec পর্যায়কালবিশিষ্ট সরল ছন্দিত গতিসম্পন্ন একটি কণার গতির সমীকরণ হলো, $y = 10 \sin\left(\frac{\pi}{15} t + \delta\right)$। কণাটির সর্বোচ্চ বেগ 2.09 ms^{-1} হবে। *[ঢা.বো.'২৩]*

Example-12 সরলছন্দিত গতিসম্পন্ন কোনো কণার সর্বোচ্চ বেগ 0.03 ms^{-1} এবং কণাটির বিস্তার 4 mm হলে কণাটির পর্যায়কাল নির্ণয়: *[চ.বো.'২৫]*

সমাধান

সরল দোলকের সর্বোচ্চ বেগ,

$v_{max} = \omega A$

আবার, কৌণিক কম্পাঙ্ক, $\omega = \frac{2\pi}{T}$

সুতরাং,

$v_{max} = \frac{2\pi}{T} A$

বা, $T = \frac{2\pi A}{v_{max}}$

$= \frac{2\pi \times 4 \times 10^{-3}}{0.03}$

$= 0.837$ s [Ans.]

এখানে,
সর্বোচ্চ বেগ, $v_{max} = 0.03 \text{ ms}^{-1}$
বিস্তার, $A = 4$ mm
$= 4 \times 10^{-3}$m

Similar Problem to the Example

- একটি সরলছন্দিত গতিসম্পন্ন কণার সর্বোচ্চ বেগ 6 ms^{-1} এবং কণাটির বিস্তার 30 cm হলে কণাটির পর্যায়কাল 0.31 s হবে। *[সি.বো.'২১]*

Example-13 একটি সরল দোলকের বিস্তার ও কম্পাংক যথাক্রমে 0.01 m এবং 12 Hz। 0.005 m সরণের ক্ষেত্রে দোলকটির বেগ নির্ণয়: *[ম.বো.'২৩; রা.বো.'১৭]*

সমাধান

আমরা জানি,

$v = \omega\sqrt{A^2 - x^2}$

$= 2\pi f \sqrt{A^2 - x^2}$ [∵ কৌণিক কম্পাঙ্ক, $\omega = 2\pi f$]

$= 2 \times 3.1416 \times 12 \times \sqrt{0.01^2 - (0.005)^2}$

$= 0.653 \text{ ms}^{-1}$ [Ans.]

এখানে,
দোলকের বিস্তার, $A = 0.01$ m
দোলকের কম্পাঙ্ক, $f = 12$ Hz
প্রদত্ত সরণ, $x = 0.005$ m
দোলকটির বেগ, $v = ?$

Example-14 স্প্রিং এ সংযুক্ত কোনো কণায় সরণ বিস্তারের অর্ধেক হলে সেক্ষেত্রে সর্বোচ্চ বেগের সাপেক্ষে বেগ নির্ণয়: (v_{max} = সর্বোচ্চ বেগ) *[ব.বো.'২৩]*

সমাধান

আমরা জানি, গতিসম্পন্ন কণার বেগ,

$v = \omega \sqrt{A^2 - x^2}$

$= \omega \sqrt{A^2 - \frac{A^2}{2^2}}$

$= \omega \sqrt{A^2 - \frac{A^2}{4}}$

$= \omega \sqrt{\frac{4A^2 - A^2}{4}}$

$= \omega \sqrt{\frac{3A^2}{4}}$

$= \omega A \frac{\sqrt{3}}{2}$

$= \frac{\sqrt{3}}{2} v_{max}$ [∵ সর্বোচ্চ বেগ, $v_{max} = \omega A$] [Ans.]

এখানে,
কণাটির বিস্তার = A (ধরি)
∴ কণাটির সরণ, $x = \frac{A}{2}$

Example-15 0.05 kg ভরের বস্তু 20 cm বিস্তার এবং 6.28 s পর্যায়কালের সরল ছন্দিত গতি প্রাপ্ত হলে বস্তুটির সর্বোচ্চ বেগ নির্ণয়:

সমাধান

আমরা জানি,

সর্বোচ্চ বেগ, $v_{max} = \omega A$

$= \frac{2\pi}{6.28} \times 0.2$

$= 0.2 \text{ ms}^{-1}$ [Ans.]

এখানে,
বিস্তার, $A = 20 \text{ cm} = 0.2$ m
পর্যায়কাল, $T = 6.28$s
∴ কৌণিক কম্পাঙ্ক, $\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{6.28}$ Hz

Example-16 একটি সরল ছন্দিত গতিসম্পন্ন কণার সর্বোচ্চ বেগ 0.03 ms^{-1}। কণাটির বিস্তার 0.006 m হলে কৌণিক কম্পাংক নির্ণয়: *[কু.বো.'২১]*

সমাধান

আমরা জানি,

$v_{max} = \omega A$

$\Rightarrow \omega = \frac{v_{max}}{A}$

$= \frac{0.03}{0.006}$

$= 5 \text{ rads}^{-1}$ [Ans.]

এখানে,
সর্বোচ্চ বেগ, $v_{max} = 0.03 \text{ ms}^{-1}$
বিস্তার, $A = 0.006$ m
কৌণিক কম্পাঙ্ক, $\omega = ?$

Example-17 সরল ছন্দিত স্পন্দন সম্পন্ন কণার সর্বোচ্চ বেগ ও সর্বোচ্চ ত্বরণ যথাক্রমে 16ms^{-1} ও 24ms^{-2} হলে কৌণিক কম্পাঙ্ক নির্ণয়: *[কু.বো.'২৩]*

সমাধান

আমরা জানি, $v_{max} = \omega A$ ……… (1)

এবং $a_{max} = \omega^2 A$ ……… (2)

(2) ÷ (1) করে পাই,

$\frac{a_{max}}{v_{max}} = \frac{\omega^2 A}{\omega A}$

$\Rightarrow \frac{a_{max}}{v_{max}} = \omega$

$\Rightarrow \omega = \frac{24}{16}$

$= \frac{3}{2} \text{ rads}^{-1}$ [Ans.]

এখানে,
সর্বোচ্চ বেগ, $v_{max} = 16 \text{ ms}^{-1}$
সর্বোচ্চ ত্বরণ, $a_{max} = 24 \text{ ms}^{-2}$
কৌণিক কম্পাঙ্ক, $\omega = ?$

Similar Problems to the Example

- সরল ছন্দিত গতিতে দোলনরত একটি কণার সর্বোচ্চ বেগ ও সর্বোচ্চ ত্বরণের মান যথাক্রমে 5 ms^{-1}, 10 ms^{-2}। দোলনরত কণাটির পর্যায়কাল 3.14 sec হবে। *[দি.বো.'২৪]*
- সরল ছন্দিত গতিতে দোলনরত একটি কণার সর্বোচ্চ বেগ ও সর্বোচ্চ ত্বরণের মান যথাক্রমে 15 cms^{-1} ও 30cms^{-2}। কণাটির পর্যায়কাল 3.14 s হবে। *[দি.বো.'২২]*

Example-18 একটি সরলদোল গতিসম্পন্ন কণার সরণ 5 cm এবং এর ত্বরণ 80 cms^{-2} হলে এর পর্যায়কাল নির্ণয়: [রা.বো.'২২]

সমাধান

আমরা জানি,

$a = \omega^2 x$ [ঋণাত্মক চিহ্ন উপেক্ষা করে]

বা, $a = \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 x$ $\left[\because \text{কৌণিক কম্পাঙ্ক}, \omega = \frac{2\pi}{T}\right]$

বা, $T^2 = \frac{4\pi^2 x}{a}$

বা, $T = 2\pi\sqrt{\frac{x}{a}}$

$= 2\times\pi\times\sqrt{\frac{5}{80}}$

$= 2\pi\times\frac{1}{4}$

$= \frac{\pi}{2}$ [Ans.]

এখানে,
সরণ, $x = 5cm$
ত্বরণ, $a = 80cms^{-2}$
পর্যায়কাল, $T = ?$

Example-19 একটি সরলছন্দিত কণার গতির সমীকরণ $x = 10 \sin (6\pi t + 2\pi)$। কণাটির কম্পাংক নির্ণয়: [ম.বো.'২৩]

সমাধান

দেওয়া আছে,

$x = 10 \sin (6\pi t + 2\pi)$

উপরিউক্ত সমীকরণকে সরল ছন্দিত কণার গতির সাধারণ সমীকরণ,

$x = a \sin (\omega t + \delta)$ এর সাথে তুলনা করে পাই,

কৌণিক কম্পাঙ্ক, $\omega = 6\pi$

$\Rightarrow 2\pi f = 6\pi$

$\therefore f = \frac{6\pi}{2\pi} = 3$ Hz [Ans.]

Similar Problem to the Example

- কোনো কণার স্পন্দন গতির সমীকরণ $x = 10 \sin (6\pi t + 3\pi)$। কণাটির কম্পাঙ্ক 3 Hz হবে। [য.বো.'১৭]

Example-20 সরল ছন্দিত গতিসম্পন্ন একটি কণার গতির সমীকরণ $y = 10 \sin (\omega t + \delta)$; পর্যায়কাল 30 সেকেন্ড এবং আদি সরণ 0.05 m হলে, কণাটির কৌণিক কম্পাঙ্কের মান নির্ণয়: [য.বো.'২৫]

সমাধান

দেওয়া আছে, দোলনকাল, $T = 30$ s

আমরা জানি, কৌণিক কম্পাঙ্ক, $\omega = \frac{2\pi}{T}$

$= \frac{2\times 3.1416}{30}$

$= 0.209$ $rads^{-1}$ [Ans.]

Similar Problems to the Example

- সরল ছন্দিত স্পন্দনে গতিশীল একটি বস্তুর দোলনকাল 2s। এর কৌণিক কম্পাঙ্ক 3.14 $rads^{-1}$ হবে। [দি.বো.'২৩]
- 30 sec পর্যায়কালবিশিষ্ট সরল ছন্দিত গতিসম্পন্ন একটি কণার কৌণিক কম্পাংক $\frac{\pi}{15}$ $rads^{-1}$ হবে। [ঢা.বো.'২৩]

Example-21 একটি দেয়াল ঘড়ির ঘন্টা, মিনিট ও সেকেন্ডের কাঁটার কৌণিক বেগের অনুপাত নির্ণয়: [দি.বো.'২২]

সমাধান

এখানে,

ঘড়ির ঘন্টার কাঁটার কৌণিক বেগ, $\omega_h = \frac{2\pi}{12} h^{-1}$

$= \frac{2\pi}{12\times 3600} s^{-1}$ [∵ 1h = 3600 s]

$= \frac{2\pi}{43200} s^{-1}$

ঘড়ির মিনিটের কাঁটার কৌণিক বেগ, $\omega_m = \frac{2\pi}{60} min^{-1} = \frac{2\pi}{3600} s^{-1}$

এবং ঘড়ির সেকেন্ডের কাঁটার কৌণিক বেগ, $\omega_s = \frac{2\pi}{60} s^{-1}$

এখন, $\frac{\omega_h}{\omega_m} = \frac{\frac{2\pi}{43200}}{\frac{2\pi}{3600}} = \frac{1}{12}$

এবং $\frac{\omega_m}{\omega_s} = \frac{\frac{2\pi}{3600}}{\frac{2\pi}{60}}$

$= \frac{1}{60}$

$= \frac{1\times 12}{60\times 12}$

$= \frac{12}{720}$

$\therefore \omega_h : \omega_m : \omega_s = 1 : 12 : 720$ [Ans.]

Example-22 10 gm ভরের একটি বস্তু সরল দোলন গতিতে আছে। এর দোলনকাল 2 s, বিস্তার 10 cm। 2 cm সরণে গতিশক্তি বিভব শক্তির কতগুণ তা নির্ণয়: [ম.বো.'২৫]

সমাধান

দেওয়া আছে, বিস্তার, $A = 10$ cm $= 0.1$ m
সরণ, $x = 2$ cm $= 0.02$ m

বিভবশক্তি, $E_p = \frac{1}{2}kx^2$

$= \frac{1}{2}\times k\times 0.02^2$ ……… (1)

গতিশক্তি, $E_k = \frac{1}{2}k(A^2 - x^2)$

$= \frac{1}{2}\times k\times(0.1^2 - 0.02^2)$ ……… (2)

এখন, (2) কে (1) নং দ্বারা ভাগ করে,

$\frac{E_k}{E_p} = \frac{\frac{1}{2}\times k\times(0.1^2 - 0.02^2)}{\frac{1}{2}\times k\times 0.02^2}$

বা, $\frac{E_k}{E_p} = \frac{0.1^2 - 0.02^2}{0.02^2}$

বা, $\frac{E_k}{E_p} = \frac{24}{1}$

$\therefore E_k = 24 E_p$ [Ans.]

Similar Problems to the Example

- 0.02 kg ভরের একটি বস্তু সরলছন্দিত গতিতে স্পন্দিত হচ্ছে যার দোলনকাল 2 s বিস্তার 0.2 m। স্পন্দিত বস্তুর সরণ যখন 0.1 m তখন গতিশক্তি ও স্থিতিশক্তির অনুপাত 3 : 1 হবে। *[সি.বো.'২৪]*
- 0.01 kg ভরের একটি বস্তু কণা সরলরেখা বরাবর সরল দোলন গতিতে দুলছে। এর দোলনকাল 2 sec, বিস্তার 0.1 m এবং সরণ 0.02 m। সরণকালে দোলকটির গতিশক্তি ও বিভবশক্তির অনুপাত 24 : 1 হবে। *[চ.বো.'২৩]*
- সরল দোলগতিসম্পন্ন একটি কণার সরণ, $x = \sqrt{3}\sin 2\pi t$। সাম্যাবস্থান থেকে 1m দূরে কণাটির গতিশক্তি ও বিভবশক্তির অনুপাত 2 : 1 হবে। *[সি.বো.'২৩; ব.বো.'২২; দি.বো.'২১]*

স্প্রিং দোলক

Example-23 100 Nm^{-1} স্প্রিং ধ্রুবকসম্পন্ন একটি স্প্রিংকে 2 cm প্রসারিত করতে দৈর্ঘ্য বরাবর প্রযুক্ত বল নির্ণয়: *[ঢা.বো.'২১]*

সমাধান

আমরা জানি,

$F = kx$

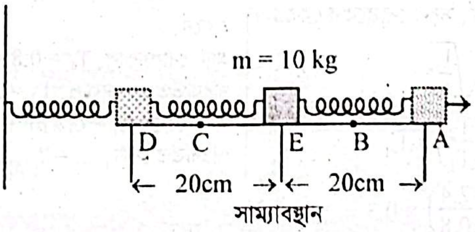
$= 100 \times 0.02$

$= 2$ N [Ans.]

এখানে,
স্প্রিং ধ্রুবক, $k = 100\ Nm^{-1}$
প্রসারণ, $x = 2\ cm = 0.02\ m$

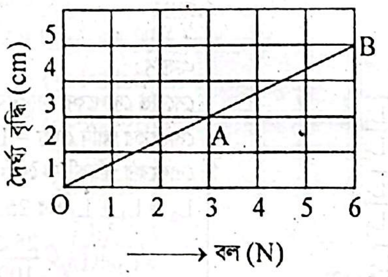
Similar Problem to the Example

- চিত্রে m ভরের বস্তুটি অনুপাতিক ঘর্ষণহীন তলে সরল ছন্দিত গতিতে স্পন্দিত হচ্ছে। m = 10 kg, স্প্রিং ধ্রুবক = 30Nm^{-1}।



A বিন্দুতে ছেড়ে দেওয়ার পূর্ব মুহূর্তে বস্তুটির উপর স্প্রিং কর্তৃক প্রযুক্ত বল 6 N হবে। *[রা.বো.'২৪]*

Example-24



লেখচিত্রটিতে একটি স্প্রিং-এ প্রযুক্ত বলের সাথে দৈর্ঘ্য বৃদ্ধির পরিবর্তন দেখানো হয়েছে। Nm^{-1} এককে স্প্রিং ধ্রুবক নির্ণয়: *[কু.বো.'২১]*

সমাধান

আমরা জানি,

স্প্রিং ধ্রুবক, $k = \frac{F}{x}$

$= \frac{3}{0.02}$

$= 150\ Nm^{-1}$ [Ans.]

গ্রাফ হতে পাই,
A বিন্দুতে–
$F = 3N$
$x = 2\ cm$
$= 0.02\ m$

Example-25 10 gm ভরের একটি বস্তু সরল দোলন গতিতে আছে। এর দোলনকাল 2 s, বিস্তার 10 cm। বল ধ্রুবকের মান নির্ণয়: *[ম.বো.'২৫]*

সমাধান

আমরা জানি,

বল ধ্রুবক, $k = \omega^2 m$

$= \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 \times m$

$= \left(\frac{2 \times 3.1416}{2}\right)^2 \times 0.01$

$= 0.09869\ Nm^{-1}$ [Ans.]

দেওয়া আছে,
বস্তুর দোলনকাল, $T = 2$ sec
ভর, $m = 10$ g
$= 0.01$ kg

Similar Problem to the Example

- 0.01 kg ভরের একটি বস্তু কণা সরলরেখা বরাবর সরল দোলন গতিতে দুলছে। এর দোলনকাল 2 sec, বিস্তার 0.1 m এবং সরণ 0.02 m। দোলকটির বল ধ্রুবক 0.09854 Nm^{-1} হবে। *[চ.বো.'২৩; ব.বো.'২১]*

Example-26 একটি ঘর্ষণহীন তলে একটি 1.5 kg ভরের স্প্রিংকে কিছুটা প্রসারিত করে ছেড়ে দেওয়া হলো। স্প্রিং ধ্রুবকের মান k = 1000 Nm^{-1}। এতে সৃষ্ট কম্পনের কম্পাঙ্ক কত হবে তা নির্ণয়: *[সি.বো.'২৫]*

সমাধান

আমরা জানি,

কৌণিক কম্পাঙ্ক, $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$

$= \sqrt{\frac{1000}{1.5}}$

$= 25.81\ rads^{-1}$

এখানে,
স্প্রিং ধ্রুবক, $k = 1000\ Nm^{-1}$
ভর, $m = 1.5$ kg

আবার আমরা জানি,

কম্পাঙ্ক, $f = \frac{\omega}{2\pi}$

$= \frac{25.81}{2 \times 3.1416}$

$= 4.11$ Hz [Ans.]

Example-27 100 Nm^{-1} স্প্রিং-ধ্রুবকবিশিষ্ট একটি স্প্রিংকে সমান দু'ভাগে কাটা হলো। প্রতিটি খণ্ডের স্প্রিং ধ্রুবক নির্ণয়: *[ঢা.বো.'২৩]*

সমাধান

আমরা জানি, স্প্রিং এর ক্ষেত্রে, স্প্রিং ধ্রুবক (k) ও পাক সংখ্যার (n) গুণফল ধ্রুব থাকে। এজন্য স্প্রিং কে কেটে অর্ধেক করলে পাক সংখ্যা হয় $\frac{n}{2}$। পরিবর্তিত স্প্রিং ধ্রুবক k′ হলে,

সংজ্ঞানুযায়ী, $k \times n = k' \times \frac{n}{2}$

$\Rightarrow k' = 2k$

$= 2 \times 100$

$= 200\ Nm^{-1}$ [Ans.]

এখানে,
স্প্রিং ধ্রুবক, $k = 100\ Nm^{-1}$
পরিবর্তিত খণ্ডগুলোর প্রতিটির স্প্রিং ধ্রুবক, $k' = ?$

Example-28 দুটি স্প্রিং এর বল ধ্রুবক 200 Nm^{-1} ও 300 Nm^{-1} হলে শ্রেণি সমবায়ে তাদের বল ধ্রুবক নির্ণয়: *[রা.বো.'২২]*

সমাধান

স্প্রিং দুটির তুল্য বল ধ্রুবক k হলে,

$\frac{1}{k} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2}$

$= \frac{1}{200} + \frac{1}{300}$

$= \frac{1}{120}$

$\therefore k = 120 Nm^{-1}$ [Ans.]

এখানে,
$k_1 = 200\ Nm^{-1}$
$k_2 = 300\ Nm^{-1}$

Example-29 কোনো স্প্রিং এর এক প্রান্তে m ভরের একটি বস্তু ঝুলালে 9.8 cm প্রসারিত হয়, এক্ষেত্রে বস্তুটিকে একটু টেনে ছেড়ে দিলে এর পর্যায়কাল নির্ণয়: [ম.বো.'২৪]

সমাধান

আমরা জানি,

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{e}{g}}$$

$$= 2 \times 3.14 \times \sqrt{\frac{0.098}{9.8}}$$

$$= 0.628 \text{ s} \quad [\text{Ans.}]$$

এখানে,
স্প্রিং এর প্রসারণ, $e = 9.8$ cm $= 0.098$ m
অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g = 9.8\ \text{ms}^{-2}$
স্প্রিংটির দোলনকাল, $T = ?$

সরল দোলকের গতি

Example-30 একটি সরলদোলকের অর্ধদোলন কাল 0.75 s, দোলকটির কার্যকর দৈর্ঘ্য নির্ণয়: [ম.বো.'২৫]

সমাধান

অর্ধদোলনকাল হচ্ছে দোলনকালের অর্ধেক।

তাই দোলনকাল, $T = 2 \times 0.75$ s
$= 1.5$ s

আমরা জানি,

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$$

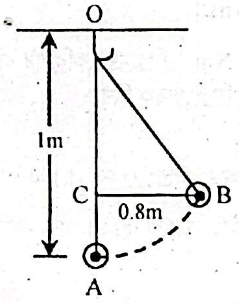
$$\text{বা, } L = \frac{T^2 g}{4\pi^2}$$

$$= \frac{1.5^2 \times 9.8}{4 \times 3.1416^2}$$

$$= 0.559 \text{ m} \quad [\text{Ans.}]$$

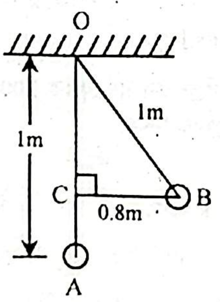
এখানে,
অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g = 9.8\ \text{ms}^{-2}$
কার্যকর দৈর্ঘ্য, $L = ?$

Example-31



$g = 9.8\ \text{m/s}^2$ হলে, A বিন্দুতে ববটির বেগ নির্ণয়: [চ.বো.'২৫]

সমাধান



A বিন্দুটি হচ্ছে দোলকের সাম্যাবস্থান। এখন আমরা জানি, সাম্যাবস্থানে দোলকের সর্বোচ্চ শক্তি (মোট শক্তি) তার গতিশক্তি এবং B বিন্দুতে তথা বিস্তারে সর্বোচ্চ শক্তি (মোট শক্তি) তার বিভব শক্তি এর সমান হয়।

সাম্যাবস্থান হতে B বিন্দুর উচ্চতা, h = AC

এখন,

ΔOBC-এ, $OC = \sqrt{OB^2 - BC^2}$ [পিথাগোরাসের উপপাদ্য অনুসারে]

$$= \sqrt{1^2 - 0.8^2}$$

$$= 0.6 \text{ m}$$

আবার, শক্তির সংরক্ষণশীলতা নীতি অনুযায়ী,

A বিন্দুর মোট শক্তি = B বিন্দুর মোট শক্তি

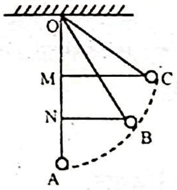
$$\text{বা, } \frac{1}{2}mv_A{}^2 = mgh$$

$$\text{বা, } v_A = \sqrt{2gh}$$

$$= \sqrt{2 \times 9.8 \times 0.6}$$

$$= 3.42\ \text{ms}^{-1} \quad [\text{Ans.}]$$

Similar Problem to the Example

- 

$[g = 9.81\ \text{ms}^{-2}]$

চিত্রের 20 gm ভরের একটি বব একটি সুতা দিয়ে ঝুলানো আছে। যেখানে, OA = 1 m, AM = 20 cm; A বিন্দুতে ববটির বেগ 1.98 ms^{-1} হবে। [ব.বো.'২৫]

Example-32 0.3 m দৈর্ঘ্যবিশিষ্ট একটি সরল দোলকের দোলনকাল 0.8 sec পাওয়া গেল। দোলনকাল 2.4 sec করতে হলে দোলকটির দৈর্ঘ্য নির্ণয়: [ব.বো.'১৯]

সমাধান

আমরা জানি, সরল দোলকের ক্ষেত্রে-

$$\frac{T_1}{T_2} = \sqrt{\frac{L_1}{L_2}}$$

$$\text{বা, } L_2 = \left(\frac{T_2}{T_1}\right)^2 \times L_1$$

$$\text{বা, } L_2 = \left(\frac{2.4}{0.8}\right)^2 \times 0.3$$

$$\therefore L_2 = 2.7 \text{ m} \quad [\text{Ans.}]$$

এখানে,
আদি দোলনকাল, $T_1 = 0.8$ s
পরিবর্তিত দোলনকাল, $T_2 = 2.4$ s
আদি দৈর্ঘ্য, $L_1 = 0.3$ m
পরিবর্তিত দৈর্ঘ্য, $L_2 = ?$

Example-33 একটি সেকেন্ড দোলকের কার্যকরী দৈর্ঘ্য 25.6% বৃদ্ধি করা হলে দোলনকাল কত শতাংশ বৃদ্ধি হবে তা নির্ণয়: [ব.বো.'২৩]

সমাধান

আমরা জানি,

$$\frac{T_1}{T_2} = \sqrt{\frac{L_1}{L_2}}$$

$$\Rightarrow \frac{T_2}{T_1} = \sqrt{\frac{L_2}{L_1}}$$

$$\Rightarrow T_2 = \sqrt{\frac{L_2}{L_1}} \times T_1$$

$$= \sqrt{\frac{1.256\ L_1}{L_1}} \times 2$$

$$= \sqrt{1.256} \times 2$$

$$= 2.24 \text{ sec}$$

এখানে,
সেকেন্ড দোলকের দোলনকাল, $T_1 = 2$ s
দোলকের আদি দৈর্ঘ্য $= L_1$ (ধরি)
দোলকের পরিবর্তিত দৈর্ঘ্য,
$L_2 = L_1 + L_1$ এর 25.6%
$= L_1 + L_1 \times \frac{25.6}{100}$
$= L_1 + 0.256\ L_1$
$= 1.256\ L_1$
দোলকের পরিবর্তিত দোলনকাল, $T_2 = ?$

$$\therefore \text{দোলনকাল শতকরা বৃদ্ধি পাবে} = \frac{T_2 - T_1}{T_1} \times 100\%$$

$$= \frac{2.24 - 2}{2} \times 100\%$$

$$= 12\% \quad [\text{Ans.}]$$

Similar Problems to the Example

- একটি সেকেন্ড দোলকের কার্যকরী দৈর্ঘ্য 4 গুণ করলে দোলনকাল হবে 4 sec। [ব.বো.'২৪]
- একটি সেকেন্ড দোলকের কার্যকরী দৈর্ঘ্য 1% বৃদ্ধি করলে, এর দোলনকাল শতকরা 0.5% বৃদ্ধি পাবে। [য.বো.'২২]

Example-34 একটি সরল দোলকের দোলনকাল 100% বৃদ্ধি করার জন্য কার্যকরী দৈর্ঘ্য কত বৃদ্ধি করতে হবে তা নির্ণয়: [কু.বো.'২৪]

সমাধান

আমরা জানি,

$$\frac{T_1}{T_2} = \sqrt{\frac{L_1}{L_2}}$$

$$\Rightarrow \sqrt{\frac{L_2}{L_1}} = \frac{T_2}{T_1}$$

$$\Rightarrow L_2 = L_1\left(\frac{T_2}{T_1}\right)^2$$

$$= L_1 \times \left(\frac{2T_1}{T_1}\right)^2$$

$$= 4L_1$$

এখানে, সরল দোলকের–

প্রাথমিক দোলনকাল $= T_1$ (ধরি)

প্রাথমিক কার্যকরী দৈর্ঘ্য $= L_1$ (ধরি)

পরিবর্তিত দোলনকাল,

$T_2 = T_1 + T_1$ এর 100%

$= T_1 + T_1 \times \frac{100}{100}$

$= 2T_1$

পরিবর্তিত দৈর্ঘ্য, $L_2 = ?$

$\therefore$ কার্যকরী দৈর্ঘ্য শতকরা বৃদ্ধি পাবে $= \frac{L_2 - L_1}{L_1} \times 100\%$

$$= \frac{4L_1 - L_1}{L_1} \times 100\%$$

$= 300\%$ [Ans.]

Similar Problem to the Example

- কোনো সরল দোলকের পর্যায়কাল দ্বিগুণ করতে সরলদোলকের দৈর্ঘ্য 4 গুণ করতে হবে। [কু.বো.'২১]

Example-35 একটি সরল দোলকের কার্যকরী দৈর্ঘ্য 1 m। শাহেদ দোলকটির কার্যকরী দৈর্ঘ্য পরিবর্তন করতে গিয়ে দৈর্ঘ্য 50% বৃদ্ধি করে। কার্যকরী দৈর্ঘ্য বৃদ্ধিপ্রাপ্ত সরল দোলকের দোলনকাল নির্ণয়: [কু.বো.'২৫]

সমাধান

পরিবর্তিত দৈর্ঘ্য, $L' = L + L$ এর 50%

$= 1 + 1 \times 0.5$

$= 1.5$ m

এখানে,

আদি দৈর্ঘ্য, $L = 1$ m

অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g = 9.8\ \text{ms}^{-2}$

পরিবর্তিত দোলনকাল, $T' = ?$

আমরা জানি, $T' = 2\pi\sqrt{\frac{L'}{g}}$

$$= 2\pi\sqrt{\frac{1.5}{9.8}}$$

$= 2.46$ s [Ans.]

Example-36 কোনো সেকেন্ড দোলকের কার্যকরী দৈর্ঘ্য 1.96 গুণ করলে এর দোলনকাল নির্ণয়: [ঢা.বো.'১৯]

সমাধান

দোলনকাল, $T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$

এখন, $\frac{T_1}{T_2} = \sqrt{\frac{L_1}{L_2}}$

এখানে, সেকেন্ড দোলকের–

দোলনকাল, $T_1 = 2$s

আদি দৈর্ঘ্য $= L_1$

শেষ দৈর্ঘ্য, $L_2 = 1.96\ L_1$

বা, $T_2 = \sqrt{\frac{L_2}{L_1}} \times T_1$

$$= \sqrt{\frac{1.96L_1}{L_1}} \times T_1$$

$= 1.4T_1$

$= 1.4 \times 2$

$= 2.8$ s [Ans.]

Example-37 একটি সরলদোলককে '4g' অভিকর্ষজ ত্বরণের একটি গ্রহে নিয়ে গেলে এর দোলনকাল কত হবে তা নির্ণয়: [য.বো.'২১]

সমাধান

আমরা জানি, $T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$

এবং $T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{L}{4g}}$

$$\therefore \frac{T_1}{T} = \sqrt{\frac{g}{4g}}$$

$$\Rightarrow \frac{T_1}{T} = \frac{1}{2}$$

$\therefore T_1 = \frac{T}{2}$ [Ans.]

সেকেন্ড দোলক

Example-38 ভূ-পৃষ্ঠে একটি দোলকের ঘড়ি 1 sec-এ একবার টিক শব্দ করে। দোলকটির কার্যকর দৈর্ঘ্য কত তা নির্ণয়: [ঢা.বো.'২৪]

সমাধান

যেহেতু দোলক ঘড়িটি ভূ-পৃষ্ঠে 1 sec-এ একবার টিক শব্দ করে। তাই দোলকটি একটি সেকেন্ড দোলক, যার দোলনকাল 2 sec ।

আমরা জানি,

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$$

$$\Rightarrow T^2 = 4\pi^2\frac{L}{g}$$

$$\Rightarrow L = \frac{gT^2}{4\pi^2}$$

$$\Rightarrow L = \frac{9.8 \times 2^2}{4 \times (3.1416)^2}$$

$\therefore L = 0.993$ m [Ans.]

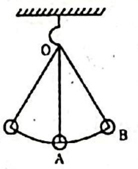
এখানে,

দোলনকাল, $T = 2$ sec

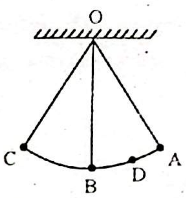
অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g = 9.8\ \text{ms}^{-2}$

দোলকটির কার্যকর দৈর্ঘ্য, $L = ?$

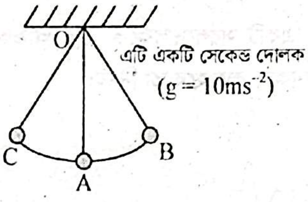
Similar Problems to the Example

- 

  দোলকটির দোলনকাল 2 sec এবং $g = 9.8\ \text{ms}^{-2}$। দোলকটির কার্যকরী দৈর্ঘ্য 0.99 m হবে। [ঢা.বো.'২৫; সি.বো.'২৫]
- একটি সেকেন্ড দোলককে মেরু ও বিষুবীয় অঞ্চলে নিয়ে গেলে প্রাপ্ত অভিকর্ষজ ত্বরণের মান যথাক্রমে 9.83 m/s² এবং 9.78 m/s²। মেরু অঞ্চলে উক্ত দোলকের কার্যকরী দৈর্ঘ্য 0.9959 m হবে। [চ.বো.'২৫]

- 

এখানে, $T = 2$ sec এবং $g = 9.8\ ms^{-2}$। দোলকটির কার্যকরী দৈর্ঘ্য 0.99 m হবে। [দি.বো.'২৫]

- 

OB এর দৈর্ঘ্য এক্ষেত্রে 1.01 m হবে। [য.বো.'২৩]

- 0.02 kg ভরের একটি বস্তু সরলছন্দিত গতিতে স্পন্দিত হচ্ছে যার দোলনকাল 2 s বিস্তার 0.2 m। দোলকের কার্যকর দৈর্ঘ্য 0.9929 m হবে। [সি.বো.'২৪]

Example-39 কোনো সেকেন্ড দোলক ঘড়ির পর্যায়কাল গ্রীষ্মকালে 2.002 sec হয়। ঘড়িটি ঘন্টায় কত সেকেন্ড স্লো হবে তা নির্ণয়: [য.বো.'১৭]

সমাধান

আমরা জানি, সেকেন্ড দোলকের দোলনকাল = 2s

অর্থাৎ, 2 সেকেন্ডে 2 টি বিট দেয়

$\therefore$ 1 ঘন্টায় 3600 টি বিট দেয়

ধরি, পরিবর্তিত অবস্থায় দোলকটি ঘন্টায় n টি বিট দেয়

এ অবস্থায় দোলনকাল 2.002 sec.

অর্থাৎ, 2.002 sec এ 2 টি বিট দেয়

$\therefore$ 1 ঘন্টায় $\frac{2\times 3600}{2.002} = 3596.40$ টি বিট দেয়

$\therefore$ প্রতি ঘন্টায় দোলকটি $3600 - 3596.40 = 3.6$ টি বিট হারায়

সুতরাং, ঘড়িটি ঘন্টায় 3.6 সেকেন্ড স্লো হবে। [Ans.]

Example-40 একটি সরল দোলকের কার্যকরী দৈর্ঘ্য 1 m। শাহেদ দোলকটির কার্যকরী দৈর্ঘ্য পরিবর্তন করতে গিয়ে দৈর্ঘ্য 50% বৃদ্ধি করে। শাহেদের সরল দোলকের কম্পাঙ্ক ও কৌণিক কম্পাঙ্ক নির্ণয়: [কু.বো.'২৫]

সমাধান

প্রথম ক্ষেত্রে সরল দোলকের কার্যকর দৈর্ঘ্য, L = 1 m হলে–

কম্পাঙ্ক, $f = \frac{1}{T}$

$= \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{g}{L}} \quad \left[\because T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}\right]$

$= \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{9.8}{1}}$

$= 0.498$ Hz

≈ 0.5 Hz [Ans.]

কৌণিক কম্পাঙ্ক, $\omega = 2\pi f$

$= 2\pi \times 0.5$

$= 3.14\ rads^{-1}$ [Ans.]

Example-41 একটি সেকেন্ড দোলকের দৈর্ঘ্য 1% বৃদ্ধি করলে উক্ত দোলকটি দিনে কত সেকেন্ড সময় হারাবে তা নির্ণয়: [য.বো.'২২]

সমাধান

আমরা জানি,

$\frac{T_1}{T_2} = \sqrt{\frac{L_1}{L_2}}$

এখানে,
সেকেন্ড দোলকের দোলনকাল, $T_1 = 2s$
দোলকের আদি দৈর্ঘ্য $= L_1$ (ধরি)
$\therefore$ দোলকের পরিবর্তিত দৈর্ঘ্য, $L_2 = (1 + 0.01)\ L_1$
$= 1.01\ L_1$
দোলকের পরিবর্তিত দোলনকাল, $T_2 = ?$
হারানো সময়, $n = ?$

$\therefore T_2 = \sqrt{\frac{L_2}{L_1}}\ T_1$

$= \sqrt{\frac{1.01L_1}{L_1}} \times 2$

$= 2.009975s$

এখন, দোলকটি দিনে n সেকেন্ড সময় হারালে,

$T_2 = \frac{86400\ T_1}{86400 - n}$

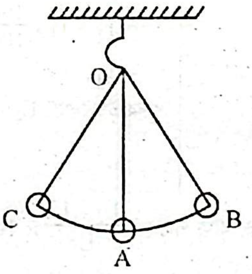
$\Rightarrow 86400 - n = \frac{86400\ T_1}{T_2}$

$\Rightarrow n = 86400 - \frac{86400\ T_1}{T_2}$

$= 86400 - \frac{86400 \times 2}{2.009975}$

$\approx 429.8s$ [Ans.]

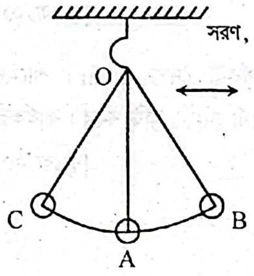
Example-42



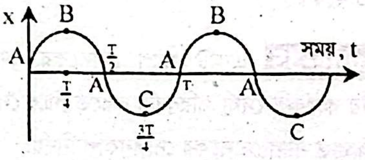
দোলকটির দোলনকাল 2 sec এবং $g = 9.8\ ms^{-2}$। BA দূরত্ব অতিক্রম করতে ববটির কত সময় লাগবে তা নির্ণয়: [ঢা.বো.'২৫; সি.বো.'২৫]

সমাধান

প্রশ্নে প্রদত্ত সেকেন্ড দোলকটির A, B ও C বিন্দুতে অবস্থানের দরুণ এর সরণ বনাম সময়ের লেখচিত্রটি তুলনা নিম্নরূপ–



চিত্র-১



চিত্র-২

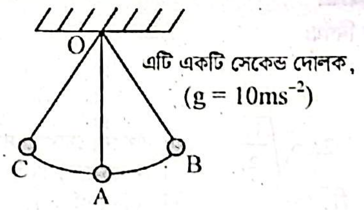
চিত্র-২ হতে পাই, AB দূরত্ব অতিক্রমের জন্য সময়কাল,

$= \frac{T}{4}$

$= \frac{2}{4}$ [$\because$ সেকেন্ড দোলকের দোলনকাল, T = 2 s]

$= 0.5$ s [Ans.]

Similar Problem to the Example

- 

AB দূরত্ব অতিক্রম করতে ববটির 0.5 s সময় লাগবে। [য.বো.'২৩]

Short Question-Answer

☑ জ্ঞানমূলক প্রশ্নোত্তর ('ক' অংশ)

☑ অনুধাবনমূলক প্রশ্নোত্তর ('খ' অংশ)

প্রিয় শিক্ষার্থী,

সৃজনশীল প্রশ্নের 'ক' ও 'খ' অংশের প্রস্তুতি খুবই গুরুত্বপূর্ণ। HSC পরীক্ষায় সৃজনশীল অংশে ভালো করতে হলে অবশ্যই 'ক' ও 'খ' নং প্রশ্ন অর্থাৎ 'জ্ঞানমূলক' ও 'অনুধাবনমূলক' প্রশ্নের সঠিক ও গোছানো উত্তরের কোনো বিকল্প নেই।

তোমাদের সুবিধার্থে, এই অধ্যায়ের বিগত বছরগুলোর HSC পরীক্ষার 'ক' ও 'খ' অংশের প্রশ্নোত্তরগুলো সহ গুরুত্বপূর্ণ অন্যান্য প্রশ্নোত্তরগুলো টপিক অনুসারে সাজিয়ে দেওয়া হয়েছে। এই প্রশ্নোত্তরগুলো অনুশীলন করলে এই অধ্যায়ের সব বোর্ড প্রশ্নতো Cover হবেই, সাথে এই অধ্যায় সংশ্লিষ্ট গুরুত্বপূর্ণ প্রায় প্রতিটি টপিকই তোমাদের আয়ত্তে চলে আসবে।

জ্ঞানমূলক প্রশ্নোত্তর

বিভিন্ন প্রকার গতি

প্রশ্ন-১। পর্যাবৃত্ত কাকে বলে? *[রা.বো.'২৫]*

উত্তর: পর্যাবৃত্ত (Periodic) বলতে এমন কোনো ঘটনা বা প্রক্রিয়াকে বোঝায় যার নির্দিষ্ট সময় পর পর পুনরাবৃত্তি হয়।

প্রশ্ন-২। পর্যাবৃত্ত গতি কাকে বলে? *[রা.বো.'২৪]*
***অথবা*, পর্যাবৃত্ত গতি কী?** *[কু.বো.'২২,'১৭; য.বো.'২১; ম.বো.'২১; সি.বো.'১৭]*
***অথবা*, পর্যাবৃত্ত গতির সংজ্ঞা লিখ।** *[কু.বো.'১৭]*

উত্তর: কোনো গতিশীল বস্তুকণার গতি যদি এমন হয় যে, এটি এর গতিপথের কোনো নির্দিষ্ট বিন্দুকে নির্দিষ্ট সময় পরপর একই দিক থেকে অতিক্রম করে, তাহলে সেই গতিকে পর্যাবৃত্ত গতি বলে।

প্রশ্ন-৩। সরল ছন্দিত স্পন্দন কাকে বলে? *[ম.বো.'২৫,'২৪; চ.বো.'১৬]*
***অথবা*, সরল ছন্দিত স্পন্দন গতির সংজ্ঞা দাও।** *[সি.বো.'২৩,'২২; রা.বো.'২১; দি.বো.'২১; য.বো.'১৬; কু.বো.'১৫]*
***অথবা*, সরল ছন্দিত গতি কাকে বলে?** *[সি.বো.'২২; রা.বো.'২১; দি.বো.'২১; য.বো.'১৬]*

উত্তর: যদি কোনো বস্তুর ত্বরণ একটি নির্দিষ্ট বিন্দু থেকে এর সরণের সমানুপাতিক এবং সর্বদা ঐ বিন্দু অভিমুখী হয়, তাহলে বস্তুর এই গতিকে সরল ছন্দিত স্পন্দন গতি বলে।

প্রশ্ন-৪। দোলন গতি কাকে বলে?

উত্তর: যদি কোনো বস্তুর গতি একটি নির্দিষ্ট সময় পরপর বিপরীতমুখী হয়ে একটি নির্দিষ্ট বিন্দুকে অতিক্রম করে তবে তাকে দোলন গতি বলে।

প্রশ্ন-৫। স্পন্দন গতি কাকে বলে? *[কু.বো.'২৩; ব.বো.'২৩]*

উত্তর: পর্যাবৃত্ত গতিসম্পন্ন কোনো বস্তু যদি পর্যায়কালের অর্ধেক সময় কোনো নির্দিষ্ট দিকে এবং বাকি অর্ধেক সময় একই পথে তার বিপরীত দিকে চলে তবে এর গতিকে স্পন্দন গতি বলে।

প্রশ্ন-৬। পর্যাবৃত্ত গতির গতিপথ কীরূপ হতে পারে?

উত্তর: পর্যাবৃত্ত গতির গতিপথ বৃত্তাকার, উপবৃত্তাকার, সরলরৈখিক বা আরও জটিল হতে পারে।

সরল ছন্দিত গতি সম্পর্কিত বিভিন্ন রাশিমালা

প্রশ্ন-৭। স্থানিক পর্যায়বৃত্তি কাকে বলে? *[কু.বো.'২৫]*
***অথবা*, স্থানিক পর্যাবৃত্তি কী?** *[কু.বো.'২৩]*
***অথবা*, স্থানিক পর্যাবৃত্তি কাকে বলে?** *[চ.বো.'২৩]*

উত্তর: যখন কোনো কিছুর পুনরাবৃত্তি স্থানের সাপেক্ষে হয়, তখন তাকে স্থানিক পর্যায়ক্রম বা স্থানিক পর্যাবৃত্তি/পর্যায়বৃত্তি বলে। অর্থাৎ স্থানিক পর্যাবৃত্তি/পর্যায়বৃত্তি হলো সেই সকল ঘটনা যার একটি নির্দিষ্ট দূরত্ব পরপর পুনরাবৃত্তি ঘটে।

প্রশ্ন-৮। কালিক পর্যায়ক্রম কী? *[রা.বো.'২৩; ব.বো.'২১; রা., কু., চ., ব. (সম্মিলিত) বো.'১৮]*
***অথবা*, কালিক পর্যায়বৃত্ততা এর সংজ্ঞা দাও।** *[চ.বো.'২৪]*

উত্তর: কোনো রাশির মান বা ফাংশনের মান যদি এমন হয় যে নির্দিষ্ট সময় পর পর সেটি একই মান প্রাপ্ত হয়, তবে তাকে কালিক পর্যায়ক্রম বা কালিক পর্যায়বৃত্ততা বলে।

প্রশ্ন-৯। পর্যায়কাল কাকে বলে? *[ব.বো.'২৪; য.বো.'২২; কু.বো.'২১; চ.বো.'২১]*

উত্তর: সরল ছন্দিত স্পন্দন গতির ক্ষেত্রে একটি পূর্ণ স্পন্দন সম্পন্ন হতে যে সময় লাগে, তাকে পর্যায়কাল বলে।

প্রশ্ন-১০। বিস্তার কী? *[ঢা.বো.'১৯]*

উত্তর: কম্পমান কোনো কণা সাম্যাবস্থান হতে সর্বোচ্চ যে দূরত্ব অতিক্রম করে তাকে বিস্তার বলে।

প্রশ্ন-১১। একটি স্পন্দনরত কণার দশা কী? *[চ.বো.'২৪]*
***অথবা*, দশা কী?** *[ঢা.বো.'২৩,'১৯; রা.বো.'২২; ব.বো.'২২]*
***অথবা*, দশা কাকে বলে?** *[চ.বো.'২৫; ম.বো.'২৩]*

উত্তর: সরল দোলন গতিতে স্পন্দনরত একটি কণার গতির সার্বিক অবস্থা তথা কণাটির অবস্থান, সরণ, বেগ, ত্বরণ ইত্যাদি যে রাশি দ্বারা বোঝা যায় তাকে ঐ কণার দশা বলে।

প্রশ্ন-১২। ইপক বা আদি দশা কাকে বলে? *[ব.বো.'২৫; য.বো.'২৩; সি.বো.'২১]*

উত্তর: যাত্রা শুরু করার মুহূর্তে অর্থাৎ, $t = 0$ সময়ে সরল দোলন গতিসম্পন্ন কোনো বস্তুর যে দশা থাকে তাকে ইপক (epoch) বা আদি দশা বলে।

প্রশ্ন-১৩। পূর্ণ দোলন কাকে বলে? *[দি.বো.'২৫]*

উত্তর: সরল ছন্দিত স্পন্দনের ক্ষেত্রে একটি সম্পূর্ণ অগ্রপশ্চাৎ গতিকে পূর্ণ দোলন বলে।

প্রশ্ন-১৪। মধ্যাবস্থান বা 'mean position' কী?

উত্তর: স্পন্দনরত বস্তুর গতিপথের যে নির্দিষ্ট বিন্দুতে কোনো লব্ধি বল ক্রিয়া করে না, তাকে সাম্যাবস্থান বা মধ্যাবস্থান বা Mean Position বলা হয়।

প্রশ্ন-১৫। সরল ছন্দিত স্পন্দন গতির ব্যবকলনীয় সমীকরণটি লিখ।

উত্তর: সরল ছন্দিত স্পন্দন গতির ব্যবকলনীয় সমীকরণ হচ্ছে $\frac{d^2x}{dt^2} + \omega^2x = 0$ ।

প্রশ্ন-১৬। **বল ধ্রুবক কী?** [য.বো.'২৪]

অথবা, বল ধ্রুবকের সংজ্ঞা দাও। [সি.বো.'২৩]

অথবা, বল ধ্রুবক কাকে বলে? [ঢা.বো.'১৬]

উত্তর: সরল দোলন গতিসম্পন্ন কোনো কণার এক একক পরিমাণ সরণে যে বল প্রযুক্ত হয়, তাকে বল ধ্রুবক বলে।

সরল দোলক সম্পর্কিত

প্রশ্ন-১৭। **সরল দোলক কাকে বলে?** [য.বো.'২১]

উত্তর: একটি ভারী আয়তনহীন বস্তুকণাকে ওজনহীন, নমনীয় ও অপ্রসারণশীল সুতা দিয়ে ঝুলিয়ে দিলে এটি যদি ঘর্ষণ এড়িয়ে স্বাধীনভাবে একটি উল্লম্ব তলে দুলতে পারে তবে তাকে সরল দোলক বলে।

প্রশ্ন-১৮। **দোলক ঘড়ি কী?**

উত্তর: সরল দোলককে যখন সময় পরিমাপের জন্য ব্যবহার করা হয় তখন তাকে দোলক ঘড়ি বলে।

প্রশ্ন-১৯। **বব কী?**

উত্তর: যে ভারী বস্তুকে সুতার সাহায্যে ঝুলিয়ে সরল দোলক তৈরি করা হয় তাকে বব বা পিণ্ড বলে।

প্রশ্ন-২০। **ঝুলন বিন্দু কী?**

উত্তর: যে বিন্দু থেকে সুতার সাহায্যে ববকে ঝুলানো হয় তাকে ঝুলন বিন্দু বলে।

প্রশ্ন-২১। **কার্যকরী দৈর্ঘ্য কী?**

উত্তর: ঝুলন বিন্দু থেকে ববের ভারকেন্দ্র পর্যন্ত দূরত্বকে সরল দোলকের কার্যকরী দৈর্ঘ্য বা দোলক দৈর্ঘ্য বলে।

প্রশ্ন-২২। **কৌণিক বিস্তার কাকে বলে?**

উত্তর: সরল দোলকের দোলকপিণ্ডের সাম্যাবস্থান থেকে সর্বোচ্চ কৌণিক সরণকে কৌণিক বিস্তার বলে।

প্রশ্ন-২৩। **কৌণিক কম্পাঙ্ক কাকে বলে?** [য.বো.'২৫; সি.বো.'২৫; দি.বো.'২৩; চ.বো.'২২]

উত্তর: সরল দোলন গতিসম্পন্ন কোনো কণা একক সময়ে যে কৌণিক দূরত্ব অতিক্রম করে তাকে কৌণিক কম্পাঙ্ক বলে।

প্রশ্ন-২৪। **কৌণিক কম্পাঙ্কের মাত্রা ও একক উল্লেখ কর।**

উত্তর: কৌণিক কম্পাঙ্কের মাত্রা T^{-1} এবং একক রেডিয়ান/সেকেণ্ড (rad s^{-1})

প্রশ্ন-২৫। **সরল দোলকের সাম্যাবস্থান কাকে বলে?**

উত্তর: সরল দোলকের যে বিন্দুতে গতিশক্তি সর্বোচ্চ ও বিভবশক্তি শূন্য তাকে সাম্যাবস্থান বলে।

প্রশ্ন-২৬। **সরল দোলকের সূত্রাবলি কত কৌণিক বিস্তারের জন্য প্রযোজ্য?**

উত্তর: কৌণিক বিস্তার 4° এর বেশি না হলে সরল দোলকের সূত্রাবলি প্রযোজ্য।

প্রশ্ন-২৭। **সেকেন্ড দোলক কাকে বলে?** [ঢা.বো.'২৫; সি.বো.'২৪; ব.বো.'১৬]

অথবা, সেকেন্ড দোলক কী? [য.বো.'২৪,'২২; রা.বো.'২২; ব.বো.'১৭]

উত্তর: যে দোলকের এক প্রান্ত থেকে অপর প্রান্তে যেতে এক সেকেন্ড সময় লাগে তাকে সেকেন্ড দোলক বলে। সেকেন্ড দোলকের দোলনকাল 2 second.

প্রশ্ন-২৮। **স্প্রিং ধ্রুবক কী?** [ঢা.বো.'২৪]

অথবা, স্প্রিং ধ্রুবক কাকে বলে? [কু.বো.'২৪; দি.বো.'২২]

উত্তর: কোনো স্প্রিং-এর মুক্ত প্রান্তের একক সরণ ঘটালে স্প্রিংটি সরণের বিপরীত দিকে যে বল প্রয়োগ করে তাকে ঐ স্প্রিং এর স্প্রিং ধ্রুবক বলে।

অনুধাবনমূলক প্রশ্নোত্তর

বিভিন্ন প্রকার পর্যায়বৃত্ত গতি সম্পর্কিত

প্রশ্ন-১। **কালিক পর্যায়বৃত্তি ব্যাখ্যা কর।** [রা.বো.'২১]

উত্তর: কোনো রাশি বা ফাংশনের মান যদি এমন হয় যে, নির্দিষ্ট সময় পরপর সেটি একই মান গ্রহণ করে, তবে তাকে কালিক পর্যাবৃত্তি বলে। যেমন: আমরা ঘর-বাড়িতে যে তড়িৎ প্রবাহ ব্যবহার করি সেটি হচ্ছে পর্যাবৃত্ত বা দিক পরিবর্তী প্রবাহ (Alternating Current বা AC)। এ প্রবাহ আমাদের দেশে প্রতি 0.02 s পরপর একই মান গ্রহণ করে।

প্রশ্ন-২। **পর্যায়বৃত্ত গতির গতিপথ কেমন হয়?**

উত্তর: পর্যায়বৃত্ত গতিসম্পন্ন কোনো কণা এর গতিপথের কোনো নির্দিষ্ট বিন্দুকে নির্দিষ্ট সময় পরপর একই দিক থেকে অতিক্রম করে। এ গতির গতিপথ বৃত্তাকার, উপবৃত্তাকার বা সরলরৈখিক হতে পারে। যেমন: ঘড়ির কাঁটার গতি, বৃত্তাকার এবং স্প্রিং এর গতি সরলরৈখিক।

প্রশ্ন-৩। **পর্যায়বৃত্ত গতিতে আদি দশা কোণ কেন ধ্রুব থাকে? ব্যাখ্যা কর।** [সি.বো.'১৭]

উত্তর: আদি দশা বলতে সেই দশা বোঝায়, যেই অবস্থা থেকে একটি বস্তু সরল দোলনে ছন্দিত হতে শুরু করে। এটি নির্ভর করে সরল দোলন শুরু হবার সময় সাম্যাবস্থার সাপেক্ষে কোন অবস্থানে ছিল বস্তুটি। এটিকে দশা ধ্রুবক, δ দ্বারা চিহ্নিত করা হয়। একবার গতি শুরু হলে একটি নির্দিষ্ট কণার বিস্তার ও দশা ধ্রুবক একই থাকে।

প্রশ্ন-৪। **দোলকের গতি ও বৈদ্যুতিক পাখার গতির মধ্যে পার্থক্য কী? ব্যাখ্যা কর।** *[দি.বো.'২৪]*

উত্তর: বৈদ্যুতিক পাখা এর ঘূর্ণন অক্ষকে কেন্দ্র করে একই দিকে ঘুরতে থাকে। অর্থাৎ, পাখা এর গতিপথের প্রতিটি বিন্দুকে একই দিক থেকে অতিক্রম করে। তাই, বৈদ্যুতিক পাখার গতি একটি পর্যাবৃত্ত গতি। দোলকের গতির ক্ষেত্রে বস্তুর উপর কার্যরত ত্বরণ গতিপথের একটি নির্দিষ্ট বিন্দু অভিমুখে এমনভাবে ক্রিয়া করে যেন তার মান বস্তুর সরণের মানের সমানুপাতিক হয়। দোলকের ক্ষেত্রে বস্তুটি তার গতিপথের বিন্দুগুলোকে উভয় দিক থেকে অতিক্রম করে।

প্রশ্ন-৫। **সরল ছন্দিত স্পন্দন বলতে কী বুঝ?** *[ব.বো.'২২]*

উত্তর: যখন কোনো স্পন্দন গতিসম্পন্ন কণার উপর কোনো বল এমনভাবে ক্রিয়া করে যেন সেই বলের মান সাম্যাবস্থান থেকে কণাটির সরণের সমানুপাতিক হয় এবং বলের দিক সর্বদা সাম্যাবস্থান অভিমুখী হয় তখন ঐ কণার গতিকে সরল ছন্দিত স্পন্দন বলে।

সরল ছন্দিত স্পন্দন গতির নিম্নলিখিত বৈশিষ্ট্য রয়েছে:

১. এটি একটি পর্যাবৃত্ত গতি।
২. এর গতি একটি সরলরেখায় ঘটে।
৩. ত্বরণ সর্বদা সরণের সমানুপাতিক এবং বিপরীতমুখী।
৪. ত্বরণ বস্তু কণাটির মধ্য অবস্থান অভিমুখী।

প্রশ্ন-৬। **সকল পর্যায়বৃত্ত গতি সরল দোলন গতি নয় কেন? ব্যাখ্যা কর।** *[ব.বো.'২৩]*

***অথবা*, সরল দোলগতি পর্যাবৃত্তগতি; কিন্তু পর্যাবৃত্তগতি সরল দোলগতি নয়— ব্যাখ্যা কর।** *[ঢা.বো.'২২]*

উত্তর: কোনো গতিশীল বস্তু কণার গতি যদি এমন হয় যে, এটি তার গতিপথের কোনো নির্দিষ্ট বিন্দুকে নির্দিষ্ট সময় পর পর একই দিক থেকে অতিক্রম করে, তাহলে সেই গতিকে পর্যাবৃত্ত গতি বলে। পর্যাবৃত্ত গতিতে চলমান বস্তুর গতিপথ নির্দিষ্ট এবং নির্দিষ্ট সময় পর পর বস্তুটি গতিপথের একই বিন্দুকে একই দিক থেকে অতিক্রম করে। এই গতিপথের কোনো নির্দিষ্ট জ্যামিতিক রূপ, যেমন- সরলরেখা, বৃত্ত, উপবৃত্ত ইত্যাদি থাকতে পারে, আবার নাও থাকতে পারে।

অপরদিকে, কোনো দোলনরত কণার ত্বরণ সাম্যাবস্থান থেকে এর দূরত্বের সমানুপাতিক ও সব সময় সাম্যাবস্থানের অভিমুখী হলে ঐ কণার গতিকে সরল ছন্দিত গতি বা সরল দোলন গতি বলে। স্পষ্টত সব পর্যায়বৃত্ত গতির এই বৈশিষ্ট্য থাকে না। তাই সরল ছন্দিত গতি মাত্রই পর্যাবৃত্ত গতি হলেও সব পর্যাবৃত্ত গতি সরল ছন্দিত গতি বা সরল দোলনগতি নয়।

প্রশ্ন-৭। **দোলকের গতি মাত্রই সরলছন্দিত গতি নয়– ব্যাখ্যা কর।** *[ব.বো.'১৭]*

উত্তর: সরলছন্দিত গতি সম্পন্ন বস্তু পর্যায়কালের অর্ধেক সময় কোনো নির্দিষ্ট দিকে এবং বাকি অর্ধেক সময় বিপরীত দিকে চলে। সরলদোলকের বিস্তার 4 ডিগ্রির মধ্যে থাকলেই কেবল এর প্রতিটি দোলনের জন্য সমান সময় লাগবে। তখন সরলদোলক একটি নির্দিষ্ট বিন্দুকে একই সময় পরপর একই দিক থেকে অতিক্রম করে। সুতরাং সরলদোলকের বিস্তার 4 ডিগ্রির মধ্যে থাকলে সরলদোলকের গতি সরলছন্দিত গতি হবে। কিন্তু সরলদোলকের বিস্তার 4 ডিগ্রির বেশি হলে সরলদোলকের দোলন অনিয়মিত হয়ে যায়। কারণ কৌণিক বিস্তার 4° এর বেশি হলে সরল দোলকের গতি সরলরৈখিক না হয়ে বৃত্তাকার হয়। কোন একদিকে বেশি দূরত্ব অতিক্রম করলে অন্যদিকে কম দূরত্ব অতিক্রম করবে। তখন সরলদোলকের গতি আর সরলছন্দিত গতি থাকবে না। সুতরাং সরলদোলকের গতি মাত্রই সরলছন্দিত গতি নয়।

প্রশ্ন-৮। **পৃথিবীর গতি সরল ছন্দিত গতি নয় কেন? ব্যাখ্যা করো।** *[য.বো.'২৫; সি.বো.'২৫]*

উত্তর: যদি কোনো বস্তুর ত্বরণ একটি নির্দিষ্ট বিন্দু থেকে এর সরণের সমানুপাতিক এবং সর্বদা ঐ বিন্দু অভিমুখী হয়, তাহলে বস্তুর এই গতিকে সরল ছন্দিত গতি বলে। অর্থাৎ, সরল ছন্দিত গতিতে প্রত্যাবর্তী বল কাজ করে, যার ফলে যাত্রাপথের বিন্দুগুলোকে (সর্বোচ্চ বিস্তার অবস্থান ব্যতীত) উভয় দিক থেকে অতিক্রম করা হয়। পৃথিবী নিজ অক্ষের চারদিকে ঘুরছে এবং কক্ষপথে পৃথিবীর গতি একটি পর্যায়বৃত্ত গতি এর ফলে যাত্রাপথের সকল কিন্তু এক দিক থেকে অতিক্রম হয়। তাই পৃথিবীর গতি সরল ছন্দিত গতি নয়।

প্রশ্ন-৯। **সাম্যাবস্থান হতে সরণের পরিবর্তনে একটি ববের বেগ কীভাবে পরিবর্তিত হয়? ব্যাখ্যা কর।** *[কু.বো.'২১]*

উত্তর: আমরা জানি, সরল দোলন গতি সম্পন্ন কণার সরণের সমীকরণ, $x = A \sin\omega t$ … … … (i)

এখানে, A = বিস্তার, ω = কৌণিক বেগ, t = সময়.

(i) নং সমীকরণকে সময়ের সাপেক্ষে ব্যবকলন করলে সরল দোলন গতি সম্পন্ন কণার বেগ পাওয়া যাবে।

$\therefore$ বেগ, $v = \frac{dx}{dt} = \frac{d}{dt}(A \sin\omega t) = \omega A \cos\omega t = \omega A\sqrt{1 - \sin^2\omega t} = \omega\sqrt{A^2 - A^2\sin^2\omega t} = \omega\sqrt{A^2 - x^2}$

উপরিউক্ত সমীকরণ থেকে দেখা যায়, $x = 0$ অবস্থানে অর্থাৎ, সাম্যাবস্থানে বেগ সর্বোচ্চ হয়। আবার, $x = A$ অবস্থানে বেগ সর্বনিম্ন অর্থাৎ শূন্য হয়। অর্থাৎ, সাম্যাবস্থান হতে সরণ বাড়লে বেগ কমে এবং সরণ কমলে বেগ বাড়ে।

প্রশ্ন-১০। **সরল ছন্দিত গতিসম্পন্ন কোনো কণার বেগ শূন্য হলে উহার ত্বরণ কি শূন্য হবে? ব্যাখ্যা কর।** *[ঢা.বো.'২১]*

***অথবা*, সরল ছন্দিত গতিতে গতিশীল কণার বেগ শূন্য হলেও ত্বরণ থাকতে পারে- ব্যাখ্যা কর।** *[চ.বো.'২১]*

উত্তর: আমরা জানি, সরল ছন্দিত গতিসম্পন্ন কোনো কণার বেগ, $v = \omega\sqrt{A^2 - x^2}$

বেগ শূন্য অর্থাৎ, $v = 0$ হলে,

$$0 = \omega\sqrt{A^2 - x^2}$$
$$\Rightarrow \sqrt{A^2 - x^2} = 0$$
$$\Rightarrow A^2 - x^2 = 0$$
$$\Rightarrow x^2 = A^2$$
$$\therefore x = \pm A$$

অর্থাৎ, $x = \pm A$ হলে বেগ শূন্য হয়।

আবার, সরল ছন্দিত গতিসম্পন্ন কোনো কণার ত্বরণ, $a = -\omega^2 x$

$x = A$ হলে,
$a = -\omega^2 A$

$x = -A$ হলে,
$a = -\omega^2(-A) = \omega^2 A$

সুতরাং, সরল ছন্দিত গতিসম্পন্ন কোনো কণার বেগ শূন্য হলেও ত্বরণ থাকতে পারে।

প্রশ্ন-১১। সরল দোল গতি সম্পন্ন কণা যখন সর্বোচ্চ বেগপ্রাপ্ত হয়, তখন ত্বরণ হয় সর্বনিম্ন— ব্যাখ্যা কর। [সি.বো.'২২]

উত্তর: আমরা জানি, সরল দোল গতি সম্পন্ন কোনো কণার—

বেগ, $v = \omega\sqrt{A^2 - x^2}$
এবং ত্বরণ, $a = -\omega^2 x$
যখন, $x = 0$ (সাম্যাবস্থানে)
তখন, $v = \omega\sqrt{A^2 - 0^2} = \omega A$; যা বেগের সর্বোচ্চ মান
এবং $a = -\omega^2 \times 0 = 0$; যা ত্বরণের সর্বনিম্ন মান।

এখানে,
x = সাম্যাবস্থা হতে কণার সরণ
A = বিস্তার
ω = কৌণিক কম্পাঙ্ক

সুতরাং সরল দোল গতি সম্পন্ন কণা যখন সর্বোচ্চ বেগ প্রাপ্ত হয়, তখন ত্বরণ সর্বনিম্ন হয়।

প্রশ্ন-১২। সরল দোলন গতির ক্ষেত্রে সাম্যাবস্থানে ববের বেগ সর্বনিম্ন কিনা? ব্যাখ্যা দাও। [কু.বো.'১৯]

উত্তর: সরল দোলকের গতির ক্ষেত্রে ববটি সাম্যাবস্থা হতে সর্বোচ্চ দূরত্বে পৌঁছালে বিভবশক্তি সর্বোচ্চ হয় এবং বেগ সর্বনিম্ন তথা শূন্য হয়। সাম্যাবস্থানে বেগ সর্বোচ্চ হয় কারণ, এক্ষেত্রে কোনো বস্তুর তাৎক্ষণিক বেগ, $v = \omega\sqrt{A^2 - x^2}$

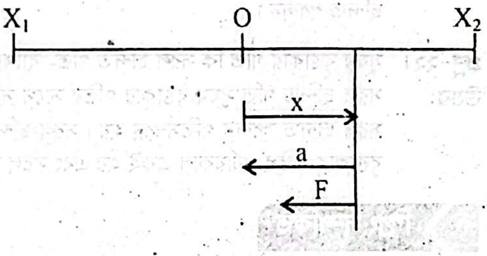
এখানে, ω, A এবং x যথাক্রমে কৌণিক বেগ, রৈখিক বিস্তার এবং তাৎক্ষণিক সরণ।

যেহেতু, সাম্যাবস্থানে $x = 0$

$\therefore$ সাম্যাবস্থানে বেগের মান, $v = \omega\sqrt{A^2 - 0^2} = \omega A =$ সর্বোচ্চ বেগ

সুতরাং, সরল দোলক গতির ক্ষেত্রে সাম্যাবস্থানে ববের বেগ সর্বনিম্ন হবে না বরং সর্বোচ্চ হবে।

প্রশ্ন-১৩। সরল ছন্দিত গতিসম্পন্ন কণার ত্বরণ সরণের বিপরীতমুখী—ব্যাখ্যা কর। [কু.বো.'২৩]



উত্তর: ধরা যাক, m ভরের একটি বস্তুকণা X_1 এবং X_2 সীমার মধ্যে সরল ছন্দিত গতিতে স্পন্দনশীল (চিত্র) এবং O হচ্ছে তার সাম্যাবস্থান। F বল তার উপর ক্রিয়াশীল। যখন কণাটি সাম্যাবস্থানের ডানে তখন বল ক্রিয়া করছে তার বাম দিকে অর্থাৎ, O বিন্দুর দিকে আর যখন কণাটি O বিন্দুর বাম পাশে তখন বল ক্রিয়া করছে ডান দিকে অর্থাৎ, সাম্যাবস্থার দিকে। সাম্যাবস্থায় বলের মান শূন্য। এখন বস্তুটিকে সাম্যাবস্থান থেকে সামান্য টেনে ছেড়ে [illegible]নী বল একে পুনরায় সাম্যাবস্থানে নিয়ে আসবে কিন্তু সাম্যাবস্থানে এসে গতি জড়তার [illegible]স্তুটি থামতে পারবে না, বিপরীত দিকে চলে যাবে। এভাবে বস্তুটি বিরামহীনভাবে সাম্যাবস্থানের উভয় পাশে দুলতে থাকে এবং সরল দোল গতির সৃষ্টি হয়। এই প্রত্যয়নী বল সর্বদা কণাটিকে সাম্যাবস্থায় আনতে ত্বরণ দেয় এবং সময়ের সাথে সাথে এ বলের মান ও দিক উভয়েরই পরিবর্তন ঘটে। গাণিতিকভাবে সরল ছন্দিত স্পন্দনের ক্ষেত্রে,

$$F \propto -x$$

$$\Rightarrow ma \propto -x$$

$$\therefore a \propto -x \quad [\because m = \text{ধ্রুব}]$$

অর্থাৎ, সরল ছন্দিত গতিসম্পন্ন কণার ত্বরণ সাম্যাবস্থান থেকে ব[illegible]াটির সরণের সমানুপাতিক ও বিপরীতমুখী।

প্রশ্ন-১৪। সরল ছন্দিত স্পন্দন সম্পন্ন কণার ত্বরণ বনাম সাম্যবস্থান থেকে সরণের লেখচিত্র কীরূপ হবে তা ব্যাখ্যা কর। [রা.বো.'২৪]

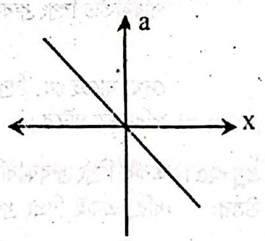
***অথবা*, সরল ছন্দিত স্পন্দনে স্পন্দনশীল কণার ত্বরণ বনাম সরণের লেখচিত্র ব্যাখ্যা কর।** [য.বো.'২৪]

উত্তর: সরল ছন্দিত স্পন্দন সম্পন্ন কোনো কণার ত্বরণ সাম্যাবস্থা থেকে এর সরণের সমানুপাতিক ও বিপরীতমুখী।

ত্বরণ a ও সরণ x হলে,

$$a \propto x \Rightarrow a = -kx.$$

এই সমীকরণের লেখচিত্রটি নিম্নরূপ–



লেখচিত্রটি একটি মূলবিন্দুগামী সরলরেখা হয় যার ঢাল ঋণাত্মক।
অর্থাৎ, সরণ ধনাত্মক হলে ত্বরণ ঋণাত্মক হয় এবং সরণ ঋণাত্মক হলে ত্বরণ ধনাত্মক হয়।

প্রশ্ন-১৫। সরল দোল গতির সর্বোচ্চ অবস্থানে ত্বরণ সর্বোচ্চ কি না? ব্যাখ্যা কর। [দি.বো.'১৯]

উত্তর: সরল দোলগতিসম্পন্ন কোনো কণা A বিস্তারের মধ্যে কম্পনশীল হলে কণাটির যেকোনো বিন্দুতে ত্বরণ a হলে, $a = -\omega^2 x$; যখন $x < A$

এখন, গতির সর্বোচ্চ অবস্থানে $x = A$ হয়। অর্থাৎ x এর মান সর্বোচ্চ হয়।

$$\therefore a_{max} = -\omega^2 A$$

সুতরাং, সরল দোলগতির সর্বোচ্চ অবস্থানে ত্বরণ সর্বোচ্চ হবে।

প্রশ্ন-১৬। $x = A\sin(\omega t + \delta)$ সমীকরণ ব্যাখ্যা কর। [দি.বো.'২১]

উত্তর: আমরা জানি, সরল দোলন গতির সরণের সমীকরণ, $x = A\sin(\omega t + \delta)$

এখানে, x = সরণ, A = বিস্তার, ω = কৌণিক কম্পাঙ্ক, t = সময় এবং δ = দশা ধ্রুবক।

প্রশ্ন-১৭। কক্ষপথে পৃথিবীর গতি সরলদোলন গতি-ব্যাখ্যা কর। [য.বো.'২১]

উত্তর: কেপলারের কক্ষপথের সূত্রানুসারে, 'প্রতিটি গ্রহ সূর্যকে উপবৃত্তের ফোকাসে রেখে একটি উপবৃত্তাকার পথে প্রদক্ষিণ করছে।' কেপলারের ক্ষেত্রফলের সূত্রানুসারে, 'গ্রহ এবং সূর্যের সাথে সংযোগকারী ব্যাসার্ধ রেখা কক্ষপথের সমান সময়ে সমান ক্ষেত্রফল পরিভ্রমণ করে।'

আমরা জানি, পর্যায়গতি সম্পন্ন বস্তুর ওপর কার্যরত ত্বরণ যদি তার গতিপথের একটি নির্দিষ্ট বিন্দু অভিমুখে এমনভাবে ক্রিয়া করে যে, তার মান ঐ বিন্দু হতে বস্তুর সরণের মানের সমানুপাতিক হয়, তবে বস্তুর উক্ত গতিকে সরলদোলন গতি বলে। পৃথিবী নিজ অক্ষের চারদিকে ঘুরছে এবং কক্ষপথে পৃথিবীর গতি একটি পর্যায়বৃত্ত গতি যা সরল দোলন গতির সকল বৈশিষ্ট্যকে মেনে চলে।

প্রশ্ন-১৮। বৈদ্যুতিক পাখার গতি পর্যাবৃত্ত গতি—ব্যাখ্যা কর। [য.বো.'২৩]

উত্তর: কোনো গতিশীল বস্তুকণার গতি যদি এমন হয় যে এটি এর গতিপথের কোনো নির্দিষ্ট বিন্দুকে নির্দিষ্ট সময় পরপর একই দিক থেকে অতিক্রম করে তবে সেই গতিকে পর্যাবৃত্ত গতি বলে। বৈদ্যুতিক পাখা এর ঘূর্ণন অক্ষকে কেন্দ্র করে একই দিকে ঘুরতে থাকে। অর্থাৎ পাখা এর পথের প্রতিটি বিন্দুকে একই দিক থেকে অতিক্রম করে। তাই বলা যায় বৈদ্যুতিক পাখার গতি একটি পর্যাবৃত্ত গতি।

প্রশ্ন-১৯। কেঁচোর চলার গতি কী ধরনের গতি—ব্যাখ্যা কর।

উত্তর: কেঁচো যখন সামনের দিকে এগিয়ে যায় তখন তার শরীরটা কিছু অংশ সংকুচিত এবং কিছু অংশ প্রসারিত হয়। কেঁচোর শরীরের এই সংকোচন ও প্রসারণ কেঁচোর গতির সমান্তরালে সংঘটিত হয়। তরঙ্গ প্রবাহের অভিমুখের সমান্তরালে যদি মাধ্যমের কণাগুলো অগ্রপশ্চাৎ কাঁপতে থাকে তবে সেই তরঙ্গকে লম্বিক বা অনুদৈর্ঘ্য তরঙ্গ বলে। সুতরাং কেঁচোর চলার গতিটি এক ধরনের লম্বিক তরঙ্গগতি।

প্রশ্ন-২০। হাতঘড়ির কাঁটার গতি কি দোলন গতি? ব্যাখ্যা কর। [কু.বো.'১৯]

উত্তর: ঘড়ির কাঁটার গতি একটি পর্যায়বৃত্ত গতি। কোনো পর্যায়বৃত্ত গতিশীল বস্তু বা কণার গতি তখনই দোলন গতি হবে, যখন তা পর্যায়কালের অর্ধেক সময় একদিকে এবং বাকি অর্ধেক সময় বিপরীত দিকে গতিশীল থাকে। যেমন: সরল দোলকের গতি। হাতঘড়ির কাঁটা এ শর্ত পূরন করে না। তাই হাতঘড়ির কাঁটা দোলন গতি নয়।

প্রশ্ন-২১। কম্পনশীল সুরশলাকার বাহুর স্পন্দন একটি সরল ছন্দিত স্পন্দন—ব্যাখ্যা কর। [দি.বো.'২২]

উত্তর: আমরা জানি, পর্যায়বৃত্ত গতিসম্পন্ন কোনো বস্তু যদি পর্যায়কালের অর্ধেক সময় কোনো নির্দিষ্ট দিকে এবং বাকি অর্ধেক সময় একই পথে তার বিপরীত দিকে চলে তবে ঐ বস্তুর গতিকে সরল ছন্দিত স্পন্দন বলে। একটি কম্পনশীল সুরশলাকার বাহু তার পর্যাকালের অর্ধেক সময় একটি নির্দিষ্ট দিকে চললে বাকি অর্ধেক সময় পূর্বগতির বিপরীত দিকে চলে। অর্থাৎ গতিকালে সুরশলাকার বাহুতে স্পন্দন গতির বৈশিষ্ট্য বিদ্যমান। তাই কম্পনশীল সুর শলাকার বাহুর স্পন্দন একটি সরল ছন্দিত স্পন্দন।

প্রশ্ন-২২। সুষম বৃত্তাকার গতি কি সরল ছন্দিত গতি- ব্যাখ্যা কর। [সি.বো.'২১]

উত্তর: সরল ছন্দিত গতি সুষম বৃত্তাকার গতির সাথে সম্পর্কিত। সুষম কৌণিক দ্রুতিতে গতিশীল কোনো কণার ক্ষেত্রে বৃত্তাকার পথের ব্যাসের ওপর কণাটির অভিক্ষেপ সরল ছন্দিত স্পন্দন গতিসম্পন্ন হয়। সরল ছন্দিত স্পন্দনের কৌণিক কম্পাঙ্ক আর সুষম বৃত্তাকার গতির কৌণিক দ্রুতি একই হয়। এছাড়া স্পন্দন গতি ও সুষম বৃত্তাকার গতির পর্যায়কাল একই হয় এবং সরল ছন্দিত স্পন্দনের বিস্তার বৃত্তের ব্যাসার্ধের সমান হয়।

স্প্রিং সম্পর্কিত

প্রশ্ন-২৩। একটি স্প্রিং এর স্প্রিং ধ্রুবক $2.5\ \text{Nm}^{-1}$ বলতে কী বুঝায়? [রা.বো.'২২; য.বো.'২২; কু.বো.'১৫]

উত্তর: কোনো স্প্রিং-এর মুক্ত প্রান্তের একক সরণ ঘটালে স্প্রিংটি সরণের বিপরীত দিকে যে বল প্রয়োগ করে তাকে ঐ স্প্রিং-এর স্প্রিং ধ্রুবক বলে। স্প্রিং ধ্রুবক 2.5Nm^{-1} দ্বারা বুঝায় স্প্রিংটির 1m সরণের জন্য 2.5N বল প্রয়োগ করতে হবে বা স্প্রিং এর মুক্ত প্রান্তের 1m সরণ ঘটলে স্প্রিংটি সরণের বিপরীত দিকে $2.5\ \text{N}$ বল প্রয়োগ করে।

প্রশ্ন-২৪। একটি স্প্রিং-কে খণ্ডিত করলে এর ধ্রুবক পরিবর্তন হবে কি? ব্যাখ্যা কর। [ঢা.বো.'২৩]

উত্তর: একটি স্প্রিংকে কেটে অর্ধেক করলে এর স্প্রিং ধ্রুবক পরিবর্তন হয়। কারণ স্প্রিং এর ক্ষেত্রে স্প্রিং ধ্রুবক (k) এবং পাক সংখ্যার (n) গুণফল ধ্রুব থাকে।

এখন, বোঝার সুবিধার্থে কোনো স্প্রিংকে কেটে অর্ধেক করলে এর পাক সংখ্যা হবে $\frac{n}{2}$।

পরিবর্তিত স্প্রিং ধ্রুবক k' ধরলে, $n \times k = k' \times \left(\frac{n}{2}\right)$

$$\therefore k' = 2k$$

দেখা যাচ্ছে যে, স্প্রিং কে কেটে অর্ধেক করলে স্প্রিং ধ্রুবক দ্বিগুণ হয়। অর্থাৎ, স্প্রিংকে যেকোনো মাপে কেটে খন্ডিত করলে বা যুক্ত করলেও এর স্প্রিং ধ্রুবকের পরিবর্তন ঘটবে।

প্রশ্ন-২৫। একই স্প্রিং ধ্রুবকবিশিষ্ট দুটি স্প্রিংকে সমান্তরাল সমবায়ে যুক্ত করলে সমবায়ের স্প্রিং ধ্রুবক পরিবর্তন হবে কিনা? ব্যাখ্যা কর। [চ.বো.'১৭]

উত্তর: ধরি, একই স্প্রিং ধ্রুবক (k) বিশিষ্ট দু'টি স্প্রিংকে সমান্তরাল সমবায়ে সংযুক্ত করা হলো। এই সমবায়ের উপর F পরিমাণ বল প্রয়োগ করে টানা হলে বলটি ২ ভাগ হয়ে প্রতিটি স্প্রিংয়ে $\frac{F}{2}$ পরিমাণ বল প্রয়োগ করবে। প্রতিটি স্প্রিংয়ের সরণ (x) সমান হবে। সেক্ষেত্রে,

$\frac{F}{2} = kx$ (উভয়ে স্প্রিংয়ের ক্ষেত্রে)

ধরি, এই সমবায়ের স্প্রিং ধ্রুবক K_q.

সুতরাং, $F = k_{eq} \times x$

এখন, $F = \frac{F}{2} + \frac{F}{2}$

বা, $k_{eq} \cdot x = kx + kx$

$\therefore k_{eq} = k + k = 2k$

সুতরাং, সমান্তরাল সমবায়ে যুক্ত করলে সমবায়ের স্প্রিং ধ্রুবক দ্বিগুণ হয়ে যাবে।

CS CamScanner

প্রশ্ন-২৬। **একটি ভূ-স্থির উপগ্রহে স্প্রিং ভর ব্যবস্থায় দোলনকাল কেমন হবে? ব্যাখ্যা কর।** [চ.বো.'২৩]

উত্তর: একটি ভূ-স্থির উপগ্রহে স্প্রিং ভর ব্যবস্থার দোলনকাল পৃথিবীতে এর দোলনকালের সমান হবে। আমরা জানি, স্প্রিং ভর ব্যবস্থার দোলনকাল (T) প্রত্যক্ষভাবে স্প্রিংয়ে ঝুলন্ত ভর (m) এবং স্প্রিং ধ্রুবক (k)-এর উপর নির্ভর করে। নিচের সমীকরণ থেকে বিষয়টি স্পষ্ট হয়।

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$$

যেহেতু যেকোনো স্প্রিং এর ক্ষেত্রে ভর এবং স্প্রিং ধ্রুবক একটি অন্তর্নিহিত রাশি। তাই পৃথিবী, চাঁদ, অন্য কোনো গ্রহ কিংবা ভূ-স্থির উপগ্রহ সবখানে এই রাশিদ্বয়ের মান অপরিবর্তিত থাকে। সুতরাং দোলনকালও ধ্রুব থাকে। অপরদিকে আমরা জানি, ভর ঝুলানোর পর স্প্রিংয়ের প্রসারণ e এবং অভিকর্ষজ ত্বরণ g হলে দোলনকাল, $T = 2\pi\sqrt{\frac{e}{g}}$

দ্বিতীয় সমীকরণের ক্ষেত্রে ভূ-স্থির উপগ্রহে g এর মান পরিবর্তিত হয়। g এর মান পরিবর্তিত হয় বলে স্প্রিং এর উপর প্রযুক্ত বলের মানও পরিবর্তিত হয়। এক্ষেত্রে স্প্রিংয়ের প্রসারণ e এর মানও সমভাবে পরিবর্তিত হবে। ফলস্বরূপ দোলনকাল T এর মানও অপরিবর্তিত থাকবে।

প্রশ্ন-২৭। **ধ্রুব বল ও স্প্রিং স্পন্দন এর সাথে দোলনকালের সম্পর্ক স্থাপন কর।** [দি.বো.'১৫]

উত্তর: ধ্রুব বল k এবং স্পন্দন এর দোলনকাল T এবং কৌণিক কম্পাঙ্ক ω।

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi \times \frac{1}{\sqrt{\frac{k}{m}}} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$$

এখানে,

$$\omega^2 = \frac{k}{m}$$

প্রশ্ন-২৮। **নির্দিষ্ট স্প্রিং ও ভরের জন্য স্প্রিং-এর দোলনকাল ধ্রুবক ব্যাখ্যা কর।**

উত্তর: আমরা জানি, কোনো স্প্রিং-এর m ভরের জন্য প্রসারণ e হলে স্প্রিং ধ্রুবক k এর জন্য,

$$mg = ek$$

বা, $\frac{m}{k} = \frac{e}{g}$

আবার, দোলনকাল T হলে,

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{e}{g}}$$

বা, $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$

অর্থাৎ ভর m ও k নির্দিষ্ট হলে যেকোনো স্থানে দোলনকাল, T এর মান সমান অর্থাৎ T = ধ্রুব।

প্রশ্ন-২৯। **উলম্ব তলে কম্পিত কোনো স্প্রিংয়ের দোলনকাল পৃথিবী ও চাঁদের পৃষ্ঠে একই হবে কি? ব্যাখ্যা কর।** [সি.বো.'২৪]

উত্তর: আমরা জানি, স্প্রিং এর দোলনকাল, $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$

উপরোক্ত সমীকরণে বস্তুর ভর, m এবং স্প্রিং ধ্রুবক k কোনোটিই চাঁদ বা পৃথিবীর উপর তথা অবস্থানের উপর নির্ভরশীল নয়। যেহেতু চাঁদ ও পৃথিবীতে m ও k এর মান একই থাকবে, সেহেতু উভয় স্থানে T এর মানও একই থাকবে। তাই উলম্ব তলে কম্পিত কোনো স্প্রিং এর দোলনকাল পৃথিবী ও চাঁদের পৃষ্ঠে একই হবে।

সরল দোলক সম্পর্কিত

প্রশ্ন-৩০। **সরল দোলকের গতি সরল ছন্দিত গতি- ব্যাখ্যা কর।** [য. বো.'১৬]

উত্তর: সরল দোলন গতি: কোনো পর্যায় গতিসম্পন্ন বস্তুর উপর কার্যরত ত্বরণ যদি তার গতিপথের একটি নির্দিষ্ট বিন্দু অভিমুখে এমনভাবে ক্রিয়া করে যে, তার মান ঐ বিন্দু হতে বস্তুর সরণের মানের সমানুপাতিক হয়, তবে বস্তুর উক্ত গতিকে সরল দোলন গতি বলে।

সরল দোলন গতির নিম্নলিখিত বৈশিষ্ট্য রয়েছে:

১. ইহা একটি পর্যাবৃত্ত গতি।

২. একটি নির্দিষ্ট সময় পরপর এই গতি বিপরীতমুখী হয়।

৩. এর গতি একটি সরলরেখায় ঘটে।

৪. ত্বরণ সর্বদা সরণের সমানুপাতিক।

৫. ত্বরণ সরণের বিপরীতমুখী।

৬. ত্বরণ বস্তু কণাটির মধ্যে অবস্থান অভিমুখী।

একটি সরল দোলক অল্প বিস্তারে দুলতে থাকলে এটি সরল দোলনগতির বৈশিষ্ট্য মেনে চলে তাই সরল দোলকের গতি সরল ছন্দিত গতি।

প্রশ্ন-৩১। **সব দোলক সরল দোলক নয়— ব্যাখ্যা করো।** *[দি.বো.'২৫,'১৬]*

উত্তর: একটি ভারী আয়তনহীন বস্তুকণাকে ওজনহীন, নমনীয় ও অপ্রসারণশীল সুতা দিয়ে ঝুলিয়ে দিলে এটি যদি ঘর্ষণ এড়িয়ে স্বাধীনভাবে একটি উল্লম্ব তলে দুলতে পারে তবে তাকে সরল দোলক বলে। সরল দোলকের গতিকে সরলছন্দিত স্পন্দন গতি বিবেচনা করতে হলে এর কৌণিক বিস্তার 4° এর মধ্যে রাখা জরুরি। কৌণিক বিস্তার 4° এর বেশি হলে সরল দোলকের গতিপথ বৃত্তাকার হয়ে পড়ে, তখন এ গতিকে সরলছন্দিত স্পন্দন গতি বিবেচনা করা সম্ভব নয়। এর ফলে এটি সরল দোলকের সমীকরণ, $T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$ মেনে চলে না। এ কারণে, সরল দোলকের কৌণিক বিস্তার 4° এর মধ্যে রাখা হয়। বাস্তবে সব দোলকের কৌণিক বিস্তার 4° এর মধ্যে না থেকে, বরং বেশি থাকে। তাই, সব দোলক সরল দোলক নয়।

প্রশ্ন-৩২। **সেকেন্ড দোলক এক ধরনের সরলদোলক— ব্যাখ্যা কর।** *[য.বো.'২৪]*

উত্তর: একটি ভারী আয়তনহীন বস্তুকণাকে ওজনহীন, নমনীয় ও অপ্রসারণশীল সুতা দিয়ে ঝুলিয়ে দিলে এটি যদি ঘর্ষণ এড়িয়ে স্বাধীনভাবে একটি উল্লম্ব তলে দুলতে পারে তবে তাকে সরল দোলক বলে। সেকেন্ড দোলক হলো সে সরলদোলক যার দোলনকাল 2 সেকেন্ড। অর্থাৎ যে সকল সরলদোলকের দোলনকাল 2 sec এর বেশি বা কম তারা সেকেন্ড দোলক নয়। তাই সকল সেকেন্ড দোলকই এক ধরনের সরলদোলক।

প্রশ্ন-৩৩। **স্পন্দনরত কণার কৌণিক বিস্তার 4° এর মধ্যে রাখতে হয় কেন, ব্যাখ্যা কর।** *[কু.বো.'২৩]*

অথবা, সরল দোলকের কৌণিক বিস্তার 4° এর মধ্যে রাখা হয় কেন? ব্যাখ্যা কর। *[ব.বো.'২৫; সি.বো.'১৯]*

উত্তর: সরল দোলকের গতিকে সরলছন্দিত স্পন্দন গতি বিবেচনা করতে হলে এর কৌণিক বিস্তার 4° এর মধ্যে রাখা জরুরি। কৌণিক বিস্তার 4° এর বেশি হলে সরল দোলকের গতিপথ বৃত্তাকার হয়ে পড়ে, তখন এ গতিকে সরলছন্দিত স্পন্দন গতি বিবেচনা করা সম্ভব নয়। এর ফলে এটি সরল দোলকের সমীকরণ, $T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$ মেনে চলে না। এ কারণে, সরল দোলকের কৌণিক বিস্তার 4° এর মধ্যে রাখা হয়।

প্রশ্ন-৩৪। **কোন সময়ে সরল দোলকের গতি সরলরৈখিক হয়? ব্যাখ্যা কর।** *[ঢা.বো.'২৩]*

উত্তর: সরল দোলকে দোলন সৃষ্টি করলে এটি এর কার্যকরী দৈর্ঘ্যের সমান ব্যাসার্ধের বৃত্তচাপ বরাবর গতিশীল হয়। এ গতি বৃত্তীয় গতি। এখন বৃত্তচাপের দৈর্ঘ্যের তুলনায় ব্যাসার্ধের মান অনেক বড় হলে সেই বৃত্তচাপকে প্রায় সরলরেখা হিসেবেই বিবেচনা করা যায়। সরল দোলকের গতিকে সরল ছন্দিত স্পন্দন হতে হলে এর গতিপথ সরলরৈখিক হওয়া একটি শর্ত। সরল দোলকের বিস্তার 4° এর কম রাখলে এ শর্ত পূরণ হয়। তাই বলা যায় সরল দোলকের বিস্তার 4° এর কম রাখলে এর গতিপথ সরলরৈখিক হয়।

প্রশ্ন-৩৫। **একটি সরল দোলকের কৌণিক বিস্তার 3°, এর গতি সরল ছন্দিত হবে কিনা– ব্যাখ্যা কর।** *[ব.বো.'১৫]*

উত্তর: চিত্র মতে কার্যকরী বল mgsinθ। কারণ mgcosθ, T দ্বারা নিষ্ক্রিয় হয়,

$\therefore mg\sin\theta = -ma$ [∴ বল সরণের বিপরীতমুখী]

$g\sin\theta = -a$

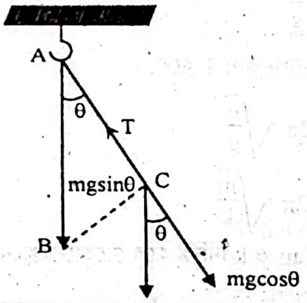
বা, $a = -g\sin\theta$

বা, $a = -g\theta$ $[\because \theta = 3^\circ, \therefore \sin\theta = \theta]$

বা, $a = -g\frac{BC}{AC} = -g\frac{x}{L} = -\frac{g}{L}x$

$\therefore a \propto -x$ $[\because \frac{g}{L} = \omega^2 = \text{constant}]$

∴ কৌণিক বিস্তার 3° হলে, এর গতি সরল ছন্দিত গতি হবে।



প্রশ্ন-৩৬। **সেকেন্ড দোলকের কার্যকরী দৈর্ঘ্য অভিকর্ষজ ত্বরণের সমানুপাতিক – ব্যাখ্যা কর।**

উত্তর: আমরা জানি,

$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$

বা, $T^2 = 4\pi^2\frac{L}{g}$

বা, $4 = 4\pi^2\frac{L}{g}$ $[T = 2\ s]$

বা, $g = \pi^2 L$

বা, $L = \frac{g}{\pi^2}$

$\therefore L \propto g$ $[\because \pi^2$ ধ্রুবক$]$

অতএব, সেকেন্ড দোলকের কার্যকরী দৈর্ঘ্য অভিকর্ষজ ত্বরণের সমানুপাতিক

প্রশ্ন-৩৭। **দোলনরত একটি সরলদোলক সাম্যাবস্থায় এসে থেমে যায় না কেন? ব্যাখ্যা কর।** *[রা.বো.'১৯]*

উত্তর: দোলনরত একটি সরল দোলক সাম্যাবস্থায় এসে থেমে যায় না. যদিও ত্বরণ শূন্য কারণ সাম্যাবস্থানে দোলকের বেগ সর্বোচ্চ থাকে ফলে গতিজড়তার কারণে এটি সম্মুখ দিকে অগ্রসর হতে থাকে এবং সর্বোচ্চ ত্বরণে পৌছালে বেগ শূন্য হয় যেহেতু ত্বরণ সরণের বিপরীতে ক্রিয়া করে তাই দোলকটি আবার শূন্য বেগ হতে সর্বোচ্চ বেগের দিকে ধাবিত হয়। এভাবে একই ঘটনার পুনরাবৃত্তি ঘটায় এবং দোলকটি চলমান থাকে

প্রশ্ন-৩৮। **একটি দোলক ঘড়ির দোলনকাল 2.5s হলে এটি সঠিক সময় দিবে কি? ব্যাখ্যা কর।** *[রা.বো.'১৯]*

উত্তর: কোনো দোলক ঘড়ির দোলনকাল 2.5s হলে এটি সঠিক সময় দেবে না। কারণ 2.5s দোলনকালসম্পন্ন দোলকঘড়িটি যখন একটি পূর্ণ দোলন সম্পন্ন করতে তখন এটি 2.5s সময় অতিবাহিত করবে। কিন্তু একটি আদর্শ দোলক ঘড়ি একটি পূর্ণ দোলন সম্পন্ন করতে 2s সময় অতিবাহিত করবে। সুতরাং প্রদত্ত ঘড়িটি প্রতি দোলনে 0.5s সেকেন্ড ধীর হবে।

প্রশ্ন-৩৯। **মহাকাশে একজন নভোচারীর নিকট একটি সেকেন্ড দোলকের কম্পাংকের পরিবর্তন হয়—ব্যাখ্যা করো।** *[দি.বো.'২৩]*

উত্তর: ভূ-পৃষ্ঠে সেকেন্ড দোলকের দোলনকাল,

$$T = 2\ \text{s}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{f} = 2 \quad [f = \text{কম্পাঙ্ক}]$$

$$\therefore f = \frac{1}{2}\ \text{Hz}$$

আমরা জানি,

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}} \quad [L = \text{কার্যকরী দৈর্ঘ্য},\ g = \text{অভিকর্ষজ ত্বরণ}]$$

$$\Rightarrow \frac{1}{f} = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$$

$$\therefore f = \frac{\sqrt{g}}{2\pi\sqrt{L}}$$

যেহেতু মহাকাশে $g = 0$, সেহেতু মহাকাশে $f = 0$ হবে।

সুতরাং, মহাকাশে একজন নভোচারীর নিকট একটি সেকেন্ড দোলকের কম্পাঙ্কের পরিবর্তন হবে।

প্রশ্ন-৪০। **দোলককে পৃথিবীর কেন্দ্রে নিলে দোলনকালের কী পরিবর্তন ঘটবে?** *[রা.বো.'২২]*

***অথবা*, পৃথিবীর কেন্দ্রে সরলদোলকের দোলনকাল কিরূপ হবে—ব্যাখ্যা কর।** *[য.বো.'১৭]*

উত্তর: আমরা জানি, পৃথিবীর কেন্দ্রে অভিকর্ষজ ত্বরণের মান শূন্য।

এখন, কোনো দোলককে পৃথিবীর কেন্দ্রে নেওয়া হলে দোলকটির দোলনকাল,

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$$

$$= 2\pi\sqrt{\frac{L}{0}}$$

$$= \infty\ (\text{অসীম})$$

এখানে,
L = কার্যকরী দৈর্ঘ্য
g = অভিকর্ষজ ত্বরণ

অর্থাৎ, দোলককে পৃথিবীর কেন্দ্রে নিলে দোলনকাল অসীম হবে।

প্রশ্ন-৪১। **পরিবেশের তাপমাত্রার হ্রাস বৃদ্ধির সাথে দোলক ঘড়ি দ্রুত কিংবা ধীরে চলে—ব্যাখ্যা কর।** *[চ.বো.'২৩]*

উত্তর: দোলক ঘড়ির কার্যনীতি সরল দোলকের দোলনকালের অনুরূপ এবং এর দোলনকাল 2 সেকেন্ড হয়। আমরা জানি নির্দিষ্ট স্থানে স্বল্প কৌণিক বিস্তারের সরল দোলকের দোলনকাল, এর কার্যকরী দৈর্ঘ্যের বর্গমূলের সমানুপাতিক। পরিবেশের তাপমাত্রার উপর দোলক ঘড়ির দোলনকাল নির্ভরশীল। তাপমাত্রা হ্রাস পেলে দোলক ঘড়ির কার্যকরী দৈর্ঘ্য সংকোচনের ফলে হ্রাস পায়। তাই দোলনকালও হ্রাস পায়। ফলে দোলনকালের মান 2 সেকেন্ড অপেক্ষা কমে যায় অর্থাৎ ঘড়ি তখন দ্রুত চলে। আবার তাপমাত্রা বৃদ্ধি পেলে দোলক ঘড়ির কার্যকরী দৈর্ঘ্য সম্প্রসারণের ফলে বৃদ্ধি পায়। তাই দোলনকালও বৃদ্ধি পায়। ফলে দোলনকালের মান 2 সেকেন্ড অপেক্ষা বেড়ে যায় অর্থাৎ ঘড়ি তখন ধীরে চলে।

বাস্তব জীবনে পর্যায়বৃত্ত গতির ব্যবহার

প্রশ্ন-৪২। **শীতকালে দোলক ঘড়ি দ্রুত চলে কেন? ব্যাখ্যা কর।** *[রা.বো.'২৩]*

***অথবা*, শীতকালে দোলক ঘড়ির দোলনকাল কিরূপ হবে? ব্যাখ্যা কর।** *[সি.বো.'২২]*

***অথবা*, শীতকালে দোলক ঘড়ি দ্রুত না ধীরে চলে– ব্যাখ্যা কর।** *[য.বো.'২২]*

উত্তর: দোলক ঘড়ির কার্যনীতি সরল দোলকের অনুরূপ এবং এর দোলনকাল 2 সেকেন্ড হয়। আমরা জানি নির্দিষ্ট স্থানে স্বল্প কৌণিক বিস্তারের সরল দোলকের দোলনকাল, এর কার্যকরী দৈর্ঘ্যের বর্গমূলের সমানুপাতিক। শীতকালে তাপমাত্রা কম থাকায় দোলক ঘড়ির কার্যকরী দৈর্ঘ্য সংকোচনের ফলে হ্রাস পায়, তাই দোলনকালও হ্রাস পায়। ফলে দোলক ঘড়ির দোলনকালের মান 2 সেকেন্ড অপেক্ষা কমে যায়। তাই দোলক ঘড়ি প্রতি মিনিটে 30 এর অধিক বা প্রতি 2 সেকেন্ডে এক এর অধিক পূর্ণ দোলন সম্পন্ন করে বিধায় ঘড়ি দ্রুত চলে।

প্রশ্ন-৪৩। **পৃথিবীর বিভিন্ন স্থানে সেকেন্ডে দোলকের দৈর্ঘ্য কি বিভিন্ন হতে পারে? ব্যাখ্যা কর।** *[য.বো.'২১]*

উত্তর: সেকেন্ড দোলকের দৈর্ঘ্য অভিকর্ষজ ত্বরণের (g) সমানুপাতিক। তাই যেখানে g-এর মান বেশি সেখানে সেকেন্ড দোলকের কার্যকরী দৈর্ঘ্য বেশি এবং যেখানে g-এর মান কম সেখানে কার্যকরী দৈর্ঘ্য কম।

প্রশ্ন-৪৪। **গ্রীষ্মকালে দোলক ঘড়ির দৈর্ঘ্য কমাতে হয় কেন? ব্যাখ্যা করো।** *[কু.বো.'২৫]*

উত্তর: গ্রীষ্মকালে তাপমাত্রা বৃদ্ধির ফলে দোলকের সুতার দৈর্ঘ্য (l) বৃদ্ধি পায় এবং এর ফলে কার্যকর দৈর্ঘ্য ($L = l + r$) বৃদ্ধি পায়। তাই, $T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$ সূত্রানুযায়ী, L বেড়ে যাওয়ার ফলে T এর মানও বেড়ে যায়। অর্থাৎ, দোলক ঘড়ি ধীরে চলে। এজন্যই গ্রীষ্মকালে দোলক ঘড়ি ধীরে চলে। সঠিক সময় পাওয়ার জন্য গ্রীষ্মকালে দোলক ঘড়ির দৈর্ঘ্য কমাতে হয়। কারণ, L এর মান কমলে T এর মানও কমবে এবং এর ফলে সঠিক সময় পাওয়া যাবে।

CS CamScanner

প্রশ্ন-৪৫। **গরমকালে দোলক ঘড়ি ধীরে চলে কেন— ব্যাখ্যা করো।** [য.বো.'২৫]

উত্তর: গরমকালে তাপমাত্রা বৃদ্ধির ফলে দোলক ঘড়ির সুতার দৈর্ঘ্য (l) বৃদ্ধি পায় এবং এর ফলে কার্যকর দৈর্ঘ্য ($L = l + r$) বৃদ্ধি পায়। তাই, $T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$ সূত্রানুযায়ী, L বেড়ে যাওয়ার ফলে T এর মানও বেড়ে যায়। অর্থাৎ, দোলক ঘড়ি ধীরে চলে। তাই, গরমকালে দোলক ঘড়ি ধীরে চলে।

Similar Questions

- ✓ অধিক গরমের কারণে দোলক ঘড়ির ধীরে চলার কারণ বিশ্লেষণ করো। [ঢা.বো.'২৫]
- ✓ গ্রীষ্মকালে দোলক ঘড়ি ধীরে চলে— ব্যাখ্যা কর। [কু.বো.'২৪; ব.বো.'২১; দি.বো.'১৭; রা., কু., চ., ব. (সম্মিলিত) বো.'১৮]
- ✓ একটি ফাঁপা গোলক পিণ্ডকে তরল দ্বারা অর্ধপূর্ণ করলে এর পর্যায়কালের উপর কী প্রভাব পড়বে? ব্যাখ্যা কর। [চ.বো.'২২]

প্রশ্ন-৪৬। গিটারের তারের গতি পর্যায়বৃত্ত গতি-ব্যাখ্যা কর। [য.বো.'২১]

উত্তর: যদি কোনো গতিশীল বস্তুকণা একটি নির্দিষ্ট সময় পরপর একটি নির্দিষ্ট বিন্দুকে বারবার একই দিক থেকে অতিক্রম করে তবে তার গতিকে পর্যায়বৃত্ত গতি বলে। বাদ্যযন্ত্র গীটার হতে সুরযুক্ত শব্দের মধ্যে বিভিন্ন কম্পাঙ্কের একাধিক শব্দ মিশ্রিত থাকে বলে একে স্বর বলে। এক্ষেত্রে শব্দের উৎস জটিল পর্যাবৃত্ত গতিতে কাঁপতে থাকে।

প্রশ্ন-৪৭। **ফাঁপা দোলকপিণ্ডকে তরল দ্বারা পূর্ণ করে তলায় ছোট ছিদ্র করে দিলে দোলকটি প্রথমে ধীরে এবং পরে দ্রুত চলবে কেন? ব্যাখ্যা করো।** [রা.বো.'২৫]

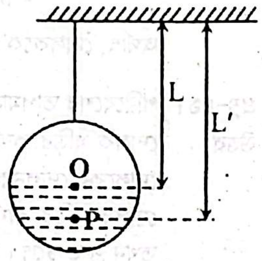
উত্তর: ফাঁপা দোলকপিন্ড তরল দ্বারা সম্পূর্ণ করলে এর মাঝামাঝি অবস্থানে ভারকেন্দ্র বিদ্যমান থাকে। ফলে ভারকেন্দ্রের এই অবস্থানের জন্য যে কার্যকরী দৈর্ঘ্য বিদ্যমান তার জন্য একটি নির্দিষ্ট দোলনকাল রয়েছে। ছিদ্র করার কারণে তরলের পরিমাণ কমতে থাকবে, ফলে ভারকেন্দ্র নিচের দিকে নামতে থাকবে এবং কার্যকরী দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি পাবে। এজন্য দোলনকাল বৃদ্ধি পাবে এবং দোলকটি ছিদ্র করার পর প্রথমে ধীরে চলবে। তরল প্রায় শেষ হয়ে গেলে দোলকপিন্ডের নিজস্ব ভরের জন্য ভারকেন্দ্র আবার উপরের দিকে উঠবে, ফলে কার্যকরী দৈর্ঘ্য কমবে এবং দোলনকাল কমবে। এজন্য তরল প্রায় শেষ হয়ে যাওয়ার পরে দোলকটি দ্রুত চলে।

প্রশ্ন-৪৮। **ফাঁকা দোলকপিণ্ডকে তরল দ্বারা অর্ধপূর্ণ করলে দোলকটি ধীরে চলবে না দ্রুত চলবে? ব্যাখ্যা কর।** [ব.বো.'২৪]

অথবা, একটি ফাঁপা গোলককে তরল দ্বারা অর্ধপূর্ণ করলে দ্রুত না ধীরে চলবে—ব্যাখ্যা কর। [রা.বো.'১৭]

উত্তর: ফাঁকা দোলকপিণ্ডকে তরল দ্বারা অর্ধপূর্ণ করলে দোলকটি ধীরে চলবে।

আমরা জানি, দোলনকাল, $T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}} \Rightarrow T \propto \sqrt{L}$। অর্থাৎ, দোলনকাল কার্যকরী দৈর্ঘ্যের সমানুপাতিক। ফাঁকা দোলকপিণ্ডকে তরল দ্বারা অর্ধপূর্ণ করলে ভারকেন্দ্র O থেকে P বিন্দুতে নেমে যায়। তাই তরল দ্বারা অর্ধপূর্ণ করার পর কার্যকরী দৈর্ঘ্য L', আগের কার্যকরী দৈর্ঘ্য L থেকে বেশি। তাই ২য় ক্ষেত্রে দোলনকাল T' পূর্বের দোলনকাল T থেকে বেশি হবে (T' > T)। দোলনকাল যত বেশি হয়, দোলকটি তত ধীরে চলে। তাই ফাঁকা দোলকপিণ্ডকে তরল দ্বারা অর্ধপূর্ণ করলে দোলকটি ধীরে চলবে।



Similar Question

- ✓ একটি ফাঁপা গোলক পিণ্ডকে তরল দ্বারা অর্ধপূর্ণ করলে এর পর্যায়কালের উপর কী প্রভাব পড়বে? ব্যাখ্যা কর। [চ.বো.'২২]

প্রশ্ন-৪৯। **সেকেন্ড দোলকের দোলনকাল পৃথিবীর বিভিন্ন স্থানে বিভিন্ন হতে পারে কী?**

উত্তর: যে দোলকের দোলনকাল দুই সেকেন্ড তাকে সেকেন্ড দোলক বলে। অর্থাৎ দোলকের দোলনকাল একটি ধ্রুব সংখ্যা। কাজেই বিভিন্ন স্থানে সেকেন্ড দোলকের দোলনকাল পরিবর্তিত হয়ে দুই সেকেন্ডের কম বা বেশি হলে সেটি আর সেকেন্ড দোলক থাকবে না।

প্রশ্ন-৫০। **বিষুব থেকে মেরু অঞ্চলে দোলক ঘড়ি দ্রুত চলে কেন?**

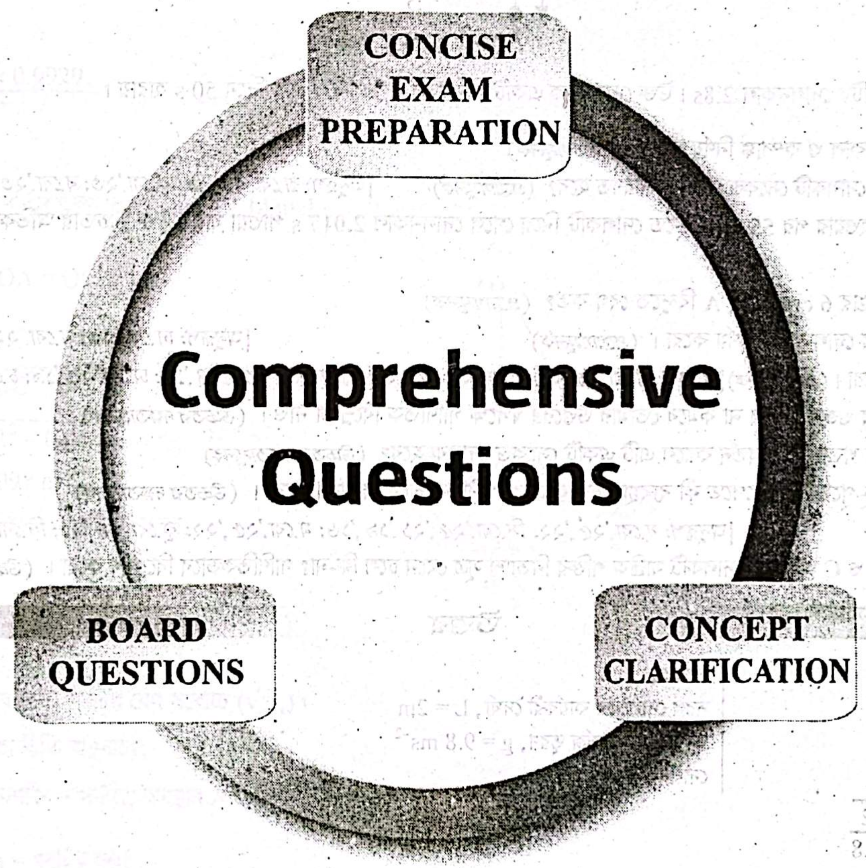
উত্তর: সরল দোলকের দোলনকাল অভিকর্ষজ ত্বরণের বর্গমূলের ব্যাস্তানুপাতিক। মেরু অঞ্চলে অভিকর্ষজ ত্বরণের মান বিষুব অঞ্চল থেকে বেশি। কাজেই বিষুব অঞ্চলে দোলনকাল বেশি এবং মেরু অঞ্চলে দোলনকাল কম হবে। অতএব একটি দোলক ঘড়িকে বিষুব অঞ্চল হতে মেরু অঞ্চলে নিলে ঘড়িটি দ্রুত চলে।

প্রশ্ন-৫১। **পাহাড়ের ওপর দোলক ধীরে চলে কেন?**

উত্তর: খনির ভেতর বা পাহাড়ের চূড়ায় g-এর মান কম। আবার দোলনকাল g এর বর্গমূলের ব্যাস্তানুপাতিক। কাজেই একটি দোলককে পাহাড়ের ওপর বা খনিতে নিলে এর দোলনকাল বেড়ে যায়। ফলে দোলক ধীরে চলে।

প্রশ্ন-৫২। **সমত্বরণে চলন্ত লিফটে দোলকের দোলনকাল কীরূপ হয়?**

উত্তর: সমত্বরণে লিফট যদি উপরের দিকে উঠতে থাকে তবে এর অভ্যন্তরে অবস্থিত দোলকের ওপর কার্যকর ত্বরণ g-এর মান বৃদ্ধি পায় ফলে দোলনকাল কমে যায়। লিফট যখন সমত্বরণে নিচে নামে তখন কার্যকর ত্বরণ কমে যায়, ফলে দোলনকাল বৃদ্ধি পায়।


CONCISE EXAM PREPARATION
BOARD QUESTIONS
CONCEPT CLARIFICATION

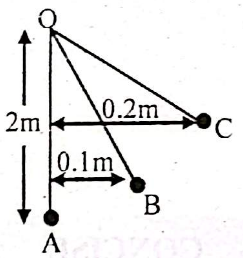
Comprehensive Questions

প্রিয় শিক্ষার্থী,

এই অধ্যায় থেকে বিগত HSC পরীক্ষায় মোট **৮০টি সৃজনশীল প্রশ্ন** এসেছে। পরীক্ষার আগে এই অল্প সময়ে এতগুলো প্রশ্নোত্তর অনুশীলন করা তোমাদের জন্য কষ্টসাধ্য; এছাড়াও এই প্রশ্নোত্তরগুলোর অধিকাংশই প্রত্যক্ষ ও পরোক্ষভাবে 'Repeat' !!!

তোমাদের সুবিধার্থে এই ৮০টি সৃজনশীল প্রশ্নকে সমন্বয় করে মাত্র ৩টি COMPREHENSIVE QUESTIONS এ পরিণত করা হয়েছে, যেগুলো বুঝে অনুশীলন করলে এই অধ্যায়ের সব বোর্ড প্রশ্নতো Cover হবেই সাথে এই অধ্যায় সংশ্লিষ্ট গুরুত্বপূর্ণ প্রায় প্রতিটি বিষয়ই তোমাদের আয়ত্তে চলে আসবে।

প্রশ্ন নং-১ সরল দোলক সম্পর্কিত



অজানা কোনো এক স্থানে দোলকটির দোলনকাল 2.8s। উক্ত দোলককে একটি পাহাড়ের উপর নিলে এটি দিনে 50 s হারায়।

(i) ভূ-পৃষ্ঠে দোলকটির দোলনকাল ও কম্পাঙ্ক নির্ণয় করো। (*প্রয়োগমূলক*) [অনুরূপ: *ঢা.বো.'২১*]

(ii) কার্যকরী দৈর্ঘ্য কত কমালে দোলকটি সেকেন্ড দোলকে পরিণত হবে? (*প্রয়োগমূলক*) [অনুরূপ: *রা.বো.'২৫,'১৯; কু.বো.'২৩; ব.বো.'২৩; দি.বো.'২২; য.বো.'২১; সি.বো.'১৬*]

(iii) সেকেন্ড দোলকে পরিণত হওয়ার পর 55 km উঁচুতে দোলকটি নিয়ে গেলে দোলনকাল 2.017 s পাওয়া যায়। উক্ত উচ্চতায় অভিকর্ষজ ত্বরণ কত? (*প্রয়োগমূলক*) [অনুরূপ: *দি.বো.'২৫*]

(iv) কার্যকরী দৈর্ঘ্য 1 m ও বিস্তার 6 cm হলে, A বিন্দুতে বেগ কত? (*প্রয়োগমূলক*) [*ম.বো.'২৩*]

(v) পাহাড়ের চূড়ায় দোলকটির দোলনকাল নির্ণয় করো। (*প্রয়োগমূলক*) [অনুরূপ: *ঢা.বো.'২৩; য.বো.'২২,'১৫; কু.বো.'২১,'১৯; ব.বো.'১৯*]

(vi) পাহাড়টির উচ্চতা নির্ণয় করো। (*প্রয়োগমূলক*) [অনুরূপ: *রা.বো.'২৫,'২১; দি.বো.'২৫,'২৪,'২১; ম.বো.'২৫; কু.বো.'২৪,'১৯; ঢা.বো.'২৩,'১৯; চ.বো.'২৩; য.বো.'২১,'১৫, সি.বো.'১৯*]

(vii) পাহাড়ের চূড়ায় দোলকটির ওজন বাড়বে না কমবে তোমার উত্তরের স্বপক্ষে গাণিতিক বিশ্লেষণ দাও। (*উচ্চতর দক্ষতামূলক*) [অনুরূপ: *দি.বো.'১৭*]

(viii) দোলকটির কম্পাঙ্কের কত শতাংশ পরিবর্তন করলে এটি একটি সেকেন্ড দোলক হবে? (*উচ্চতর দক্ষতামূলক*) [অনুরূপ: *ঢা.বো.'২১*]

(ix) পাহাড়টিতে দোলনকাল ভূ-পৃষ্ঠের ন্যায় পেতে কী ব্যবস্থা গ্রহণ করবে? গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ করো। (*উচ্চতর দক্ষতামূলক*) [অনুরূপ: *য.বো.'২৫,'২২; সি.বো.'২৫,'২১,'১৯,'১৬; ম.বো.'২৫,'২২; কু.বো.'২৪,'২১; দি.বো.'২৪,'২১; চ.বো.'২৩; রা.বো.'২১*]

(x) ববের ভর 20 gm হলে B ও C অবস্থানে দোলকটি যান্ত্রিক শক্তির নিত্যতা সূত্র মেনে চলে কি-না? গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ করো। (*উচ্চতর দক্ষতামূলক*) [*য.বো.'২১*]

উত্তর

i আমরা জানি,

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$$

$$= 2 \times 3.1416\sqrt{\frac{2}{9.8}}$$

$$= 2.838 \text{ s}$$

এখানে,
সরল দোলকের কার্যকরী দৈর্ঘ্য, L = 2m
ভূ-পৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g = 9.8 \text{ ms}^{-2}$
দোলনকাল, T = ?

সুতরাং, ভূ-পৃষ্ঠে দোলকটির দোলনকাল 2.838 s। [Ans.]

আবার আমরা জানি,

$$f = \frac{1}{T}$$

$$= \frac{1}{2.838}$$

$$= 0.352 \text{ Hz}$$

এখানে,
ভূ-পৃষ্ঠে দোলনকাল, T = 2.838s
কম্পাঙ্ক, f = ?

সুতরাং, দোলকটির কম্পাঙ্ক 0.352 Hz। [Ans.]

ii আমরা জানি,

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$$

$$\Rightarrow T^2 = 4\pi^2\frac{L}{g}$$

$$\therefore L = \frac{gT^2}{4\pi^2}$$

$$= \frac{9.8 \times 2^2}{4 \times (3.1416)^2}$$

$$= 0.9929 \text{ m}$$

এখানে,
দোলনকাল, T = 2 s
অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g = 9.8 \text{ ms}^{-2}$
দোলকটির নতুন কার্যকরী দৈর্ঘ্য, L = ?

সুতরাং, দোলকটির দৈর্ঘ্য (2 – 0.9929) = 1.01m কমালে দোলকটি সেকেন্ড দোলকে পরিণত হবে। [Ans.]

iii আমরা জানি,

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$$

এখানে,
কার্যকরী দৈর্ঘ্য, $L = 0.9929$ m [সেকেন্ড দোলককে পরিণত হওয়ার পর, 'ii' নং হতে পাই]
দোলনকাল, $T = 2.017$ s
অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g = ?$

$$\Rightarrow T^2 = 4\pi^2\frac{L}{g}$$

$$\therefore g = \frac{4\pi^2 L}{T^2}$$

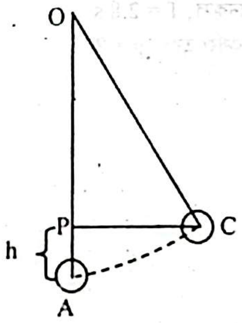
$$= \frac{4 \times (3.1416)^2 \times 0.9929}{(2.017)^2}$$

$$= 9.635 \text{ ms}^{-2}$$

সুতরাং, উক্ত উচ্চতায় অভিকর্ষজ ত্বরণ 9.635 ms^{-2}। [Ans.]

iv এখানে, কার্যকরী দৈর্ঘ্য = OA = OC = 1 m

বিস্তার = PC = 6 cm = 0.06 m



চিত্র হতে পাই, $OP = \sqrt{OC^2 - PC^2}$

$$= \sqrt{1^2 - 0.06^2}$$

$$= 0.998 \text{ m}$$

$\therefore$ C বিন্দুতে (সর্বোচ্চ অবস্থানে) ববটির উচ্চতা,

$$h = OA - OP$$

$$= 1 \text{ m} - 0.998 \text{ m}$$

$$= 0.002 \text{ m}$$

এখানে, A বিন্দুতে (সাম্যাবস্থানে) ববটির বেগ সর্বোচ্চ (v_{max})।

এখন, শক্তির সংরক্ষণশীলতা নীতি অনুসারে,

সর্বোচ্চ অবস্থান C তে বিভবশক্তি = সর্বনিম্ন অবস্থান A তে গতিশক্তি

$$\Rightarrow mgh = \frac{1}{2}mv_{max}^2 \quad [m = \text{ববটির ভর}]$$

$$\Rightarrow v_{max}^2 = 2gh$$

$$\Rightarrow v_{max} = \sqrt{2gh}$$

$$= \sqrt{2 \times 9.8 \times 0.002} \quad [\because \text{অভিকর্ষজ ত্বরণ}, g = 9.8 \text{ms}^{-2}]$$

$$= 0.198 \text{ ms}^{-1}$$

সুতরাং, দোলকের A বিন্দুতে বেগ 0.198 ms^{-1}। [Ans.]

v আমরা জানি,

পাহাড়ের চূড়ায় দোলনকাল T' হলে,

$$T' = T \times \frac{t}{t-n}$$

এখানে,
সময়, $t = 1$ দিন
$= 24 \times 60 \times 60$s
$= 86400$ s
পাহাড়ের চূড়ায় হারানো সময়, $n = 50$ s
ভূ-পৃষ্ঠে দোলনকাল, $T = 2.838$s ['i' হতে পাই]

$$= 2.838 \times \frac{86400}{86400 - 50}$$

$$= 2.8396 \text{ s}$$

সুতরাং, পাহাড়ের চূড়ায় দোলনকাল 2.8396 s। [Ans.]

Note

সময় হারালে, $T' = T \times \frac{t}{t-n}$ এবং সময় লাভ করলে, $T' = T \times \frac{t}{t+n}$ সূত্র ব্যবহার করতে হবে।

vi আমরা জানি,

পাহাড়টির উচ্চতা h হলে,

$$h = R\left(\frac{T'}{T} - 1\right)$$

$$= 6.4 \times 10^6 \times \left(\frac{2.8396}{2.838} - 1\right)$$

$$= 3608.17 \text{ m}$$

এখানে,
ভূ-পৃষ্ঠে দোলনকাল, $T = 2.838$ s
পৃথিবীর ব্যাসার্ধ, $R = 6.4 \times 10^6$ m
পাহাড়ের চূড়ায় দোলনকাল, $T' = 2.8396$ s ['v' হতে পাই]
পাহাড়ের চূড়ার উচ্চতা, h = ?

সুতরাং, পাহাড়ের চূড়ার উচ্চতা 3608.17 m। [Ans.]

Note

বোর্ড প্রশ্নে কিছু ক্ষেত্রে দুটি পাহাড়ের উচ্চতা বের করে তুলনা করতে বলা হয়, যা উপরোল্লিখিত প্রক্রিয়ার অনুরূপ উপায়ে সমাধান করতে হয়। এক্ষেত্রে অপর পাহাড়ের উচ্চতাও একই পদ্ধতিতে বের করে তুলনা করতে হবে।

vii আমরা জানি,

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$$

$$\Rightarrow T^2 = 4\pi^2\frac{L}{g}$$

$$\therefore g = \frac{4\pi^2 L}{T^2}$$

$$= \frac{4 \times (3.1416)^2 \times 2}{(2.8)^2}$$

$$= 10.07 \text{ ms}^{-2}$$

এখানে,
দোলকটির দৈর্ঘ্য, L = 2 m
দোলনকাল, T = 2.8 s
অভিকর্ষজ ত্বরণ, g = ?

সুতরাং, ঐ স্থানে অভিকর্ষজ ত্বরণ 10.07 ms^{-2}।

পাহাড়ের চূড়ায়:

ধরি, পাহাড়ের চূড়ায় অভিকর্ষজ ত্বরণ = g_H
উক্ত স্থানে দোলকের ওজন = W
পাহাড়ের চূড়ায় দোলকের ওজন = W_H

এখানে,
কার্যকরী দৈর্ঘ্য, L = 2 m
দোলনকাল, $T_H = 2.8396$ s ['v' হতে পাই]

আমরা জানি,

$$T_H = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g_H}}$$

$$\text{বা, } T_H^2 = 4\pi^2\frac{L}{g_H}$$

$$\therefore g_H = 4\pi^2\frac{L}{T_H^2}$$

$$= 4 \times (3.1416)^2 \times \frac{2}{2.8396^2}$$

$$= 9.79 \text{ ms}^{-2}$$

উপরের গাণিতিক বিশ্লেষণ থেকে দেখা যাচ্ছে যে,

$$g > g_H$$

$$\therefore W > W_H$$

সুতরাং, ঐ স্থান থেকে পাহাড়ে কোনো বস্তু নিয়ে গেলে বস্তুটির ওজন কমবে।

viii 'i' হতে পাই, ঐ স্থানে কম্পাঙ্ক, f = 0.352 Hz

ধরি, সেকেন্ড দোলকের কম্পাঙ্ক = f′

সুতরাং,

$$\text{সেকেন্ড দোলকের কম্পাঙ্ক, } f' = \frac{1}{T'}$$

$$= \frac{1}{2}$$

$$= 0.5 \text{ Hz}$$

দেওয়া আছে, উক্ত স্থানে-
দোলনকাল, T = 2.8 s
আমরা জানি,
সেকেন্ড দোলকের দোলনকাল, T′ = 2 s

সুতরাং, কম্পাঙ্কের শতকরা পরিবর্তন $= \frac{f' - f}{f'} \times 100\%$

$= \frac{0.5 - 0.352}{0.5} \times 100\%$

$= 29.6\%$

সুতরাং, কম্পাঙ্কের শতকরা পরিবর্তন 29.6%। [Ans.]

ix ধরি, ভূ-পৃষ্ঠে এবং পাহাড়ের উপর অভিকর্ষজ ত্বরণ যথাক্রমে g ও g'।
এবং ভূ-পৃষ্ঠে এবং পাহাড়ের উপর দোলনকাল যথাক্রমে T ও T'।

এখানে,
পৃথিবীর ব্যাসার্ধ, $R = 6.4 \times 10^6$ m
পাহাড়টির উচ্চতা, $h = 3608.17$ m ['vi' হতে]

আমরা জানি, $g = \frac{GM}{R^2}$ ……… (1)

এবং $g' = \frac{GM}{(R+h)^2}$ ……… (2)

সমীকরণ (2) ÷ (1) করে পাই,

$\therefore \frac{g'}{g} = \left(\frac{R}{R+h}\right)^2$ ……… (3)

আবার, $T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$

$T' = 2\pi\sqrt{\frac{L'}{g'}}$

যেখানে, L ও L' যথাক্রমে ভূ-পৃষ্ঠে ও পাহাড়ের চূড়ায় দোলকের দৈর্ঘ্য।

প্রশ্নমতে, $T = T'$

$\therefore 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}} = 2\pi\sqrt{\frac{L'}{g'}}$

$\Rightarrow \frac{L}{g} = \frac{L'}{g'}$

$\Rightarrow \frac{L'}{L} = \frac{g'}{g}$

$= \left(\frac{R}{R+h}\right)^2$ [(3) নং সমীকরণ হতে]

$= \left(\frac{6.4 \times 10^6}{6.4 \times 10^6 + 3608.17}\right)^2$

$= 0.9988$

$\Rightarrow L' = 0.9988\ L$

$\therefore \Delta L = L' - L$

$= 0.9988\ L - L$

$= -0.0012\ L$

$\therefore$ শতকরা পরিবর্তন $= \frac{\Delta L}{L} \times 100\%$

$= \frac{-0.0012\ L}{L} \times 100\%$

$= -0.12\%$

সুতরাং, দোলকের সুতার কার্যকরী দৈর্ঘ্য 0.12% কমালে পাহাড়টিতে দোলকটির দোলনকাল ভূ-পৃষ্ঠের ন্যায় পাওয়া যাবে। [Ans.]

Note

বোর্ড প্রশ্নে কিছু ক্ষেত্রে এই একই সমস্যায় $L = L'$ হয় এবং T' বের করতে হয়। তখন, $T \propto \frac{1}{\sqrt{g}}$ সম্পর্ক অনুযায়ী $\frac{T'}{T} = \sqrt{\frac{g}{g'}}$ সূত্র ব্যবহার করে T' বের করতে হয়। ভূ-পৃষ্ঠ হতে নিচে যাওয়া হয়েছে বলা হলে, $g' = \left(1 - \frac{h}{R}\right) \times g$ সূত্র ব্যবহার করতে হবে। অন্য গ্রহ বা উপগ্রহে নিলে সেই গ্রহ/উপগ্রহের অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g' = \frac{GM_x}{R_x^2}$ (যেখানে, M_x গ্রহ/উপগ্রহের ভর এবং R_x গ্রহ/উপগ্রহের ব্যাসার্ধ)।

x চিত্র হতে পাই,

$$BM^2 + OM^2 = OB^2$$
$$\Rightarrow OM = \sqrt{OB^2 - BM^2}$$
$$= \sqrt{2^2 - (0.1)^2}$$
$$= 1.997 \text{ m}$$

এবং $CN^2 + ON^2 = OC^2$

$$\Rightarrow ON = \sqrt{OC^2 - CN^2}$$
$$= \sqrt{2^2 - (0.2)^2}$$
$$= 1.989 \text{ m}$$
$$\therefore AM = OA - OM$$
$$= 2 - 1.997$$
$$= 0.003 \text{ m}$$
$$AN = OA - ON$$
$$= 2 - 1.989$$
$$= 0.011 \text{ m}$$

এবং $MN = AN - AM$

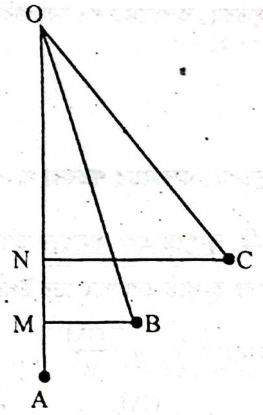
$$= 0.011 - 0.003$$
$$= 0.008 \text{ m}$$

এখানে,

$BM = 0.1$ m

$CN = 0.2$ m

$OA = OB = OC = 2$ m



এখন, B বিন্দুতে ববের–

বিভবশক্তি,

$$U_B = mgh_B$$
$$= mg.AM \quad [h_B = B \text{ বিন্দুতে ববের উচ্চতা} = AM]$$
$$= 0.02 \times 9.8 \times 0.003$$
$$= 0.588 \times 10^{-3} \text{ J}$$

এখানে,

ববের ভর, $m = 20$ g

$= 0.02$ kg

অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g = 9.8 \text{ ms}^{-2}$

এবং গতিশক্তি, $K_B = \frac{1}{2} m v_B^2$ [v_B = B বিন্দুতে ববের বেগ]

$$= \frac{1}{2} m.2g.MN$$
$$= 0.02 \times 9.8 \times 0.008$$
$$= 1.568 \times 10^{-3} \text{ J}$$

∴ B বিন্দুতে মোট যান্ত্রিক শক্তি,

$$E_B = U_B + K_B$$
$$= 0.588 \times 10^{-3} + 1.568 \times 10^{-3}$$
$$= 2.156 \times 10^{-3} \text{ J}$$

আবার, C বিন্দুতে ববের বিভবশক্তি,

$$U_C = mgh_C \quad [h_C = C \text{ বিন্দুর ববের উচ্চতা} = AN]$$
$$= mgAN$$
$$= 0.02 \times 9.8 \times 0.011$$
$$= 2.156 \times 10^{-3} \text{ J}$$

এবং গতিশক্তি, $K_C = \frac{1}{2} m v_C^2$ [v_C = C বিন্দুতে ববের বেগ]

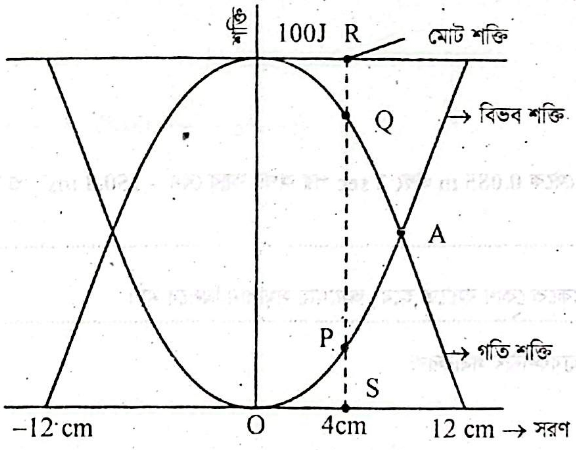
$= 0$ [যেহেতু, C বিন্দুতে ববের সর্বাধিক সরণ হয়, তাই সেক্ষেত্রে তার বেগ শূন্য]

∴ C বিন্দুতে মোট যান্ত্রিক শক্তি,

$$E_C = U_C + K_C$$
$$= 2.156 \times 10^{-3} + 0$$
$$= 2.156 \times 10^{-3} \text{ J}$$

সুতরাং, B ও C অবস্থানে দোলকটি যান্ত্রিক শক্তির নিত্যতা সূত্র মেনে চলে। [Ans.]

প্রশ্ন নং-২ সরল ছন্দিত স্পন্দন সম্পর্কিত



কণাটির ভর 0.5 kg এবং কণাটির ব্যবকলনীয় সমীকরণ: $\frac{d^2x}{dt^2} + 4\pi^2 x = 0$। অপর একটি বস্তুর সরণ: $x = 8\cos\left(6\pi t + \frac{\pi}{2}\right)$।

(i) A বিন্দুতে কণাটির সরণ নির্ণয় করো এবং 2 sec পর অপর বস্তুটির বেগ ও ত্বরণ নির্ণয় করো। (*প্রয়োগমূলক*) [ব.বো.'২৪; অনুরূপ: ঢা.বো.'২৫; কু.বো.'২৫; রা.বো.'২৩]

(ii) Q বিন্দুতে কণাটির বেগ এবং সর্বোচ্চ বেগ নির্ণয় করো। (*প্রয়োগমূলক*) [অনুরূপ: ঢা.বো.'২৪; রা.বো.'২৪,'২২; কু.বো.'২২; ব.বো.'১৭]

(iii) কণাটির সর্বোচ্চ ত্বরণ নির্ণয় করো। (*প্রয়োগমূলক*)

(iv) কণাটির আদি অবস্থান x = 0.015m হলে, দশা ধ্রুবক বের করো। (*প্রয়োগমূলক*) [কু.বো.'২১]

(v) সমীকরণ থেকে কণাটির রৈখিক কম্পাঙ্ক নির্ণয় করো। (*প্রয়োগমূলক*) [অনুরূপ: ব.বো.'২৫; সি.বো.'২৪]

(vi) সমীকরণ থেকে বল ধ্রুবকের মান বের করো। (*প্রয়োগমূলক*)

(vii) P, Q ও R বিন্দুতে শক্তির নিত্যতা সূত্রটি প্রযোজ্য কি-না— তা গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ করো। (*উচ্চতর দক্ষতামূলক*) [সি.বো.'২২; অনুরূপ: ব.বো.'২২]

(viii) t = 1.125 s ও t = 1.625 সেকেন্ডে সমীকরণটির মাধ্যমে যান্ত্রিক শক্তির নিত্যতা যাচাই করো। (*উচ্চতর দক্ষতামূলক*) [কু.বো.'২১; অনুরূপ: য.বো.'২৪]

(ix) P বিন্দুতে ক্রিয়াশীল বল বস্তুর ওজন অপেক্ষা কম কি-না? গাণিতিকভাবে যাচাই করো। (*উচ্চতর দক্ষতামূলক*) [অনুরূপ: য.বো.'২৪; কু.বো.'২২]

উত্তর

i এখানে, সর্বোচ্চ সরণ বা বিস্তার, A = 12 cm = 0.12 m

এবং "A" বিন্দুতে গতিশক্তি এবং বিভবশক্তি সমান।

আমরা জানি, গতিশক্তি, $K = \frac{1}{2}k(A^2 - x^2)$

বিভবশক্তি, $U = \frac{1}{2}kx^2$

প্রশ্নমতে, U = K

বা, $\frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}k(A^2 - x^2)$

বা, $x^2 = A^2 - x^2$

বা, $2x^2 = A^2$

বা, $x^2 = \frac{(0.12)^2}{2}$

বা, $x = \sqrt{\frac{0.0144}{2}}$

$\therefore x = 0.085$ m

দেওয়া আছে, অপর বস্তুটির সরণের সমীকরণ–

$$x = 8\cos\left(6\pi t + \frac{\pi}{2}\right)$$

$$\therefore \frac{dx}{dt} = 8 \times \left[-\sin\left(6\pi t + \frac{\pi}{2}\right) \times 6\pi\right]$$

বা, $v = \left[-8\sin\left(6\pi t + \frac{\pi}{2}\right) \times 6\pi\right]$ $\left[\because \text{বেগ}, v = \frac{dx}{dt}\right]$

t = 2s হলে, $v = -8\sin\left(6\pi \times 2 + \frac{\pi}{2}\right) \times 6\pi$

$\therefore v = -150.8\ \text{ms}^{-1}$

আবার, $\frac{dv}{dt} = \left[-8\cos\left(6\pi t + \frac{\pi}{2}\right) \times (6\pi)^2\right]$ $\left[\because \text{ ত্বরণ, } a = \frac{dv}{dt}\right]$

বা, $a = \left[-8\cos\left(6\pi t + \frac{\pi}{2}\right) \times 36\pi^2\right]$

$t = 2s$ হলে,

$a = \left[-8\cos\left(6\pi \times 2 + \frac{\pi}{2}\right) \times 36\pi^2\right]$

$= 0 \text{ ms}^{-2}$

অর্থাৎ, A বিন্দুতে কণাটির সরণ সাম্যাবস্থান থেকে 0.085 m এবং 2 sec পর অপর বস্তুর বেগ – 150.8 ms^{-1} ও ত্বরণ 0 ms^{-2}। [Ans.]

বি:দ্র:

এক্ষেত্রে অবশ্যই ক্যালকুলেটরে Radian এককে কোণ বসাতে হবে, অন্যথায় সমাধান মিলবে না।

ii প্রদত্ত সরল ছন্দিত স্পন্দনে স্পন্দনরত কণার ব্যবকলনীয় সমীকরণ:

$$\frac{d^2x}{dt^2} + 4\pi^2 x = 0$$

$$\Rightarrow \frac{d^2x}{dt^2} + (2\pi)^2 x = 0 \ \ldots\ldots\ldots (1)$$

আমরা জানি, সরল ছন্দিত স্পন্দনের আদর্শ ব্যবকলনীয় সমীকরণ:

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \omega^2 x = 0$$

সুতরাং, সমীকরণ হতে পাই,

$\omega = 2\pi$ Hz

আমরা জানি,

বেগ, $v = \omega\sqrt{A^2 - x^2}$

$= 6.2832 \times \sqrt{(0.12)^2 - (0.04)^2}$

$= 0.71 \text{ ms}^{-1}$

এবং সর্বোচ্চ বেগ, $v_{max} = \omega A$

$= 6.2832 \times 0.12$

$= 0.754 \text{ ms}^{-1}$

এখানে,

কৌণিক কম্পাঙ্ক, $\omega = 2\pi$ Hz

$= 2 \times 3.1416$

$= 6.2832$ Hz

বিস্তার, A = 12 cm = 0.12 m

Q বিন্দুতে কণাটির সরণ, x = 4cm = 0.04m

সুতরাং, Q বিন্দুতে বেগ 0.71 ms^{-1} এবং সর্বোচ্চ বেগ 0.754 ms^{-1}। [Ans.]

iii আমরা জানি,

সর্বোচ্চ ত্বরণ, $a = \omega^2 A$

$= (6.2832)^2 \times 0.12$

$= 4.74 \text{ ms}^{-2}$

এখানে, কৌণিক কম্পাঙ্ক,

$\omega = 2\pi$ Hz

$= 2 \times 3.1416$

$= 6.2832$ Hz

বিস্তার, A = 12 cm = 0.12 m

সুতরাং, সর্বোচ্চ ত্বরণ 4.74 ms^{-2}। [Ans.]

iv যখন, সরল ছন্দিত স্পন্দনে স্পন্দনরত কণাটিকে x = 0.015 m অবস্থান হতে ছেড়ে দেওয়া হলো, তখন সময় t = 0 s ছিলো।

সেক্ষেত্রে, কণার সরণের সমীকরণ নিম্নরূপ:

$x = A\sin(\omega t + \delta)$

$\Rightarrow 0.015 = 0.12 \times \sin(\omega \times 0 + \delta)$

$\Rightarrow \sin\delta = \frac{0.015}{0.12}$

$\Rightarrow \sin\delta = 0.125$

$\Rightarrow \delta = \sin^{-1}(0.125)$

$\therefore \delta = 0.1253$ রেডিয়ান

এখানে,

বিস্তার, A = 12 cm

= 0.12 m

দশা ধ্রুবক, $\delta = ?$

সুতরাং, কণার দশা ধ্রুবক 0.1253 রেডিয়ান। [Ans.]

বি:দ্র:

এক্ষেত্রে অবশ্যই ক্যালকুলেটরে Radian এককে কোণ বসাতে হবে, অন্যথায় সমাধান মিলবে না।

CS CamScanner

v প্রদত্ত সরল ছন্দিত স্পন্দনে স্পন্দনরত কণার ব্যবকলনীয় সমীকরণ:

$$\frac{d^2x}{dt^2} + 4\pi^2x = 0$$

$$\Rightarrow \frac{d^2x}{dt^2} + (2\pi)^2x = 0 \;\ldots\;\ldots\;\ldots\; (1)$$

আমরা জানি, সরল ছন্দিত স্পন্দনের আদর্শ ব্যবকলনীয় সমীকরণ: $\frac{d^2x}{dt^2} + \omega^2x = 0$

সুতরাং, সমীকরণ হতে পাই, $\omega = 2\pi$

আমরা জানি, রৈখিক কম্পাঙ্ক, $f = \frac{\omega}{2\pi}$

$$\Rightarrow f = \frac{2\pi}{2\pi}$$

$$\therefore f = 1 \text{ Hz}$$

সুতরাং, রৈখিক কম্পাঙ্ক 1 Hz। [Ans.]

vi আমরা জানি,

বল ধ্রুবক, $k = \omega^2 m$

$$= (6.2832)^2 \times 0.5$$

$$= 19.74 \text{ kgs}^{-2}$$

সুতরাং, বল ধ্রুবক 19.74 kgs^{-2}। [Ans.]

এখানে,
কণার ভর, $m = 0.5$ kg
কৌণিক কম্পাঙ্ক, $\omega = 2\pi$ Hz ['v' হতে]
$= 2 \times 3.1416 = 6.2832$ Hz
বল ধ্রুবক, $k = ?$

Note

বোর্ড প্রশ্নে k ও m এর মান দেয়া থাকলে এবং ω এর মান চাইলে, $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$ সূত্র ব্যবহার করে সমাধান করতে হবে।

vii এখানে, চিত্র হতে এটা স্পষ্ট যে সাম্যাবস্থান হতে P, Q এবং R তিনটি বিন্দুই সমদূরবর্তী।

উক্ত দূরত্ব, $x = 4$ cm $= 0.04$ m

বিস্তার, $A = 12$ cm $= 0.12$ m

আমরা জানি, মোট শক্তি,

$$E = \frac{1}{2}kA^2 \quad [k = \text{বল ধ্রুবক}]$$

$$\text{বা, } k = \frac{2E}{A^2}$$

$$= \frac{2 \times 100}{(0.12)^2}$$

$$= 13888.89 \text{ Nm}^{-1}$$

এখানে,
মোটশক্তি, $E = 100$ J
বিস্তার, $A = 0.12$ m

এখন, P, Q বা, R বিন্দুতে গতিশক্তি E_k হলে,

$$E_k = \frac{1}{2}k(A^2 - x^2)$$

$$= \frac{1}{2} \times 13888.89 \times (0.12^2 - 0.04^2)$$

$$= 88.89 \text{ J}$$

এবং বিভব শক্তি E_p হলে, $E_p = \frac{1}{2}kx^2$

$$= \frac{1}{2} \times 13888.89 \times 0.04^2$$

$$= 11.11 \text{ J}$$

∴ বিভব শক্তি ও গতিশক্তির সমষ্টি,

$$E_p + E_k = (11.11 + 88.89) \text{ J}$$

$= 100$ J ; যা মোট শক্তি E এর সমান।

অর্থাৎ, P, Q এবং R বিন্দুতে শক্তির নিত্যতা সূত্রটি প্রযোজ্য।

viii 'iv' হতে পাই,

দশা ধ্রুবক, $\delta = 0.1253$ রেডিয়ান

'vi' হতে পাই, বল ধ্রুবক, $k = 19.74\ \text{kgs}^{-2}$

তাহলে, $t_1 = 1.125$ s সময়ে কণাটির–

বিভবশক্তি, $U_1 = \frac{1}{2}kA^2\sin^2(\omega t_1 + \delta)$

$$= \frac{1}{2} \times 19.74 \times (0.12)^2 \times \sin^2(6.2832 \times 1.125 + 0.1253)$$

$$= 0.088\ \text{J}$$

এবং গতিশক্তি, $K_1 = \frac{1}{2}kA^2\cos^2(\omega t_1 + \delta)$

$$= \frac{1}{2} \times 19.74 \times (0.12)^2 \times \cos^2(6.2832 \times 1.125 + 0.1253)$$

$$= 0.053\ \text{J}$$

সুতরাং, $t_1 = 1.125$ s সময়ে মোট যান্ত্রিক শক্তি, $E_1 = U_1 + K_1$

$$= 0.088 + 0.053$$

$$= 0.141\ \text{J}$$

আবার, $t_2 = 1.625$ s সময়ে কণাটির–

বিভবশক্তি, $U_2 = \frac{1}{2}kA^2\sin^2(\omega t_2 + \delta)$

$$= \frac{1}{2} \times 19.74 \times (0.12)^2 \times \sin^2(6.2832 \times 1.625 + 0.1253)$$

$$= 0.088\ \text{J}$$

এবং গতিশক্তি, $K_2 = \frac{1}{2}kA^2\cos^2(\omega t_2 + \delta)$

$$= \frac{1}{2} \times 19.74 \times (0.12)^2 \times \cos^2(6.2832 \times 1.625 + 0.1253)$$

$$= 0.053\ \text{J}$$

সুতরাং, $t_2 = 1.625$ s সময়ে মোট যান্ত্রিক শক্তি, $E_2 = U_2 + K_2$

$$= 0.088 + 0.053$$

$$= 0.141\ \text{J}$$

$\therefore E_1 = E_2$

অর্থাৎ, প্রদত্ত দু'টি সময়ে কণার স্পন্দন যান্ত্রিক শক্তির নিত্যতা সূত্র যথার্থভাবে মেনে চলে। [Ans.]

বি:দ্র:

এক্ষেত্রে অবশ্যই ক্যালকুলেটরে Radian এককে কোণ বসাতে হবে, অন্যথায় সমাধান মিলবে না।

ix P বিন্দুতে বস্তুর উপর ক্রিয়াশীল ত্বরণ,

$$a = -\omega^2 x$$

$$= -\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 x$$

$$= -\left(\frac{2 \times 3.14}{1}\right)^2 \times 0.04$$

$$= -1.579\ \text{ms}^{-2}$$

এখানে,

বস্তুর ভর, $m = 0.5$kg

পর্যায়কাল, $T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{2\pi} = 1$s ['v' হতে পাই, $\omega = 2\pi$]

সাম্যাবস্থান হতে সরণ, $x = 4\text{cm} = 0.04$ m

অতএব, x সরণের জন্য বস্তুর উপর ক্রিয়াশীল বল,

$$F = ma$$

$$= 0.5 \times 1.579 \quad \text{[ত্বরণের ঋণাত্মক মান উপেক্ষা করে]}$$

$$= 0.789\ \text{N}$$

আবার, বস্তুটির ওজন,

$$W = mg$$

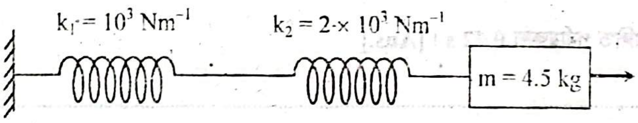
$$= 0.5 \times 9.8 = 4.9\ \text{N}$$

এখানে, $F < W$

সুতরাং, উল্লিখিত সরণের জন্য বস্তুটির উপর ক্রিয়াশীল বল বস্তুর ওজন অপেক্ষা কম।

প্রশ্ন নং-৩ স্প্রিং সম্পর্কিত

দৃশ্যকল্প-১:



দৃশ্যকল্প-২: একটি স্প্রিং এর এক প্রান্ত কোনো দৃঢ় অবলম্বনের সাথে আটকিয়ে ঝুলানো হলো। এর খোলা প্রান্তের সাথে 400 g ভরের একটি বস্তু ঝুলানোর ফলে এটি 12 cm প্রসারিত হয়। একে সাম্যাবস্থান থেকে টেনে 8 cm প্রসারিত করে ছেড়ে দেওয়ায় একটি সরল ছন্দিত স্পন্দন গতিতে দুলতে থাকল।

(i) দৃশ্যকল্প-১ এ তুল্য স্প্রিং ধ্রুবক নির্ণয় করো। (*প্রয়োগমূলক*)

(ii) দৃশ্যকল্প-১ এ m কে k_1 ও k_2 এর মধ্যে স্থাপন করে তুল্য স্প্রিং ধ্রুবক নির্ণয় করো। (*প্রয়োগমূলক*)

(iii) দৃশ্যকল্প-১ এ স্প্রিংগুলোর সম্মিলিত পর্যায়কাল নির্ণয় করো। (*প্রয়োগমূলক*) [*অনুরূপ: ঢা.বো.'২২*]

(iv) দৃশ্যকল্প-১ এ স্প্রিংগুলোর সম্মিলিত কৌণিক কম্পাঙ্ক নির্ণয় করো। (*প্রয়োগমূলক*) [*অনুরূপ: দি.বো.'১৭; ঢা.বো.'১৫*]

(v) দৃশ্যকল্প-১ এ এদের উপর **100 N** বল প্রয়োগ করলে k_1 স্প্রিং ধ্রুবকের স্প্রিংটি কতটুকু প্রসারিত হবে এবং স্প্রিংটি কর্তৃক কৃতকাজ কত হবে তা গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ করো? (*উচ্চতর দক্ষতামূলক*) [*অনুরূপ: য.বো.'২৪; সি.বো.'২১*]

(vi) দৃশ্যকল্প-২ এ বস্তুটির সর্বোচ্চ বেগ নির্ণয় করো। (*প্রয়োগমূলক*) [*চ.বো.'২৫*]

(vii) দৃশ্যকল্প-১ এ k_2 খুলে ফেললে স্প্রিংটির কম্পাঙ্কের পরিবর্তন গাণিতিকভাবে ব্যাখ্যা করো। (*উচ্চতর দক্ষতামূলক*)

(viii) দৃশ্যকল্প-২ এ স্প্রিংটির দোলন যান্ত্রিক শক্তির নিত্যতা মেনে চলে কি? গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে দেখাও। (*উচ্চতর দক্ষতামূলক*) [*চ.বো.'২৫*]

উত্তর

i স্প্রিংদ্বয় শ্রেণি সমবায়ে সংযুক্ত। এদের তুল্য স্প্রিং ধ্রুবক k_s হলে,

$$k_s = \frac{k_1 k_2}{k_1 + k_2}$$
$$= \frac{1000 \times 2000}{1000 + 2000}$$
$$= 666.7 \text{ Nm}^{-1}$$

এখানে, দৃশ্যকল্প-১-এ–

১ম স্প্রিং এর স্প্রিং ধ্রুবক,

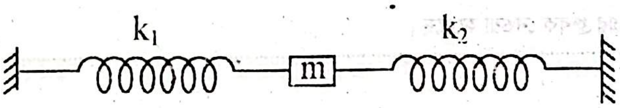
$k_1 = 10^3 \text{ Nm}^{-1} = 1000 \text{ Nm}^{-1}$

২য় স্প্রিং এর স্প্রিং ধ্রুবক,

$k_2 = 2 \times 10^3 \text{ Nm}^{-1} = 2000 \text{ Nm}^{-1}$

সুতরাং, দৃশ্যকল্প-১ এ তুল্য স্প্রিং ধ্রুবক **666.7 Nm^{-1}**। **[Ans.]**

ii m কে k_1 ও k_2 এর মধ্যে স্থাপন করলে:



m কে k_1 ও k_2 এর মধ্যে স্থাপন করলে স্প্রিংদ্বয় সমান্তরাল সমবায়ে সংযুক্ত হয়।

∴ স্প্রিংদ্বয়ের তুল্য স্প্রিং ধ্রুবক,

$$k_p = k_1 + k_2$$
$$= 1000 + 2000$$
$$= 3000 \text{ Nm}^{-1}$$

এখানে, দৃশ্যকল্প-১ এ–

১ম স্প্রিং এর স্প্রিং ধ্রুবক, $k_1 = 10^3 \text{ Nm}^{-1}$

$= 1000 \text{ Nm}^{-1}$

২য় স্প্রিং এর স্প্রিং ধ্রুবক, $k_2 = 2 \times 10^3 \text{ Nm}^{-1} = 2000 \text{ Nm}^{-1}$

সুতরাং, দৃশ্যকল্প-১ এ m কে k_1 ও k_2 এর মধ্যে স্থাপন করে তুল্য স্প্রিং ধ্রুবক **3000 Nm^{-1}**। **[Ans.]**

iii আমরা জানি, পর্যায়কাল, $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k_s}}$

$= 2 \times 3.14 \times \sqrt{\frac{4.5}{666.7}}$

$= 0.52$ s

এখানে,
তুল্য স্প্রিং ধ্রুবক, $k_s = 666.7$ Nm^{-1} ['i' হতে পাই]
ভর, $m = 4.5$kg

সুতরাং, দৃশ্যকল্প-১ এ স্প্রিংগুলোর সম্মিলিত পর্যায়কাল 0.52 s। [Ans.]

Note

বোর্ড প্রশ্নে স্প্রিংগুলো সমান্তরাল সমবায়ে সংযোগ দিলে T এর মান কত হবে তাও চাওয়া হতে পারে। এক্ষেত্রে 'ii' নং প্রশ্নের সমাধানের সূত্র ব্যবহার করে k_p বের করে তারপর সমান্তরাল সংযোগের জন্য পর্যায়কাল, $T_p = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k_p}}$ বের করতে হবে।

iv 'iii' হতে পাই,

পর্যায়কাল, $T = 0.52$ s

আমরা জানি,

কৌণিক কম্পাঙ্ক, $\omega = \frac{2\pi}{T}$

$\Rightarrow \omega = \frac{2\pi}{0.52}$

$\therefore \omega = 12.08$ rads^{-1}

সুতরাং, দৃশ্যকল্প-১ এ কৌণিক কম্পাঙ্ক 12.08 rads^{-1}। [Ans.]

v এক্ষেত্রে,

$F = k_1 x_1$

$\therefore x_1 = \frac{F}{k_1}$

$= \frac{100}{1000}$

$= 0.1$ m

আবার, $W = \frac{1}{2} k_1 x_1^2$

$= \frac{1}{2} \times 1000 \times 0.1^2$

$= 5$ J

এখানে, দৃশ্যকল্প-১ এ–
প্রথম স্প্রিং-এর স্প্রিং ধ্রুবক, $k_1 = 10^3$ Nm^{-1}
$= 1000$ Nm^{-1}
প্রয়োগকৃত বল, $F = 100$ N
স্প্রিং-এর প্রসারণ, $x_1 = ?$
কৃতকাজ, $w = ?$

সুতরাং, দৃশ্যকল্প-১ এ প্রথম স্প্রিং-এর প্রসারণ 0.1 m এবং কৃতকাজ 5J। [Ans.]

বি:দ্র:

দু'টি স্প্রিং শ্রেণিযুক্ত হওয়ায় এদের প্রতিটিতে একই বল প্রযুক্ত হচ্ছে তবে প্রতিটির প্রসারণ ও স্প্রিং ধ্রুবক হচ্ছে ভিন্ন। এজন্য উক্ত সমাধানে প্রথম স্প্রিং-এর প্রসারণ নির্ণয়ের জন্য শুধুমাত্র প্রথম স্প্রিং-এর ধ্রুবক নেওয়া হয়েছে।

vi বল F, বল ধ্রুবক k এবং সরণ x হলে,

$F = kx$

বা, $W = kx$

বা, $k = \frac{W}{x}$

$= \frac{3.92}{0.12}$

$= 32.67$ Nm^{-1}

এখানে, দৃশ্যকল্প-২ এ–
ভর, $m = 400$ g $= 0.4$ kg
অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g = 9.8$ ms^{-2}
বল, $F = W$ (বস্তুর ওজন)
$= mg = 0.4 \times 9.8 = 3.92$ N
সরণ, $x = 12$ cm $= 0.12$ m
বিস্তার, $A = 8$ cm [সাম্যাবস্থান (12cm) থেকে 8 cm প্রসারণ]
$= 0.08$ m

CS CamScanner

এবং কৌণিক কম্পাঙ্ক ω হলে,

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$$
$$= \sqrt{\frac{32.67}{0.4}}$$
$$= 9.037 \text{ Hz}$$

$\therefore$ সর্বোচ্চ বেগ, $v_{max} = \omega A$
$$= 9.037 \times 0.08$$
$$= 0.723 \text{ ms}^{-1}$$

সুতরাং, দৃশ্যকল্প-২ এ বস্তুটির সর্বোচ্চ বেগ 0.723 ms^{-1}। [Ans.]

Note

প্রথমে ভর (বস্তু) দেওয়ার ফলে সাম্যাবস্থানে পৌছায় (12 cm) এবং পরে টানার ফলে একই দিকে আবার সরণ (বিস্তার) হয় (8 cm)।

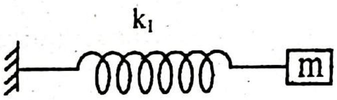
vii **প্রাথমিক চিত্রানুযায়ী:**

দৃশ্যকল্প-১ এ,

পর্যায়কাল, $T = 0.52$ s ['iii' হতে পাই]

$\therefore$ কম্পাঙ্ক, $f = \frac{1}{T}$
$$= \frac{1}{0.52}$$
$$= 1.92 \text{ Hz}$$

k_2 খুলে ফেললে:



দোলনকাল, $T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k_1}}$
$$= 2 \times 3.1416\sqrt{\frac{4.5}{1000}}$$
$$= 0.42 \text{ s}$$

এখানে, দৃশ্যকল্প-১ এ–
ব্লকের ভর, $m = 4.5$ kg
স্প্রিং ধ্রুবক, $k_1 = 10^3 \text{ Nm}^{-1} = 1000 \text{ Nm}^{-1}$

$\therefore$ কম্পাঙ্ক, $f_1 = \frac{1}{T_1}$
$$= \frac{1}{0.42}$$
$$= 2.38 \text{ Hz}$$

সুতরাং, কম্পাঙ্কের পরিবর্তন, $\Delta f = f_1 - f$
$$= 2.38 - 1.92$$
$$= 0.46 \text{ Hz}$$

$\therefore$ কম্পাঙ্কের শতকরা পরিবর্তন $= \frac{\Delta f}{f} \times 100\%$
$$= \frac{0.46}{1.92} \times 100\%$$
$$= 23.96\%$$

সুতরাং, দৃশ্যকল্প-১ এ কম্পাঙ্কের শতকরা পরিবর্তন 23.96%। [Ans.]

viii মোট শক্তি,

$$E = \frac{1}{2}kA^2$$

$$= \frac{1}{2} \times 32.67 \times 0.08^2$$

এখানে, দৃশ্যকল্প-২ এ-

স্প্রিং ধ্রুবক, $k = 32.67\ \text{Nm}^{-1}$ ['vi' হতে পাই]

বিস্তার, $A = 8\ \text{cm}$

$= 0.08\text{m}$

$$= 0.104544\ \text{J}$$

সাম্যাবস্থানে ($x = 0$) মোট শক্তি নির্ণয়:

এখন, গতিশক্তি E_k হলে,

$$E_k = \frac{1}{2}k(A^2 - x^2)$$

$$= \frac{1}{2} \times 32.67 \times (0.08^2 - 0^2)$$

$$= 0.104544\ \text{J}$$

এবং বিভব শক্তি, E_p হলে,

$$E_p = \frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2} \times 32.67 \times 0^2 = 0\ \text{J}$$

∴ বিভব শক্তি ও গতিশক্তির সমষ্টি,

$$E_p + E_k = (0 + 0.104544)\ \text{J}$$

$= 0.104544$ J ; যা মোট শক্তি E এর সমান।

বিস্তারে ($x = A$) মোট শক্তি নির্ণয়:

গতিশক্তি, $E_k = \frac{1}{2}k(A^2 - x^2)$

$$= \frac{1}{2}k(A^2 - A^2)$$

$$= 0\ \text{J}$$

বিভবশক্তি, $E_p = \frac{1}{2}kx^2$

$$= \frac{1}{2}kA^2$$

$$= \frac{1}{2} \times 32.67 \times 0.08^2$$

$$= 0.104544\ \text{J}$$

বিভবশক্তি ও গতিশক্তির সমষ্টি, $E_p + E_k = (0.104544 + 0)\ \text{J}$

$$= 0.104544\ \text{J}$$

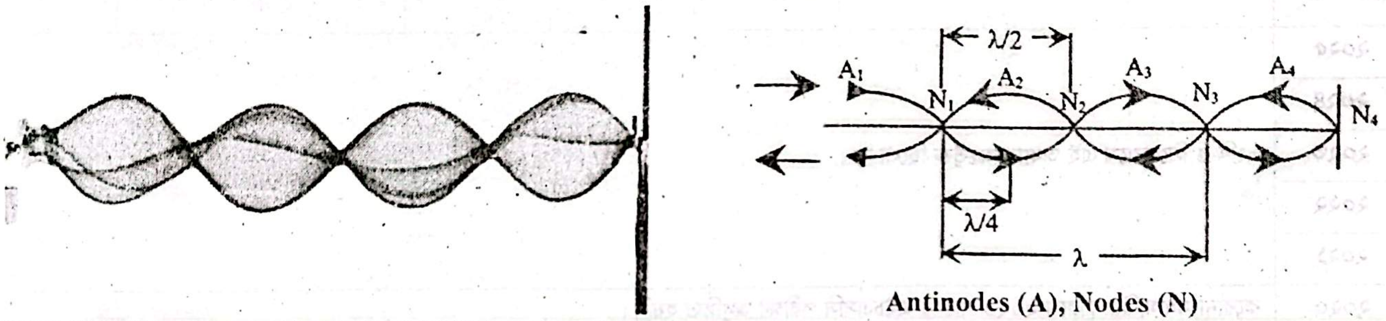
$$= E$$

সুতরাং, দৃশ্যকল্প-২ এ স্প্রিংটির দোলন যান্ত্রিক শক্তির নিত্যতা মেনে চলে।

অধ্যায়
৯

তরঙ্গ

Wave


Standing Wave
λ/2
A₁
A₂
A₃
A₄
N₁
N₂
N₃
N₄
λ/4
λ
Antinodes (A), Nodes (N)

CHAPTER INDEX

বিষয়বস্তু	পৃষ্ঠা নং
✪ Board Questions Analysis	৩২২
✪ Chapter Analysis	৩২৩
✪ Crash Course	৩২৪-৩৩৫
• প্রয়োজনীয় তত্ত্ব, সূত্র, প্রতীক ও একক পরিচিতি	৩২৫
• গুরুত্বপূর্ণ লেখচিত্রসমূহ	৩২৮
• MCQ এর জন্য গুরুত্বপূর্ণ তথ্যসমূহ	৩২৮
• MCQ এর জন্য গুরুত্বপূর্ণ গাণিতিক সমস্যাবলি	৩৩০
✪ Short Question-Answer	৩৩৬-৩৪২
• জ্ঞানমূলক প্রশ্নোত্তর	৩৩৭
• অনুধাবনমূলক প্রশ্নোত্তর	৩৩৯
✪ Comprehensive Questions	৩৪৩-৩৫০

BOARD QUESTIONS ANALYSIS

এই অধ্যায় থেকে বিভিন্ন বোর্ডে বিগত বছরগুলোতে এইচএসসি পরীক্ষায় ১০৭টি বহুনির্বাচনি প্রশ্ন ও ৩০টি সৃজনশীল প্রশ্ন এসেছে। নিচের 'Board Questions Analysis' অংশে এই অধ্যায় থেকে কোন সালে কোন বোর্ডে কতটি প্রশ্ন হয়েছে তা দেখানো হলো –

☑ বহুনির্বাচনি প্রশ্ন

বোর্ড / সাল	ঢাকা	রাজশাহী	কুমিল্লা	যশোর	চট্টগ্রাম	বরিশাল	সিলেট	দিনাজপুর	ময়মনসিংহ
২০২৫	সংক্ষিপ্ত সিলেবাসে এই অধ্যায় অন্তর্ভুক্ত ছিলো না।								
২০২৪									
২০২৩									
২০২২									
২০২১									
২০২০	করোনা মহামারির কারণে ২০২০ সালের এইচএসসি পরীক্ষা অনুষ্ঠিত হয়নি।								
২০১৯	২	১	৪	৪	৩	২	৪	৩	–
২০১৮	সম্মিলিত বোর্ড (১ সেট): ৩।								
২০১৭	২	১	২	২	২	৪	৫	২	–
২০১৬	৫	৭	২	৩	৫	৪	৫	৪	–
২০১৫	৩	৫	২	২	৫	২	২	৫	–

☑ সৃজনশীল প্রশ্ন

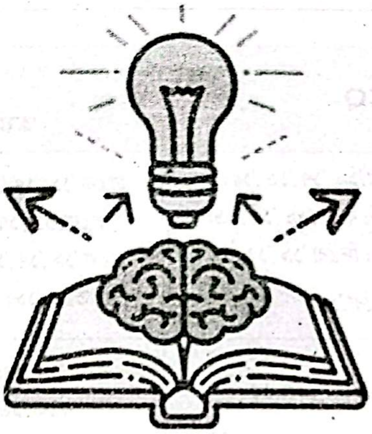
বোর্ড / সাল	ঢাকা	রাজশাহী	কুমিল্লা	যশোর	চট্টগ্রাম	বরিশাল	সিলেট	দিনাজপুর	ময়মনসিংহ
২০২৫	সংক্ষিপ্ত সিলেবাসে এই অধ্যায় অন্তর্ভুক্ত ছিলো না।								
২০২৪									
২০২৩									
২০২২									
২০২১									
২০২০	করোনা মহামারির কারণে ২০২০ সালের এইচএসসি পরীক্ষা অনুষ্ঠিত হয়নি।								
২০১৯	১	১	১	১	১	১	১	১	–
২০১৮	সম্মিলিত বোর্ড (২ সেট): ২।								
২০১৭	১	১	১	১	১	২	১	১	–
২০১৬	১	১	১	–	–	১	১	–	–
২০১৫	–	১	–	১	১	১	১	১	–

CHAPTER ANALYSIS

প্রিয় শিক্ষার্থী

এই অধ্যায়ের কোন Topic গুলো HSC পরীক্ষার জন্য গুরুত্বপূর্ণ তা নিচের চার্ট থেকে বুঝতে পারবে।
যেসব Topic থেকে প্রায়ই HSC পরীক্ষা প্রশ্ন হয়ে থাকে সে Topic গুলোকে অধিক গুরুত্ব দিবে।

Topic	MCQ	CQ	
		প্রয়োগমূলক	উচ্চতর দক্ষতামূলক
তরঙ্গের বিভিন্ন রাশিমালা নির্ণয় সম্পর্কিত	কু.বো.'১৯,'১৫; য.বো.'১৯,'১৭,'১৬,'১৫; চ.বো.'১৯,'১৭,'১৬,'১৫; ব.বো.'১৯,'১৭,'১৬; সি.বো.'১৯,'১৭,'১৬; দি.বো.'১৯,'১৬; সম্মিলিত বো.'১৮	ঢা.বো.'১৯,'১৭,'১৬; রা.বো.'১৯,'১৭; চ.বো.'১৯,'১৭,'১৫; ব.বো.'১৯; কু.বো.'১৯,'১৭,'১৬; দি.বো.'১৯,'১৫; সম্মিলিত.বো.'১৮; সি.বো.'১৭; য.বো.'১৫	—
তীব্রতা ও তীব্রতা লেভেল সম্পর্কিত	কু.বো.'১৯; সি.বো.'১৬; দি.বো.'১৫	য.বো.'১৯,'১৭; সি.বো.'১৯,'১৬; ব.বো.'১৬; রা.বো.'১৫	সি.বো.'১৯,'১৫; য.বো.'১৭; ব.বো.'১৭,'১৬; রা.বো.'১৫; চ.বো.'১৫
বীট সম্পর্কিত	ঢা.বো.'১৯; য.বো.'১৯,'১৬; ব.বো.'১৯,'১৭; সি.বো.'১৯,'১৭,'১৫; দি.বো.'১৯,'১৭,'১৬,'১৫; রা.বো.'১৬; কু.বো.'১৬,'১৫; চ.বো.'১৫	—	কু.বো.'১৯; য.বো.'১৯,'১৫; ব.বো.'১৯,'১৫; দি.বো.'১৯,'১৭; সম্মিলিত.বো.'১৮; ঢা.বো.'১৭; চ.বো.'১৭; সি.বো.'১৭; রা.বো.'১৬
স্থির তরঙ্গ সম্পর্কিত	কু.বো.'১৯; চ.বো.'১৯,'১৬,'১৫; দি.বো.'১৯,'১৫; সম্মিলিত বো.'১৮; ঢা.বো.'১৭,'১৬,'১৫; য.বো.'১৬; ব.বো.'১৬,'১৫; রা.বো.'১৫; সি.বো.'১৫	ব.বো.'১৭	ঢা.বো.'১৯; চ.বো.'১৯; রা.বো.'১৭; কু.বো.'১৭; দি.বো.'১৫



Crash Course

প্রিয় শিক্ষার্থী,

Crash Course-এ বিগত বছরগুলোর HSC পরীক্ষার বহুনির্বাচনি প্রশ্নগুলো বিশ্লেষণ করে–

- গুরুত্বপূর্ণ তথ্যসমূহ টপিক অনুসারে সাজানো হয়েছে যেন, শেষ মুহূর্তে গুছিয়ে রিভিশন করতে পারো।
- 'প্রয়োজনীয় তত্ত্ব, সূত্র, প্রতীক ও একক পরিচিতি' সন্নিবেশিত হয়েছে, যেগুলো আয়ত্তে আনার মাধ্যমে তোমরা সহজে বহুনির্বাচনি অংশের প্রস্তুতি নিতে পারবে।
- এছাড়াও MCQ এর জন্য গুরুত্বপূর্ণ গাণিতিক সমস্যাবলির সমাধান Topic অনুসারে সাজানো হয়েছে, সাথে Similar Problems ও যুক্ত করা হয়েছে, যাতে তোমাদের পরীক্ষার প্রস্তুতি হয় পূর্ণাঙ্গ।

প্রয়োজনীয় তত্ত্ব, সূত্র, প্রতীক ও একক পরিচিতি

☐ তরঙ্গের উপরিপাতন নীতি

কোনো কণার উপর একই সময়ে দুটি তরঙ্গ আপতিত হলে সাম্যাবস্থান থেকে কণাটির লব্ধি সরণ হবে তরঙ্গ দুটির জন্য কণাটির সরণদ্বয়ের ভেক্টর সমষ্টির সমান।

☐ টানা তারে আড় কম্পনের সূত্রাবলি:

◆ দৈর্ঘ্যের সূত্র

কোন কম্পমান তারের টান (T) ও প্রতি একক দৈর্ঘ্যের ভর (μ) স্থির থাকলে টানা তারে আড় তরঙ্গের কম্পাঙ্ক তার দৈর্ঘ্যের (l) ব্যস্তানুপাতিক।

◆ টানের সূত্র

কোন কম্পমান তারের দৈর্ঘ্য (l) ও প্রতি একক দৈর্ঘ্যের ভর (μ) স্থির থাকলে টানা তারে আড় তরঙ্গের কম্পাঙ্ক তার টানের (T) বর্গমূলের সমানুপাতিক।

◆ ভরের সূত্র

কোন কম্পমান তারের টান (T) ও দৈর্ঘ্য (l) স্থির থাকলে টানা তারে আড় তরঙ্গের কম্পাঙ্ক তারের একক দৈর্ঘ্যের ভরের (μ) বর্গমূলের ব্যস্তানুপাতিক।

সূত্র	প্রতীক পরিচিতি	একক
➲ তরঙ্গ ও তরঙ্গ সম্পর্কিত বিভিন্ন রাশি		
• $T = \frac{1}{f} = \frac{2\pi}{\omega}$ • $f = \frac{1}{T} = \frac{N}{t} = \frac{\omega}{2\pi}$ • $\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f$ [ব.বো.'১৯; য.বো.'১৬] • $v = \frac{\lambda}{T} = f\lambda$ • $s = N\lambda$ • একই উৎস, দুটি ভিন্ন মাধ্যমের ক্ষেত্রে: $\frac{v_1}{v_2} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2}$ • একই মাধ্যম, দুটি ভিন্ন উৎসের ক্ষেত্রে: $\frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{f_2}{f_1}$	T = দোলনকাল	সেকেন্ড (s)
	f = কম্পাঙ্ক	হার্টজ (Hz)
	ω = কৌণিক কম্পাঙ্ক	রেডিয়ান/সে. (rad.s^{-1})
	v = বেগ	মিটার/সে. (ms^{-1})
	λ = তরঙ্গদৈর্ঘ্য	মিটার (m)
	N = কম্পন সংখ্যা	–
	t = সময়	সেকেন্ড (s)
	s = অতিক্রান্ত দূরত্ব	মিটার (m)
➲ অগ্রগামী তরঙ্গ সম্পর্কিত		
• অগ্রগামী তরঙ্গের সমীকরণসমূহ– ➢ $y = a \sin(\omega t \mp kx)$ ➢ $y = a \sin\frac{2\pi}{\lambda}(vt \mp x)$ • সূচনা বিন্দু হতে x দূরত্বে তরঙ্গের উপরস্থ কোনো কণার জন্য– ➢ $v_p = \frac{dy}{dt} = \omega a \cos(\omega t \mp kx)$ ➢ $v_{p\text{-}max} = \omega a$ ➢ $f_p = \frac{dv_p}{dt} = -\omega^2 a \sin(\omega t \mp kx)$ ➢ $f_{p\text{-}max} = -\omega^2 a$	a = তরঙ্গের বিস্তার	মিটার (m)
	ω = কৌণিক কম্পাঙ্ক	রেডিয়ান/সে. (rad s^{-1})
	t = সময়	সেকেন্ড (s)
	λ = তরঙ্গদৈর্ঘ্য	মিটার (m)
	v = তরঙ্গ বেগ	মিটার/সে. (ms^{-1})
	k = তরঙ্গ সংখ্যা	মিটার$^{-1}$ (m^{-1})
	x = সূচনা বিন্দু হতে তরঙ্গের আনুভূমিক সরণ	মিটার (m)
	y = সাম্যাবস্থা হতে তরঙ্গ উপরস্থ কণার উলম্ব সরণ	মিটার (m)
	v_p = তরঙ্গ উপরস্থ কণার বেগ	মিটার/সে. (ms^{-1})
	$v_{p\text{-}max}$ = তরঙ্গ উপরস্থ কণার সর্বোচ্চ বেগ	মিটার/সে. (ms^{-1})
	f_p = তরঙ্গ উপরস্থ কণার ত্বরণ	মিটার/সে.^{2} (ms^{-2})
	$f_{p\text{-}max}$ = তরঙ্গ উপরস্থ কণার সর্বোচ্চ ত্বরণ	মিটার/সে.^{2} (ms^{-2})

সূত্র	প্রতীক পরিচিতি	একক
➲ দশা পার্থক্য ও পথ পার্থক্যের সম্পর্ক		
• $\delta = \frac{2\pi}{\lambda} \times x$	δ = দশা পার্থক্য	রেডিয়ান (rad)
	x = পথ পার্থক্য	মিটার (m)
	λ = তরঙ্গের দৈর্ঘ্য	মিটার (m)
➲ স্থির তরঙ্গ সম্পর্কিত		
• স্থির তরঙ্গের সমীকরণ, $y = 2a \cos\frac{2\pi}{\lambda} x \sin\frac{2\pi}{\lambda} vt$ • সুস্পন্দ বিন্দুর শর্ত, $x = 2n\frac{\lambda}{4}$ • নিস্পন্দ বিন্দুর শর্ত, $x = (2n+1)\frac{\lambda}{4}$ • পরপর দুটি সুস্পন্দ বা দুটি নিস্পন্দ বিন্দুর মধ্যবর্তী দূরত্ব $= \frac{\lambda}{2}$ • পরপর একটি সুস্পন্দ ও একটি নিস্পন্দ বিন্দুর মধ্যবর্তী দূরত্ব $= \frac{\lambda}{4}$	a = তরঙ্গের বিস্তার	মিটার (m)
	v = তরঙ্গ বেগ	মিটার/সে. (ms^{-1})
	λ = তরঙ্গদৈর্ঘ্য	মিটার (m)
	t = সময়	সেকেন্ড (s)
	x = সূচনা বিন্দু হতে তরঙ্গের আনুভূমিক সরণ	মিটার (m)
	y = সাম্যাবস্থা হতে তরঙ্গ উপরস্থ কণার উল্লম্ব সরণ	মিটার (m)
	$n = 0, 1, 2, 3, \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$	–
➲ তরঙ্গের তীব্রতা ও তীব্রতা লেভেল সম্পর্কিত		
• $I = \frac{P}{4\pi r^2}$ • $I = 2\pi^2 \rho v a^2 f^2$ • $\beta = 10 \log\frac{I}{I_0}$ [সি.বো.'১৭] • $\beta = 10 \log\frac{P}{P_0}$ • $\Delta\beta = 10 \log\frac{I_2}{I_1}$ • $\Delta\beta = 10 \log\frac{P_2}{P_1}$	I = তরঙ্গের তীব্রতা	ওয়াট/মি.২ (Wm^{-2})
	P = তরঙ্গ ক্ষমতা	ওয়াট (W)
	r = তরঙ্গ উৎস হতে নির্দিষ্ট দূরত্ব	মিটার (m)
	ρ = মাধ্যমের ঘনত্ব	কেজি/মি.৩ (kgm^{-3})
	v = তরঙ্গ বেগ	মিটার/সে. (ms^{-1})
	a = তরঙ্গের বিস্তার	মিটার (m)
	f = তরঙ্গের কম্পাঙ্ক	হার্টজ (Hz)
	I_0 = প্রমাণ তীব্রতা	ওয়াট/মি.২ (Wm^{-1})
	P_0 = প্রমাণ ক্ষমতা	ওয়াট (W)
	β = তীব্রতা লেভেল/ক্ষমতা লেভেল	ডেসিবেল (dB)
	I_1 = প্রাথমিক তীব্রতা	ওয়াট/মি.২ (Wm^{-2})
	I_2 = পরিবর্তিত তীব্রতা	ওয়াট/মি.২ (Wm^{-2})
	$\Delta\beta$ = তীব্রতা লেভেলের পার্থক্য/ক্ষমতা লেভেলের পার্থক্য	ডেসিবল (dB)
	P_1 = প্রাথমিক ক্ষমতা	ওয়াট (W)
	P_2 = পরিবর্তিত ক্ষমতা	ওয়াট (W)
➲ বিট ও বিটের সাহায্যে অজানা কম্পাঙ্ক নির্ণয়		
• $f_B = f_A \pm N$	N = প্রতি সেকেন্ডে উৎপন্ন বীট সংখ্যা	হার্টজ (Hz)
	f_A = জানা কম্পাঙ্ক	হার্টজ (Hz)
	f_B = অজানা কম্পাঙ্ক	হার্টজ (Hz)

CS CamScanner

সূত্র	প্রতীক পরিচিতি	একক
➲ টানা তারে সৃষ্ট আড় কম্পন সম্পর্কিত		
• $f=\frac{1}{2l}\sqrt{\frac{T}{\mu}}=\frac{1}{\lambda}\sqrt{\frac{T}{\mu}}=\frac{1}{2l}\sqrt{\frac{T}{\rho A}}=\frac{1}{\lambda}\sqrt{\frac{T}{\rho A}}$ • $v=\sqrt{\frac{T}{\mu}}=\sqrt{\frac{T}{\rho A}}$	f = তারের কম্পাঙ্ক	হার্টজ (Hz)
	T = তারের টান	নিউটন (N)
	μ = তারের একক দৈর্ঘ্যের ভর	কেজি/মি. (kgm^{-1})
	λ = তরঙ্গ দৈর্ঘ্য	মিটার (m)
	l = তারের দৈর্ঘ্য	মিটার (m)
	v = তরঙ্গ বেগ	মিটার/সে. (ms^{-1})
	ρ = তারের উপাদানের ঘনত্ব	কেজি/মি.³ (kgm^{-3})
	A = তারের প্রস্থচ্ছেদের ক্ষেত্রফল	মিটার² (m^2)
➲ এক মুখ বা দুই মুখ খোলা নলে বায়ু স্তরের কম্পন		
• এক মুখ খোলা নলের জন্য, ➤ $\lambda_n=\frac{4l}{2n+1}$ ➤ $f_n=(2n+1)\frac{v}{4l}$ • দুই মুখ খোলা নলের জন্য, ➤ $\lambda_n=\frac{2l}{n+1}$ ➤ $f_n=(n+1)\frac{v}{2l}$	v = শব্দের বেগ	মিটার/সে. (ms^{-1})
	l = নলের দৈর্ঘ্য	মিটার (m)
	$n = 0, 1, 2, 3$	–
	λ_n = n-তম সুরের জন্য তরঙ্গদৈর্ঘ্য	মিটার (m)
	f_n = n-তম সুরের জন্য কম্পাঙ্ক	হার্টজ (Hz)

বীটের সাহায্যে অজানা কম্পাঙ্ক নির্ণয়

একটি জানা ও একটি অজানা কম্পাঙ্কের সুরশলাকার কম্পাঙ্কের পার্থক্য কম (অনধিক 10) হলে বীটের সাহায্যে আমরা অজানা কম্পাঙ্ক নির্ণয় করতে পারি। ধরা যাক, A ও B দুটি সুরশলাকার কম্পাঙ্ক যথাক্রমে f_A ও f_B। এর মধ্যে f_A এর মান জানা কিন্তু f_B এর মান অজানা। এখন সুরশলাকা দুটি একত্রে শব্দায়িত করলে প্রতি সেকেন্ডে উৎপন্ন বীট সংখ্যা N হলে–

$$N = f_A \sim f_B$$

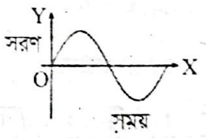
$$\therefore f_B = f_A \pm N$$

এক্ষেত্রে সুরশলাকার যেকোনো একটি বাহুতে ভর যুক্ত করে বা ভর কমিয়ে বীটের হ্রাস-বৃদ্ধি পর্যবেক্ষণ করে অজানা সুরশলাকার কম্পাঙ্ক নিম্নোক্ত উপায়ে নির্ণয় করা যায়–

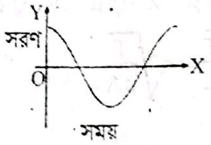
কম্পাঙ্কের প্রকৃতি	ভরের পরিবর্তনের ধরণ	বীটের সংখ্যা পরিবর্তনের ধরণ	ফলাফল
অজানা কম্পাঙ্ক	বৃদ্ধি করা	বৃদ্ধি পাওয়া	$f_A > f_B$ এবং $f_B = f_A - N$
		হ্রাস পাওয়া	$f_A < f_B$ এবং $f_B = f_A + N$
		অপরিবর্তিত থাকা	$f_A < f_B$ এবং $f_B = f_A + N$
	হ্রাস করা	বৃদ্ধি পাওয়া	$f_A < f_B$ এবং $f_B = f_A + N$
		হ্রাস পাওয়া	$f_A > f_B$ এবং $f_B = f_A - N$
		অপরিবর্তিত থাকা	$f_A > f_B$ এবং $f_B = f_A - N$
জানা কম্পাঙ্ক	বৃদ্ধি করা	বৃদ্ধি পাওয়া	$f_A < f_B$ এবং $f_B = f_A + N$
		হ্রাস পাওয়া	$f_A > f_B$ এবং $f_B = f_A - N$
		অপরিবর্তিত থাকা	$f_A > f_B$ এবং $f_B = f_A - N$
	হ্রাস করা	বৃদ্ধি পাওয়া	$f_A > f_B$ এবং $f_B = f_A - N$
		হ্রাস পাওয়া	$f_A < f_B$ এবং $f_B = f_A + N$
		অপরিবর্তিত থাকা	$f_A < f_B$ এবং $f_B = f_A + N$

গুরুত্বপূর্ণ লেখচিত্রসমূহ

✓ অগ্রগামী তরঙ্গের আদি দশা 0 রেডিয়ান হলে সরণ বনাম সময় লেখচিত্র:

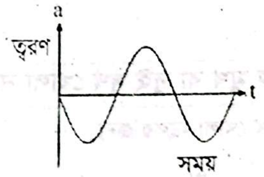


✓ অগ্রগামী তরঙ্গের আদি দশা $\frac{\pi}{2}$ রেডিয়ান হলে সরণ বনাম সময় লেখচিত্র:



[সি.বো.'১৭]

✓ Y = A sin ωt একটি কণার সরণ হলে কণাটির ত্বরণ বনাম সময় লেখচিত্র:



[কু.বো.'১৭]

MCQ এর জন্য গুরুত্বপূর্ণ তথ্যসমূহ

দৃষ্টি আকর্ষণ

বহুনির্বাচনি প্রশ্নের জন্য 'প্রয়োজনীয় তত্ত্ব, সূত্র, প্রতীক ও একক পরিচিতি' এবং 'গুরুত্বপূর্ণ লেখচিত্রসমূহ' অংশগুলো অবশ্যই ভালোভাবে পড়ে নিবে।

অনুপ্রস্থ তরঙ্গ ও অনুদৈর্ঘ্য তরঙ্গ

◆ যে তরঙ্গ মাধ্যমের কণাগুলোর কম্পনের দিকের সাথে সমকোণে (90°) অগ্রসর হয়, সেই তরঙ্গকে আড় তরঙ্গ বলে।

◆ যে তরঙ্গ মাধ্যমের দিকের সাথে সমান্তরালভাবে অগ্রসর হয় তাকে অনুদৈর্ঘ্য তরঙ্গ বা দীঘল তরঙ্গ বলে।

◆ আলোক তরঙ্গ, পানি তরঙ্গ, এক্স-রে, টানা তারের তরঙ্গসহ সকল তাড়িতচুম্বকীয় তরঙ্গ আড় তরঙ্গ বা অনুপ্রস্থ তরঙ্গ। [কু.বো.'১৯]

◆ যেকোনো উৎস থেকে উৎপন্ন শব্দ, বাঁশির সুর, ঢোলের বাড়ির শব্দ, স্প্রিং এ সৃষ্ট তরঙ্গ হলো অনুদৈর্ঘ্য তরঙ্গ। [চ.বো.'১৯; দি.বো.'১৯]

◆ প্রতিফলন, প্রতিসরণ, ব্যতিচার এবং অপবর্তন ইত্যাদি আলোকীয় ঘটনা সকল তরঙ্গের ক্ষেত্রে ঘটে। কিন্তু সমবর্তন কেবলমাত্র আড় তরঙ্গের হয়। অনুদৈর্ঘ্য তরঙ্গের (যেমন-শব্দ তরঙ্গ) সমবর্তন ঘটে না। [ব.বো.'১৭,'১৬]

◆ কঠিন মাধ্যমে শব্দের বেগ সবচেয়ে বেশি। দ্রুততার ভিত্তিতে বিভিন্ন মাধ্যমে শব্দের বেগের ক্রম নিম্নরূপ:
কঠিন > তরল > বায়বীয়।

◆ কোন শব্দ শোনার পর 10^{-1}sec বা $\frac{1}{10}$ sec সময় পর্যন্ত তার অনুভূতি আমাদের কানে থেকে যায় এটিই শব্দানুভূতির- স্থায়িত্বকাল বা শ্রুতিরেশ।

তরঙ্গ সংক্রান্ত প্রয়োজনীয় রাশি

◆ পরপর দু'টি সুস্পন্দ বা নিস্পন্দ বিন্দুর মধ্যবর্তী দশাপার্থক্য π এবং পরপর দু'টি সুস্পন্দ বা নিস্পন্দ বিন্দুর মধ্যবর্তী দূরত্ব তথা পথ পার্থক্য $\frac{\lambda}{2}$ [ঢা.বো.'১৭; য.বো.'১৬; সি.বো.'১৫]

◆ কম্পাঙ্কের একক s^{-1} বা cycle s^{-1} অথবা (Hertz) হার্জ। [কু.বো.'১৫]

অগ্রগামী তরঙ্গ ও স্থির তরঙ্গ

◆ স্থির তরঙ্গে সুস্পন্দ বিন্দুর সৃষ্টি হয় যখন দুটি অগ্রগামী তরঙ্গ একই দশায় মিলিত হয়। এক্ষেত্রে লব্ধি তরঙ্গের বিস্তার হয় অগ্রগামী তরঙ্গ দুটির বিস্তারের সমষ্টির সমান। অর্থাৎ ± 2A. [যেখানে, A = বিস্তার] [ব.বো.'১৬]

◆ সরল ছন্দিত তরঙ্গ অগ্রগামী এবং অনুপ্রস্থ তরঙ্গ। [কু.বো.'১৫]

CS CamScanner

বীট বা স্বরকম্প

- তরঙ্গের উপরিপাতনের মাধ্যমে বীট বা স্বরকম্পের সৃষ্টি হয়। [সি.বো.'১৯,'১৬]
- দুটি উৎসের কম্পাঙ্ক যথাক্রমে f_1 ও f_2 হলে প্রতি সেকেন্ডে উৎপন্ন বীট সংখ্যা হবে, $f_1 \sim f_2$ [য.বো.'১৬]
- প্রতি সেকেন্ডে দুটি শব্দের উৎসের ক্রিয়ায় লব্ধি শব্দের কম্পাঙ্কের পর্যায়ক্রমে হ্রাস-বৃদ্ধি দ্বারা স্বরকম্প বা বীট সংখ্যা নির্ণীত হয়। যেমন– দুইটি শব্দ উৎসের ক্রিয়ায় লব্ধি শব্দের তীব্রতা প্রতি সেকেন্ডে চারবার পর্যায়ক্রমিক হ্রাস-বৃদ্ধি পেলে প্রতি সেকেন্ডে উৎপন্ন বীট সংখ্যা 4 হবে। [ঢা.বো.'১৫]
- বীট ব্যবহার করে হারমোনিয়ামের রিড টিউন করা যায়, অজানা সুর শলাকার কম্পাঙ্ক ও খনিতে দূষিত বায়ুর উপস্থিতি নির্ণয় করা যায়। [ব.বো.'১৯]

তরঙ্গের তীব্রতা

- প্রমাণ তীব্রতার বা শব্দের তীব্রতার একক Wm^{-2} বা $Js^{-1}m^{-2}$। [কু.বো.'১৭; ঢা.বো.'১৫; য.বো.'১৫]
- শব্দতরঙ্গের তীব্রতা (I) বিস্তারের (a) বর্গের সমানুপাতিক, কম্পাঙ্কের (f) বর্গের সমানুপাতিক, বেগের (v) এবং মাধ্যমের ঘনত্বের (ρ) সমানুপাতিক। ($I = 2\pi^2 f^2 a^2 \rho v$) [কু.বো.'১৯; রা.বো.'১৬; দি.বো.'১৬; চ.বো.'১৫; দি.বো.'১৫]
- শব্দের তীব্রতা লেভেল মাপার একক Bel (বেল)। তীব্রতা লেভেলকে dB (ডেসিবেল) এককেও প্রকাশ করা হয়। [রা.বো.'১৬]
- বিভিন্ন উৎসের জন্য শব্দের তীব্রতা ও তীব্রতা লেভেল কীরূপ হতে পারে তা নিম্নে দ্রষ্টব্য:

শব্দ উৎস	তীব্রতা Wm^{-2}	তীব্রতা লেভেল β (dB)	মন্তব্য
–	10^{-12}	0	শ্রাব্যতার প্রারম্ভিক সীমা
স্বাভাবিক শ্বাস-প্রশ্বাস	10^{-11}	10	কিঞ্চিৎ শ্রাব্য
পাতার মর্মর ধ্বনি	10^{-10}	20	
নির্জন রাস্তা/ফিস ফিস কথা	10^{-9}	30	
লাইব্রেরি	10^{-8}	40	খুব শান্ত
শান্ত অফিস/ক্লাসরুম	10^{-7}	50	শান্ত
স্বাভাবিক কথোপকথন	10^{-6}	60	
ব্যস্ত সড়ক	10^{-5}	70	
সাধারণ কারখানা/কোলাহলপূর্ণ অফিস	10^{-4}	80	সার্বক্ষণিক শ্রবণে শ্রুতির মারাত্মক ক্ষতি
মোটর সাইকেল বা ভারী-ট্রাক	10^{-3}	90	
পাতাল রেল	10^{-2}	100	
ভারী নির্মাণ স্থল	10^{-1}	110	
মাইকযোগে ব্যান্ড সঙ্গীত	10^{0}	120	শ্রুতি যন্ত্রনার আরম্ভ
মেশিন গান	10^{1}	130	
জেট বিমান	10^{3}	150	
বড় রকেট ইঞ্জিন	10^{6}	180	

পরবশ কম্পন ও অনুনাদ

- বস্তুর কম্পাঙ্ক আরোপিত পর্যায়বৃত্ত স্পন্দনের কম্পাঙ্কের সমান হলে তাকে অনুনাদ বলে। [ব.বো.'১৫]
- পরবশ কম্পন সৃষ্টিকারী তরঙ্গদ্বয়ের কম্পাঙ্ক সমান হলে কম্পনটি অনুনাদ হবে। পরবশ কম্পনের জন্য তীব্র ভূমিকম্পের সময় ঘরবাড়ি ভেঙ্গে যায়। [সম্মিলিত বো.'১৮]

স্বরগ্রাম ও হারমোনিকস্

- সমসঙ্গতিপূর্ণ কতগুলো সুরের সমষ্টিকে স্বরগ্রাম বলে। [কু.বো.'১৬]
- কোন সুরের কম্পাঙ্ক (বড়) যদি অন্য একটি সুরের কম্পাঙ্কের (ছোট) দ্বিগুণ হয়, তাহলে প্রথমটিকে দ্বিতীয়টির অষ্টক (octave) বলে। যেমন– উপসুরের কম্পাংক মূলসুরের কম্পাংকের দ্বিগুণ হলে, উপসুরের কম্পাঙ্ক মূলসুরের কম্পাঙ্কের অষ্টক হবে। [রা.বো.'১৯]
- যখন তিনটি শব্দের কম্পাঙ্কের অনুপাত 4 : 5 : 6 হয় তখন তারা মিলে সুমধুর সুর উৎপাদন করে। শব্দের এরূপ সমন্বয়কে সঙ্গীতে ত্রয়ী বলে। যেমন: 80 : 100 : 120 হলো ত্রয়ী। [ব.বো.'১৭]
- মূলসুরের সরল গুণিতক সেট থাকলে সেটটি হারমোনিক হয়। 50 Hz কে মূল সুর ধরলে 100 Hz ও 150 Hz মূলসুরের সরল গুণিতক। তাই 50 Hz, 100 Hz ও 150 Hz সেটটি হারমোনিক। [ব.বো.'১৫]
- বেহালা থেকে নিঃসৃত শব্দে একাধিক কম্পাঙ্কের শব্দ মিশ্রিত থাকে এবং শব্দগুলো সমতান বা মেলডি সৃষ্টি করে। তাই বেহালা নিঃসৃত শব্দ স্বর কিংবা অর্কেস্ট্রা; কিন্তু সুর নয়। [কু.বো.'১৯]
- গুরু ত্রিস্রক সুর বিরামের অনুপাত হচ্ছে 5 : 4

MCQ এর জন্য গুরুত্বপূর্ণ গাণিতিক সমস্যাবলি

দৃষ্টি আকর্ষণ

এই অংশে বিগত বছরের প্রশ্ন বিশ্লেষণ করে MCQ এর জন্য গুরুত্বপূর্ণ বেশ কিছু গাণিতিক সমস্যাবলির সমাধান Topic অনুসারে সাজানো হয়েছে। এছাড়াও গাণিতিক সমস্যার সমাধানের সাথে Similar Problems যুক্ত করা হয়েছে, যাতে তোমাদের পরীক্ষার প্রস্তুতি হয় পূর্ণাঙ্গ।

তরঙ্গ সংক্রান্ত প্রয়োজনীয় রাশি

Example-1 হাতঘড়ির মিনিটের কাঁটার কম্পাংক নির্ণয়: [ঢা.বো.'১৬]

সমাধান

মিনিটের কাঁটার একবার পূর্ণ কম্পন সম্পন্ন হতে লাগে, T = 3600 sec

কম্পাঙ্ক, $f = \frac{1}{T}$

$= \frac{1}{3600}$

$= 2.78 \times 10^{-4}$ Hz [Ans.]

Example-2 দুটি শব্দের কম্পাঙ্কের অনুপাত 5 : 6 হলে তরঙ্গদৈর্ঘ্যের অনুপাত কত হবে তা নির্ণয়: [সি.বো.'১৬]

সমাধান

আমরা জানি,

$v = f_1\lambda_1 = f_2\lambda_2$

$\therefore f_1\lambda_1 = f_2\lambda_2$

$\Rightarrow \frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{f_2}{f_1}$

$\therefore \frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{6}{5}$ [Ans.]

এখানে,

$\frac{f_1}{f_2} = \frac{5}{6}$

বা, $\frac{\lambda_1}{\lambda_2} = ?$

Example-3 একটি তরঙ্গের বেগ 3.1 ms^{-1} এবং পর্যায়কাল 0.20 s হলে তরঙ্গ দৈর্ঘ্য নির্ণয়: [সি.বো.'১৯]

সমাধান

আমরা জানি,

$v = f\lambda$

$\Rightarrow v = \frac{\lambda}{T}$

$\Rightarrow \lambda = vT$

$\Rightarrow \lambda = 3.1 \times 0.20$

$\therefore \lambda = 0.62$ m [Ans.]

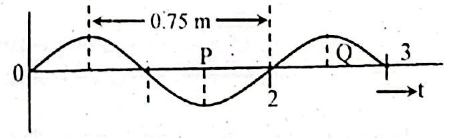
এখানে,

তরঙ্গবেগ, $v = 3.1\ ms^{-1}$

পর্যায়কালে, T = 0.20s

তরঙ্গদৈর্ঘ্য, $\lambda = ?$

Example-4 তরঙ্গের সরণ-সময় গ্রাফটি নিম্নরূপ-



তরঙ্গটির বেগ নির্ণয়: [সি.বো.'১৯]

সমাধান

আমরা জানি,

$v = f\lambda$

$= \frac{\lambda}{T}$

$= \frac{1}{2}$

$= 0.5\ ms^{-1}$ [Ans.]

এখানে,

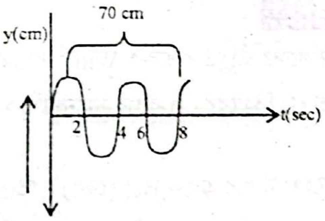
$\frac{3\lambda}{4} = 0.75m$

$\therefore \lambda = \frac{0.75 \times 4}{3} = 1m$

পর্যায়কাল, T = 2s

তরঙ্গের বেগ, v = ?

Similar Problem to the Example

- 

তরঙ্গটির বেগ 10.0 cms^{-1} হবে। [চ.বো.'১৭]

Example-5 একটি তরঙ্গ 200 টি কম্পন সম্পন্ন করে 8 m দূরত্ব 0.25 s এ অতিক্রম করলে তরঙ্গ দৈর্ঘ্য নির্ণয়: [ব.বো.'১৭]

সমাধান

আমরা জানি,

$S = N\lambda$

$\Rightarrow \lambda = \frac{S}{N}$

$= \frac{8}{200}$

$= 0.04$ m

$= (0.04 \times 100)$ cm

= 4 cm [Ans.]

এখানে,

অতিক্রান্ত দূরত্ব, S = 8 m

পূর্ণকম্পন সংখ্যা, N = 200

তরঙ্গদৈর্ঘ্য, $\lambda = ?$

Example-6 P মাধ্যমে শব্দের বেগ Q মাধ্যমে শব্দের বেগের 4 গুণ। শব্দের তরঙ্গদৈর্ঘ্যের পার্থক্য 2 m এবং Q মাধ্যমে শব্দের বেগ 350 ms^{-1}. কম্পাঙ্ক 525 Hz হলে, P মাধ্যমে 100 কম্পনে শব্দের অতিক্রান্ত দূরত্ব নির্ণয়: [ঢা.বো.'১৬]

সমাধান

আমরা জানি,

$v_P = f\lambda_P$

$\Rightarrow 4v_Q = 525 \times \lambda_P$

$\Rightarrow 4 \times 350 = 525 \times \lambda_P$

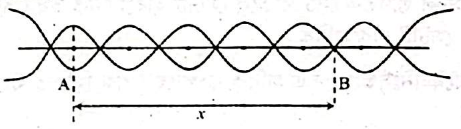
$\Rightarrow \lambda_P = \frac{8}{3}$

P বিন্দুতে 100 কম্পনে অতিক্রান্ত দূরত্ব, $s = N\lambda_P$

$= 100 \times \frac{8}{3}$

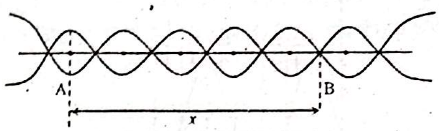
= 266.67 m [Ans.]

Example-7



চিত্রের আলোকে তরঙ্গ দৈর্ঘ্য λ হলে x এর মান নির্ণয়: [দি.বো.'১৯]

সমাধান



চিত্র হতে, x = 4.5 টি loop

জানা আছে,

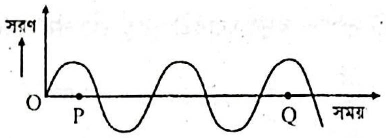
2টি loop = 1 λ

$\therefore$ 1টি loop = $\frac{1}{2}\lambda$

4.5টি loop = $\frac{4.5 \times 1}{2}\lambda$

$= \frac{9}{4}\lambda$ [Ans.]

Similar Problem to the Example

- 

সময় বনাম সরণ লেখচিত্রে প্রদর্শিত তরঙ্গে O হতে Q বিন্দুর দূরত্ব $\frac{9\lambda}{4}$ হবে। [দি.বো.'১৬]

Example-8 P মাধ্যমে শব্দের বেগ Q মাধ্যমে শব্দের বেগের 4 গুণ। শব্দের তরঙ্গদৈর্ঘ্যের পার্থক্য 2 m এবং Q মাধ্যমে শব্দের বেগ 350 ms^{-1}. Q মাধ্যমে শব্দের কম্পাংক নির্ণয়: [ঢা.বো.'১৬]

সমাধান

দেওয়া আছে,

$\lambda_P - \lambda_Q = 2$

$\Rightarrow \frac{v_P}{f} - \frac{v_Q}{f} = 2$

$\Rightarrow \frac{1}{f}(v_P - v_Q) = 2$

$\Rightarrow 4v_Q - v_Q = 2f$

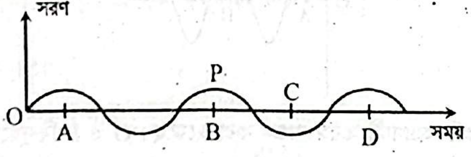
$\Rightarrow f = \frac{3}{2}v_Q$

$= \frac{3}{2} \times 350$

= 525 Hz [Ans.]

এখানে,
P ও Q মাধ্যমে তরঙ্গদৈর্ঘ্য যথাক্রমে λ_P ও λ_Q
P ও Q মাধ্যমে শব্দের বেগ যথাক্রমে v_P ও v_Q হলে, $v_P = 4v_Q$ এবং $v_Q = 350$ ms^{-1}

Example-9



চিত্র হতে P বিন্দুর সাপেক্ষে A বিন্দুর এবং C বিন্দুর দশা পার্থক্যের অনুপাত নির্ণয়: [রা.বো.'১৭]

সমাধান

দশা পার্থক্য, $\delta_1 = \frac{2\pi}{\lambda} \times x_1$

এখানে, $x_1 = \frac{\lambda}{4} + \frac{\lambda}{2} + \frac{\lambda}{4}$ [A ও P এর মধ্যে পথ পার্থক্য]

$= \lambda$

$\therefore \delta_1 = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot \lambda$

$= 2\pi \ \ldots\ldots\ldots$ (i)

আবার,

$\delta_2 = \frac{2\pi}{\lambda} \times x_2$

এখানে,

$x_2 = \frac{\lambda}{2}$ [P ও C বিন্দুর মধ্যে পথপার্থক্য]

$\therefore \delta_2 = \frac{2\pi}{\lambda} \times \frac{\lambda}{2}$

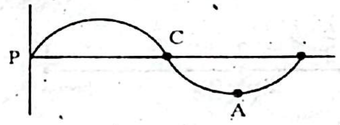
$= \pi \ \ldots\ldots\ldots$ (ii)

সমীকরণ (i) ÷ (ii) করে পাই,

$\frac{\delta_1}{\delta_2} = \frac{2}{1}$

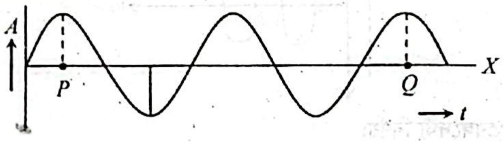
$\therefore \delta_1 : \delta_2 = 2 : 1$ [Ans.]

Similar Problem to the Example

- 

চিত্র হতে P বিন্দুর সাপেক্ষে A বিন্দু এবং C বিন্দুর দশা পার্থক্যের অনুপাত 3 : 2 হবে।

Example-10



চিত্রে প্রদর্শিত তরঙ্গের P ও Q বিন্দুর দশা পার্থক্য নির্ণয়: [ঢা.বো.'১৯]

সমাধান

P ও Q এর মধ্যবর্তী দূরত্ব $= \frac{\lambda}{4} + \frac{\lambda}{2} + \frac{\lambda}{2} + \frac{\lambda}{2} + \frac{\lambda}{4}$

$= \frac{\lambda + 2\lambda + 2\lambda + 2\lambda + \lambda}{4}$

$= \frac{8\lambda}{4}$

$= 2\lambda$

আমরা জানি,

λ দূরত্বের জন্য দশা পার্থক্য = 2π

$\therefore$ 2λ দূরত্বের জন্য দশা পার্থক্য = 2 × 2π

= 4π [Ans.]

তরঙ্গের উপরিপাতন ও স্থির তরঙ্গ

Example-11 একটি স্থির তরঙ্গের সমীকরণ $y = 8 \cos 4x \sin 2t$ সেন্টিমিটার হলে স্থির তরঙ্গ সৃষ্টিকারী মূল তরঙ্গের বিস্তার নির্ণয়: [চ.বো.'১৫]

সমাধান

আমরা জানি, স্থির তরঙ্গের সমীকরণ,

$$y = 2a \cos\left(\frac{2\pi x}{\lambda}\right) \cdot \sin\left(\frac{2\pi vt}{\lambda}\right) \ \ldots\ldots\ldots (1)$$

সেখানে a = মূল তরঙ্গের বিস্তার
v = মূল তরঙ্গের বেগ
λ = মূল তরঙ্গের তরঙ্গ দৈর্ঘ্য

এখন, $y = 8 \cos 4x \cdot \sin 2t$

$= 2.4 \cos 4x \cdot \sin 2t \ldots \ldots \ldots (2)$

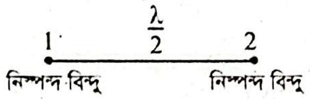
সমীকরণ (1) ও (2) নং তুলনা করে পাই,

$a = 4$ cm [Ans.]

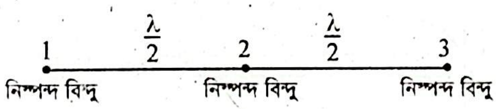
Example-12 তরঙ্গ দৈর্ঘ্য λ হলে পর পর তিনটি নিস্পন্দ বিন্দুর মধ্যবর্তী দূরত্ব নির্ণয়: [কু.বো.'১৯]

সমাধান

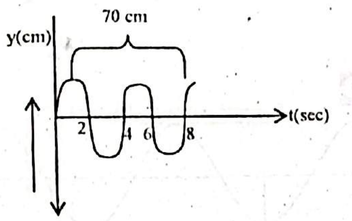
নিস্পন্দ ও সুস্পন্দ বিন্দুর অবস্থানগুলো স্থির। পরপর দুটি নিস্পন্দ বা দুটি সুস্পন্দ বিন্দুর মধ্যবর্তী দূরত্ব $\frac{\lambda}{2}$


1
λ/2
2
নিস্পন্দ বিন্দু
নিস্পন্দ বিন্দু

∴ পরপর তিনটি নিস্পন্দ বিন্দুর মধ্যবর্তী দূরত্ব $= \frac{\lambda}{2} + \frac{\lambda}{2} = \lambda$ [Ans.]

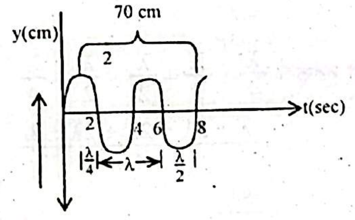

1
λ/2
2
λ/2
3
নিস্পন্দ বিন্দু
নিস্পন্দ বিন্দু
নিস্পন্দ বিন্দু

Example-13


70 cm
y(cm)
t(sec)
2
4
6
8

তরঙ্গটির তরঙ্গদৈর্ঘ্য নির্ণয়: [চ.বো.'১৭]

সমাধান


70 cm
y(cm)
2
t(sec)
2
4
6
8
λ/4
λ
λ/2

চিত্রে,

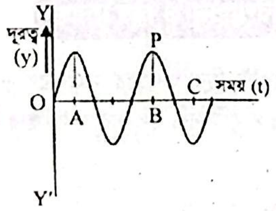
$$\frac{\lambda}{4} + \lambda + \frac{\lambda}{2} = 70$$

$$\Rightarrow \frac{\lambda + 4\lambda + 2\lambda}{4} = 70$$

$\therefore \lambda = 40$ cm [Ans.]

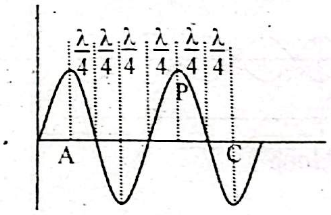
এখানে,
পর্যায়কাল, $T = 4$sec

Example-14


Y
দূরত্ব
(y)
P
O
C
সময় (t)
A
B
Y'

চিত্রে একটি অগ্রগামী তরঙ্গ অঙ্কন করা হয়েছে। P বিন্দুর সাপেক্ষে A ও C বিন্দুর পথ পার্থক্যের অনুপাত নির্ণয়: [য.বো.'১৭]

সমাধান


λ/4
λ/4
λ/4
λ/4
λ/4
λ/4
P
A
C

$$\frac{\text{P বিন্দুর সাপেক্ষে A বিন্দুর পথ পার্থক্য}}{\text{P বিন্দুর সাপেক্ষে C বিন্দুর পথ পার্থক্য}} = \frac{\frac{\lambda}{4} \times 4}{\frac{\lambda}{4} \times 2} = \frac{2}{1}$$

কাজেই পথ পার্থক্যের অনুপাত 2:1। [Ans.]

Example-15 পাশাপাশি দু'টি সুস্পন্দ বিন্দুর মধ্যবর্তী দশা পার্থক্য নির্ণয়: [ঢা.বো.'১৭]

সমাধান

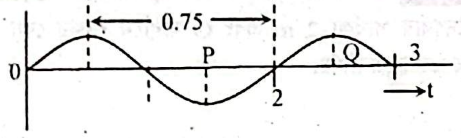
আমরা জানি, পরপর দু'টি সুস্পন্দ বিন্দুর মধ্যবর্তী দূরত্ব তথা পথ পার্থক্য, $x = \frac{\lambda}{2}$

আবার, দশা পার্থক্য, $\delta = \frac{2\pi}{\lambda} x$

$= \frac{2\pi}{\lambda} \times \frac{\lambda}{2}$

$= \pi$ [Ans.]

Example-16 তরঙ্গের সরণ-সময় গ্রাফটি নিম্নরূপ–



তরঙ্গটির P ও Q এর দশা পার্থক্য নির্ণয়: [সি.বো.'১৯]

সমাধান

আমরা জানি,

$\delta = \frac{2\pi}{\lambda} x$

$= \frac{2\pi}{1} \times \frac{1}{2}$

$= \pi$ [Ans.]

এখানে,

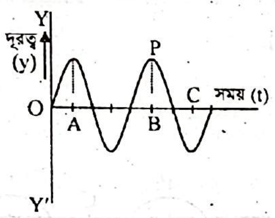
$\frac{3\lambda}{4} = 0.75$m

∴ তরঙ্গ দৈর্ঘ্য, $\lambda = \frac{0.75 \times 4}{3} = 1$m

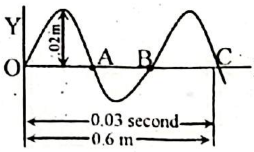
পর্যায়কাল, $T = 2$s

P ও Q বিন্দুর পথ পার্থক্য, $x = \frac{\lambda}{2} = \frac{1}{2}$ m

Similar Problems to the Example

- 
Y
দূরত্ব
(y)
P
O
C
সময় (t)
A
B
Y'

  চিত্রে একটি অগ্রগামী তরঙ্গ অঙ্কন করা হয়েছে। O ও P বিন্দুদ্বয়ের মধ্যে দশা পার্থক্য $\frac{5\pi}{2}$। [য.বো.'১৭]

- 
Y
.02m
O
A
B
C
X
0.03 second
0.6 m

  চিত্রে একটি অগ্রগামী তরঙ্গ দেখানো হয়েছে। A ও B বিন্দুদ্বয়ের মধ্যে দশা পার্থক্য π। [সি.বো.'১৭]

Example-17 22.5 cm ব্যবধানে অবস্থিত তরঙ্গের দুটি কণার মধ্যে দশা পার্থক্য 3.14 rad। উৎসের কম্পাঙ্ক 420 Hz। তরঙ্গের তরঙ্গদৈর্ঘ্য নির্ণয়: [য.বো.'১৯]

সমাধান

আমরা জানি,

দশা পার্থক্য, $\delta = \frac{2\pi}{\lambda} x$

বা, $\lambda = \frac{2\pi}{\delta} x$

$= \frac{2\pi \times 0.225}{3.14}$

$= 0.45$ m [Ans.]

এখানে,
দশা পার্থক্য, $\delta = 3.14$ rad
পথ পার্থক্য, $x = 22.5$ cm $= 0.225$ m
তরঙ্গদৈর্ঘ্য, $\lambda = ?$

Example-18 কোন স্থির তরঙ্গের পরপর দুটি নিস্পন্দ বিন্দুর মধ্যবর্তী দূরত্ব 50 cm। এর তরঙ্গ দৈর্ঘ্য নির্ণয়: [দি.বো.'১৫]

সমাধান

আমরা জানি, পরপর দুটি নিস্পন্দ বিন্দুর মধ্যবর্তী দূরত্ব $\frac{\lambda}{2}$।

অর্থাৎ, $\frac{\lambda}{2} = 50$ cm

$\therefore \lambda = 100$ cm [Ans.]

Example-19 কোনো তরঙ্গের দুটি বিন্দুর মধ্যে দশা পার্থক্য 2π হলে পথ পার্থক্য নির্ণয়: [চ.বো.'১৬]

সমাধান

আমরা জানি,

$\delta = \frac{2\pi}{\lambda} \times x$

$\Rightarrow x = \frac{\lambda}{2\pi} \times \delta$

$\Rightarrow x = \frac{\lambda}{2\pi} \times 2\pi$

$\therefore x = \lambda$ [Ans.]

এখানে,
দশা পার্থক্য, $\delta = 2\pi$
পথ পার্থক্য $= x$
তরঙ্গ দৈর্ঘ্য $= \lambda$

Similar Problem to the Example

- 60° দশা পার্থক্যের দুটি শব্দ তরঙ্গের পথ পার্থক্য $\frac{\lambda}{6}$। $\left[\text{Hint: } 60° = \frac{\pi}{3}\right]$

Example-20 কোনো একটি সীমাবদ্ধ মাধ্যমে সৃষ্ট স্থির তরঙ্গের কম্পাঙ্ক 512 Hz। তরঙ্গের পরপর দুটি নিস্পন্দ বিন্দুর দূরত্ব 0.50 m। মাধ্যমের তরঙ্গ বেগ নির্ণয়: [রা.বো.'১৫]

সমাধান

আমরা জানি, পরপর দুটি নিস্পন্দ বিন্দুর মধ্যবর্তী দূরত্ব $\frac{\lambda}{2}$।

এখানে, $\frac{\lambda}{2} = 0.50$

$\therefore$ তরঙ্গদৈর্ঘ্য, $\lambda = 1$ m

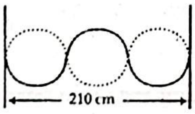
তরঙ্গ বেগ, $v = f\lambda$

$= 512 \times 1$

$= 512$ ms^{-1} [Ans.]

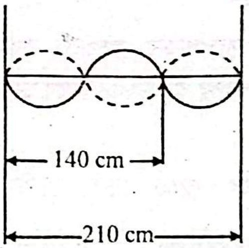
এখানে,
কম্পাঙ্ক, $f = 512$ Hz

Example-21



চিত্রানুযায়ী 80 Hz কম্পাঙ্কের একটি স্থির তরঙ্গ সৃষ্টি করা হলো। এই স্থির তরঙ্গ সৃষ্টিকারী তরঙ্গগুলির বেগ নির্ণয়: [ঢা.বো.'১৫]

সমাধান



চিত্রানুযায়ী স্থির তরঙ্গটির তরঙ্গদৈর্ঘ্য, $\lambda = \frac{2}{3} \times 210$ cm

$= 140$ cm

$= 1.4$ m

আমরা জানি,

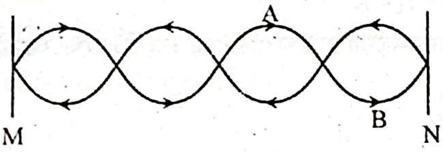
স্থির তরঙ্গের ক্ষেত্রে, $v = f\lambda$

$= 80 \times 1.4$

$= 112$ ms^{-1} [Ans.]

এখানে,
কম্পাঙ্ক, $f = 80$ Hz
বেগ, $v = ?$

Example-22



চিত্রানুসারে MN = 40 cm হলে, AB এর মান নির্ণয়: [চ.বো.'১৯]

সমাধান

চিত্রে, $MN = \lambda + \lambda$

$= 2\lambda = 40$ cm

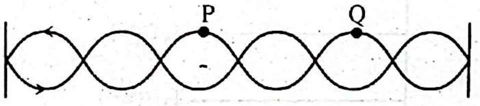
$\therefore \lambda = 20$ cm

এখন, $AB = \lambda/2$

$= \frac{20}{2}$

$= 10$ cm [Ans.]

Example-23 $y = 0.6 \sin 0.12x \cos 24t$ একটি স্থির তরঙ্গের সমীকরণ, যা নিম্নলিখিত চিত্র দ্বারা প্রকাশিত। x ও y মিটার এককে।



স্থির তরঙ্গ গঠনকারী তরঙ্গের বেগ নির্ণয়: [সম্মিলিত বো.'১৮]

সমাধান

প্রদত্ত স্থির তরঙ্গের সমীকরণটি নিম্নরূপ:

$$y = 0.6 \sin 0.12x \cos 24t \quad \ldots\ldots\ldots \text{(i)}$$

আমরা জানি, স্থির তরঙ্গের সমীকরণ,

$$y = -2a \sin\left(\frac{2\pi}{\lambda} x\right) \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda} vt\right) \quad \ldots\ldots\ldots \text{(ii)}$$

(i) ও (ii) সমীকরণদ্বয় তুলনা করে পাই,

$\frac{2\pi}{\lambda} = 0.12$ এবং $\frac{2\pi}{\lambda} v = 24$

অর্থাৎ, $0.12\, v = 24$

$\therefore v = 200$ ms^{-1} [Ans.]

বীট বা স্বরকম্প

Example-24 দুটি সুরশলাকার কম্পাংক যথাক্রমে 260 Hz এবং 255 Hz। তারা কত সময় পরপর বীট উৎপন্ন করবে তা নির্ণয়: [ঢা.বো.'১৯]

সমাধান

প্রতি সেকেন্ডে বীট উৎপন্ন হবে = (260 – 255) = 5 টি

∴ ১টি বীট উৎপন্ন হতে সময় প্রয়োজন = $\frac{1}{5}$ = 0.2 sec. [Ans.]

Example-25 A ও B শলাকা দুটিকে একত্রে শব্দায়িত করলে প্রতি সেকেন্ডে ৫টি বীট উৎপন্ন হয়। B এর কম্পাংক 430 Hz। যদি A এর ভর কমানো হয় তাহলে বীট সংখ্যা কমে যায়। A এর কম্পাংক নির্ণয়: [দি.বো.'১৭]

সমাধান

ধরি, A সুরশলাকার কম্পাঙ্ক = f_A

B সুরশলাকার কম্পাঙ্ক = f_B

বীট = N

আমরা জানি, $N = f_A \sim f_B$

যেহেতু, A এর ভর কমানোর ফলে কম্পাঙ্ক বাড়ে এবং বীট সংখ্যা কমে যায়,

কাজেই, $f_A < f_B$

∴ $N = f_B - f_A$

বা, $f_A = f_B - N$

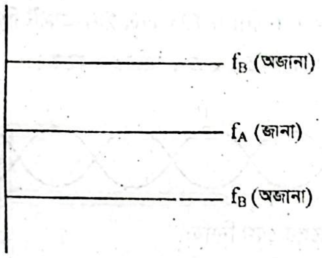
$= 430 - 5$

$= 425$ Hz [Ans.]

Tutor Talk

বীটের মাধ্যমে অজানা কম্পাঙ্ক নির্ণয়ের সমস্যা সমাধানের একটি সহজ পদ্ধতি নিম্নে দেওয়া হলো–

➲ ধাপ-১: একটি চিত্র অঙ্কন করো (চিত্র-1) যেখানে তিনটি কম্পাঙ্ক থাকবে। উপরের দিকে কম্পাঙ্ক বাড়ে আর নিচে দিকে কমে।



চিত্র-1

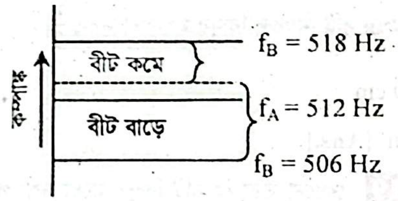
➲ ধাপ-২: প্রশ্নে যে জানা কম্পাঙ্ক দেওয়া আছে সেটিকে মাঝে আঁক আর বাকি দুইটিতে অজানা কম্পাঙ্ক আঁক।

➲ ধাপ-৩: যদি অজানা কম্পাঙ্কের সুরশলাকার ভর বাড়ানো হয় (যেমন– মোম লাগানো) তাহলে সেটির কম্পাঙ্ক কমবে। ফলে উপরোক্ত চিত্রে অজানা কম্পাঙ্কের দাগ নিচের দিকে নামতে থাকবে। আর ভর কমালে (যেমন– ঘষা দেওয়া) কম্পাঙ্ক বাড়বে। ফলে উপরোক্ত চিত্রে অজানা কম্পাঙ্কের দাগ উপরের দিকে উঠতে থাকবে। উপরে উঠা বা নিচে নামা যথাক্রমে ঘষা বা মোম লাগানোর ফলে হয়।

➲ ধাপ-৪: তুমি যে কোন একটা অজানা কম্পাঙ্ককে সমাধান ধরে নিয়ে ধাপ-৩ অনুযায়ী বীট সংখ্যা যাচাই করো। যদি ধৃতটির শর্ত মিলে তাহলে সেটি সমাধান অন্যথায় অপরটি সমাধান হবে।

উদাহরণ: A ও B দুটি সুরশলাকা একত্রে ধ্বনিত করলে 6টি বীট উৎপন্ন হয়। A কে একটু ঘষে পুনরায় ধ্বনিত করলে বীট সংখ্যা বৃদ্ধি পায়। A এর কম্পাঙ্ক 512 Hz। B এর কম্পাঙ্ক নির্ণয় করতে হবে।

সমাধান: $f_B = 512 \pm 6$; ∴ f_B এর কম্পাঙ্ক হয় 518 Hz অথবা 506 Hz হবে। প্রশ্নে A কে ঘষা হয়েছে। ফলে f_A এর মান 512 Hz থেকে বেশি হবে। অর্থাৎ f_A উপরের দিকে উঠবে। যার ফলে 518 Hz এবং f_A এর পার্থক্য কম হবে এবং 506 Hz থেকে f_A এর পার্থক্য বেশি হবে। অর্থাৎ f_B এর মান 518 Hz এর জন্য পরবর্তি (A কে ঘষার পর) বীট কমবে অন্যদিকে 506 Hz এর জন্য পরবর্তি (A কে ঘষার পর) বীট বাড়বে। প্রশ্নে যেহেতু বীট বাড়ার কথা বলা হয়েছে, তাই f_B এর মান হবে 506 Hz।



চিত্র-2

Example-26 A ও B শলাকা দুটিকে একত্রে শব্দায়িত করলে প্রতি সেকেন্ডে ৫টি বীট উৎপন্ন হয়। B এর কম্পাংক 430 Hz। A এর ভর কমালে বীট সংখ্যা অপরিবর্তিত থাকে। A এর পরিবর্তিত কম্পাংক নির্ণয়:[দি.বো.'১৭] (*সংশোধিত*)

সমাধান

যেহেতু A এর ভর কমালে কম্পাঙ্ক বাড়ে এবং বীট সংখ্যা অপরিবর্তিত থাকে সেহেতু $f_A > f_B$.

$N = f_A - f_B$

কাজেই ভর কমানোর পর A-এর কম্পাঙ্ক হবে, $f_A = f_B + N$

$= 430 + 5$

$= 435$ Hz [Ans.]

Example-27 A ও B দুটি সুরশলাকাকে একত্রে বাজালে প্রতি সেকেন্ডে ৬টি বীট উৎপন্ন হয়। A কে সামান্য ঘষলে বীট সংখ্যা ৪টি হয়। B এর কম্পাংক 560 Hz হলে A এর কম্পাংক নির্ণয়: [দি.বো.'১৬]

সমাধান

এখানে,
B সুরশলাকার কম্পাঙ্ক, $f_B = 560$ Hz
বীট, $N = 6$
পরিবর্তিত বীট, $N' = 4$

A সুরশলাকার কম্পাঙ্ক, f_A হলে,

$N = f_A \pm f_B$

$\Rightarrow f_A = f_B \pm N$

$\Rightarrow f_A = 560 \pm 6$

$= 554$ Hz বা 566 Hz

A কে সামান্য ঘষার ফলে তার ভর কমে যায়। ফলে কম্পাঙ্ক বেড়ে যাবে।

দ্বিতীয় ক্ষেত্রে, $f'_A = f_B \pm N'$ [A এর পরিবর্তিত কম্পাঙ্ক f'_A]

$f'_A = (560 \pm 4)$ Hz

$= 564$ Hz বা 556 Hz

প্রথম ক্ষেত্রে 566 Hz হলে সামান্য ঘষার ফলে কম্পাঙ্ক কমে 564 Hz হতে পারে না। কারণ, ঘষলে ভর কমার ফলে কম্পাঙ্ক বাড়ে। তাহলে অবশ্যই 554 Hz থেকে বেড়ে 556 Hz হয়েছে। [Ans.]

তরঙ্গের তীব্রতা ও তীব্রতা লেভেল

Example-28 20 Watt ক্ষমতার শব্দের উৎস হতে 2km দূরে শব্দের তীব্রতা নির্ণয়: [দি.বো.'১৯]

সমাধান

আমরা জানি,

$$I = \frac{P}{4\pi r^2}$$

$$= \frac{20}{4\pi \times (2000)^2}$$

$= 3.98 \times 10^{-7}\ Wm^{-2}$ **[Ans.]**

এখন,
ক্ষমতা, $P = 20\ W$
দূরত্ব, $r = 2\ km$
$= 2000m$

Example-29 একটি শব্দের তীব্রতা $10^{-2}\ Wm^{-2}$ হলে ঐ শব্দের তীব্রতা লেভেল কত হবে তা নির্ণয়: [সি.বো.'১৭]

সমাধান

আমরা জানি,

$$\beta = 10 \log \frac{I}{I_0}\ dB$$

$$= 10 \log \frac{10^{-2}}{10^{-12}}\ dB$$

$= 100\ dB$ **[Ans.]**

এখানে,
তীব্রতা, $I = 10^{-2}\ Wm^{-2}$
প্রমাণ তীব্রতা, $I_0 = 10^{-12} Wm^{-2}$
তীব্রতা লেভেল, $\beta = ?$

Similar Problem to the Example

- একটি শ্রেণিকক্ষে শব্দের তীব্রতা $10^{-8}\ Wm^{-2}$ হলে শ্রেণিকক্ষে শব্দের তীব্রতা লেভেল 40 dB। [সি.বো.'১৬; দি.বো.'১৫]

Example-30 কোনো শব্দের তীব্রতা প্রমাণ তীব্রতার 9 গুণ হলে ঐ শব্দের তীব্রতার লেভেল কত ডেসিবেল তা নির্ণয়: [সি.বো.'১৫]

সমাধান

তীব্রতা লেভেল, $\beta = 10\log\left(\frac{I}{I_0}\right)dB$

আমরা জানি,

$$\beta = 10 \log\left(\frac{I}{I_0}\right)\ dB$$

$$= 10 \log\left(\frac{9I_0}{I_0}\right)\ dB$$

$= 9.54\ dB$ **[Ans.]**

এখানে,
তীব্রতা, $I = 9 \times$ প্রমাণ তীব্রতা
$= 9I_0$

Example-31 কোনো শব্দের তীব্রতা সূচন তীব্রতার কত বৃদ্ধি করলে ঐ শব্দের তীব্রতা লেভেল 1dB বৃদ্ধি পাবে তা নির্ণয়: [ব.বো.'১৭; কু.বো.'১৬]

সমাধান

আমরা জানি,

$$1 = 10 \log\left(\frac{I}{I_0}\right)$$

$$\Rightarrow \log\left(\frac{I}{I_0}\right) = \frac{1}{10}$$

$$\Rightarrow \frac{I}{I_0} = 1.26$$

$$\Rightarrow I = 1.26I_0$$

$\therefore$ শতকরা তীব্রতা বৃদ্ধি $= \frac{(1.26 - 1)\, I_0}{I_0} \times 100\%$

$= 26\%$ **[Ans.]**

Similar Problem to the Example

- কোনো শব্দের তীব্রতা লেভেল 1dB হলে তখন তার তীব্রতা প্রমাণ তীব্রতার $10^{0.1}$ গুণ হবে। [রা.বো.'১৬]

টানা তারে সৃষ্ট আড় কম্পন

Example-32 একটি টানা তারে আড় তরঙ্গ 1000 ms^{-1} বেগে চলে। তারের টান চারগুণ করা হলে বেগ কত তা নির্ণয়:

সমাধান

আমরা জানি,

$$f = \frac{1}{2l}\sqrt{\frac{T}{\mu}}$$

$$\Rightarrow f = \frac{1}{\lambda}\sqrt{\frac{T}{\mu}} \quad [\because \text{টানা তারের ক্ষেত্রে } \lambda = 2l]$$

$$\Rightarrow f\lambda = \sqrt{\frac{T}{\mu}}$$

$$\Rightarrow v = \sqrt{\frac{T}{\mu}} \quad [\because v = f\lambda]$$

এখানে,
$f =$ তারের কম্পাঙ্ক
$l =$ তারের দৈর্ঘ্য
$\lambda =$ তরঙ্গদৈর্ঘ্য
$v =$ তরঙ্গ বেগ
$T =$ টান
$\mu =$ তারের একক দৈর্ঘ্যের ভর

এখন, ১ম ক্ষেত্রে, $v = \sqrt{\frac{T}{\mu}} = 1000\ ms^{-1}$

২য় ক্ষেত্রে, $v' = \sqrt{\frac{4T}{\mu}}$

$= 2\sqrt{\frac{T}{\mu}}$

$= 2 \times 1000$

$= 2000\ ms^{-1}$ **[Ans.]**

Short Question-Answer

☑ জ্ঞানমূলক প্রশ্নোত্তর ('ক' অংশ)

☑ অনুধাবনমূলক প্রশ্নোত্তর ('খ' অংশ)

প্রিয় শিক্ষার্থী,

সৃজনশীল প্রশ্নের 'ক' ও 'খ' অংশের প্রস্তুতি খুবই গুরুত্বপূর্ণ। HSC পরীক্ষায় সৃজনশীল অংশে ভালো করতে হলে অবশ্যই 'ক' ও 'খ' নং প্রশ্ন অর্থাৎ 'জ্ঞানমূলক' ও 'অনুধাবনমূলক' প্রশ্নের সঠিক ও গোছানো উত্তরের কোনো বিকল্প নেই।

তোমাদের সুবিধার্থে, এই অধ্যায়ের বিগত বছরগুলোর HSC পরীক্ষার 'ক' ও 'খ' অংশের প্রশ্নোত্তরগুলো সহ গুরুত্বপূর্ণ অন্যান্য প্রশ্নোত্তরগুলো টপিক অনুসারে সাজিয়ে দেওয়া হয়েছে। এই প্রশ্নোত্তরগুলো অনুশীলন করলে এই অধ্যায়ের সব বোর্ড প্রশ্নতো Cover হবেই, সাথে এই অধ্যায় সংশ্লিষ্ট গুরুত্বপূর্ণ প্রায় প্রতিটি টপিকই তোমাদের আয়ত্তে চলে আসবে।

জ্ঞানমূলক প্রশ্নোত্তর

তরঙ্গ সম্পর্কিত রাশিমালা

প্রশ্ন-১। তরঙ্গ কাকে বলে?
উত্তর: তরঙ্গ হলো এরূপ পর্যায়বৃত্ত আন্দোলন, যা মাধ্যমের মধ্যে দিয়ে শক্তি সঞ্চারিত করে কিন্তু মাধ্যমের কণাগুলোকে স্থানান্তরিত করে না।

প্রশ্ন-২। বিস্তার কী?
উত্তর: তরঙ্গের উপর অবস্থিত কোনো কম্পনশীল কণা সাম্যাবস্থান থেকে যেকোনো একদিকে সর্বাধিক যে দূরত্ব অতিক্রম করে তাকে বিস্তার বলে।

প্রশ্ন-৩। অনুপ্রস্থ তরঙ্গ কাকে বলে?
উত্তর: যে তরঙ্গ মাধ্যমের কণাগুলোর কম্পনের দিকের সাথে সমকোণে (90°) অগ্রসর হয়, সেই তরঙ্গকে অনুপ্রস্থ তরঙ্গ বা আড় তরঙ্গ বলে।

প্রশ্ন-৪। অনুদৈর্ঘ্য তরঙ্গ কাকে বলে?
উত্তর: যে তরঙ্গ মাধ্যমের দিকের সাথে সমান্তরালভাবে অগ্রসর হয় তাকে অনুদৈর্ঘ্য তরঙ্গ বা দীঘল তরঙ্গ বলে।

প্রশ্ন-৫। তরঙ্গ শীর্ষ কাকে বলে?
উত্তর: আড় তরঙ্গের ক্ষেত্রে এর ধনাত্মক অক্ষের দিকে তরঙ্গদৈর্ঘ্যের সর্বাধিক সরণের বিন্দুকে তরঙ্গ শীর্ষ বলে।

প্রশ্ন-৬। তরঙ্গ পাদ কাকে বলে?
উত্তর: আড় তরঙ্গের ক্ষেত্রে এর ঋণাত্মক অক্ষের দিকে তরঙ্গদৈর্ঘ্যের সর্বাধিক সরণের বিন্দুকে তরঙ্গ পাদ বলে।

প্রশ্ন-৭। শব্দ কাকে বলে? [সি.বো.'১৯]
উত্তর: শব্দ এক প্রকার শক্তি, যা বস্তুর কম্পনের ফলে উৎপন্ন হয়ে জড় ও স্থিতিস্থাপক মাধ্যমের সাহায্যে সঞ্চালিত হয়ে আমাদের কানে পৌঁছে শ্রবণের অনুভূতি জন্মায়।

প্রশ্ন-৮। কম্পাঙ্ক কী?
উত্তর: কোনো কম্পনশীল কণা একক সময়ে যতগুলো পূর্ণ কম্পন সম্পন্ন করে তাকে কম্পাঙ্ক বলে।

প্রশ্ন-৯। এক হার্জ কাকে বলে?
উত্তর: কোনো বস্তু এক সেকেন্ডে একটি পূর্ণ কম্পন সম্পন্ন করলে বস্তুটির কম্পাঙ্ককে এক হার্জ বলে।

প্রশ্ন-১০। পূর্ণ কম্পন কী?
উত্তর: কোনো কম্পনশীল বস্তু এক বিন্দু থেকে যাত্রা শুরু করে আবার একই পথে বিপরীত দিক থেকে সেই বিন্দুতে ফিরে আসলে তাকে পূর্ণ কম্পন বলে।

প্রশ্ন-১১। নির্বাধ বা মুক্ত কম্পন কী?
উত্তর: যে কোনো আকার, গঠন বা আকৃতির বস্তুকে আন্দোলিত করলে তা একটি নিজস্ব কম্পাঙ্ক রক্ষা করে স্পন্দিত হয়। এই স্পন্দনকে নির্বাধ বা মুক্ত কম্পন বলে।

প্রশ্ন-১২। তরঙ্গদৈর্ঘ্য কাকে বলে?
উত্তর: তরঙ্গ সৃষ্টিকারী কোনো কম্পনশীল কণার একটি পূর্ণ কম্পন সম্পন্ন হতে যে সময় লাগে, সে সময়ে তরঙ্গ যে দূরত্ব অতিক্রম করে তাকে তরঙ্গদৈর্ঘ্য বলে।

প্রশ্ন-১৩। তরঙ্গ বেগ কাকে বলে?
উত্তর: নির্দিষ্ট দিকে তরঙ্গ একক সময়ে যে দূরত্ব অতিক্রম করে তাকে তরঙ্গ বেগ বলে।

প্রশ্ন-১৪। দশা কী? [ঢা.বো.'১৯]
উত্তর: তরঙ্গের উপর অবস্থিত কোনো কম্পনশীল কণার দশা বলতে ঐ কণার যে কোনো মুহূর্তে গতির সম্যক অবস্থা বোঝায়। কোনো একটি মুহূর্তে গতির সম্যক অবস্থা হলো ঐ নির্দিষ্ট মুহূর্তে কণাটির সরণ, বেগ, ত্বরণ, বল ইত্যাদি।

প্রশ্ন-১৫। তরঙ্গ মুখ কাকে বলে? [কু.বো.'১৭; সি.বো.'১৭]
উত্তর: কোনো তরঙ্গের উপর অবস্থিত সমদশাসম্পন্ন কণাগুলোর গতিপথকে তরঙ্গ মুখ বলে।

প্রশ্ন-১৬। কৌণিক কম্পাঙ্ক কী?
উত্তর: সময়ের সাথে তরঙ্গের উপর অবস্থিত কোনো কণার দশা পরিবর্তনের হারকে কৌণিক কম্পাঙ্ক বলে।

প্রশ্ন-১৭। অগ্রগামী তরঙ্গ কাকে বলে? [সি.বো.'১৬]
উত্তর: কোনো তরঙ্গ যদি কোনো বিস্তৃত মাধ্যমের এক স্তর হতে অন্য স্তরে সঞ্চালিত হয়ে ক্রমাগত সামনের দিকে অগ্রসর হতে থাকে, তবে তাকে অগ্রগামী তরঙ্গ বলে।

প্রশ্ন-১৮। স্থির তরঙ্গ কী? [য.বো.'১৯]
উত্তর: কোনো মাধ্যমের একটি সীমিত অংশে দুটি পরস্পর বিপরীতমুখী অগ্রগামী তরঙ্গের দোলনকাল ও বিস্তার সমান হলে তাদের মিলিত ক্রিয়ায় ঐ অংশে যে লব্ধি তরঙ্গ সৃষ্টি হয়, তাকে স্থির তরঙ্গ বলে।

CS CamScanner

শ্ন-১৯। পরবশ কম্পন কাকে বলে? *[রা.বো.'১৭; চ.বো.'১৭]*

ত্তর: কোনো বস্তুর উপর আরোপিত পর্যাবৃত্ত স্পন্দনের কম্পাঙ্ক বস্তুটির স্বাভাবিক কম্পনের কম্পাঙ্কের চেয়ে ভিন্ন হলে বস্তুটি প্রথমে অনিয়মিতভাবে কম্পিত হয় পরে আরোপিত কম্পনের কম্পাঙ্কে কম্পিত হতে থাকে। এ ধরনের কম্পনকে পরবশ বা আরোপিত কম্পন বলে।

শ্ন-২০। অনুনাদ কাকে বলে? *[চ.বো.'১৯; ঢা., য., সি., দি. (সম্মিলিত) বো.'১৮; য.বো.'১৭; দি.বো.'১৭]*

ত্তর: কোন বস্তুর নিজস্ব কম্পাঙ্ক আর তার উপর আরোপিত পর্যাবৃত্ত স্পন্দনের কম্পাঙ্ক সমান হলে বস্তুটি সর্বোচ্চ বিস্তার সহকারে কম্পিত হতে থাকে। এ ধরনের কম্পনকে অনুনাদ বলে।

বীট ও তীব্রতা সম্পর্কিত

শ্ন-২১। বীট কাকে বলে? *[রা., কু., চ., ব. (সম্মিলিত) বো.'১৮; দি.বো.'১৬]*

***অথবা*, বীট বা স্বরকম্প কাকে বলে?-** *[ঢা.বো.'১৭; রা.বো.'১৭]*

ত্তর: একই ধরনের এবং প্রায় সমান কম্পাঙ্কের দুটি শব্দ তরঙ্গের উপরিপাতনের ফলে শব্দের তীব্রতার যে পর্যায়ক্রমিক হ্রাস-বৃদ্ধি হয় তাকে বীট বলে।

শ্ন-২২। তীব্রতা কাকে বলে?

ত্তর: শব্দ বিস্তারের অভিমুখের সঙ্গে লম্বভাবে কল্পিত একক ক্ষেত্রফলের মধ্য দিয়ে প্রতি সেকেন্ডে যে পরিমাণ শব্দ শক্তি প্রবাহিত হয়, তাকে ঐ শব্দের তীব্রতা বলে।

শ্ন-২৩। প্রমাণ তীব্রতা কী? *[রা.বো.'১৭]*

ত্তর: 1,000 Hz কম্পাঙ্ক বিশিষ্ট 10^{-12} Wm^{-2} তীব্রতাকে প্রমাণ তীব্রতা বলে।

শ্ন-২৪। প্রমাণ ক্ষমতা কাকে বলে?

ত্তর: 1,000 Hz কম্পাঙ্ক বিশিষ্ট 10^{-12} W ক্ষমতাকে প্রমাণ ক্ষমতা বলে।

শ্ন-২৫। শব্দের তীব্রতা লেবেল কাকে বলে? *[দি.বো.'১৯; কু.বো.'১৫]*

ত্তর: কোনো শব্দের তীব্রতা ও প্রমাণ তীব্রতার অনুপাতের লগারিদমকে ঐ শব্দের তীব্রতা লেভেল বলে।

শ্ন-২৬। ডেসিবেল কী? *[দি.বো.'১৫]*

ত্তর: ডেসিবেল হলো শব্দের তীব্রতা লেভের পরিমাপের একক। প্রমাণ তীব্রতা থেকে 10 গুণ তীব্রতাসম্পন্ন কোনো শব্দের তীব্রতা লেভেলকে 1 বেল বলে। এক বেলের এক দশমাংশকে এক ডেসিবেল বলে।

প্রশ্ন-২৭। শব্দের ব্যতিচার কাকে বলে?

উত্তর: সমান কম্পাঙ্ক ও বিস্তারের একই দিকে চলমান দুটি শব্দ তরঙ্গের উপরিপাতনের ফলে কোনো স্থানে নীরবতা ও কোনো স্থানে প্রবলতর শব্দের সৃষ্টি হলে ঐ ঘটনাকে শব্দের ব্যতিচার বলে।

প্রশ্ন-২৮। শব্দোচ্চতা কী?

উত্তর: যে বৈশিষ্ট্য দ্বারা একটি শব্দ অন্য একটি শব্দ হতে কত বেশি জোরালো/তীব্র তা বুঝা যায় তাকে শব্দোচ্চতা বলে।

স্বরগ্রাম বা হারমোনিকস সম্পর্কিত

প্রশ্ন-২৯। সুর কি? *[ব.বো.'১৭]*

উত্তর: একটি মাত্র কম্পাঙ্ক বিশিষ্ট শব্দকে সুর বলে।

প্রশ্ন-৩০। টোনিক কাকে বলে?

উত্তর: সর্বাপেক্ষা কম কম্পাঙ্কের সূচনা সুরকে টোনিক বলে।

প্রশ্ন-৩১। স্বর কী?

উত্তর: কোন শব্দের মধ্যে যদি একাধিক কম্পাঙ্ক থাকে তাহলে সেই শব্দকে স্বর বলে।

প্রশ্ন-৩২। মূল সুর কী?

উত্তর: কোন স্বরের মধ্যে বিদ্যমান সুরগুলোর মধ্যে যে সুরের কম্পাঙ্ক সবচেয়ে কম তাকে মূল সুর বলে।

প্রশ্ন-৩৩। গুণ বা জাতি কী?

উত্তর: যে বৈশিষ্ট্যর দ্বারা একই তীব্রতা ও তীক্ষ্ণতার দুটি শব্দকে পরস্পর থেকে আলাদা করা যায় তাকে শব্দের গুণ বা জাতি বলে।

প্রশ্ন-৩৪। সুশ্রাব্য শব্দ কী?

উত্তর: উৎসের কম্পন নিয়মিত বা পর্যায়বৃত্ত হওয়ার ফলে সৃষ্ট যে সমস্ত শব্দ শুনতে আমাদের ভালো লাগে তাকে সুরযুক্ত বা সুশ্রাব্য শব্দ বলে।

প্রশ্ন-৩৫। সুর বিরাম কী?

উত্তর: দুটি সুরের কম্পাঙ্কের অনুপাতকে সুর অবকাশ বা সুর বিরাম বলে।

প্রশ্ন-৩৬। **সলো বা একক সঙ্গীত কাকে বলে?**
উত্তর: একটি মাত্র বাদ্যযন্ত্র হতে যে স্বর সৃষ্টি হয় তাকে সলো বা একক সঙ্গীত বলে।

প্রশ্ন-৩৭। **অর্কেস্ট্রা কাকে বলে?**
উত্তর: যখন একাধিক বাদ্যযন্ত্র একত্রে বাজিয়ে একটি সমতান অথবা একটি মেলডি অথবা একটি সমতান ও মেলডি উভয়ই উৎপন্ন করা হয় তখন তাকে অর্কেস্ট্রা বলে।

প্রশ্ন-৩৮। **অষ্টক কাকে বলে?**
উত্তর: কোন সুরের কম্পাঙ্ক (বড়) যদি অন্য একটি সুরের কম্পাঙ্কের (ছোট) দ্বিগুণ হয়, তাহলে প্রথমটিকে দ্বিতীয়টির অষ্টক (octave) বলে।

প্রশ্ন-৩৯। **সমতান কী?**
উত্তর: কতকগুলো শব্দ যদি একসঙ্গে উৎপন্ন হয়ে ঐকতানের সৃষ্টি করে, তাহলে তাকে সমতান বলে।

প্রশ্ন-৪০। **সম-সংগতি কাকে বলে?**
উত্তর: একাধিক সুরের মিলিত ক্রিয়ায় ভিন্ন একটি সুরসমৃদ্ধ শব্দ উৎপন্ন হলে সুরের এরূপ সংগতিকে সম-সংগতি বলে।

অনুধাবনমূলক প্রশ্নোত্তর

তরঙ্গ সম্পর্কিত রাশিমালা

প্রশ্ন-১। **তরঙ্গের বৈশিষ্ট্যগুলো লেখ।**
উত্তর: তরঙ্গ হলো এরূপ পর্যায়বৃত্ত আন্দোলন, যা মাধ্যমের মধ্যে দিয়ে শক্তি সঞ্চারিত করে কিন্তু মাধ্যমের কণাগুলোকে স্থানান্তরিত করে না।
তরঙ্গের বৈশিষ্ট্যসমূহ নিম্নরূপ:

- তরঙ্গের বিস্তার, তরঙ্গদৈর্ঘ্য আছে।
- তরঙ্গের কম্পন হয়।
- তরঙ্গ অগ্রগামী ও স্থির হতে পারে।

প্রশ্ন-২। **অগ্রগামী তরঙ্গের বৈশিষ্ট্যগুলো লিখ।**
উত্তর: কোনো তরঙ্গ যদি কোনো বিস্তৃত মাধ্যমের এক স্তর হতে অন্য স্তরে সঞ্চালিত হয়ে ক্রমাগত সামনের দিকে অগ্রসর হতে থাকে, তবে তাকে অগ্রগামী তরঙ্গ বলে।
অগ্রগামী তরঙ্গের বৈশিষ্ট্যগুলো নিম্নরূপ:

- অগ্রগামী তরঙ্গে মাধ্যমের প্রত্যেকটি কণা পর্যাবৃত্ত গতি লাভ করে।
- এ তরঙ্গ মাধ্যমের ভেতর দিয়ে নির্দিষ্ট বেগে সামনের দিকে অগ্রসর হয়।
- মাধ্যমের কণাগুলো কখনোই স্থির থাকে না।
- তরঙ্গ মুখের অভিলম্ব বরাবর শক্তি বহন করে এ তরঙ্গ প্রবাহিত হয়।

প্রশ্ন-৩। **স্থির তরঙ্গের বৈশিষ্ট্যগুলো লিখ।**
উত্তর: কোনো মাধ্যমের একটি সীমিত অংশে দুটি পরস্পর বিপরীতমুখী অগ্রগামী তরঙ্গের দোলনকাল ও বিস্তার সমান হলে তাদের মিলিত ক্রিয়ায় ঐ অংশে যে লব্ধি তরঙ্গ সৃষ্টি হয়, তাকে স্থির তরঙ্গ বলে।
স্থির তরঙ্গের বৈশিষ্ট্যগুলো নিম্নরূপ:

- স্থির তরঙ্গ কোনো একটি মাধ্যমের সীমিত অংশে উৎপন্ন হয়।
- এই তরঙ্গ একই স্থানে সীমাবদ্ধ থাকে।
- তরঙ্গের বিভিন্ন বিন্দুতে কম্পনের বিস্তার সমান নয়।

প্রশ্ন-৪। **কীভাবে শব্দ উৎপন্ন হয়?**
উত্তর: শব্দের উৎপত্তির কারণ বস্তুর কম্পন। কোনো বস্তু কম্পিত হলে সেই কম্পন বাতাসকেও আন্দোলিত করে এবং বাতাসের এই আন্দোলন তরঙ্গ আকারে আমাদের কানে পৌঁছে এবং কানের পর্দাকেও স্পন্দিত করে। ফলে আমাদের কানে শব্দের অনুভূতি জন্মে। একটি ধাতব পাত হাত থেকে মেঝেতে পড়ে গেলে শব্দের সৃষ্টি হয়। সাথে সাথে পাত্রটিকে হাত দিয়ে চেপে ধরলে পাত্রটির কম্পন এবং শব্দ থেমে যায়। এ থেকে বুঝা যায়, বস্তুর কম্পনের ফলেই শব্দের উদ্ভব হয়।

প্রশ্ন-৫। **শব্দ কেন অগ্রগামী অনুদৈর্ঘ্য তরঙ্গ?**
উত্তর: শব্দ সঞ্চালনের জন্য মাধ্যমের প্রয়োজন। মাধ্যমের ভেতর দিয়ে শব্দ অগ্রগামী অনুদৈর্ঘ্য তরঙ্গের আকারে সঞ্চালিত হয়। নিচের কারণগুলো প্রমাণ করে যে শব্দ অগ্রগামী অনুদৈর্ঘ্য তরঙ্গ–

i. এই তরঙ্গ সৃষ্টির জন্য কম্পন প্রয়োজন। শব্দ সৃষ্টির জন্যও কম্পনের প্রয়োজন।
ii. এই তরঙ্গ সঞ্চালনের জন্য মাধ্যম স্থানান্তরিত হয় না। শব্দ সঞ্চালনের সময়ও মাধ্যমের কণাগুলো স্থানান্তরিত হয় না।
iii. এক স্থান থেকে অন্য স্থানে সঞ্চালিত হতে এই তরঙ্গের কিছু সময়ের প্রয়োজন, শব্দ সঞ্চালনের জন্যও সময় লাগে।
iv. গ্যাসীয় মাধ্যমে শব্দের সমবর্তন হয় না। সমবর্তন কেবল আড় তরঙ্গের ক্ষেত্রে ঘটে।
v. শব্দ কঠিন, তরল ও বায়বীয় মাধ্যমে সঞ্চালিত হতে পারে যা অনুদৈর্ঘ্য তরঙ্গের ক্ষেত্রে ঘটে।

অতএব শব্দ একটি অগ্রগামী অনুদৈর্ঘ্য তরঙ্গ।

প্রশ্ন-৬। **সুস্পন্দ বিন্দু বলতে কী বুঝ?**

উত্তর: স্থির তরঙ্গের যেসব বিন্দুতে লব্ধি তরঙ্গের (কণার) বিস্তার সর্বাধিক হয় তাদের সুস্পন্দ বিন্দু বলে। সুস্পন্দ বিন্দুতে লব্ধি বিস্তার দুই মূল তরঙ্গের বিস্তারের সমষ্টির সমান। এই বিন্দুগুলোতে গঠনমূলক ব্যতিচার ঘটে।

প্রশ্ন-৭। **নিস্পন্দ বিন্দু বলতে কী বুঝ?**

উত্তর: স্থির তরঙ্গের যে সব বিন্দুতে কণার লব্ধি তরঙ্গের বিস্তার শূন্য হয় তাদের নিস্পন্দ বিন্দু বলে। নিস্পন্দ বিন্দুতে লব্ধি বিস্তার দুই মূল তরঙ্গের বিস্তারের বিয়োগফলের সমান। এই বিন্দুগুলোতে ধ্বংসাত্মক ব্যতিচার ঘটে।

প্রশ্ন-৮। **স্থির তরঙ্গের নিস্পন্দ বিন্দুতে শক্তি শূন্য হয় কেন? ব্যাখ্যা কর।** *[সি.বো.'১৭]*

উত্তর: স্থির তরঙ্গের যে সকল বিন্দুতে কণার কোন বিস্তার নেই অর্থাৎ কণার সরণ শূন্য হয়, সেই সকল বিন্দুকে নিস্পন্দ বিন্দু বলে।

আমরা জানি, মাধ্যমের কণাগুলোর কম্পনের ফলে একটি কণা থেকে অন্য কণায় শক্তি সঞ্চালিত হয়। এসব কম্পনশীল কণার নির্দিষ্ট বিস্তার থাকে, অর্থাৎ সাম্যাবস্থার সাপেক্ষে নির্দিষ্ট একটি সরণ থাকে। যেহেতু নিস্পন্দ বিন্দুতে কণার কোন বিস্তার নেই অর্থাৎ সরণ শূন্য, সেহেতু নিস্পন্দ বিন্দুর কণা কোন শক্তি সঞ্চালন করতে পারে না। তাই নিস্পন্দ বিন্দুতে শক্তি শূন্য হয়।

প্রশ্ন-৯। **আলোক তরঙ্গ ও শব্দ তরঙ্গের মধ্যে পার্থক্য লিখ।** *[ঢা., য., সি., দি. (সম্মিলিত) বো.'১৮]*

উত্তর: **আলোক তরঙ্গ এবং শব্দ তরঙ্গের পার্থক্য:**

আলোক তরঙ্গ	শব্দ তরঙ্গ
১. আলোক তরঙ্গ হলো অনুপ্রস্থ তরঙ্গ	১. শব্দ তরঙ্গ হলো অনুদৈর্ঘ্য তরঙ্গ
২. আলোক তরঙ্গের সমবর্তন বা পোলারায়ন ঘটে।	২. শব্দ তরঙ্গের সমবর্তন বা পোলারায়ন ঘটে না।
৩. আলোক তরঙ্গের কণাগুলো তরঙ্গের গতির দিকের সাথে লম্বভাবে চলে।	৩. শব্দ তরঙ্গের কণাগুলো তরঙ্গের গতির দিকের সাথে লম্বভাবে চলে।

পরবশ কম্পন সম্পর্কিত

প্রশ্ন-১০। **মুক্ত কম্পন ও পরবশ কম্পনের পার্থক্য লিখ।**

উত্তর: মুক্ত কম্পন ও পরবশ কম্পনের প্রধান তিনটি পার্থক্য নিচে উল্লেখ করা হলো–

মুক্ত কম্পন	পরবশ কম্পন
১. বাহ্যিক বল ক্রিয়া না করলে কোনো কম্পমান বস্তু যদি তার নিজস্ব কম্পাঙ্কে কাঁপতে থাকে তবে তাকে মুক্ত কম্পন বলে।	১. কোনো একটি কম্পনরত বস্তুকে অন্য একটি কম্পনক্ষম বস্তুর নিকট আনলে দ্বিতীয় বস্তুটিতে যে কম্পন সৃষ্টি হয় তাকে পরবশ কম্পন বা আরোপিত কম্পন বলে।
২. মুক্ত কম্পন ভর, আকৃতি, ঘনত্ব ও স্থিতিস্থাপক ধর্মের উপর নির্ভর করে।	২. পরবশ কম্পন শুধুমাত্র পর্যায়বৃত্ত বলের কম্পনের উপর নির্ভরশীল।
৩. মুক্ত কম্পনের বিস্তার সীমিত হতে হবে।	৩. পরবশ কম্পনের বিস্তার কম বা বেশি হতে পারে।

প্রশ্ন-১১। **অনুনাদ এক ধরনের পরবশ কম্পন– ব্যাখ্যা কর।** *[ব.বো.'১৯]*

***অথবা*, অনুনাদ একটি বিশেষ ধরনের আরোপিত কম্পন — ব্যাখ্যা কর।** *[রা.বো.'১৭]*

উত্তর: কোনো একটি কম্পনরত বস্তুকে অন্য একটি কম্পনক্ষম বস্তুর নিকট আনলে দ্বিতীয় বস্তুটিতে যে কম্পন সৃষ্টি হয় তাকে পরবশ কম্পন বা আরোপিত কম্পন বলে। আর প্রযুক্ত কম্পাঙ্ক দ্বিতীয় বস্তুটির স্বাভাবিক বা নিজস্ব কম্পাঙ্কের শুধুমাত্র সমান হলেই অনুনাদ সৃষ্টি হয়। তাই, অনুনাদ হচ্ছে বিশেষ ধরনের পরবশ বা আরোপিত কম্পন।

প্রশ্ন-১২। **পরবশ কম্পন ও অনুনাদের মধ্যে দুইটি পার্থক্য লিখ।** *[ঢা.বো.'১৭]*

উত্তর: **পরবশ কম্পন ও অনুনাদের মধ্যে দুইটি পার্থক্য:**

পরবশ কম্পন	অনুনাদ
১. পরবশ কম্পনের জন্য আরোপিত কম্পনের কম্পাঙ্ক বস্তুর স্বাভাবিক কম্পাঙ্কের সমান হয় অথবা হয় না।	১. অনুনাদ এর জন্য আরোপিত কম্পনের কম্পাঙ্ক বস্তুর স্বাভাবিক কম্পাঙ্কের সমান হয়।
২. সকল পরবশ কম্পন অনুনাদ নয়।	২. সকল অনুনাদই পরবশ কম্পন।

একটি মনের প্রশ্ন

☐ *অনুনাদী কম্পনে কি বিস্তার সর্বোচ্চ?*

উত্তর: হ্যাঁ, অনুনাদী কম্পনের বিস্তার সর্বোচ্চ। কারণ, এক্ষেত্রে আরোপিত কম্পনের কম্পাঙ্ক ও বস্তুর কম্পাঙ্ক সমান। এক্ষেত্রে যদি উভয়ের কম্পাঙ্ক সমান না হতো তাহলে বস্তুসৃষ্ট তরঙ্গের বিস্তার পরিবর্তনশীল (বেড়ে যেতো আবার কমে যেতো) হতো।

প্রশ্ন-১৩। **অনুনাদী বস্তুর উপস্থিতি মাধ্যমের শব্দ তরঙ্গের তীব্রতার ওপর কিভাবে প্রভাব বিস্তার করে ব্যাখ্যা কর।** *[য.বো.'১৯]*

উত্তর: উৎসের কাছে কোনো অনুনাদী বস্তু থাকলে শব্দতরঙ্গের তীব্রতা বেড়ে যায়। এক্ষেত্রে পরবশ কম্পন ও অনুনাদ প্রক্রিয়ায় শব্দের তীব্রতা বাড়ে। শব্দ উৎসের সৃষ্টি তরঙ্গের কম্পন অনুনাদী বস্তুর কম্পনের সমান হলে অনুনাদ ঘটে এবং বস্তুটি সর্বোচ্চ বিস্তারে কাঁপতে থাকে। এভাবেই শব্দ তরঙ্গের তীব্রতা বেড়ে যায়।

বীট ও তীব্রতা সম্পর্কিত

প্রশ্ন-১৪। শব্দের তীব্রতা কিসের উপর নির্ভর করে ব্যাখ্যা কর। *[দি.বো.'১৯]*

উত্তর: শব্দ বিস্তারের অভিমুখের সঙ্গে লম্বভাবে কল্পিত একক ক্ষেত্রফলের মধ্য দিয়ে প্রতি সেকেন্ডে যে পরিমাণ শব্দ শক্তি প্রবাহিত হয়, তাকে ঐ শব্দের তীব্রতা বলে।

আমরা জানি,
শব্দের তীব্রতা, $I = 2\rho\pi^2a^2n^2v$
উক্ত সমীকরণ থেকে বলা যায় শব্দের তীব্রতা কম্পাংক ও বিস্তারের বর্গের সমানুপাতিক এবং বেগ ও ঘনত্বের সমানুপাতিক।

এখানে,
ρ = মাধ্যমের ঘনত্ব
n = তরঙ্গের কম্পাংক
a = তরঙ্গের বিস্তার
v = তরঙ্গের বেগ

প্রশ্ন-১৫। শব্দের তীব্রতার পাল্লা ব্যাখ্যা কর।

উত্তর: আমাদের কান তীব্রতার একটি বিরাট পাল্লা জুড়ে শব্দ শুনতে পায়। আমাদের কান সবচেয়ে মৃদু যে শব্দ শুনতে পায় তার তীব্রতা হলো প্রায় 10^{-12} Wm^{-2}। একে শ্রাব্যতার সীমা বলে। সবচেয়ে জোরালো যে শব্দ কান সহ্য করতে পারে তার প্রাবল্য প্রায় 1 Wm^{-2}। শব্দের প্রাবল্য এর চেয়ে বেশি হলে কানে যন্ত্রণা হয়। তীব্রতার এই ঊর্ধ্ব সীমাকে সহন বা অনুভূতি সীমা বলে। শ্রাব্য তীব্রতার পাল্লা এত বড় বলে বিভিন্ন তীব্রতার তুলনা করতে হলে আপেক্ষিক তীব্রতাকে লগারিদমে প্রকাশ করলে সুবিধা হয়।

প্রশ্ন-১৬। মানুষের শ্রাব্যতার তীব্রতার অনুপাত 10^{12} – ব্যাখ্যা কর। *[রা.বো.'১৭]*

উত্তর: মানুষের কান এত সংবেদনশীল যে অতি ক্ষীণ এবং অত্যন্ত জোরালো শব্দ শুনতে পায়। মানুষের শ্রাব্যতার তীব্রতার অনুপাত 10^{12} বলতে বুঝানো হয় যে একটি ক্ষীণশব্দ এবং এর 10^{12} গুণ তীব্রতাসম্পন্ন শব্দ আমাদের কানে অনুভূতি সৃষ্টি করতে পারে। এই সীমার বাইরে কোনো শব্দ আমরা শুনতে পাই না।

প্রশ্ন-১৭। শব্দের তীব্রতা লেভেল 20 dB বলতে কী বুঝ? *[ঢা.বো.'১৯]*

উত্তর: কোনো শব্দের তীব্রতা লেভেল হচ্ছে উক্ত শব্দের তীব্রতা ও প্রমাণ তীব্রতার অনুপাতের লগারিদমকে 10 দ্বারা গুণ করা। শব্দের তীব্রতা লেভেল 20 dB হলে, $10 \log \frac{I}{I_0} = 20$ বা, $I = 10^2 I_0$। অর্থাৎ 20 dB শব্দের তীব্রতা প্রমাণ তীব্রতার 10^2 বা, 100 গুণ।

প্রশ্ন-১৮। শ্রেণিকক্ষের শব্দের তীব্রতা 10^{-6} Wm^{-2} বলতে কী বুঝ?

উত্তর: শব্দ বিস্তারের অভিমুখের সঙ্গে লম্বভাবে কল্পিত একক ক্ষেত্রফলের মধ্য দিয়ে প্রতি সেকেন্ডে যে পরিমাণ শব্দ শক্তি প্রবাহিত হয়, তাকে ঐ শব্দের তীব্রতা বলে। শ্রেণিকক্ষের শব্দের তীব্রতা 10^{-6} Wm^{-2} বলতে বুঝায় যে ঐ শ্রেণিকক্ষে শব্দ বিস্তারের অভিমুখের সাথে লম্বভাবে কল্পিত $1m^2$ ক্ষেত্রফলের মধ্য দিয়ে 10^{-6} W ক্ষমতার শব্দ শক্তি প্রবাহিত হয়।

প্রশ্ন-১৯। প্রতি সেকেন্ডে বীট 6 বলতে কী বুঝ?

উত্তর: একই ধরনের এবং প্রায় সমান কম্পাঙ্কের দুটি শব্দ তরঙ্গের উপরিপাতনের ফলে শব্দের তীব্রতার যে পর্যায়ক্রমিক হ্রাস-বৃদ্ধি হয় তাকে বীট বলে।
প্রতি সেকেন্ডে বীট 6 বলতে বোঝায় যে, উৎসদ্বয়ের ক্রিয়ায় শব্দের তীব্রতা প্রতি সেকেন্ডে 6 বার হ্রাস-বৃদ্ধি পায় এবং উৎসদ্বয়ের কম্পাঙ্কের পার্থক্য N = 6Hz।

স্বরগ্রাম বা হারমোনিকস সম্পর্কিত

প্রশ্ন-২০। সুরযুক্ত শব্দের বৈশিষ্ট্যসমূহ লিখ।

উত্তর: উৎসের কম্পন নিয়মিত বা পর্যায়বৃত্ত হওয়ার ফলে সৃষ্ট যে সমস্ত শব্দ শুনতে আমাদের ভালো লাগে তাকে সুরযুক্ত বা সুশ্রাব্য শব্দ বলে। সুরযুক্ত শব্দের ৩ টি বৈশিষ্ট্য। যথা-

- তীব্রতা বা প্রাবল্য
- তীক্ষ্ণতা
- গুণ বা জাতি।

প্রশ্ন-২১। তীক্ষ্ণতা ও কম্পাংক একই কী না? ব্যাখ্যা কর। *[সি.বো.'১৯]*

উত্তর: তীক্ষ্ণতা হচ্ছে সুশ্রাব্য শব্দের বৈশিষ্ট্য। শব্দের এই বৈশিষ্ট্য দ্বারা পাতলা সুর ও চড়া সুরের মধ্যে পার্থক্য করা যায়। উৎসের কম্পাঙ্কের ওপর শব্দের তীক্ষ্ণতা নির্ভর করে। কম্পাঙ্ক যত বাড়ে সুর তত চড়া হয় অর্থাৎ, সুরের তীক্ষ্ণতা বাড়ে। তাই বলে কম্পাঙ্ক ও তীক্ষ্ণতা এক জিনিস নয়। তীক্ষ্ণতা হচ্ছে কানের একটা বিশেষ অনুভূতি (শব্দ জোড়ালো নাকি হালকা তা বোঝার) কিন্তু উৎসের কম্পাঙ্ক হচ্ছে যান্ত্রিক আন্দোলনের হার।

প্রশ্ন-২২। স্বরগ্রাম বলতে কী বোঝ?

উত্তর: স্বরগ্রাম বলতে আমরা নির্দিষ্ট কম্পাঙ্কের কয়েকটি সাজানো সুরকে বুঝি। যে কোনো সুর ও তার অষ্টক বা দ্বিগুণ কম্পাঙ্ক বিশিষ্ট সুরের মধ্যে কয়েকটি নির্দিষ্ট সুর আমাদের কানে সহজে সাড়া দেয়। এই সুরগুলোর মধ্যে সমসংগতি বজায় থাকে বলে এরা সঙ্গীত গুণসম্পন্ন হয়। এরূপ সমসংগতিপূর্ণ সুরসমষ্টিকে স্বরগ্রাম বলে।

প্রশ্ন-২৩। সকল হারমোনিক উপসুর কিন্তু সকল উপসুর হারমোনিক নয় কেন? *[দি.বো.'১৭]*
***অথবা*, সকল হারমোনিকই উপসুর কিন্তু সকল উপসুর হারমোনিক নয়, ব্যাখ্যা কর।** *[সি.বো.'১৬; দি.বো.'১৫]*

উত্তর: কোন স্বরের মধ্যে বিদ্যমান সুরগুলোর মধ্যে যার কম্পাঙ্ক সবচেয়ে কম তাকে মূলসুর বা মৌলিক সুর বলে। অন্য সকল সুরের কম্পাঙ্ক মূল সুরের কম্পাঙ্কের চেয়ে বেশি হওয়ায় তাদের উপসুর বলে। আবার উপসুরগুলোর কম্পাঙ্ক যদি মূল সুরের কম্পাঙ্কের সরল গুণিতক হয়, তাহলে সেই উপসুরকে সমমেল বা হারমোনিক বলে। এর ফলে উপসুরগুলো হারমোনিক হতে পারে, আবার নাও হতে পারে। কাজেই, সকল হারমোনিক উপসুর, কিন্তু সকল উপসুর হারমোনিক নয়।

Similar Question

✓ ডায়াটোনিক স্বরগ্রামের সকল উপসুর হারমোনিক নয় কেন? ব্যাখ্যা কর। *[য.বো.'১৭]*
Hint: ডায়াটোনিক স্বরগ্রামের প্রত্যেক স্বরই দুই বা ততোধিক সুরের সমষ্টি।

প্রশ্ন-২৪। **ত্রয়ীর মধ্যে কোনো অষ্টক নেই—ব্যাখ্যা কর।** [কু.বো.'১৭]

উত্তর: তিনটি শব্দের কম্পাঙ্কের অনুপাত 4 : 5 : 6 হলে তাদের সমন্বয়ে যে সুরযুক্ত শব্দের উৎপত্তি হয়, তাকে ত্রয়ী বলে। ধরি, সা: গা: পা: এর কম্পাঙ্কের অনুপাত = 256 : 320 : 384 = 4 : 5 : 6 হয়। কাজেই এক্ষেত্রে, 256, 320 ও 384 Hz কম্পাঙ্কবিশিষ্ট সুরের সমন্বয়ে উৎপন্ন শব্দকে ত্রয়ী বলে। আবার, উপসুরের কম্পাঙ্ক মূল সুরের কম্পাঙ্কের দ্বিগুণ হলে তাকে অষ্টক বলে। উপরের তিনটি কম্পাঙ্কের মধ্যে মূল সুর 256 Hz হলে এর অষ্টক হবে (2 × 256) = 512 Hz যা ত্রয়ীর মধ্যে নেই। ত্রয়ীর মধ্যে কম্পাঙ্কের অনুপাত 4 : 5 : 6 হওয়াতে যে কোনো কম্পাঙ্কেরই দ্বিগুণ কম্পাঙ্ক এর মধ্যে কখনো পাওয়া যাবে না। তাই, ত্রয়ীর মধ্যে কোন অষ্টক নেই।

বাস্তব জীবনে তরঙ্গের উদাহরণ সম্পর্কিত

প্রশ্ন-২৫। **স্বরকম্পের কয়েকটি প্রয়োগ উল্লেখ করো।**

উত্তর: একই ধরনের এবং প্রায় সমান কম্পাঙ্কের দুটি শব্দ তরঙ্গের উপরিপাতনের ফলে শব্দের তীব্রতার যে পর্যায়ক্রমিক হ্রাস-বৃদ্ধি হয় তাকে বীট বলে।

বীট বা স্বরকম্পের তিনটি বহুল প্রচলিত প্রয়োগ আছে। এগুলো হলো–

i. স্বরকম্পের সাহায্যে সুরশলাকার অজ্ঞাত কম্পাঙ্ক নির্ণয় করা যায়।
ii. স্বরকম্পের সাহায্যে খনিতে দূষিত বাতাসের অস্তিত্ব নির্ণয় করা যায়।
iii. বাদ্যযন্ত্রাদির সুর নির্ণয় করা যায়।

প্রশ্ন-২৬। **একসাথে অনেকগুলো সৈন্য ব্রীজের উপর দিয়ে মার্চ করে যাওয়া সঠিক নয় কেন? ব্যাখ্যা কর।**

উত্তর: একটি ঝুলন্ত ব্রীজের উপর দিয়ে সৈন্যদল যখন মার্চ করে যায় তখন সৈন্যদলের পদক্ষেপ মিলিয়ে যাবার কারণে আরোপিত কম্পনের সৃষ্টি হয়। ফলে সমগ্র ব্রীজের বিভিন্ন উপাদানের কণাগুলোও কম্পিত হয়। যখন আরোপিত কম্পন এবং ব্রীজের উপাদানের কণাগুলোর কম্পন সমান হয় তখন ব্রিজটি সর্বোচ্চ বিস্তারে কম্পিত হয়। তখন ব্রিজটির ভেঙ্গে যাওয়ার সম্ভাবনা অনেক বেড়ে যায়। তাই, একসাথে অনেকগুলো সৈন্য ব্রীজের উপর দিয়ে মার্চ করে যাওয়া সঠিক নয়।

প্রশ্ন-২৭। **তবলায় আঘাত করলে জোরালো শব্দ সৃষ্টি হয়, আবার দেয়ালে আঘাত করলে ততটা জোরালো শব্দ সৃষ্টি হয় না কেন? ব্যাখ্যা কর।**

উত্তর: কোন বস্তুর কম্পনের দরুন শব্দ তরঙ্গ সৃষ্টি হয় যা আমাদের কানে শ্রবণের অনুভূতি জাগায়। তবলায় আঘাত করলে এর পর্দা অনেক জোরে কম্পিত হয়, এতে অধিক কম্পনের সৃষ্টি হয় এবং শব্দ জোরালো হয়। আবার, দেওয়ালে আঘাত করলে তা খুব সামান্য পরিমাণে কম্পিত হয় কারণ এর দৃঢ়তা অনেক বেশি। তাই দেওয়ালে আঘাত করলে খুব কম পরিমাণ শব্দ তরঙ্গ সৃষ্টি হয়।

প্রশ্ন-২৮। **পুকুরে ঢিল ছোঁড়া হলে কী ধরনের তরঙ্গ সৃষ্টি হবে ব্যাখ্যা কর।**

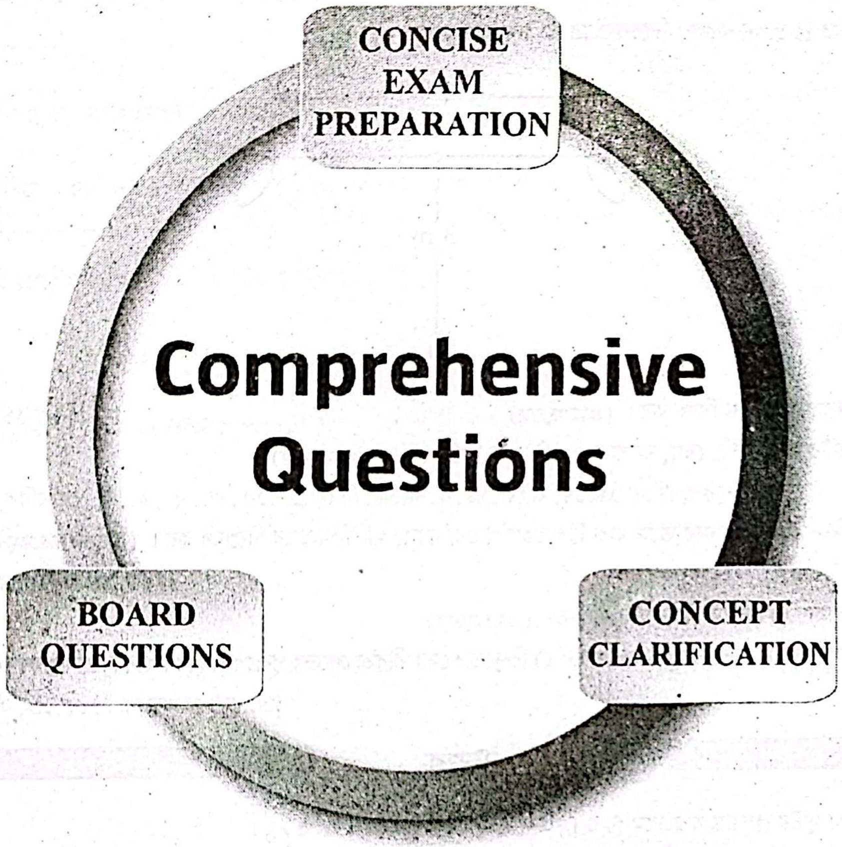
উত্তর: কোনো পুকুরে ঢিল ছোঁড়া হলে অনুপ্রস্থ তরঙ্গের সৃষ্টি হবে। যে তরঙ্গ মাধ্যমের কণাগুলোর কম্পনের দিকের সাথে সমকোণে (90°) অগ্রসর হয়, সেই তরঙ্গকে অনুপ্রস্থ তরঙ্গ বা আড় তরঙ্গ বলে। পুকুরে ঢিল ছোঁড়া হলে ঢিলটি যখন পানি স্পর্শ করে তখন ঐ স্থানের পানির কণাগুলো আন্দোলিত হয়। এই কণাগুলো আবার তাদের পার্শ্ববর্তী স্থির পানি কণাগুলোকে আন্দোলিত করে তরঙ্গের সৃষ্টি করে। এক্ষেত্রে মাধ্যমের কণার কম্পনের অভিমুখ তরঙ্গের গতির অভিমুখের সাথে সমকোণ সৃষ্টি করে। যে স্থানে মাধ্যমের কণাগুলোর সরণ সর্বাধিক হয় সেটি হলো তরঙ্গচূড়া আবার যে স্থানে কণাগুলোর সরণ সর্বনিম্ন হয় সেটি হলো তরঙ্গপাদ বা তরঙ্গখাঁজ। তাই, পুকুরে ঢিল ছোঁড়া হলে অনুপ্রস্থ তরঙ্গ সৃষ্টি হবে।

প্রশ্ন-২৯। **বড় বড় হলরুমের দেয়ালে হার্ডবোর্ড কিংবা পার্টেক্স জাতীয় বোর্ড লাগানো হয় কেন?** *[রা.বো.'১৯]*

উত্তর: বড় বড় হলরুমে শব্দের প্রতিফলনের কারণে শোরগোল বা নয়েজ (Noise) সৃষ্টি হয়। ফলে শ্রোতারা ভালোভাবে শুনতে পারে না। এই সমস্যা দূর করার জন্য শব্দের শোষক হিসেবে হলরুমের দেয়ালে হার্ডবোর্ড কিংবা পার্টেক্স জাতীয় বোর্ড লাগানো হয়। এর ফলে সৃষ্ট শব্দ শোষক দ্বারা শোষিত হয়ে শব্দ প্রতিফলন হওয়া রোধ হয়। এতে শ্রোতা বা দর্শকদের শুনতে কোনো সমস্যা হয় না। এ কারণেই বড় বড় হলরুমের দেয়ালে হার্ডবোর্ড কিংবা পার্টেক্স জাতীয় বোর্ড লাগানো হয়।

প্রশ্ন-৩০। **সঙ্গীতগুণ শব্দ মানুষের মনে প্রশান্তি সৃষ্টি–ব্যাখ্যা কর।** *[চ.বো.'১৯]*

উত্তর: আমরা অর্থবহ যে সমস্ত শব্দ শুনি তার বেশিরভাগই অনেকগুলো কম্পাঙ্কের সমন্বয়ে সৃষ্টি। এ কম্পাঙ্কগুলো যদি পরস্পরের সরল গুণিতক হয় তাহলে এদের দ্বারা উৎপন্ন শব্দ আমাদের কাছে সঙ্গীত গুণ সম্পন্ন মনে হবে। সঙ্গীতগুণ শব্দ মানুষের মনে প্রশান্তি সৃষ্টি করে এসব সমস্যা থেকে আমাদের নিরাপদ রাখে। পক্ষান্তরে সম্পর্কহীন অনেকগুলো কম্পাঙ্কের সমন্বয়ে সৃষ্ট শব্দ আমাদের নয়েজ বা গোলমাল বলে মনে হবে। এসব নয়েজের ফলে সৃষ্ট শব্দ দূষণের ফলে মানুষের মেজাজের উপর নিয়ন্ত্রণ হ্রাস পায়।


CONCISE EXAM PREPARATION
Comprehensive Questions
BOARD QUESTIONS
CONCEPT CLARIFICATION

প্রিয় শিক্ষার্থী,

এই অধ্যায় থেকে বিগত HSC পরীক্ষায় মোট **৩০টি সৃজনশীল প্রশ্ন** এসেছে। পরীক্ষার আগে এই অল্প সময়ে এতগুলো প্রশ্নোত্তর অনুশীলন করা তোমাদের জন্য কষ্টসাধ্য; এছাড়াও এই প্রশ্নোত্তরগুলোর অধিকাংশই প্রত্যক্ষ ও পরোক্ষভাবে 'Repeat' !!!

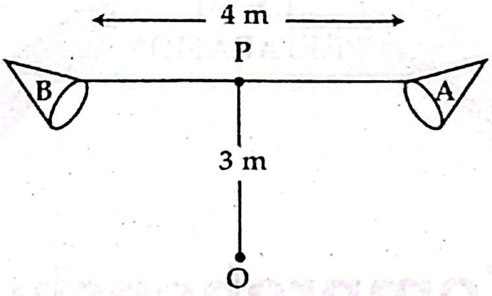
তোমাদের সুবিধার্থে এই ৩০টি সৃজনশীল প্রশ্নকে সমন্বয় করে মাত্র ২টি COMPREHENSIVE QUESTIONS এ পরিণত করা হয়েছে, যেগুলো বুঝে অনুশীলন করলে এই অধ্যায়ের সব বোর্ড প্রশ্নতো Cover হবেই সাথে এই অধ্যায় সংশ্লিষ্ট গুরুত্বপূর্ণ প্রায় প্রতিটি বিষয়ই তোমাদের আয়ত্তে চলে আসবে।

CS CamScanner

প্রশ্ন নং-১ তরঙ্গ সংক্রান্ত বিভিন্ন রাশিমালা, স্থির তরঙ্গ, শব্দের তীব্রতা ও তীব্রতা লেভেল সম্পর্কিত

দৃশ্যকল্প-১: P, Q ও R তিনটি সুরশলাকা একটি নির্দিষ্ট মাধ্যমে রাখা হলো। P সুরশলাকার 4টি পূর্ণ তরঙ্গদৈর্ঘ্য Q-এর 5টি পূর্ণ তরঙ্গদৈর্ঘ্যের সমান। তাদের মধ্যে কম্পাঙ্কের পার্থক্য 60 Hz. কিন্তু R সুরশলাকা দ্বারা সৃষ্ট অগ্রগামী তরঙ্গের সমীকরণ $Y = 0.2 \sin 2\pi\left(100\,t - \frac{x}{15}\right)$ m.

দৃশ্যকল্প-২: শাহীন তার কলেজের একটি অনুষ্ঠানে 4 m দৈর্ঘ্যের স্টেজ তৈরি করল। স্টেজের এক প্রান্তে 1 mW ক্ষমতার এটি স্পীকার A স্থাপন করল, স্টেজের মধ্যবিন্দু P হতে সোজাসুজি 3 m দূরে O বিন্দুতে একজন শ্রোতার নিকট শব্দের তীব্রতা কম হওয়ায় সে স্টেজের মধ্যবিন্দু P হতে অপর প্রান্তে একই দূরত্বে ও একই ক্ষমতার অপর একটি স্পীকার B স্থাপন করল। নিচের চিত্রে তা দেখানো হলো:



(i) দৃশ্যকল্প-১ এ P ও Q সুরশলাকার কম্পাঙ্ক নির্ণয় কর। (*প্রয়োগমূলক*) [*চ.বো.'১৯; অনুরূপ: দি.বো.'১৭, সি.বো.'১৫*]

(ii) দৃশ্যকল্প-১ এ অগ্রগামী তরঙ্গটির তরঙ্গদৈর্ঘ্য, বেগ, কম্পাঙ্ক ও পর্যায়কাল নির্ণয় কর। (*প্রয়োগমূলক*)
[*অনুরূপ: ঢা.বো.'১৯.'১৭, রা.বো.'১৯, ব.বো.'১৯, দি.বো.'১৯.'১৫, রা., কু., চ., ব., (সম্মিলিত) বো.'১৮, কু.বো.'১৭, চ.বো.'১৫*]

(iii) দৃশ্যকল্প-১ এ কী পদক্ষেপ নিলে R সুরশলাকার তরঙ্গ দ্বারা স্থির তরঙ্গ পাওয়া যাবে? গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ কর। (*উচ্চতর দক্ষতামূলক*)
[*চ.বো.'১৯; অনুরূপ: রা.বো.'১৭, ব.বো.'১৭, দি.বো.'১৫*]

(iv) দৃশ্যকল্প-২ এ স্পীকার A এর জন্য O বিন্দুতে শব্দের তীব্রতা কত? (*প্রয়োগমূলক*) [*রা.বো.'১৫*]

(v) দৃশ্যকল্প-২ এ স্পীকার A ও স্পীকার B উভয়ের সুইচ অন করলে O বিন্দুতে শব্দের তীব্রতা লেভেল পূর্বাপেক্ষা দ্বিগুণ হবে কি? বিশ্লেষণ কর। (*উচ্চতর দক্ষতামূলক*)
[*রা.বো.'১৫; অনুরূপ: সি.বো.'১৯, ব.বো.'১৬, সি.বো.'১৬, ব.বো.'১৫*]

উত্তর

i মনে করি, P ও Q সুরশলাকা দুটির কম্পাঙ্ক যথাক্রমে f_P ও f_Q এবং তরঙ্গদৈর্ঘ্য যথাক্রমে λ_P ও λ_Q।

প্রশ্নমতে, $4\lambda_p = 5\lambda_Q$

$$\Rightarrow \frac{\lambda_P}{\lambda_Q} = \frac{5}{4}$$

এখানে, $\lambda_P > \lambda_Q$ হওয়ায় $f_Q > f_P$।

সুতরাং, $f_Q - f_P = 60 \;\ldots\ldots\ldots\; (1)$

আমরা জানি,

$$\frac{f_P}{f_Q} = \frac{\lambda_Q}{\lambda_P} \quad [\because v = f_P\lambda_P = f_Q\lambda_Q]$$

$$\Rightarrow \frac{f_Q}{f_P} = \frac{\lambda_P}{\lambda_Q} = \frac{5}{4}$$

$$\Rightarrow f_Q = \frac{5}{4} f_P \;\ldots\ldots\ldots\; (2)$$

এখন, সমীকরণ (1) হতে পাই,

$$f_Q - f_P = 60$$

$$\Rightarrow \frac{5}{4} f_P - f_P = 60$$

$$\Rightarrow \frac{5f_P - 4f_P}{4} = 60$$

$$\Rightarrow \frac{f_P}{4} = 60$$

$$\therefore f_P = 240 \text{ Hz}$$

আবার, f_P এর মান (2) নং সমীকরণে বসিয়ে পাই,

$$f_Q = \frac{5}{4} f_P$$
$$= \frac{5}{4} \times 240$$
$$= 300 \text{ Hz}$$

সুতরাং, দৃশ্যকল্প-১ এ P ও Q সুরশলাকার কম্পাঙ্ক যথাক্রমে 240 Hz ও 300 Hz। [Ans.]

Note

যদি λ_P ও λ_Q এর মান দেওয়া থাকতো এবং v চাওয়া হতো তাহলে $f_Q - f_P = 60$ সূত্র হতে $\frac{v}{\lambda_Q} - \frac{v}{\lambda_P} = 60$ সমীকরণ হতে v বের করা হতো। আর f_P, f_Q ও $\lambda_Q - \lambda_P$ এর মান দিয়ে v বের করতে বললে $\frac{v}{f_Q} - \frac{v}{f_P}$ ব্যবহারে v বের করা যাবে।

ii দৃশ্যকল্প-১ এ, অগ্রগামী তরঙ্গের সমীকরণ, $Y = 0.2 \sin 2\pi \left(100\, t - \frac{x}{15}\right)$

$$\Rightarrow Y = 0.2 \sin \frac{2\pi}{15} (1500\, t - x) \dots \dots \dots (1)$$

সমীকরণ (1) কে $Y = a \sin \frac{2\pi}{\lambda} (vt - x)$ সমীকরণের সাথে তুলনা করে পাই,

তরঙ্গদৈর্ঘ্য, $\lambda = 15$ m

তরঙ্গের বেগ, $v = 1500$ ms^{-1}

কম্পাঙ্ক f হলে, $v = f\lambda$

$$\Rightarrow f = \frac{v}{\lambda}$$
$$= \frac{1500}{15}$$
$$= 100 \text{ Hz}$$

পর্যায়কাল, $T = \frac{1}{f}$

$$= \frac{1}{100}$$
$$= 0.01 \text{ s}$$

সুতরাং, দৃশ্যকল্প-১ এ অগ্রগামী তরঙ্গটির তরঙ্গদৈর্ঘ্য 15 m, বেগ 1500 ms^{-1}, কম্পাঙ্ক 100 Hz এবং পর্যায়কাল 0.01 s। [Ans.]

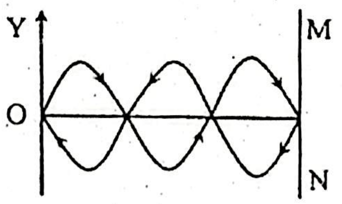
Note

কিছু ক্ষেত্রে [যখন sin এর সাথে প্রদত্ত কোণ সম্পূর্ণটুকুই "প্রথম বন্ধনী ( )" এর ভেতরে থাকে] প্রদত্ত অগ্রগামী তরঙ্গের সমীকরণকে $Y = a \sin (2\pi ft + \delta)$ সমীকরণের সাথে তুলনা করতে হয়। এক্ষেত্রে, δ আদি দশা এবং f কম্পাঙ্ক।

iii দৃশ্যকল্প-১ হতে পাই,

R সুরশলাকা দ্বারা সৃষ্ট অগ্রগামী তরঙ্গের সমীকরণ,

$$Y_1 = 0.2 \sin 2\pi \left(100\, t - \frac{x}{15}\right) \text{ m} \dots \dots \dots (1)$$



মনে করি, R সুরশলাকা দ্বারা সৃষ্ট তরঙ্গটি চিত্রের ন্যায় MN প্রতিফলককে বাধা পেয়ে বিপরীত দিকে অগ্রসর হয়।

সমীকরণ (1) হতে পাই,

$$Y_1 = 0.2 \sin \frac{2\pi}{15}(1500\,t - x)$$

প্রতিফলিত তরঙ্গের সমীকরণ,

$$Y_2 = 0.2 \sin \left\{\frac{2\pi}{15}(1500\,t + x) + \pi\right\}$$

$$\therefore Y_2 = -0.2 \sin \frac{2\pi}{15}(1500\,t + x) \;\ldots\ldots\ldots\; (2)$$

এখন, Y_1 ও Y_2 এর উপরিপাতনের ফলে সৃষ্ট স্থির তরঙ্গের সমীকরণ,

$$Y = Y_1 + Y_2$$

$$\Rightarrow Y = 0.2 \sin \frac{2\pi}{15}(1500\,t - x) - 0.2 \sin \frac{2\pi}{15}(1500\,t + x)$$

$$= 0.2\left[\sin \frac{2\pi}{15}(1500\,t - x) - \sin \frac{2\pi}{15}(1500\,t + x)\right]$$

$$= 0.2 \times 2 \cos \frac{\frac{2\pi}{15}(1500\,t - x) + \frac{2\pi}{15}(1500\,t + x)}{2} \sin \frac{\frac{2\pi}{15}(1500\,t - x) - \frac{2\pi}{15}(1500\,t + x)}{2}$$

$$\left[\because \sin C - \sin D = 2\cos\left(\frac{C+D}{2}\right)\sin\left(\frac{C-D}{2}\right)\right]$$

$$= 0.4 \cos \frac{\frac{2\pi}{15}(1500t - x + 1500t + x)}{2} \sin \frac{\frac{2\pi}{15}(1500t - x - 1500t - x)}{2}$$

$$= 0.4 \cos \frac{\frac{2\pi}{15}(3000\,t)}{2} \sin \frac{\frac{2\pi}{15}(-2x)}{2}$$

$$= 0.4 \cos \frac{2\pi}{15}(1500\,t) \sin \frac{2\pi}{15}(-x)$$

$$= 0.4 \cos \frac{2\pi}{15}(1500\,t) \sin \left(-\frac{2\pi x}{15}\right)$$

$$= -0.4 \sin \frac{2\pi x}{15} \cos \frac{2\pi}{15}(1500\,t)$$

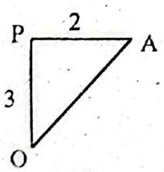
$\therefore Y = A \cos \frac{2\pi}{15}(1500\,t)$; যা একটি স্থির তরঙ্গ নির্দেশ করে। $\left[\text{যেখানে, } A = -0.4 \sin \frac{2\pi x}{15}\right]$

সুতরাং, দৃশ্যকল্প-১ এ R সুরশলাকা দ্বারা উৎপন্ন তরঙ্গটিকে চিত্রের ন্যায় কোনো বদ্ধ প্রতিফলকের দ্বারা বিপরীতমুখী করলে তা একটি স্থির তরঙ্গ উৎপন্ন করবে।

Note

কিছু ক্ষেত্রে স্থির তরঙ্গের সমীকরণ বের করার পর কম্পাঙ্ক বের করতে বলা হয়, যা 'ii' নং প্রশ্নোত্তরের অনুরূপে বের করা যায়।

iv



এখানে, $AP = \frac{4}{2} = 2\text{ m}$

আমরা জানি, $I = \frac{P}{4\pi r^2}$

উৎস A থেকে O বিন্দুর মধ্যবর্তী দূরত্ব

$$OA = \sqrt{OP^2 + AP^2}$$

$$= \sqrt{3^2 + 2^2}$$

$$= \sqrt{13}\text{ m}$$

এখন, $I = \dfrac{1 \times 10^{-3}}{4 \times \pi \times (\sqrt{13})^2}$

$= \dfrac{1 \times 10^{-3}}{4 \times \pi \times 13}$

$= 6.12 \times 10^{-6}\ \text{Wm}^{-2}$

দেওয়া আছে

ক্ষমতা, $P = 1\text{mW}$

$= 1 \times 10^{-3}\text{W}$

দূরত্ব, $r = OA = \sqrt{13}\ \text{m}$

তীব্রতা, $I = ?$

সুতরাং, দৃশ্যকল্প-২ এ স্পীকার A এর জন্য O বিন্দুতে শব্দের তীব্রতা $6.12 \times 10^{-6}\ \text{Wm}^{-2}$। [Ans.]

v স্পিকার A এর জন্য শব্দের তীব্রতা,

$I_A = 6.12 \times 10^{-6}\text{Wm}^{-2}$ [∵'iv' হতে পাই]

স্পিকার B এর জন্য শব্দের তীব্রতা,

$I_B = \dfrac{P}{4\pi r^2}$

তাহলে, উৎস থেকে O বিন্দুর মধ্যবর্তী দূরত্ব,

$r = BO = \sqrt{OP^2 + BP^2}$

$= \sqrt{3^2 + 2^2}$

$= \sqrt{13}\ \text{m}$

এখানে,

$BP = \dfrac{4}{2}$

$= 2\text{m}$

ক্ষমতা, $P = 1 \times 10^{-3}\text{W}$

$\therefore I_B = \dfrac{1 \times 10^{-3}}{4 \times \pi \times (\sqrt{13})^2}$

$= 6.12 \times 10^{-6}\ \text{Wm}^{-2}$

∴ মোট তীব্রতা, $I = I_A + I_B$

$= 6.12 \times 10^{-6} + 6.12 \times 10^{-6}$

$= 1.224 \times 10^{-5}\text{Wm}^{-2}$

উভয় স্পীকার অন থাকলে তীব্রতা লেভেল,

$\beta_1 = 10 \log \dfrac{I}{I_\circ}$

$= 10 \log \left(\dfrac{1.224 \times 10^{-5}}{1 \times 10^{-12}}\right)$

$= 70.878\ \text{dB}.$

পূর্বের ক্ষেত্রে তীব্রতা লেভেল, $\beta_2 = 10 \log \dfrac{I_A}{I_\circ}$

$= 10 \log \dfrac{6.12 \times 10^{-6}}{1 \times 10^{-12}}$

$= 67.86\ \text{dB}$

এখন, $\dfrac{\beta_1}{\beta_2} = \dfrac{70.878}{67.86}$

$\therefore \beta_1 = 1.0445\ \beta_2$

সুতরাং, দৃশ্যকল্প-২ এ স্পীকার A এবং স্পিকার B উভয়ই অন থাকলে O বিন্দুতে শব্দের তীব্রতা লেভেল পূর্বের তীব্রতা লেভেলের দ্বিগুণ অপেক্ষা কম হবে।

প্রশ্ন নং-২ বীট ও টানা তারের বল সম্পর্কিত

দৃশ্যকল্প-১: প্রতি সেকেন্ডে 5টি বীট সৃষ্টি করার লক্ষ্যে দুটি সুরশলাকা A ও B নেয়া হলো। A সুরশলাকা হতে সৃষ্ট শব্দের তীব্রতা 1.01×10^{5} Wm^{-2} এবং বিস্তার 0.02m। B সুরশলাকার কম্পাঙ্ক 161 Hz (মাধ্যমের ঘনত্ব 1.25 kgm^{-3} এবং শব্দের বেগ $350ms^{-1}$)। অপর দুটি সুরশলাকা C ও D উল্লিখিত একই মাধ্যমে আছে। C সুরশলাকা নিঃসৃত তরঙ্গের পর্যায়কাল 0.0065s এবং D সুরশলাকা নিঃসৃত তরঙ্গের তরঙ্গদৈর্ঘ্য 2.41m।

দৃশ্যকল্প-২: একটি সনোমিটারে সদৃশ ও সমদৈর্ঘ্যের তিনটি তার A, B ও C-এ যথাক্রমে 200, 225 ও 250N বল ঝুলিয়ে টানটান করা হলো। A তারটিকে শব্দায়িত করায় 100 Hz কম্পাংকের শব্দ উৎপন্ন হল। দুটি করে তার একসাথে শব্দায়িত করলে বীট উৎপন্ন হয় কিনা পরীক্ষা করা হলো।

(i) দৃশ্যকল্প-১ এ A সুরশলাকার কম্পাঙ্ক কত? (*প্রয়োগমূলক*) [*ঢা., য., সি. ও দি. (সম্মিলিত) বো.'১৮; অনুরূপ: য.বো.'১৯*]

(ii) দৃশ্যকল্প-১ এ উল্লিখিত বীট উৎপন্ন করতে হলে A সুরশলাকার ভরের কী পরিবর্তন আনা প্রয়োজন গাণিতিক বিশ্লেষণপূর্বক মতামত দাও। (*উচ্চতর দক্ষতামূলক*) [*ঢা., য., সি. ও দি. (সম্মিলিত) বো.'১৮*]

(iii) দৃশ্যকল্প-১ এ C ও D একত্রে বাজালে বীট উৎপন্ন হবে কি-না গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ করো। (*উচ্চতর দক্ষতামূলক*) [*অনুরূপ: কু.বো.'১৯*]

(iv) দৃশ্যকল্প-১ এ C সুরশলাকার কম্পাঙ্ক অজানা হলে এবং তা B এর সাথে 5টি বীট উৎপন্ন করলে C সুরশলাকাটি কিছুটা ঘষে পুনরায় তাদের শব্দায়িত করলে বীট সংখ্যার পরিবর্তন হয় না– ঘটনাটি ব্যাখ্যা করো। (*উচ্চতর দক্ষতামূলক*) [*অনুরূপ: সি.বো.'১৭; দি.বো.'১৭*]

(v) দৃশ্যকল্প-২ এ B তারটির কম্পাঙ্ক নির্ণয় কর। (*প্রয়োগমূলক*) [*চ.বো.'১৭; অনুরূপ: য.বো.'১৫*]

(vi) দৃশ্যকল্প-২ এ বীট উৎপন্নের পরীক্ষার ফলাফল গাণিতিক বিশ্লেষণপূর্বক আলোচনা কর। (*উচ্চতর দক্ষতামূলক*) [*চ.বো.'১৭; অনুরূপ: য.বো.'১৫*]

উত্তর

i আমরা জানি,

$$I = 2\pi^2 f_A^2 a^2 \rho v$$

$$\Rightarrow f_A^2 = \frac{I}{2\pi^2 a^2 \rho v}$$

$$\Rightarrow f_A^2 = \frac{1.01\times10^5}{2\pi^2\times0.02^2\times1.25\times350}$$

$$\therefore f_A = 170.9923$$

≈ 171 Hz [বীট সংখ্যা হিসাব করার সুবিধার্থে 171 Hz (পূর্ণ সংখ্যা) ধরে নেয়া হয়েছে]

এখানে,
A সুর শলাকার ক্ষেত্রে,
শব্দের তীব্রতা, $I = 1.01\times10^{-5}$ Wm^{-2}
বিস্তার, $a = 0.02$ m
মাধ্যমের ঘনত্ব, $\rho = 1.25$ kgm^{-3}
বেগ, $v = 350$ ms^{-1}
কম্পাঙ্ক, $f_A = ?$

সুতরাং, দৃশ্যকল্প-১ এ A সুরশলাকার কম্পাঙ্ক **171 Hz**। [Ans.]

Note

এই সমস্যার জন্য বোর্ড প্রশ্নে অন্যান্য রাশিও (যেমন: I, ρ, v) কিছু ক্ষেত্রে চাওয়া হয়। সেক্ষেত্রে যে রাশি চাওয়া হয় তা বাদে বাকি রাশিগুলোর মান দেওয়া থাকে।

ii দৃশ্যকল্প-১ এ A সুরশলাকার কম্পাঙ্ক, $f_A = 171$ Hz ['i' হতে পাই]

B সুরশলাকার কম্পাঙ্ক, $f_B = 161$ Hz

$\therefore f_A - f_B = 171 - 161 = 10$ Hz

বীট, $N = 5$

তাহলে, $f_A > f_B$ এবং $f_A - f_B > 5$

এখন, 5টি বীট উৎপন্ন করতে হলে মোমের প্রলেপ দিয়ে ভর বাড়ালে কম্পাঙ্ক কমে যাবে।

ফলে, $f_A \sim f_B = 5$ হবে।

5টি বীট উৎপন্ন করতে A সুরশলাকার শেষ কম্পাঙ্ক, $f_A' = (171 - 5)$ Hz বা 166 Hz করতে হবে।

এখন, $\frac{f'_A}{f_A} = \sqrt{\frac{m_A}{m'_A}}$

$$\Rightarrow \frac{m_A}{m'_A} = \left(\frac{f'_A}{f_A}\right)^2$$

$$\Rightarrow m'_A = m_A \times \left(\frac{f_A}{f'_A}\right)^2$$

$$= m_A \times \left(\frac{171}{166}\right)^2$$

$$= 1.0611\ m_A$$

$\therefore$ ভর বৃদ্ধি, $\Delta m_A = (1.0611 - 1)\, m_A$

$= 0.0611\, m_A$

$= 6.11\ \%\, m_A$

সুতরাং, দৃশ্যকল্প-১ এ 5টি বীট উৎপন্ন করতে এ সুরশলাকাটির ভর 6.11 % বাড়াতে হবে। [Ans.]

iii C সুরশলাকা হতে নিঃসৃত তরঙ্গের কম্পাঙ্ক,

এখানে,
C সুরশলাকা হতে নিঃসৃত তরঙ্গের পর্যায়কাল, $T_C = 0.0065$ s
D সুরশলাকা হতে নিঃসৃত তরঙ্গের তরঙ্গদৈর্ঘ্য, $\lambda_D = 2.41$ m
বায়ু মাধ্যমে শব্দ তরঙ্গের বেগ, $v = 350\ \text{ms}^{-1}$

$$f_C = \frac{1}{T_C}$$
$$= \frac{1}{0.0065}$$
$$= 153.85\ \text{Hz}$$
$$\approx 154\ \text{Hz}$$

আবার,

D সুরশলাকা হতে নিঃসৃত তরঙ্গের কম্পাঙ্ক f_D হলে,

$$v = f_D \lambda_D$$
$$\Rightarrow f_D = \frac{v}{\lambda_D}$$
$$= \frac{350}{2.41}$$
$$= 145.23\ \text{Hz}$$
$$\approx 145\ \text{Hz}$$

উৎপন্ন বীট সংখ্যা, $N = f_D - f_C$

$= 154 - 145$

≈ 9 Hz

সুতরাং, দৃশ্যকল্প-১ এ C ও D সুরশলাকা দুটি একত্রে বাজালে বীট উৎপন্ন হবে।

iv আমরা জানি,

দেওয়া আছে,
B সুরশলাকার কম্পাঙ্ক, $f_B = 161$ Hz
বীট, $N = 5$ Hz
C সুরশলাকার প্রাথমিক কম্পাঙ্ক, f_C

$$f_C = f_B \pm N$$
$$= 161 \pm 5$$

$= 166$ Hz অথবা 156 Hz

দ্বিতীয় ক্ষেত্রে, C সুরশলাকাটিকে একটু ঘষলে এর ভর কমে যায় ফলে কম্পাঙ্ক বেড়ে যায়।

এখন, বীট সংখ্যার কোন পরিবর্তন হয় না কারণ C সুরশলাকার কম্পাঙ্ক পূর্বে B সুরশলাকার চেয়ে 5 কম ছিল। ভর কমানোর ফলে কম্পাঙ্ক বেড়ে গিয়ে B সুরশলাকার চেয়ে 5 বেশি হয়। এজন্যই C সুরশলাকার প্রাথমিক কম্পাঙ্ক 166 Hz হওয়া সম্ভব নয়। কারণ, তাহলে প্রাথমিকভাবেই C সুরশলাকার কম্পাঙ্ক বেশি থাকতো এবং ঘষার পর আরো বেড়ে যেতো। তাই, C সুরশলাকার প্রাথমিক কম্পাঙ্ক 156 Hz.

$\therefore$ C সুরশলাকার নতুন কম্পাঙ্ক, $f'_C = 161 + 5 = 166$ Hz

সুতরাং, উপরোক্ত কারণে দৃশ্যকল্প-১ এ C সুরশলাকাটিকে পুনরায় শব্দায়িত করলে বীট সংখ্যার কোনো পরিবর্তন হয় না।

v সনোমিটারের যেকোনো তারের ক্ষেত্রে,

এখানে,
A তারটির ক্ষেত্রে,
কম্পাঙ্ক, $f_A = 100$ Hz
টান, $T_A = 200$ N
B তারটির ক্ষেত্রে,
টান, $T_B = 225$ N
দৈর্ঘ্য, $l_A = l_B = l$ [$\because$ সম দৈর্ঘ্য]
একক দৈর্ঘ্যের ভর, $\mu_A = \mu_B = \mu$ [$\because$ সদৃশ তার]

$$f = \frac{1}{2l}\sqrt{\frac{T}{\mu}}$$

$\therefore$ A তারের ক্ষেত্রে, $f_A = \dfrac{1}{2l_A}\sqrt{\dfrac{T_A}{\mu_A}}$

$$= \frac{1}{2l}\sqrt{\frac{T_A}{\mu}}$$

এবং B তারের ক্ষেত্রে, $f_B = \dfrac{1}{2l_B}\sqrt{\dfrac{T_B}{\mu_B}}$

$$= \frac{1}{2l}\sqrt{\frac{T_B}{\mu}}$$

$$\therefore \frac{f_A}{f_B} = \frac{\frac{1}{2l}\sqrt{\frac{T_A}{\mu}}}{\frac{1}{2l}\sqrt{\frac{T_B}{\mu}}}$$

$$= \sqrt{\frac{T_A}{T_B}}$$

$$= \sqrt{\frac{200}{225}}$$

$$= 0.943$$

$$\therefore f_B = \frac{f_A}{0.943}$$

$$= \frac{100}{0.943}$$

$$= 106.04 \text{ Hz}$$

≈ 106 Hz [বীট সংখ্যা হিসাব করার সুবিধার্থে 106 Hz (পূর্ণ সংখ্যা) ধরে নেয়া হয়েছে]

অতএব, দৃশ্যকল্প-২ এ B তারটির কম্পাঙ্ক 106 Hz। **[Ans.]**

vi সনোমিটারের যেকোনো তারের ক্ষেত্রে,

$$f = \frac{1}{2l}\sqrt{\frac{T}{\mu}}$$

$\therefore$ A তারের ক্ষেত্রে, $f_A = \frac{1}{2l_A}\sqrt{\frac{T_A}{\mu_A}}$

$$= \frac{1}{2l}\sqrt{\frac{T_A}{\mu}}$$

এবং C তারের ক্ষেত্রে, $f_C = \frac{1}{2l_C}\sqrt{\frac{T_C}{\mu_C}}$

$$= \frac{1}{2l}\sqrt{\frac{T_C}{\mu}}$$

দেওয়া আছে,
A তারটির কম্পাঙ্ক, $f_A = 100$ Hz
A তারের টান, $T_A = 200$ N
B তারটির কম্পাঙ্ক, $f_B = 106$ Hz ['v' থেকে পাই]
C তারের টান, $T_C = 250$ N
দৈর্ঘ্য, $l_A = l_C = l$ [$\because$ সমদৈর্ঘ্য]
একক দৈর্ঘ্যের ভর, $\mu_A = \mu_C = \mu$ [$\because$ সদৃশ তার]
C তারের কম্পাঙ্ক, $f_C = ?$

A এবং C তারদ্বয়ের কম্পাঙ্ক তুলনা করে পাই,

$$\frac{f_A}{f_C} = \frac{\frac{1}{2l}\sqrt{\frac{T_A}{\mu}}}{\frac{1}{2l}\sqrt{\frac{T_C}{\mu}}}$$

$$= \sqrt{\frac{T_A}{T_C}}$$

$$= \sqrt{\frac{200}{250}}$$

$$= 0.8944$$

$$\therefore \frac{f_A}{f_C} = 0.8944$$

$$\Rightarrow f_C = \frac{f_A}{0.8944}$$

$$= \frac{100}{0.8944}$$

$$= 111.806 \text{ Hz}$$

≈ 112 Hz [বীট সংখ্যা হিসাব করার সুবিধার্থে 112 Hz (পূর্ণ সংখ্যা) ধরে নেয়া হয়েছে]

বীট উৎপন্নের পরীক্ষার ফলাফল: যেহেতু প্রতিটি তারের কম্পাঙ্ক ভিন্ন, তাই দুটি করে তার একসাথে শব্দায়িত করলে বীট উৎপন্ন হবে।

A এবং B তার একসাথে শব্দায়িত করলে উৎপন্ন বীটের হার, $N_1 = f_B - f_A = (106 - 100)$ Hz $= 6$ Hz $= 6$ s^{-1}

A এবং C তার একসাথে শব্দায়িত করলে উৎপন্ন বীটের হার, $N_2 = f_C - f_A = (112 - 100)$ Hz $= 12$ Hz $= 12$ s^{-1}

B এবং C তার একসাথে শব্দায়িত করলে উৎপন্ন বীটের হার, $N_3 = f_C - f_B = (112 - 106)$ Hz $= 6$ Hz $= 6$ s^{-1}

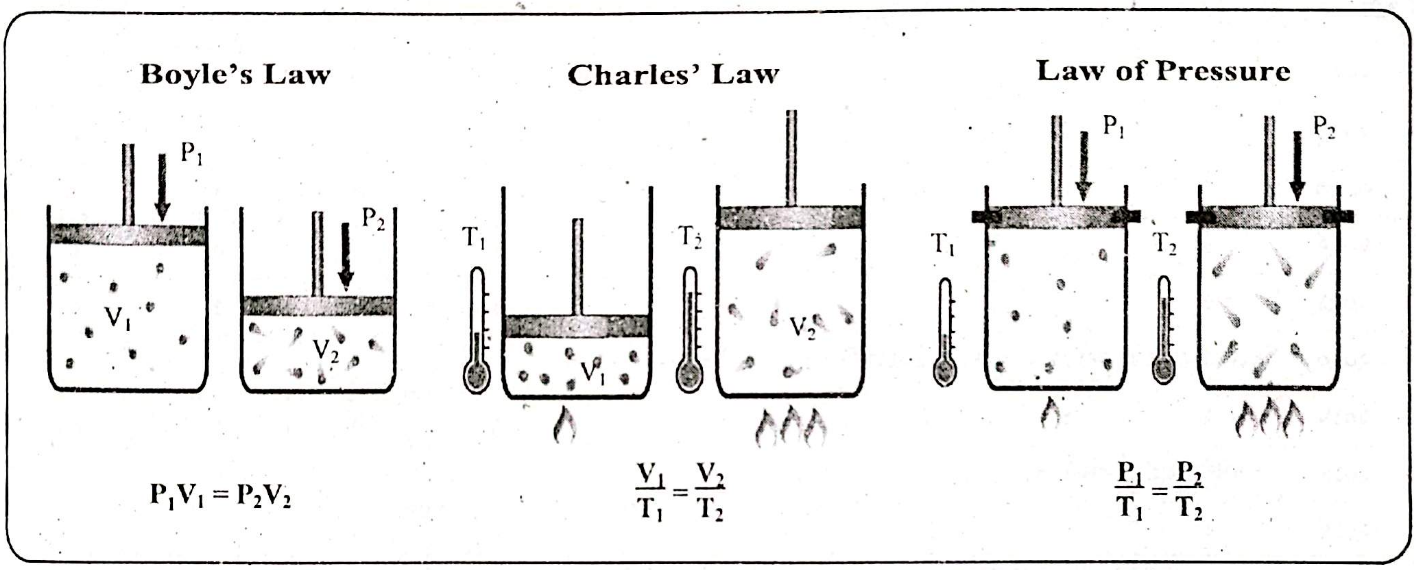
আমরা জানি, মানুষের কান প্রতি সেকেন্ডে 10 টির বেশি বীট শুনতে পায় না। সুতরাং, **A ও B এবং B ও C তারদ্বয় শব্দায়িত করলে তাদের বীট সংখ্যা 10 এর চেয়ে কম হওয়ায় বীট শোনা যাবে। তবে A ও C তার শব্দায়িত করলে বীট সংখ্যা 10 এর বেশি হওয়ায় উৎপন্ন বীট শোনা যাবে না।**

CS CamScanner

অধ্যায়
১০

আদর্শ গ্যাস ও গ্যাসের গতিতত্ত্ব

Ideal Gas & Kinetic Theory of Gases


Boyle's Law
P_1
P_2
V_1
V_2
$P_1V_1 = P_2V_2$
Charles' Law
T_1
T_2
V_1
V_2
$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2}$
Law of Pressure
P_1
P_2
T_1
T_2
$\frac{P_1}{T_1} = \frac{P_2}{T_2}$

CHAPTER INDEX

বিষয়বস্তু	পৃষ্ঠা নং
✪ Board Questions Analysis	৩৫২
✪ Chapter Analysis	৩৫৩
✪ Crash Course	৩৫৪-৩৬৬
• প্রয়োজনীয় তত্ত্ব, সূত্র, প্রতীক ও একক পরিচিতি	৩৫৫
• গুরুত্বপূর্ণ লেখচিত্রসমূহ	৩৫৭
• MCQ এর জন্য গুরুত্বপূর্ণ তথ্যসমূহ	৩৫৯
• MCQ এর জন্য গুরুত্বপূর্ণ গাণিতিক সমস্যাবলি	৩৬২
✪ Short Question-Answer	৩৬৭-৩৮০
• জ্ঞানমূলক প্রশ্নোত্তর	৩৬৮
• অনুধাবনমূলক প্রশ্নোত্তর	৩৭১
✪ Comprehensive Questions	৩৮১-৩৯১

BOARD QUESTIONS ANALYSIS

এই অধ্যায় থেকে বিভিন্ন বোর্ডে বিগত বছরগুলোতে এইচএসসি পরীক্ষায় ২৫৬টি বহুনির্বাচনি প্রশ্ন ও ৮৬টি সৃজনশীল প্রশ্ন এসেছে। নিচের 'Board Questions Analysis' অংশে এই অধ্যায় থেকে কোন সালে কোন বোর্ডে কতটি প্রশ্ন হয়েছে তা দেখানো হলো–

☑ বহুনির্বাচনি প্রশ্ন

বোর্ড সাল	ঢাকা	রাজশাহী	কুমিল্লা	যশোর	চট্টগ্রাম	বরিশাল	সিলেট	দিনাজপুর	ময়মনসিংহ
২০২৫	৩	৫	৩	২	৪	৪	৩	৩	৫
২০২৪	৪	৪	৪	৩	৩	৪	৪	৩	৩
২০২৩	৪	২	৫	৩	৩	২	৩	৩	৩
২০২২	৪	৪	৬	৩	৩	৪	২	২	৪
২০২১	৫	৫	৫	৪	৫	৫	৪	৫	৫
২০২০	করোনা মহামারির কারণে ২০২০ সালের এইচএসসি পরীক্ষা অনুষ্ঠিত হয়নি।								
২০১৯	২	৪	১	২	২	২	১	২	–
২০১৮	সম্মিলিত বোর্ড (১ সেট): ৩								
২০১৭	৩	২	৩	২	৪	২	৪	৩	–
২০১৬	৪	৫	৩	৪	৫	২	৩	৪	–
২০১৫	২	৩	২	২	১	৩	২	২	–

☑ সৃজনশীল প্রশ্ন

বোর্ড সাল	ঢাকা	রাজশাহী	কুমিল্লা	যশোর	চট্টগ্রাম	বরিশাল	সিলেট	দিনাজপুর	ময়মনসিংহ
২০২৫	১	১	১	১	১	১	২	১	১
২০২৪	১	১	১	১	১	২	১	১	১
২০২৩	১	১	১	২	১	১	২	১	১
২০২২	১	১	১	২	১	১	১	১	১
২০২১	২	২	২	১	২	২	১	১	১
২০২০	করোনা মহামারির কারণে ২০২০ সালের এইচএসসি পরীক্ষা অনুষ্ঠিত হয়নি।								
২০১৯	১	১	১	১	১	–	–	১	–
২০১৮	সম্মিলিত বোর্ড (২ সেট): ২								
২০১৭	১	১	১	১	১	১	১	১	–
২০১৬	–	১	১	১	১	১	১	১	–
২০১৫	১	১	১	১	১	১	১	১	–

CHAPTER ANALYSIS

প্রিয় শিক্ষার্থী

এই অধ্যায়ের কোন Topic গুলো HSC পরীক্ষার জন্য গুরুত্বপূর্ণ তা নিচের চার্ট থেকে বুঝতে পারবে।
যেসব Topic থেকে প্রায়ই HSC পরীক্ষা প্রশ্ন হয়ে থাকে সে Topic গুলোকে অধিক গুরুত্ব দিবে।

Topic	MCQ	CQ	
		প্রয়োগমূলক	উচ্চতর দক্ষতামূলক
গ্যাসের সূত্রাবলি সর্ম্পকিত	ঢা.বো.'২৫,'২৪,'২৩,'২১,'১৭; রা.বো.'২৫,'২৪,'২১,'১৯; কু.বো.'২৫,'২৪,'২৩,'২২,'২১;'১৭,'১৬,'১৫; চ.বো.'২৫,'২৩,'২১,'১৬; ব.বো.'২৫,'২২,'১৭; দি.বো.'২৫,'২৪,'২১; ম.বো.'২৫,'২৪,'২৩,'২১,'১৭; ঘ.বো.'২৪,'২২,'২১,'১৯,'১৬; সি.বো.'২৪,'২২,'২১,'১৬,'১৫	য.বো.'২৫,'২৪; চ.বো.'২৫; ব.বো.'২৫,'২৪; সি.বো.'২৫; দি.বো.'২৫; ম.বো.'২৫,'২৪	ব.বো.'২৫,'২৪; ম.বো.'২৫,'২৪; রা.বো.'২৩; কু.বো.'২৩; সি.বো.'২৩
গ্যাসের গতিতত্ত্ব সম্পর্কিত	রা.বো.'২৫,'২৪,'২৩,'২২,'১৬,'১৫; য.বো.'২৫,'২৪,'১৬; ব.বো.'২৫,'২৪,'২৩,'২২,'১৯,'১৬,'১৫; সি.বো.'২৫,'২৪,'২৩,'১৭,'১৬,'১৫; ঢা.বো.'২৪,'২৩,'২২,'১৯,'২১,'১৭; কু.বো.'২৪,'২৩,'২২,'১৭,'১৫; চ.বো.'২৪,'২১,'১৯,'১৭,'১৬,'১৫; ম.বো.'২৪,'২৩,'২২,'২১; সম্মিলিত বো.'১৮; দি.বো.'১৫	সি.বো.'২৪,'২২,'১৭; ঢা.বো.'২৩,'১৯; কু.বো.'২৩,'২১,'১৯,'১৬,'১৫; য.বো.'২৩,'২২,'১৯,'১৬; দি.বো.'২৩,'২২,'১৭,'১৫; ম.বো.'২৩; রা.বো.'১৯,'১৬,'১৫; ব.বো.'১৫	য.বো.'২৫,'২৪,'১৯,'১৭,'১৬; চ.বো.'২৫,'১৭; দি.বো.'২৫,'২৩,'২২,'১৭; ব.বো.'২৪; সি.বো.'২৪,'২২; ম.বো.'২৩; কু.বো.'১৭,'১৬,'১৫; রা.বো.'১৬,'১৫
হ্রদের গভীরতা সর্ম্পকিত	—	রা.বো.'২৫,'২৩,'২১; কু.বো.'২৪; সি.বো.'২৩,'২১; ঢা.বো.'২১; চ.বো.'২১; ব.বো.'১৭	রা.বো.'২৫,'২১,'১৯; সি.বো.'২৫,'২১; কু.বো.'২৪,'২১,'১৯; য.বো.'২৩,'২২; চ.বো.'২২,'২১,'১৯; ঢা.বো.'২১,'১৯; ব.বো.'২১,'১৭; সম্মিলিত বো.'১৮
সমবিভাজন নীতি সর্ম্পকিত	ঢা.বো.'২৫; ব.বো.'২৫; দি.বো.'২৫	—	—
শিশিরাঙ্ক সম্পর্কিত	কু.বো.'২৫; য.বো.'২৫,'২৩,'২১,'১৭; ম.বো.'২৫; সি.বো.'২৪,'২১,'১৯,'১৬; দি.বো.'২৩; ঢা.বো.'২২; ব.বো.'২১; রা.বো.'১৭	কু.বো.'২৫,'২২,'২১; সি.বো.'২৫,'১৭; ঢা.বো.'২৪,'২২,'২১; রা.বো.'২৪,'২২,'২১; চ.বো.'২৪,'২১,'১৬,'১৫; দি.বো.'২৪,'২১,'১৯,'১৬; ব.বো.'২৩,'২১; য.বো.'২২,'১৫; ম.বো.'২১; সম্মিলিত বো.'১৮	য.বো.'২৩; সি.বো.'২৩; ব.বো.'২২,'১৬; ম.বো.'২১; ঢা.বো.'১৭
আপেক্ষিক আর্দ্রতা সম্পর্কিত	ঢা.বো.'২৫,'২৩,'২২,'২১,'১৬; রা.বো.'২৫,'২৪,'২১,'১৯,'১৬,'১৫; চ.বো.'২৫,'২৪,'২৩,'২২; ব.বো.'২৫,'২৪,'২১,'১৯; সি.বো.'২৫,'২৪,'২৩,'২১,'১৯; ম.বো.'২৫; দি.বো.'২৩,'২২,'১৭, '১৫; কু.বো.'২২,'২১; য.বো.'২২,'২১,'১৫; সম্মিলিত বো.'১৮	ঢা.বো.'২৫; দি.বো.'২৫; য.বো.'২৩,'২১; চ.বো.'২৩,'২২; সি.বো.'২৩; ব.বো.'২২,'১৬; ম.বো.'২২	ঢা.বো.'২৫,'২৪,'২৩,'২২,'২১; কু.বো.'২৫,'২২,'২১; সি.বো.'২৫,'১৭; দি.বো.'২৫,'২৪,'২১,'১৯,'১৬; রা.বো.'২৪,'২২,'২১,'১৭; চ.বো.'২৪,'২৩,'২১,'১৬,'১৫; ব.বো.'২৩,'২১; য.বো.'২২,'২১,'১৫; ম.বো.'২২; সম্মিলিত বো.'১৮

Crash Course

প্রিয় শিক্ষার্থী,

Crash Course-এ বিগত বছরগুলোর HSC পরীক্ষার বহুনির্বাচনি প্রশ্নগুলো বিশ্লেষণ করে–

- গুরুত্বপূর্ণ তথ্যসমূহ টপিক অনুসারে সাজানো হয়েছে যেন, শেষ মুহূর্তে গুছিয়ে রিভিশন করতে পারো।
- 'প্রয়োজনীয় তত্ত্ব, সূত্র, প্রতীক ও একক পরিচিতি' সন্নিবেশিত হয়েছে, যেগুলো আয়ত্তে আনার মাধ্যমে তোমরা সহজে বহুনির্বাচনি অংশের প্রস্তুতি নিতে পারবে।
- এছাড়াও MCQ এর জন্য গুরুত্বপূর্ণ গাণিতিক সমস্যাবলির সমাধান Topic অনুসারে সাজানো হয়েছে, সাথে Similar Problems ও যুক্ত করা হয়েছে, যাতে তোমাদের পরীক্ষার প্রস্তুতি হয় পূর্ণাঙ্গ।

CS CamScanner

প্রয়োজনীয় তত্ত্ব, সূত্র, প্রতীক ও একক পরিচিতি

◆ **বয়েলের সূত্র** *[চ.বো.'২২; য.বো.'২১,'১৯]*

তাপমাত্রা স্থির থাকলে, কোনো নির্দিষ্ট ভরের গ্যাসের আয়তন তার ওপর প্রযুক্ত চাপের ব্যস্তানুপাতিক।

◆ **চার্লসের সূত্র** *[রা.বো.'২১]*

স্থির চাপে নির্দিষ্ট ভরের কোনো গ্যাসের আয়তন প্রতি ডিগ্রি সেলসিয়াস তাপমাত্রা বৃদ্ধি বা হ্রাসের জন্য 0°C তাপমাত্রার আয়তনের $\frac{1}{273}$ অংশ বৃদ্ধি বা হ্রাস পায়।

◆ **গে-লুস্যাকের সূত্র**

কোনো নির্দিষ্ট পরিমাণ গ্যাসের আয়তন স্থির রেখে তার উপর প্রযুক্ত চাপের পরিবর্তন করলে তার তাপমাত্রাও সমানুপাতে পরিবর্তিত হয়।

◆ **অ্যাভোগেড্রোর সূত্র**

স্থির তাপমাত্রা ও চাপে একই আয়তনের মৌলিক ও যৌগিক সকল গ্যাসেই সমান সংখ্যক অণু থাকে।

◆ **শক্তির সমবিভাজন নীতি** *[ঢা.বো.'২৫; রা.বো.'২২]*

কোনো তাপগতীয় সংস্থার মোট শক্তি তাপীয় সাম্যবস্থায় প্রতিটি স্বাধীনতার মাত্রার মধ্যে সমভাবে বণ্টিত হয় এবং প্রতিটি স্বাধীনতার মাত্রার শক্তির পরিমাণ $= \frac{1}{2}kT$

[যেখানে k = বোল্টজম্যান ধ্রুবক এবং T = তাপমাত্রা]

ত্র

গ্যাসের সূত্রাবলি ক্ত

- বয়েলের সূত্র: $P_1 V_1 = P_2 V_2$ *[দি.বো.'২৪; য.বো.'২২]*
- চার্লসের সূত্র (সেলসিয়াস তাপমাত্রায়):

$$V = V_0\left(1 + \frac{\theta}{273}\right)$$

- চার্লসের সূত্র (পরম তাপমাত্রায়):

$$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2}$$

- চাপের সূত্র (সেলসিয়াস তাপমাত্রায়):

$$P = P_0\left(1 + \frac{\theta}{273}\right) = P_0(1 + \gamma_v \theta)$$

- চাপের সূত্র (পরম তাপমাত্রায়):

$$\frac{P_1}{T_1} = \frac{P_2}{T_2}$$

[ঢা.বো.'২১; কু.বো.'২১]

- গ্যাসের সমন্বিত সূত্র:

$$\frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_2 V_2}{T_2}$$

- আদর্শ গ্যাসের সূত্র: $PV = nRT = \frac{m}{M}RT$
- তাপমাত্রা, চাপ ও ঘনত্বের সম্পর্ক: $\frac{\rho_1 T_1}{P_1} = \frac{\rho_2 T_2}{P_2}$

[কু.বো.'২৩; দি.বো.'১৯]

প্রতীক পরিচিতি	একক
P_1 = প্রাথমিক চাপ	প্যাসকেল (Pa)
P_2 = চূড়ান্ত চাপ	প্যাসকেল (Pa)
V_1 = প্রাথমিক আয়তন	মিটার³ (m^3)
V_2 = চূড়ান্ত আয়তন	মিটার³ (m^3)
T_1 = প্রাথমিক তাপমাত্রা (কেলভিন স্কেলে)	কেলভিন (K)
T_2 = চূড়ান্ত তাপমাত্রা (কেলভিন স্কেলে)	কেলভিন (K)
V_0 = 0°C (তাপমাত্রায় গ্যাসের যেকোনো তাপমাত্রায়)	মিটার³ (m^3)
V = গ্যাসের আয়তন (যেকোনো তাপমাত্রায়)	মিটার³ (m^3)
P_0 = 0°C তাপমাত্রায় গ্যাসের চাপ	প্যাসকেল (Pa)
P = গ্যাসের চাপ (যেকোনো তাপমাত্রায়)	প্যাসকেল (Pa)
γ_v = চাপ প্রসারণ সহগ	ডিগ্রি সেলসিয়াস (°C^{-1})
θ = সেলসিয়াস তাপমাত্রা	ডিগ্রি সেলসিয়াস (°C)
T = পরম তাপমাত্রা	কেলভিন (K)
n = মোল সংখ্যা	মোল (mol)
m = গ্যাসের ভর	গ্রাম (gm) বা কেজি (kg)
M = গ্যাসের আণবিক ভর	গ্রাম/মোল ($gmol^{-1}$)
R = মোলার গ্যাস ধ্রুবক	জুল/মোল কেলভিন ($Jmol^{-1} K^{-1}$)
ρ_1 = প্রাথমিক ঘনত্ব	কেজি/মি.³ (kgm^{-3})
ρ_2 = চূড়ান্ত ঘনত্ব	কেজি/মি.³ (kgm^{-3})

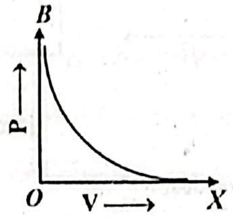
সূত্র	প্রতীক পরিচিতি	একক
➲ হ্রদের গভীরতা নির্ণয় সম্পর্কিত		
• $P = P' + h\rho g$ • হ্রদের তলদেশ ও পৃষ্ঠে তাপমাত্রা একই থাকলে– ➢ $PV_1 = P'V_2$ • হ্রদের তলদেশ ও পৃষ্ঠে তাপমাত্রা ভিন্ন থাকলে– ➢ $\frac{PV_1}{T_1} = \frac{P'V_2}{T_2}$	P' = হ্রদের পৃষ্ঠে চাপ	প্যাসকেল (P)
	P = মোট চাপ	প্যাসকেল (P)
	h = হ্রদের গভীরতা	মিটার (m)
	ρ = পানির ঘনত্ব	কেজি/মি.^{৩} (kgm^{-3})
	g = অভিকর্ষজ ত্বরণ	মিটার/সে.^{২} (ms^{-2})
	V_1 = হ্রদের তলদেশে বুদবুদের আয়তন	মিটার^৩ (m^3)
	V_2 = হ্রদের পৃষ্ঠে বুদবুদের আয়তন	মিটার^৩ (m^3)
	T_1 = হ্রদের তলদেশ তাপমাত্রা	কেলভিন (K)
	T_2 = হ্রদের পৃষ্ঠে তাপমাত্রা	কেলভিন (K)
➲ গ্যাসের বেগ সম্পর্কিত		
• $\bar{c} = \frac{c_1 + c_2 + c_3 + ... + c_N}{N}$ • $\overline{c^2} = \frac{c_1{}^2 + c_2{}^2 + c_3{}^2 + ... + c_N{}^2}{N}$ • $C = \sqrt{\frac{c_1{}^2 + c_2{}^2 + c_3{}^2 + ... + c_N{}^2}{N}}$ • $C = \sqrt{\frac{3RT}{M}}$ • $C = \sqrt{\frac{3kT}{m}}$ • $C = \sqrt{\frac{3p}{\rho}}$ [ম.বো.'২২; ঢা.বো.'২১,'১৯] • $\frac{C_1}{C_2} = \sqrt{\frac{T_1}{T_2}}$	$c_1, c_2, c_3, ..., c_N$ = N সংখ্যক অণুর প্রতিটির বেগ	মিটার/সে. (ms^{-1})
	N = অণুর সংখ্যা	—
	$\bar{c}$ = গড়বেগ	মিটার/সে. (ms^{-1})
	$\overline{c^2}$ = গড় বর্গবেগ	মিটার^২/সে.^{২} (m^2s^{-1})
	C, C_1, C_2 = গ্যাসের মূল গড় বর্গবেগ	মিটার/সে. (ms^{-1})
	T, T_1, T_2 = গ্যাসের পরম তাপমাত্রা	কেলভিন (K)
	m = গ্যাসের প্রতি ভর অণুর	কেজি (kg)
	M = গ্যাসের মোট ভর	কেজি (kg)
	R = মোলার গ্যাস ধ্রুবক	জুল/মোল · কেলভিন ($Jmol^{-1}K^{-1}$)
	K = বোলজম্যান ধ্রুবক	জুল/কেলভিন (JK^{-1})
	P = গ্যাসের চাপ	পাসকেলল (Pa)
	ρ = গ্যাসের ঘনত্ব	কেজি/মি.^{৩} (kgm^{-3})
➲ গ্যাসের চাপ ও গতিশক্তি সম্পর্কিত		
• $PV = \frac{1}{3}mnC^2 = \frac{1}{3}MC^2$ [রা.বো.'২২; কু.বো.'১৭] • $P = \frac{1}{3}\rho C^2$ • $PV = \frac{2}{3}E$ [কু.বো.'২৩] • $E = \frac{3}{2}nRT$ • $\bar{E} = \frac{3}{2}kT$	P = গ্যাসের চাপ	পাসকেলল (Pa)
	V = গ্যাসের আয়তন	মিটার^৩ (m^3)
	m = একটি অণুর ভর	কেজি (kg)
	n = গ্যাসে মোট অণুর সংখ্যা	–
	C = অণুর মূল গড় বর্গবেগ	মিটার/সেকেন্ড (ms^{-1})
	M = গ্যাসের ভর	কেজি (kg)
	ρ = গ্যাসের ঘনত্ব	কেজি/মি.^{৩} (kgm^{-3})
	E = গ্যাসের অণুগুলোর গতিশক্তি	জুল (J)
	$\bar{E}$ = গ্যাসের অণুগুলোর গড় গতিশক্তি	জুল (J)
	R = মোলার গ্যাস ধ্রুবক	জুল/মোল · কেলভিন ($Jmol^{-1}K^{-1}$)
	T = পরম তাপমাত্রা	কেলভিন (K)
	k = বোল্টজম্যান ধ্রুবক	জুল/কেলভিন (JK^{-1})
➲ গড় মুক্ত পথ সম্পর্কিত		
• $\lambda = \frac{l}{N}$ • $\lambda_C = \frac{1}{\pi\sigma^2 n}$ • $\lambda_B = \frac{3}{4\pi\sigma^2 n}$ • $\lambda_M = \frac{1}{\sqrt{2}\pi\sigma^2 n}$ • $t = \frac{\lambda}{C}$	λ = গড় মুক্ত পথ	মিটার (m)
	l = গ্যাসের অণুর মোট অতিক্রান্ত দূরত্ব	মিটার (m)
	N = ধাক্কা বা সংঘর্ষ সংখ্যা	—
	λ_C = ক্লসিয়াসের পদ্ধতিতে গড় মুক্ত পথ	মিটার (m)
	λ_B = বোলজম্যানের পদ্ধতিতে গড় মুক্ত পথ	মিটার (m)
	λ_M = ম্যাক্সওয়েলের পদ্ধতিতে গড় মুক্ত পথ	মিটার (m)
	σ = অণুর ব্যাস	মিটার (m)
	n = প্রতি একক আয়তনে অণুর সংখ্যা	মিটার$^{-৩}$ (m^{-3})
	t = পরপর দুটি সংঘর্ষের মধ্যবর্তী সময়	সেকেন্ড (s)
	C = মূল গড় বর্গবেগ	মিটার/সে. (ms^{-1})

সূত্র	প্রতীক পরিচিতি	একক
➲ শিশিরাঙ্ক ও আপেক্ষিক আর্দ্রতা নির্ণয় সম্পর্কিত		
• $\theta = \theta_1 - G(\theta_1 - \theta_2)$ [য.বো.'২৩] • $R = \frac{f}{F} \times 100\%$ [কু.বো.'২১]	R = আপেক্ষিক আর্দ্রতা	—
	f = শিশিরাংকে সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্পচাপ	মিলিমিটার পারদ (mm Hg)
	F = বায়ুর তাপমাত্রায় সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্পচাপ	মিলিমিটার পারদ (mm Hg)
	θ_1 = শুষ্ক বাল্বের তাপমাত্রা	ডিগ্রি সেলসিয়াস (°C)
	θ_2 = আর্দ্র বাল্বের তাপমাত্রা	ডিগ্রি সেলসিয়াস (°C)
	θ = শিশিরাংক	ডিগ্রি সেলসিয়াস (°C)
	G = গ্লেইসারের ধ্রুবক	—

গুরুত্বপূর্ণ লেখচিত্রসমূহ

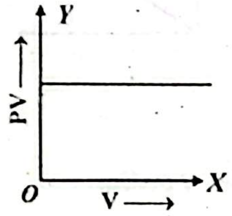
☐ বয়েলের সূত্রানুসারে চাপ ও আয়তনের বিভিন্ন লেখচিত্র:

✓ P বনাম V লেখচিত্র:



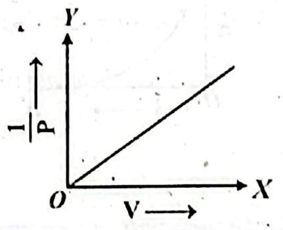
[দি.বো.'২৫,'১৬; কু.বো.'২৪; য.বো.'১৯; ঢা.বো.'১৬]

✓ PV বনাম V লেখচিত্র:



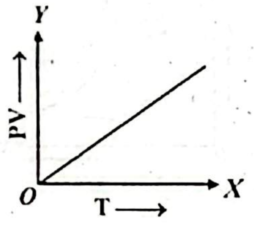
[ম.বো.'২৫; রা.বো.'২১; ঢা.বো.'১৭; চ.বো.'১৬]

✓ $\frac{1}{P}$ বনাম V লেখচিত্র:



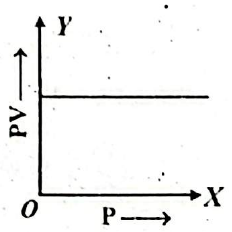
[দি.বো.'২৫,'১৬; কু.বো.'২৪,'২৩; ঢা.বো.'১৬]

✓ PV বনাম T লেখচিত্র:



[কু.বো.'১৭]

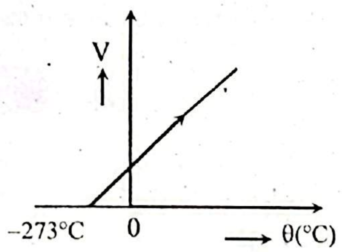
✓ PV বনাম P লেখচিত্র:



[কু.বো.'২৪; সি.বো.'২৪; দি.বো.'২৪,'১৬; ঢা.বো.'২৩; ব.বো.'১৭]

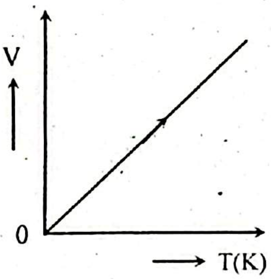
☐ চার্লসের সূত্রানুসারে আয়তন ও তাপমাত্রার লেখচিত্র:

✓ V বনাম θ লেখচিত্র:



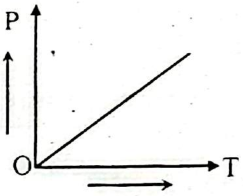
[ব.বো.'২৫; য.বো.'২৪]

✓ V বনাম T লেখচিত্র:



☐ রেনোর চাপীয় সূত্রানুসারে চাপ ও তাপমাত্রার লেখচিত্র:

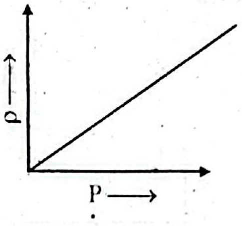
✓ P বনাম T লেখচিত্র:



[কু.বো.'২২]

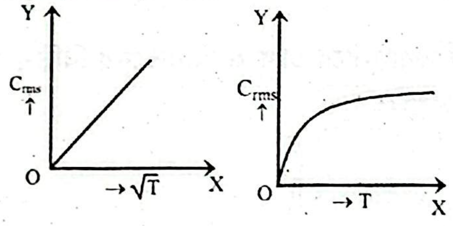
☐ আদর্শ গ্যাসের লেখচিত্র:

✓ স্থির তাপমাত্রায় কোনো গ্যাসের ঘনত্ব ও চাপের লেখচিত্র:



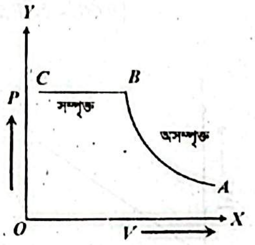
[চ.বো.'২৫]

✓ আদর্শ গ্যাসের মূল গড় বর্গবেগ (C_{rms}) বনাম তাপমাত্রা (T) এর লেখচিত্র:



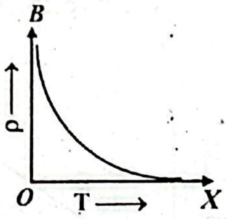
[রা.বো.'২৪; য.বো.'২৩; ঢা.বো.'২২]

✓ জলীয়বাষ্প রেখার P বনাম V লেখচিত্র:



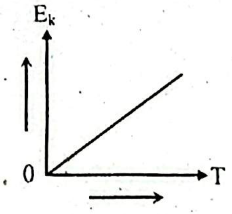
[দি.বো.'২৩]

✓ স্থির চাপে, T বনাম ρ লেখচিত্র:



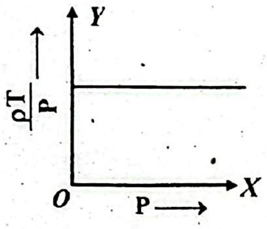
[রা.বো.'২৫]

✓ আদর্শ গ্যাসের গতিশক্তি (E_k) বনাম তাপমাত্রা (T) এর লেখচিত্র:



[কু.বো.'২৪; য.বো.'২৩; ঢা.বো.'২২; চ.বো.'১৭; ব.বো.'১৫]

✓ $\frac{\rho T}{P}$ বনাম P লেখচিত্র:



[ব.বো.'১৫]

MCQ এর জন্য গুরুত্বপূর্ণ তথ্যসমূহ

দৃষ্টি আকর্ষণ

বহুনির্বাচনি প্রশ্নের জন্য 'প্রয়োজনীয় তত্ত্ব, সূত্র, প্রতীক ও একক পরিচিতি' এবং 'গুরুত্বপূর্ণ লেখচিত্রসমূহ' অংশগুলো অবশ্যই ভালোভাবে পড়ে নিবে।

আদর্শ গ্যাস

◆ গ্যাসের চলরাশি তিনটি, যথা– *[চ.বো.'২৩; দি.বো.'২১]*

- তাপমাত্রা *[রা.বো.'২৪]*
- চাপ
- আয়তন

◆ আদর্শ গ্যাস সকল তাপমাত্রা ও চাপে- $PV = nRT$ সমীকরণ মেনে চলে।

◆ STP তে যেকোনো গ্যাসের মোলার আয়তন 22.4L। *[ঢা.বো.'২১; কু.বো.'২১]*

◆ প্রমাণ চাপ হলো 1 atm পরিমাণ চাপ। $1\ \text{atm} = 1.013 \times 10^5\ \text{N/m}^2 = 0.76\ \text{m}$ পারদ চাপ। *[য.বো.'২৪]*

◆ নিম্নচাপে ও উচ্চ তাপমাত্রায় বাস্তব গ্যাস আদর্শ গ্যাসের ন্যায় আচরণ করে। অর্থাৎ, বয়েলের সূত্র মেনে চলে। *[রা.বো.'২৩; দি.বো.'২৩,'২১; ব.বো.'২২; ম.বো.'২১; কু.বো.'১৬; সি.বো.'১৫]*

◆ চার্লসের সূত্রে, স্থির চাপে নির্দিষ্ট ভরের গ্যাসের আয়তন এর পরম বা কেলভিন তাপমাত্রার সমানুপাতিক। *[য.বো.'২৫]*

◆ বয়েলের সূত্রে, কোনো নির্দিষ্ট ভরের গ্যাসের তাপমাত্রা স্থির থাকলে তার আয়তন চাপের ব্যস্তানুপাতিক।

◆ আদর্শ গ্যাসের চাপ সূত্রে, গ্যাসের আয়তন স্থির রাখা হয় এবং তাপমাত্রা বৃদ্ধি পাওয়ার সাথে সাথে চাপ বৃদ্ধি পায়। *[ঢা.বো.'২৪; য.বো.'২১; ব.বো.'২১]*

◆ স্থির তাপমাত্রার আদর্শ গ্যাসের অভ্যন্তরীণ শক্তি আয়তনের উপর নির্ভরশীল নয়।

◆ আদর্শ গ্যাসের অণুসমূহের মধ্যে কোনো আকর্ষণ বিকর্ষণ নেই।

◆ বায়বীয় পদার্থের অণুসমূহের আন্তঃআণবিক বল সর্বনিম্ন বলে এদের অণুসমূহের আন্তঃআণবিক দূরত্ব সবচেয়ে বেশি হয়। *[চ.বো.'২৪; য.বো.'১৬]*

◆ PV রাশিটি গ্যাসের ক্ষেত্রে কাজ অথবা শক্তি নির্দেশ করে। *[সি.বো.'২২; ম.বো.'২১; য.বো.'১৭]*

◆ পরম শূন্য তাপমাত্রা:

- এর মান হচ্ছে 0K বা – 273°C। *[রা.বো.'২১; চ.বো.'১৯; দি.বো.'১৬]*
- উক্ত তাপমাত্রায় তাত্ত্বিকভাবে গ্যাসের আয়তন এবং গতিশক্তি উভয়ই শূন্য হয়। *[ঢা.বো.'২৪; ম.বো.'২৪]*

◆ সার্বজনীন গ্যাস ধ্রুবক R এর মান $8.31\ \text{Jmol}^{-1}\text{K}^{-1}$। *[চ.বো.'২১; রা.বো.'১৯; য.বো.'১৬; কু.বো.'১৫]*

◆ যে নির্দিষ্ট তাপমাত্রার উপরে কোনো গ্যাসকে চাপ প্রয়োগ করেও তরলে পরিণত করা যায় না তাকে সংকট তাপমাত্রা বলে।

◆ **কিছু পরিচিত গ্যাসের সংকট তাপমাত্রা নিম্নরূপ:**

পদার্থ	সংকট তাপমাত্রা (°C)	সংকট তাপমাত্রা (K)	পদার্থ	সংকট তাপমাত্রা (°C)	সংকট তাপমাত্রা (K)
H_2O	374° C	647 K	H_2	– 240° C *[সি.বো.'২৫]*	33 K
CO_2	31° C	304 K	He	– 268° C	5 K
N_2	– 147° C	126 K	CH_4	– 82° C	191 K
O_2	– 118° C	155 K	NH_3	132° C	405 K

◆ নির্দিষ্ট তাপমাত্রার সকল গ্যাস অণুর জন্য গতিশক্তি ধ্রুবক। *[দি.বো.'১৭]*

গ্যাসের গতিতত্ত্ব

◆ কোনো গ্যাসের চাপ তার একক আয়তনে অণুগুলোর গতিশক্তির $\frac{2}{3}$ অংশ। *[ব.বো.'২৪]*

◆ নির্দিষ্ট তাপমাত্রায় দ্বি-পরমাণুক গ্যাসের অণুর জন্য গতিশক্তি হচ্ছে $\frac{3}{2}kT$। *[সি.বো.'১৭,'১৬; রা.বো.'১৬,'১৫; চ.বো.'১৫; দি.বো.'১৫;]*

◆ বিজ্ঞানী বার্নৌলি (Bernoulli) সর্বপ্রথম গ্যাসের গতিতত্ত্বের সাহায্যে গ্যাসের সূত্রাবলি ব্যাখ্যা করেন। [রা.বো.'২২]

◆ যেকোনো গ্যাসের মূল গড় বর্গবেগ (C_{rms}) পরম তাপমাত্রার (T) সমানুপাতিক। অর্থাৎ, $C_{rms} \propto \sqrt{T}$।
[সি.বো.'২৫,'২২; কু.বো.'২৪; ঢা.বো.'২২; চ.বো.'২২; য.বো.'১৯,'১৬; দি.বো.'১৯]

◆ গ্যাসের অণুর গড় মুক্ত পথ (λ) উক্ত গ্যাসের ঘনত্বের (ρ) ব্যস্তানুপাতিক। অর্থাৎ, $\lambda \propto \frac{1}{\rho}$। [য.বো.'২২; ব.বো.'২২; সম্মিলিত বো.'১৮; চ.বো.'১৬]

◆ গ্যাসের গতিতত্ত্বের সাহায্যে ব্যাখ্যা করা যায়–
- তাপমাত্রার সাথে গ্যাসের গতিশক্তির সম্পর্ক [ব.বো.'২৪]
- তাপমাত্রার সাথে চাপের সম্পর্ক [ব.বো.'২৪]
- তাপমাত্রার সাথে আয়তনের সম্পর্ক [ব.বো.'২৪]

◆ কোনো পাত্রে আবদ্ধ গ্যাস অণুগুলির সর্বাধিক সংখ্যক অণুর বেগকে সর্বাধিক সম্ভাব্য বেগ বলে। [ম.বো.'২১]

◆ একটি আদর্শ গ্যাসের তাপমাত্রা T হতে বৃদ্ধি করে 2T করা হলে অণুগুলির গতিশক্তি দ্বিগুণ হবে। [ঢা.বো.'১৫]

◆ এক মোল আদর্শ গ্যাসের একক আয়তনের গড় গতিশক্তি ও চাপের মধ্যে সম্পর্ক হলো, $P = \frac{2}{3}E$। [সি.বো.'১৭]

◆ গ্যাস কর্তৃক প্রদত্ত চাপ নির্ভর করে গ্যাসের ঘনত্ব, আণবিক বেগ এবং প্রকৃতির উপর। [ব.বো.'২১]

◆ গ্যাসের গতিতত্ত্বের মৌলিক স্বীকার্য অনুসারে– [ঢা.বো.'১৭; ব.বো.'১৫]
- একটি গ্যাসের সকল অণু সদৃশ।
- তাপমাত্রা বৃদ্ধির সাথে সাথে অণুর বেগ বৃদ্ধি পায়।
- অণুগুলোর মধ্যবর্তী দূরত্বের তুলনায় অণুগুলোর আয়তন উপেক্ষণীয়।
- আদর্শ গ্যাসের অণুর শক্তি সম্পূর্ণটাই গতিশক্তি। অর্থাৎ, স্থিতিশক্তি নাই। [ব.বো.'২৫; ঢা.বো.'১৯]
- তাপমাত্রা বাড়লে কোনো নির্দিষ্ট ভরের গ্যাসের আয়তন বৃদ্ধি পায় এবং গ্যাস অণুর সংঘর্ষ বৃদ্ধি পায়। [চ.বো.'২৩]

◆ কোনো গতিশীল সিস্টেমের অবস্থান সম্পূর্ণভাবে বোঝাতে মোট যে সংখ্যক স্বাধীন রাশির প্রয়োজন হয় তাকে বা গতিশীল সিস্টেমের মোট গতিশক্তির রাশিমালায় যে কয়টি স্বাধীন বর্গ রাশি পাওয়া যায় সেই সংখ্যাকে স্বাধীনতার মাত্রা বলে।

◆ বিভিন্ন গ্যাসের জন্য স্বাধীনতার মাত্রা ও পরমাণু/অণু প্রতি মোট শক্তির পরিমাণ নিম্নোক্ত ছকে দেখানো হলো:

গ্যাসের প্রকৃতি	উদাহরণ	স্বাধীনতার মাত্রা	গ্যাসের পরমাণু/অণুর মোট শক্তি
এক পারমাণবিক	হিলিয়াম (He), নিয়ন (Ne), আর্গন (Ar), ক্রিপ্টন (Kr), আদর্শ গ্যাস	3 [ব.বো.'২৫; য.বো.'২৩; কু.বো.'১৯]	$\frac{3}{2}kT$ [চ.বো.'২২]
দ্বি-পারমাণবিক	অক্সিজেন (O_2), হাইড্রোজেন (H_2), নাইট্রোজেন (N_2), ক্লোরিন (Cl_2), কার্বন মনোক্সাইড (CO)	5 [ঢা.বো.'২৪; রা.বো.'২২,'২১; দি.বো.'২২; ম.বো.'২২]	$\frac{5}{2}kT$ [চ.বো.'২১; সি.বো.'২১; রা.বো.'১৬]
বহু পারমাণবিক	ওজোন (O_3), মিথেন (CH_4)	6 [য.বো.'১৫; কু.বো.'১৬]	3kT [কু.বো.'২২]

জলীয় বাষ্প, আর্দ্রতা ও শিশিরাঙ্ক

◆ জলীয় বাষ্পের ক্ষেত্রে যা যা প্রযোজ্য–
- এটি শুষ্ক বায়ু অপেক্ষা হালকা। [সি.বো.'২১]
- পরিমাণ বেড়ে গেলে বায়ুর ঘনত্ব কমে যায় এবং জলীয় বাষ্পের পরিমাণ কমে গেলে ঘনত্ব বেড়ে যায়। [ম.বো.'২৫; ঢা.বো.'২২; রা.বো.'২১,'১৬; দি.বো.'২১]
- পরিমাণ বেড়ে গেলে বায়ুর চাপ কমে যায়। [ম.বো.'২৫; ঢা.বো.'২২; রা.বো.'১৬]
- পরিমাণ বেড়ে গেলে বাষ্প চাপ বেশি হয়।

◆ বায়ুমণ্ডলে জলীয় বাষ্পের ঘনীভবনের মাধ্যমে মেঘ, বৃষ্টি, কুয়াশা এবং শিশির প্রভৃতি নৈসর্গিক ঘটনা ঘটে। [ব.বো.'২৫; য.বো.'১৫]

CS CamScanner

- শিশির মূলত ছোট আকারের পানির ফোঁটা। [য.বো.'১৭]
- বায়ুর তাপমাত্রা শিশিরাঙ্কে উপনীত হলে বাষ্পায়ন হয় না; বরং শিশির জমতে শুরু করে। [য.বো.'২১]
- আপেক্ষিক আর্দ্রতামাপক যন্ত্রের নাম হাইগ্রোমিটার। [রা.বো.'২৪]
- **হাইগ্রোমিটারের আর্দ্র ও শুষ্ক বাল্ব থার্মোমিটার এর পাঠের পার্থক্য–**
  - না থাকলে বাতাস সম্পৃক্ত আছে। [সি.বো.'২১]
  - কম হলে আপেক্ষিক আর্দ্রতা বেশি হয়, ফলে আর্দ্র আবহাওয়া দেখা যায়। [দি.বো.'২২; ম.বো.'২১]
  - খুব বেশি হলে আবহাওয়া শুষ্ক হয়, ফলে আপেক্ষিক আর্দ্রতা হ্রাস পাবে। [রা.বো.'২৫,'১৫; কু.বো.'২৫]
  - ধীরে ধীরে কমলে, বৃষ্টি হওয়ার সম্ভাবনা থাকে।
  - হঠাৎ হ্রাস পেলে ঝড়ের সম্ভাবনা থাকে এবং জলীয়বাষ্পের পরিমাণ হঠাৎ বেড়ে যাবে। [রা.বো.'২৫,'১৯; সি.বো.'২৪; ঢা.বো.'২৩,'১৭; চ.বো.'১৬]
- **কোনো স্থানে আর্দ্র ও শুষ্ক বাল্ব হাইগ্রোমিটারের–**
  - সিক্ত বাল্বের তাপমাত্রা ঐ স্থানের বায়ুর তাপমাত্রার সমান হলে আপেক্ষিক আর্দ্রতার মান হয় সর্বোচ্চ তথা 100%। [রা.বো.'২৪; ম.বো.'২২]
  - শুষ্ক বাল্বের তাপমাত্রা ঐ স্থানের বায়ুর সমান হলে আপেক্ষিক আর্দ্রতা হয় সর্বনিম্ন তথা 0%।
- অসম্পৃক্ত বাষ্প বয়েল ও চার্লসের সূত্র মানলেও সম্পৃক্ত বাষ্প চাপ তা মানে না। [সি.বো.'২৫; ঢা.বো.'২১,'১৬; রা.বো.'২১; সম্মিলিত বো.'১৮; দি.বো.'১৬]
- কোনো স্থানের শিশিরাঙ্ক বলতে ঐ তাপমাত্রায় ঐ স্থানের বায়ু জলীয়বাষ্প দ্বারা সম্পৃক্ত, বাষ্প ঘনীভূত হতে শুরু করে এবং জলীয়বাষ্প ধারণক্ষমতা সর্বোচ্চ। [য.বো.'২৫]
- সম্পৃক্ত অবস্থায় তাপমাত্রা বৃদ্ধিতে শিশিরাঙ্কের কোনো পরিবর্তন হয় না। [চ.বো.'২৫]
- মেঘমুক্ত দিনে দুপুরের আগেই শিশির তিরোহিত হয়; কারণ তাপমাত্রা বৃদ্ধিতে বায়ু অসম্পৃক্ত হয়। [ব.বো.'১৯]
- বায়ুর আপেক্ষিক আর্দ্রতা কম হলে বাষ্পায়ন দ্রুত গতিতে হবে। [দি.বো.'১৫]
- বাষ্পায়নের হার নির্ভর করে– তরলের প্রকৃতি, তরলের তাপমাত্রা, বায়ুর তাপমাত্রা, পৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল এবং বায়ুতে জলীয় বাষ্পের পরিমাণ (আর্দ্রতা) এর উপর; কিন্তু তরলের আয়তনের উপর নয়। [রা.বো.'২৫]
- বায়ুর প্রতি একক আয়তনে উপস্থিত জলীয় বাষ্পের ভরকে পরম আর্দ্রতা বলে। [সি.বো.'২৩; য.বো.'২১]
- নির্দিষ্ট তাপমাত্রায় সম্পৃক্ত বাষ্পচাপ F এবং অসম্পৃক্ত বাষ্পচাপ f হলে, $F > f$। [চ.বো.'২৩]
- শিশিরাঙ্কে সম্পৃক্ত বাষ্পচাপ ও বায়ুর তাপমাত্রায় অসম্পৃক্ত বাষ্পচাপ পরস্পর সমান। [ঢা.বো.'২২]
- কোনো স্থানের শিশিরাংক বায়ুর তাপমাত্রার সমান হলে আপেক্ষিক আর্দ্রতার মান 100% হবে। [ঢা.বো.'২৫]
- শিশিরাঙ্ক হলো এমন তাপমাত্রা, যখন নির্দিষ্ট আয়তনের বায়ু তার ভেতরের জলীয়বাষ্প দ্বারা সম্পৃক্ত হয়। [কু.বো.'২৫; ম.বো.'২৫; সি.বো.'২৪,'২১,'১৯; ব.বো.'২১; রা.বো.'১৭]

CS CamScanner

MCQ এর জন্য গুরুত্বপূর্ণ গাণিতিক সমস্যাবলি

দৃষ্টি আকর্ষণ

এই অংশে বিগত বছরের প্রশ্ন বিশ্লেষণ করে MCQ এর জন্য গুরুত্বপূর্ণ বেশ কিছু গাণিতিক সমস্যাবলির সমাধান Topic অনুসারে সাজানো হয়েছে। এছাড়াও গাণিতিক সমস্যার সমাধানের সাথে Similar Problems যুক্ত করা হয়েছে, যাতে তোমাদের পরীক্ষার প্রস্তুতি হয় পূর্ণাঙ্গ।

গ্যাসের সূত্রাবলী সম্পর্কিত

Example-1 স্থির তাপমাত্রায় কোন গ্যাসের আয়তন স্বাভাবিক চাপের আয়তনের 4 গুণ করার জন্য কত পরিমাণ চাপ প্রয়োগ করতে হবে তা নির্ণয়:

সমাধান

আমরা জানি,

$$P_1V_1 = P_2V_2$$

$$\Rightarrow P_2 = \frac{P_1V_1}{V_2}$$

$$= \frac{P_1 \times V_1}{4V_1}$$

$$= \frac{1.01 \times 10^5}{4}$$

$$= 25.25 \times 10^3 \text{ Nm}^{-2} \text{ [Ans.]}$$

এখানে,

গ্যাসের আদি চাপ, $P_1 = 1.01 \times 10^5$Pa

ধরি, গ্যাসের আদি আয়তন $= V_1$

$\therefore$ গ্যাসের পরিবর্তিত আয়তন, $V_2 = 4V_1$

Example-2 নির্দিষ্ট তাপমাত্রায়, একটি গ্যাসের চাপ 5% বৃদ্ধি করলে এর আয়তন কী পরিমাণ হ্রাস পাবে তা নির্ণয়: [কু.বো.'২৫]

সমাধান

নির্দিষ্ট তাপমাত্রায়,

$$P_1V_1 = P_2V_2$$

$$\Rightarrow V_2 = \frac{P_1V_1}{P_2}$$

$$= \frac{PV}{1.05 \text{ P}}$$

$$= 0.95238 \text{ V}$$

এখানে,

আদি আয়তন, $V_1 = V$

আদি চাপ, $P_1 = P$

শেষ চাপ, $P_2 = P + P$ এর 5%

$= P + 0.05\ P = 1.05\ P$

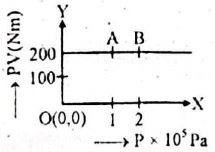
শেষ আয়তন, $V_2 = ?$

$$\therefore \text{আয়তন হ্রাস (শতাংশ)} = \frac{V_1 - V_2}{V_1} \times 100\%$$

$$= \frac{V - 0.95238\text{ V}}{V} \times 100\%$$

$$= 4.76\% \text{ [Ans.]}$$

Example-3



উপরের লেখচিত্রে নির্দিষ্ট পরিমাণ আদর্শ গ্যাসের ক্ষেত্রে PV বনাম P লেখচিত্র দেখানো হয়েছে। A ও B বিন্দুতে গ্যাসের আয়তনের অনুপাত নির্ণয়: [রা.বো.'১৬]

সমাধান

বয়েলের সূত্র মতে,

$$P_AV_A = P_BV_B$$

$$\therefore \frac{V_A}{V_B} = \frac{P_B}{P_A} = \frac{2 \times 10^5}{1 \times 10^5} = 2$$

$$\therefore V_A : V_B = 2 : 1 \text{ [Ans.]}$$

এখানে,

A বিন্দুতে গ্যাসের চাপ, $P_A = 1 \times 10^5$ Pa

B বিন্দুতে গ্যাসের চাপ, $P_B = 2 \times 10^5$ Pa

ধরি,

A বিন্দুতে গ্যাসের আয়তন $= V_A$

এবং B বিন্দুতে গ্যাসের আয়তন $= V_B$

Example-4 0°C উষ্ণতায় কোনো নির্দিষ্ট আয়তনের গ্যাসের চাপ 3×10^5Pa হলে 60°C উষ্ণতায় এর চাপ নির্ণয়: [সি.বো.'১৬]

সমাধান

আমরা জানি,

$$\frac{P_2}{T_2} = \frac{P_1}{T_1}$$

$$\Rightarrow P_2 = \frac{P_1}{T_1} \times T_2$$

$$\Rightarrow P_2 = \frac{3 \times 10^5}{273} \times 333$$

$$= 3.66 \times 10^5 \text{ Pa [Ans.]}$$

এখানে,

আদি চাপ, $P_1 = 3 \times 10^5$ Pa

আদি তাপমাত্রা, $T_1 = 0°C = 273$ K

পরিবর্তিত তাপমাত্রা, $T_2 = 60°C$

$= (60 + 273)$ K

$= 333$

পরিবর্তিত চাপ, $P_2 = ?$

Example-5 একটি সিলিন্ডারে আবদ্ধ গ্যাসের তাপমাত্রা 30°C থেকে 100°C এ উন্নীত হলে চাপ কত শতাংশ বৃদ্ধি পাবে তা নির্ণয়: [য.বো.'২১]

সমাধান

আমরা জানি,

$$\frac{P_1}{T_1} = \frac{P_2}{T_2}$$

$$\Rightarrow \frac{P_2}{P_1} = \frac{T_2}{T_1}$$

$$\Rightarrow \frac{P_2}{P_1} = \frac{373}{303}$$

$$\Rightarrow P_2 = 1.2310\ P_1$$

এখানে,

আদি তাপমাত্রা, $T_1 = 30°C$

$= (273 + 30)$ K

$= 303$ K

চূড়ান্ত তাপমাত্রা, $T_2 = 100°C$

$= (273 + 100)$ K

$= 373$ K

ধরি, আদি চাপ $= P_1$

চূড়ান্ত চাপ $= P_2$

$$\therefore \text{চাপ বৃদ্ধি, } \Delta P = P_2 - P_1$$

$$= 1.2310\ P_1 - P_1$$

$$= 0.2310\ P_1$$

$$\therefore \text{শতাংশ হিসেবে চাপ বৃদ্ধি পায়} = \frac{\Delta P}{P_1} \times 100\%$$

$$= \frac{0.2310\ P_1}{P_1} \times 100\%$$

$$= 23.10\% \text{ [Ans.]}$$

Similar Problems to the Example

- স্থির আয়তনে 1atm চাপের কোনো গ্যাসের তাপমাত্রা 0°C হতে 1°C বাড়ালে পরিবর্তিত চাপ 1.00366atm হবে। [দি.বো.'২১]
- স্থির আয়তনে 0°C তাপমাত্রায় কোনো গ্যাসের চাপ দ্বিগুণ করলে এর চূড়ান্ত তাপমাত্রা 273°C হবে। [দি.বো.'২১]
- 27°C তাপমাত্রায় একটি গ্যাসের আয়তন স্থির রেখে চাপ দ্বিগুণ করা হলো। গ্যাসটির চূড়ান্ত তাপমাত্রা 600K হবে। [ঢা.বো.'২৪]
- একটি পাত্রে 0°C তাপমাত্রায় কিছু গ্যাস রক্ষিত আছে। স্থির আয়তনে 91 K তাপমাত্রায় গ্যাসের চাপ 0°C তাপমাত্রায় চাপের এক-তৃতীয়াংশ হবে। [ঢা.বো.'২৫]

Example-6 30°C তাপমাত্রায় একটি গ্যাসকে স্থির চাপে উত্তপ্ত করে আয়তন তিনগুণ করা হলো। গ্যাসটির চূড়ান্ত তাপমাত্রা নির্ণয়: [দি.বো.'২৪; য.বো.'২১; ব বো.'২১]

সমাধান

আমরা জানি,

$$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2}$$

$$\Rightarrow T_2 = \frac{V_2 T_1}{V_1}$$

$$= \frac{3V_1 \times 303}{V_1}$$

$$= 909\ K$$

$$= (909 - 273)°C$$

$$= 636°C\ [Ans.]$$

এখানে,

আদি তাপমাত্রা, $T_1 = 30°C$

$= (273 + 30)\ K$

$= 303\ K$

ধরি, গ্যাসের আদি আয়তন $= V_1$

চূড়ান্ত আয়তন, $V_2 = 3V_1$

চূড়ান্ত তাপমাত্রা, $T_2 = ?$

Similar Problems to the Example

- নির্দিষ্ট ভরের একটি আদর্শ গ্যাসের আয়তন ধ্রুব চাপে দ্বিগুণ করা হল। যদি গ্যাসের প্রাথমিক তাপমাত্রা 10°C হয় তবে চূড়ান্ত তাপমাত্রা 293°C হবে।
- একটি নির্দিষ্ট ভরের শুষ্ক বায়ুর 20°C তাপমাতায় আয়তন 100cc। যদি উক্ত শুষ্ক বায়ুকে স্থির চাপে 50°C পর্যন্ত উত্তপ্ত করা হয়, তবে আয়তন 110.2cc হবে।
- 40°C তাপমাত্রায় একটি গ্যাসকে স্থির চাপে উত্তপ্ত করে আয়তন দ্বিগুণ করা হলো। গ্যাসটির চূড়ান্ত তাপমাত্রা 353°C হবে। [কু.বো.'২২]
- 20°C তাপমাত্রায় একটি গ্যাসের চাপ স্থির রেখে এর আয়তন দ্বিগুণ করা হলো। গ্যাসটির চূড়ান্ত তাপমাত্রা 313°C হবে। [চ.বো.'১৭]
- 50°C তাপমাত্রায় একটি দ্বি-পারমাণবিক গ্যাসকে স্থির চাপে উত্তপ্ত করে আয়তন 4 গুণ করা হলো। গ্যাসটির চূড়ান্ত তাপমাত্রা 1292 K হবে। [ম.বো.'২৫]

Example-7 100°C তাপমাত্রায় 20g অক্সিজেন একটি 20 cm দৈর্ঘ্যের ঘনককে পূর্ণ করে। এক মোল অক্সিজেনের ভর 32 g। ঘনকের অভ্যন্তরে অক্সিজেনের চাপ নির্ণয়: [ঢা.বো.'১৫]

সমাধান

আমরা জানি,

$$PV = nRT$$

$$\Rightarrow P = \frac{nRT}{V}$$

$$= \frac{0.625 \times 8.31 \times 373}{8 \times 10^{-3}}\ Pa$$

$$= 242{,}158.6\ Pa$$

$$\approx 242\ kPa\ [Ans.]$$

এখানে,

তাপমাত্রা, $T = (100 + 273)\ K = 373\ K$

মোল সংখ্যা, $n = \frac{20}{32} = 0.625$ mole

মোলার ধ্রুবক, $R = 8.31\ JK^{-1}mole^{-1}$

আয়তন, $V = (.2)^3 = 8 \times 10^{-3} m^3$

চাপ, $P = ?$

Example-8 37°C তাপমাত্রা ও 1.5 atm চাপে 20 gm O_2 গ্যাসের আয়তন নির্ণয়: [রা.বো.'২২]

সমাধান

আমরা জানি,

$$PV = nRT$$

$$\Rightarrow V = \frac{nRT}{P}$$

$$= \frac{mRT}{MP} \left[\because \text{মোল সংখ্যা},\ n = \frac{m}{M}\right]$$

$$= \frac{20 \times 8.314 \times 310}{32 \times 1.5 \times 1.013 \times 10^5}$$

$$= 1.07 \times 10^{-2} m^3\ [Ans.]$$

এখানে,

চাপ, $P = 1.5$ atm

$= 1.5 \times 1.013 \times 10^5 Pa$

তাপমাত্রা, $T = 37°C$

$= (37 + 273)K$

$= 310K$

অক্সিজেন গ্যাসের ভর, $m = 20g$

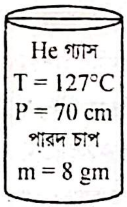
অক্সিজেনের আণবিক ভর,

$M = 32 gmol^{-1}$

মোলার গ্যাসীয় ধ্রুবক,

$R = 8.314\ Jmol^{-1}K^{-1}$

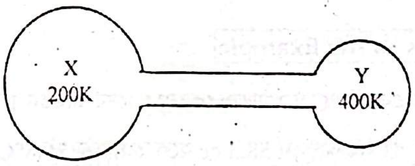
Similar Problems to the Example

- 1 atm চাপে ও 37°C তাপমাত্রায় 32g অক্সিজেনের আয়তন 0.025 m^3। [সি.বো.'২১]
- 

  [$R = 8.314\ JK^{-1}mol^{-1}$ এবং পারদের ঘনত্ব 13596 kgm^{-3}]

  সিলিন্ডারে হিলিয়াম (He) গ্যাসের আয়তন $7.13 \times 10^{-2}\ m^3$। [রা.বো.'২৫]

Example-9



চিত্রে বাল্ব X এর আয়তন বাল্ব Y-এর দ্বিগুণ। ব্যবস্থাটিকে একটি আদর্শ গ্যাস দিয়ে এমনভাবে পূর্ণ করা হল যেন উভয় বাল্বে চাপ সমান থাকে। X বাল্ব-এ x মোল গ্যাস রয়েছে। Y বাল্বে মোল সংখ্যা নির্ণয়: [কু.বো.'১৬]

সমাধান

আদর্শ গ্যাস বলে, $P_xV_x = n_xRT$

$$P_yV_y = n_yRT$$

$$\therefore \frac{n_x}{n_y} = \frac{P_xV_x}{P_yY_y}$$

$$= \frac{P_x \times 2V_y}{P_xV_y} = 2$$

$$\therefore n_y = \frac{1}{2} n_x = \frac{1}{2} x\ [Ans.]$$

এখানে,

X বাল্বের আয়তন, $V_x = 2V_y$

চাপ, $P_x = P_y$ [∵ উভয় বাল্বে চাপ সমান]

X বাল্বে মোল সংখ্যা, $n_x = x$

Y বাল্বে মোল সংখ্যা, $n_y = ?$

Example-10 কোনো হ্রদের তলদেশ থেকে পানির উপরিতলে আসায় একটি বুদবুদের ব্যাস তিনগুণ হয়। বায়ুর চাপ = $10^5\ Nm^{-2}$ এবং হ্রদের পানির সর্বত্র তাপমাত্রা ও ঘনত্ব সমান হলে হ্রদের গভীরতা নির্ণয়: [ম.বো.'২২]

সমাধান

যেহেতু বুদবুদের আয়তন এর ব্যাসের ঘনফল এর সমানুপাতিক, তাই বুদবুদের ব্যাস 3 গুণ হলে আয়তন $(3)^3$ বা 27 গুণ হবে।

আমরা জানি,

$$P_1V_1 = P_2V_2$$

বা, $(P_2 + h\rho g)V = P_2 \times 27V$

বা, $P_2 + h\rho g = 27P_2$

বা, $h\rho g = 27P_2 - P_2$

বা, $h\rho g = 26\ P_2$

$$\therefore h = \frac{26\ P_2}{\rho g}$$

$$= \frac{26 \times 10^5}{1000 \times 9.8}$$

$$= 265.3\ m$$

এখানে,

হ্রদের তলদেশে আয়তন, $V_1 = V$

হ্রদের উপরিতলের আয়তন, $V_2 = 27V$

পানির ঘনত্ব, $\rho = 1000\ kgm^{-3}$

পানির উপরিতলে বায়ুচাপ, $P_2 = 10^5\ Nm^{-2}$

হ্রদের তলদেশে চাপ, $P_1 = P_2 + h\rho g$

হ্রদের গভীরতা, $h = ?$

সুতরাং, হ্রদের গভীরতা 265.3 m। [Ans.]

Example-11 T তাপমাত্রার এক লিটার বায়ুকে উত্তপ্ত করা হলো। কত তাপমাত্রায় উক্ত বায়ুর চাপ ও আয়তন উভয়ই দ্বিগুণ হবে তা নির্ণয়: [কু.বো.'২৪]

সমাধান

আমরা জানি,

$$\frac{P_1V_1}{T_1} = \frac{P_2V_2}{T_2}$$

$$\Rightarrow \frac{P \times V}{T} = \frac{2P \times 2V}{T_2}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{T} = \frac{4}{T_2}$$

$$\therefore T_2 = 4T$$

এখানে,
ধরি, প্রাথমিক চাপ, $P_1 = P$
$\therefore$ চূড়ান্ত চাপ, $P_2 = 2P$
প্রাথমিক আয়তন, $V_1 = V$
$\therefore$ চূড়ান্ত আয়তন, $V_2 = 2V$
প্রাথমিক তাপমাত্রা, $T_1 = T$
চূড়ান্ত তাপমাত্রা, $T_2 = ?$

সুতরাং, 4T তাপমাত্রায় উক্ত বায়ুর চাপ ও আয়তন উভয়ই দ্বিগুণ হবে। [Ans.]

Similar Problems to the Example

- 5×10^5 Nm^{-2} চাপে এবং 27°C তাপমাত্রায় কোনো গ্যাসের আয়তন 100 cc। 10^6 Nm^{-2} চাপে ওই গ্যাসের আয়তন 58.3 cc হলে তাপমাত্রা 76.8°C হবে। [য.বো.'২৩]
- একটি আদর্শ গ্যাসের তাপমাত্রা 20°C, যদি নমুনাটির চাপ ও আয়তন দ্বিগুণ করা হয় তবে পরিবর্তিত তাপমাত্রা 899°C। [দি.বো.'২৫]

Example-12 1.0 লিটার বায়ুর ক্ষেত্রে মোট অণুর সংখ্যা নির্ণয়: [য.বো.'২২]

সমাধান

সমাধানের ক্ষেত্রে উক্ত গ্যাস NTP তে আছে ধরে নিয়ে হিসাব করা হলো,

NTP তে 22.4L কোনো গ্যাসে 6.023×10^{23} টি অণু থাকে।

$$\therefore \text{1L গ্যাসে অণুর সংখ্যা } \frac{1}{22.4} \times 6.023 \times 10^{23} = 2.69 \times 10^{22}$$

$$\approx 2.7 \times 10^{22}$$

সুতরাং, 1.0 লিটার বায়ুর ক্ষেত্রে মোট অণুর সংখ্যা 2.7×10^{22}। [Ans.]

গ্যাসের গতিতত্ত্ব সম্পর্কিত

Example-13 তিনটি গ্যাস অণুর বেগ যথাক্রমে 10 ms^{-1}, 15 ms^{-1} এবং 20 ms^{-1}। এদের মূল গড় বর্গবেগ নির্ণয়: [রা.বো.'২৩]

সমাধান

$$\text{মূল গড় বর্গবেগ, } C_{rms} = \sqrt{\frac{10^2 + 15^2 + 20^2}{3}}$$

$$= 15.546 \text{ ms}^{-1} \text{ [Ans.]}$$

Similar Problems to the Example

- কোন গ্যাসের তিনটি অণুর বেগ যথাক্রমে 15ms^{-1}, 20ms^{-1} এবং 25ms^{-1} হলে গ্যাসটির মূল গড় বর্গবেগ 20.41ms^{-1} হবে। [ঢা.বো.'২৩; চ.বো.'২৩]
- পাঁচটি অণুর বেগ v, 2v, 3v, 4v, 5v। অণুগুলোর গড় বর্গবেগের বর্গমূল $v\sqrt{11}$ হবে।
- একটি সিলিন্ডারে 27°C তাপমাত্রায় হিলিয়াম গ্যাস আছে। গ্যাসের দুটি অণুর বেগ যথাক্রমে 9ms^{-1} ও 10ms^{-1}। অণুদ্বয়ের গড় বর্গবেগ 90.5m^{2}s^{-2} হবে। [চ.বো.'২১]

Example-14 কোনো আদর্শ গ্যাসের তিনটি অণুর বেগ 15 ms^{-1}, 20 ms^{-1} ও 25 ms^{-1}. গ্যাসের অণুসমূহের ক্ষেত্রে গড় বেগ $(\bar{C})$, গড় বর্গবেগ $(\bar{C^2})$ এবং মূল গড় বর্গবেগ $\sqrt{\bar{C^2}}$ তিনটি গুরুত্বপূর্ণ রাশি। এক্ষেত্রে $\bar{C} : \bar{C^2} : \sqrt{\bar{C^2}}$ কত হবে তা নির্ণয়: [ঢা.বো.'২৩]

সমাধান

এখানে,

$$\text{গড়বেগ, } \bar{C} = \frac{15 + 20 + 25}{3} = 20 \text{ ms}^{-1}$$

$$\text{গড় বর্গবেগ, } \bar{C^2} = \frac{15^2 + 20^2 + 25^2}{3} = 416.67 \text{ m}^2\text{s}^{-2}$$

$$\text{মূল গড় বর্গবেগ, } \sqrt{\bar{C^2}} = \sqrt{\frac{15^2 + 20^2 + 25^2}{3}} = 20.41 \text{ ms}^{-1}$$

$$\therefore \bar{C} : \bar{C^2} : \sqrt{\bar{C^2}} = 20 : 416.67 : 20.41$$

$$= 1 : 20.83 : 1.02 \text{ [Ans.]}$$

Similar Problem to the Example

- একটি পাত্রে রক্ষিত গ্যাসের তিনটি অণুর বেগ যথাক্রমে 3, 4 ও 5 একক। এক্ষেত্রে তিনটি অণুর গড়বেগ, গড় বর্গবেগ, গড় বর্গবেগের বর্গমূল এবং বেগের সমষ্টির মধ্যে গড় বর্গবেগের মানটি সবচেয়ে বেশি হবে। [সি.বো.'২৩]

Example-15 স্বাভাবিক তাপমাত্রা ও চাপে অক্সিজেন অণুর গড় বর্গবেগের বর্গমূল নির্ণয়: [দি.বো.'১৬]

সমাধান

$$\text{বেগ, } C_{rms} = \sqrt{\frac{3RT}{M}}$$

$$= \sqrt{\frac{3 \times 8.314 \times 273}{32 \times 10^{-3}}}$$

$$= 461 \text{ ms}^{-1} \text{ [Ans.]}$$

এখানে,
মোলার গ্যাস ধ্রুবক, $R = 8.314$ JK^{-1}mol^{-1}
গ্যাসের তাপমাত্রা, $T = 273$K
অক্সিজেনের মোলার ভর, $M = 32 \times 10^{-3}$kg
গ্যাসের গড় বর্গবেগের বর্গমূল, $C_{rms} = ?$

Similar Problems to the Example

- 0°C তাপমাত্রায় CO_2 গ্যাসের অণুগুলোর মূল গড় বর্গবেগ 393.29 ms^{-1} হবে। [ব.বো.'২৪]
- অক্সিজেন গ্যাসের তাপমাত্রা 0°C হলে অক্সিজেন গ্যাসের অণুগুলোর মূল গড় বর্গবেগ 461.287 ms^{-1} হবে। [কু.বো.'২৩]

Example-16 তাপমাত্রা কতগুণ হলে অক্সিজেন গ্যাসের অণুর বেগ দ্বিগুণ হবে তা নির্ণয়: [সি.বো.'১৬]

সমাধান

$$C_{rms} = \sqrt{\frac{3RT}{2}}$$

$$\text{বা, } C_{rms} \propto \sqrt{T}$$

$$\text{বা, } \frac{C'_{rms}}{C_{rms}} = \sqrt{\frac{T_2}{T_1}}$$

এখানে,
$C'_{rms} = 2\, C_{rms}$

CS CamScanner

বা, $\frac{2C_{rms}}{C_{rms}} = \sqrt{\frac{T_2}{T_1}}$

বা, $2 = \sqrt{\frac{T_2}{T_1}}$

বা, $4 = \frac{T_2}{T_1}$

$\therefore T_2 = 4T_1$

সুতরাং, তাপমাত্রা চারগুণ হলে অক্সিজেন গ্যাসের অণুর বেগ দ্বিগুণ হবে। [Ans.]

Similar Problems to the Example

- 1168 K তাপমাত্রায় অক্সিজেন অণুর মূল গড় বর্গবেগ – 200°C তাপমাত্রায় হাইড্রোজেন অণুর মূল গড় বর্গবেগের সমান হবে। [য.বো.'২৪]
- কোনো আদর্শ গ্যাসের তাপমাত্রা কেলভিন স্কেলে তিনগুণ করা হলে, তার অণুসমূহের মূল গড় বর্গবেগ 0.732 গুণ বৃদ্ধি পাবে। [ব.বো.'২৩]
- চূড়ান্ত তাপমাত্রা আদি তাপমাত্রার 4 গুণ হলে কোনো নির্দিষ্ট গ্যাসের মূলগড় বর্গবেগ দ্বিগুণ হবে। [ঢা.বো.'২১]

Example-17 স্বাভাবিক তাপমাত্রা ও চাপে নাইট্রোজেনের ঘনত্ব হলো 1.25 kgm^{-3}. মূল গড় বর্গবেগ (C_{rms}) নির্ণয়: [কু.বো.'১৫]

সমাধান

আমরা জানি,

$$C_{rms} = \sqrt{\frac{3P}{\rho}}$$

$$= \sqrt{\frac{3 \times 1.013 \times 10^5}{1.25}}$$

$$= 493.07\ ms^{-1}\ \text{[Ans.]}$$

এখানে,
স্বাভাবিক চাপ, $P = 1.013 \times 10^5\ Nm^{-2}$
ঘনত্ব, $\rho = 1.25\ kgms^{-3}$
মূল গড় বর্গবেগ, $C_{rms} = ?$

Similar Problems to the Example

- N.T.P. তে হাইড্রোজেনের ঘনত্ব 0.09 kgm^{-3}। অণুগুলোর মূল গড় বর্গবেগ 1.84 kms^{-1}। [কু.বো.'২২]
- 1.0 লিটার বায়ুর ঘনত্ব 1.43 kgm^{-3} হলে 27°C তাপমাত্রায় মূল গড় বর্গবেগ 461.18 ms^{-1}। [য.বো.'২২]

Example-18 27°C তাপমাত্রায় 4 gm অক্সিজেনের গতিশক্তি নির্ণয়: [সি.বো.'২৪; রা.বো.'১৫]

সমাধান

আমরা জানি,

n মোল গ্যাসের গতিশক্তি, $E = \frac{3}{2}nRT$

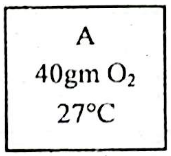
মোল সংখ্যা, $n = \frac{m}{M} = \frac{4}{32}$

$$\therefore E = \frac{3}{2} \times \frac{4}{32} \times 8.31 \times 300$$

$$= 467.44J\ \text{[Ans.]}$$

এখানে,
মোলার গ্যাস ধ্রুবক, $R = 8.31\ JK^{-1}mol^{-1}$
তাপমাত্রা, $T = (27 + 273)K = 300K$

Similar Problems to the Example

- 

[সম্মিলিত বো.'১৮]
$R = 8.31\ JK^{-1}\ mole^{-1}$, O_2 এর আণবিক ভর = 32gm। চিত্রানুযায়ী A পাত্রের গ্যাসের মোট গতিশক্তি $46.74 \times 10^2 J$ হবে।
- 27°C তাপমাত্রায় 32g অক্সিজেন গ্যাসের গতিশক্তি 3741.3J হবে।[য.বো.'২২]
- 30° C তাপমাত্রায় 7 gm নাইট্রোজেন গ্যাসের মোট গতিশক্তি 944.68J হবে। [চ.বো.'১৯]
- S.T.P-তে 2 mole আদর্শ গ্যাসের গতিশক্তি 6806 J হবে। [সি.বো.'১৭]
- S.T.P-তে 4 mole আদর্শ গ্যাসের গতিশক্তি 13612 J হবে। [য.বো.'২৫]
- 15°C তাপমাত্রায় প্রতি গ্রাম অণু হিলিয়াম গ্যাসের গতিশক্তি 3589.92 J হবে। [সি.বো.'১৫]
- 30°C তাপমাত্রায় প্রতি গ্রাম অণু হিলিয়াম গ্যাসের গতিশক্তি 3772.35 J mol^{-1} হবে। [য.বো.'১৬]
- 27 °C তাপমাত্রায় 2gm নাইট্রোজেনের মোট গতিশক্তি 267 J হবে। [ম.বো.'২৩]

Example-19 কোনো গ্যাসের তাপমাত্রা 27°C হতে 227°C তাপমাত্রায় উন্নীত করলে গড় গতিশক্তি শতকরা বৃদ্ধি নির্ণয়: [ব.বো.'২৪]

সমাধান

ধরি, প্রাথমিক ও পরিবর্তিত গড় গতিশক্তি যথাক্রমে, E_1 ও E_2।

আমরা জানি,

$$E_1 = \frac{3}{2}nRT_1 \ldots \ldots (i)$$

$$E_2 = \frac{3}{2}nRT_2 \ldots \ldots (ii)$$

এখানে,
প্রাথমিক তাপমাত্রা, $T_1 = 27°C$
$= (273 + 27) = 300\ K$
পরিবর্তিত তাপমাত্রা, $T_2 = 227°C$
$= (273 + 227) = 500\ K$

সমীকরণ (ii) কে সমীকরণ (i) দ্বারা ভাগ করে পাই,

$$\frac{E_2}{E_1} = \frac{\frac{3}{2}nRT_2}{\frac{3}{2}nRT_1}$$

বা, $\frac{E_2}{E_1} = \frac{T_2}{T_1}$

বা, $\frac{E_2}{E_1} = \frac{500}{300}$

$\therefore E_2 = 1.6667\ E_1$

শতকরা গড় গতিশক্তি বৃদ্ধি,

$$\%\Delta E = \frac{E_2 - E_1}{E} \times 100\%$$

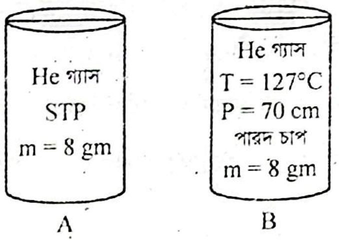
বা, $\%\Delta E = \frac{1.6667\ E_1 - E_1}{E_1} \times 100\%$

$\therefore \%\Delta E = 66.67\%$ [Ans.]

Similar Problem to the Example

- অক্সিজেন গ্যাসের তাপমাত্রা 0°C হতে বৃদ্ধি করে 27°C করা হল। পরিবর্তিত ও প্রাথমিক গতিশক্তির অনুপাত 100 : 91 হবে। [কু.বো.'২৩]

Example-20



[R = 8.314 $JK^{-1}mol^{-1}$ এবং পারদের ঘনত্ব 13596 kgm^{-3}]

B সিলিন্ডারে হিলিয়াম গ্যাসের গতিশক্তি A সিলিন্ডারের কতগুণ তা নির্ণয়: [*রা.বো.'২৫*]

সমাধান

A সিলিন্ডারে গতিশক্তি,

$$E_{K_A} = \frac{3}{2} n_A R T_A$$

B সিলিন্ডারে গতিশক্তি,

$$E_{K_B} = \frac{3}{2} n_B R T_B$$

এখন, $\frac{E_{K_B}}{E_{K_A}} = \frac{\frac{3}{2} n_B R T_B}{\frac{3}{2} n_A R T_A}$

$= \frac{n_B T_B}{n_A T_A}$

$= \frac{2 \times 400}{2 \times 273}$

$= \frac{400}{273}$

$\Rightarrow \frac{E_{K_B}}{E_{K_A}} = 1.46$

$\therefore$ **$E_{K_B} = 1.46\ E_{K_A}$ [Ans.]**

এখানে, A সিলিন্ডারের ক্ষেত্রে–

মোল সংখ্যা, $n_A = \frac{8}{4}$ mole

$= 2$ mole

তাপমাত্রা, $T_A = 273$ K

B সিলিন্ডারের ক্ষেত্রে–

মোল সংখ্যা, $n_B = \frac{8}{4}$ mole

$= 2$ mole

তাপমাত্রা, $T_B = (273 + 127)$ K

$= 400$ K

Example-21 **27°C তাপমাত্রায় একটি হিলিয়াম অণুর গড় গতিশক্তি কত হবে তা নির্ণয়:** [*ম.বো.'২৪; য.বো.'২২; চ.বো.'২১*]

সমাধান

আমরা জানি,

হিলিয়াম অণুর গড় গতিশক্তি,

$$\bar{E} = \frac{3}{2} kT$$

$= \frac{3 \times 1.38 \times 10^{-23} \times 300}{2}$

$= 6.21 \times 10^{-21}$J [Ans.]

এখানে

তাপমাত্রা, T = 27°C

$= (27 + 273)$ K

$= 300$K

বোল্টজম্যান ধ্রুবক, $k = 1.38 \times 10^{-23}\ JK^{-1}$

হিলিয়াম অণুর গড় গতিশক্তি, $\bar{E}$ = ?

আপেক্ষিক আর্দ্রতা সম্পর্কিত

Example-22 **একটি স্থানে শিশিরাঙ্কে সম্পৃক্ত বাষ্পচাপ 10.52 mmHg এবং আপেক্ষিক আর্দ্রতা 75%। বায়ুর তাপমাত্রায় সম্পৃক্ত বাষ্পচাপ নির্ণয়:** [*দি.বো.'২৩*]

সমাধান

আমরা জানি,

$$R = \frac{f}{F} \times 100\%$$

$$\Rightarrow F = \frac{f}{R} \times 100\%$$

$= \frac{10.52}{75\%} \times 100\%$

= 14.027 mm HgP [Ans.]

এখানে,

আপেক্ষিক আর্দ্রতা, R = 75 %

শিশিরাঙ্কে সম্পৃক্ত বাষ্পচাপ,

f = 10.52 mm HgP

বায়ুর তাপমাত্রায় সম্পৃক্ত বাষ্পচাপ, F = ?

Similar Problems to the Example

- **কোনো স্থানের সম্পৃক্ত বাষ্পচাপ, F এবং অসম্পৃক্ত বাষ্পচাপ, $f = \frac{F}{3}$ হলে আপেক্ষিক আর্দ্রতা 66.67% হবে।** [*চ.বো.'২৪*]
- **কোনো স্থানের আপেক্ষিক আর্দ্রতা 80%, শিশিরাংকে সম্পৃক্ত বাষ্পচাপ 10.52 mm পারদ চাপ হলে বায়ুর তাপমাত্রায় সম্পৃক্ত বাষ্পচাপ 13.15 mm HgP হবে।** [*কু.বো.'২২*]
- **কোন একদিন বায়ুর তাপমাত্রা 26°C এবং শিশিরাঙ্ক 17°C। যদি 26°C এবং 17°C তাপমাত্রায় সম্পৃক্ত বাষ্পচাপ যথাক্রমে 25.21mmHg এবং 13.38mmHg হয় তবে বায়ুর আপেক্ষিক আর্দ্রতা 79.64% হবে।**

Example-23 **একটি নির্দিষ্ট স্থানে কোনো নির্দিষ্ট দিনে বায়ুর উষ্ণতা 20°C এবং শিশিরাঙ্ক 12.5°C। 12°C, 13°C এবং 20°C উষ্ণতায় সম্পৃক্ত বাষ্পচাপ যথাক্রমে 9.2, 9.9 এবং 16.98 mm পারদচাপ। ঐ দিনের আপেক্ষিক আর্দ্রতা নির্ণয়:** [*চ.বো.'২৫*]

সমাধান

শিশিরাঙ্কে (12.5°C) সম্পৃক্ত বাষ্পচাপ = 12°C এ বাষ্পচাপ + (12.5 – 12)°C

বা, 0.5°C তাপমাত্রা বৃদ্ধির জন্য বাষ্পচাপ

এখন, (13 – 12)°C বা 1°C তাপমাত্রা বৃদ্ধির জন্য বাষ্পচাপ বাড়ে

= (9.9 – 9.2) mmHg

$\therefore$ 0.5°C তাপমাত্রার বৃদ্ধির জন্য বাষ্পচাপ বাড়ে = (9.9 – 9.2) × 0.5

= 0.35 mm Hg

$\therefore$ 12.5°C এ বাষ্পচাপ = (9.2 + 0.35) mm Hg

= 9.55 mm Hg

আপেক্ষিক আর্দ্রতা,

$$R = \frac{f}{F} \times 100\%$$

বা, $R = \frac{9.55}{16.98} \times 100\%$

$\therefore$ **R = 56.24% [Ans.]**

এখানে,

বায়ুর তাপমাত্রায় সম্পৃক্ত বাষ্পচাপ,

F = 16.98 mm Hg

শিশিরাঙ্কে সম্পৃক্ত বাষ্পচাপ,

f = 9.55 mm Hg

Short Question-Answer

☑ জ্ঞানমূলক প্রশ্নোত্তর ('ক' অংশ)
☑ অনুধাবনমূলক প্রশ্নোত্তর ('খ' অংশ)

প্রিয় শিক্ষার্থী,

সৃজনশীল প্রশ্নের 'ক' ও 'খ' অংশের প্রস্তুতি খুবই গুরুত্বপূর্ণ। HSC পরীক্ষায় সৃজনশীল অংশে ভালো করতে হলে অবশ্যই 'ক' ও 'খ' নং প্রশ্ন অর্থাৎ 'জ্ঞানমূলক' ও 'অনুধাবনমূলক' প্রশ্নের সঠিক ও গোছানো উত্তরের কোনো বিকল্প নেই।

তোমাদের সুবিধার্থে, এই অধ্যায়ের বিগত বছরগুলোর HSC পরীক্ষার 'ক' ও 'খ' অংশের প্রশ্নোত্তরগুলো সহ গুরুত্বপূর্ণ অন্যান্য প্রশ্নোত্তরগুলো টপিক অনুসারে সাজিয়ে দেওয়া হয়েছে। এই প্রশ্নোত্তরগুলো অনুশীলন করলে এই অধ্যায়ের সব বোর্ড প্রশ্নতো Cover হবেই, সাথে এই অধ্যায় সংশ্লিষ্ট গুরুত্বপূর্ণ প্রায় প্রতিটি টপিকই তোমাদের আয়ত্তে চলে আসবে।

CS CamScanner

জ্ঞানমূলক প্রশ্নোত্তর

গ্যাসের বিভিন্ন রাশিমালা সম্পর্কিত

প্রশ্ন-১। বাস্তব গ্যাস কী? [ব.বো.'২২]

উত্তর: যে গ্যাস বয়েল ও চার্লসের সূত্র মেনে চলে না তাকে বাস্তব গ্যাস বলে।

প্রশ্ন-২। আদর্শ গ্যাস কাকে বলে? [দি.বো.'২৫,'১৭; ব.বো.'২৪; রা.বো.'২৩; কু.বো.'১৬; সি.বো.'১৫]

অথবা, আদর্শ গ্যাস কী? [রা.বো.'২৫,'১৯; সি.বো.'২১; ম.বো.'২১; চ.বো.'১৫]

উত্তর: যে সকল গ্যাস সকল তাপমাত্রা ও চাপে বয়েল ও চার্লসের সূত্র যুগ্মভাবে মেনে চলে তাদেরকে আদর্শ গ্যাস বলে।

প্রশ্ন-৩। বয়েলের সূত্রটি লেখ। [য.বো.'২৫]

উত্তর: তাপমাত্রা স্থির থাকলে, কোনো নির্দিষ্ট ভরের গ্যাসের আয়তন তার ওপর প্রযুক্ত চাপের ব্যস্তানুপাতিক।

Similar Question

✓ গ্যাসের ক্ষেত্রে বয়েলের সূত্র বিবৃত কর। [চ.বো.'২২; য.বো.'২১,'১৯,'১৫]

প্রশ্ন-৪। চার্লসের সূত্রটি বিবৃত কর। [রা.বো.'২১]

অথবা, চাপের সূত্রটি বিবৃত কর।

উত্তর: স্থির চাপে নির্দিষ্ট ভরের কোনো গ্যাসের আয়তন প্রতি ডিগ্রি সেলসিয়াস তাপমাত্রা বৃদ্ধি বা হ্রাসের জন্য $0°C$ তাপমাত্রার আয়তনের $\frac{1}{273}$ অংশ বৃদ্ধি বা হ্রাস পায়।

প্রশ্ন-৫। ক্রান্তি তাপমাত্রা কী?

উত্তর: সর্বোচ্চ যে তাপমাত্রায় থাকলে একটি গ্যাসকে শুধু চাপ প্রয়োগে তরলে পরিণত করা যায় তাকে ক্রান্তি তাপমাত্রা বলে।

প্রশ্ন-৬। ক্রান্তি চাপ কী?

উত্তর: ক্রান্তি তাপমাত্রায় যে চাপ প্রয়োগ করলে গ্যাসকে তরলে পরিণত করা যায় তাকে ক্রান্তি চাপ বলে।

প্রশ্ন-৭। ক্রান্তি আয়তন কাকে বলে?

উত্তর: ক্রান্তি তাপমাত্রা ও ক্রান্তি চাপে এক গ্রাম ভরের কোনো গ্যাসের আয়তনকে ঐ গ্যাসের ক্রান্তি আয়তন বলে।

প্রশ্ন-৮। পরমশূন্য তাপমাত্রা কাকে বলে? [কু.বো.'২১; চ.বো.'২১; দি.বো.'২১]

উত্তর: যে তাপমাত্রায় বস্তুর আয়তন শূন্য হয়, সেই সর্বনিম্ন কল্পনাযোগ্য তাপমাত্রাকে পরমশূন্য তাপমাত্রা বলে।

প্রশ্ন-৯। পরম স্কেল বা কেলভিন স্কেল কী?

উত্তর: পরম শূন্য তাপমাত্রা অর্থাৎ $-273°C$ কে শূন্য ধরে যে তাপমাত্রার স্কেল গণনা করা হয় (যার এক ভাগ সেলসিয়াস স্কেলের এক ভাগের সমান) তাকে তাপমাত্রার পরম স্কেল বা কেলভিন স্কেল বলে।

প্রশ্ন-১০। ত্রৈধ বিন্দু কাকে বলে?

উত্তর: নির্দিষ্ট চাপে যে তাপমাত্রায় কোনো পদার্থ কঠিন, তরল এবং বায়বীয় অবস্থায় তাপগতভাবে সহঅবস্থানে থাকে তাকে উক্ত পদার্থের ত্রৈধ বিন্দু বলে।

প্রশ্ন-১১। গ্যাসের আয়তন প্রসারণ সহগ কী?

উত্তর: স্থির চাপে $0°C$ তাপমাত্রার নির্দিষ্ট ভরের গ্যাসের তাপমাত্রা $0°C$ থেকে প্রতি ডিগ্রি সেলসিয়াস বৃদ্ধি করলে ঐ গ্যাসের প্রতি একক আয়তনে আয়তনের যে প্রসারণ হয় তাকে স্থির চাপে গ্যাসের আয়তন প্রসারণ সহগ বলে।

প্রশ্ন-১২। গ্যাসের চাপ প্রসারাঙ্ক কাকে বলে?

উত্তর: স্থির আয়তনে $0°C$ তাপমাত্রার নির্দিষ্ট ভরের গ্যাসের তাপমাত্রা $0°C$ থেকে প্রতি ডিগ্রি সেলসিয়াস বৃদ্ধিজনিত কারণে ঐ গ্যাসের প্রতি একক চাপে চাপের যে বৃদ্ধি ঘটে তাকে স্থির আয়তনে গ্যাসের চাপ প্রসারাঙ্ক বলে।

প্রশ্ন-১৩। প্রমাণ চাপ কাকে বলে? [চ.বো.'২৪]

অথবা, আদর্শ চাপ কাকে বলে? [সি.বো.'২৪]

অথবা, প্রমাণ চাপ কী? [ব.বো.'২১; ঢা., য., সি., দি. (সম্মিলিত) বো.'১৮; চ.বো.'১৬; ঢা.বো.'১৫]

উত্তর: সমুদ্রপৃষ্ঠে $45°$ অক্ষাংশে 273.15 K তাপমাত্রায় উলম্বভাবে অবস্থিত 760 mm উচ্চতাবিশিষ্ট শুষ্ক ও বিশুদ্ধ পারদস্তম্ভ যে চাপ দেয় তাকে আদর্শ চাপ বা প্রমাণ চাপ বলে।

প্রশ্ন-১৪। **অ্যাভোগ্যাড্রোর সংখ্যা কাকে বলে?**

উত্তর: একই তাপমাত্রা ও চাপে সমান আয়তনের সব গ্যাসে সমসংখ্যক অণু থাকে। অণুর এ সংখ্যাকে অ্যাভোগ্যাড্রোর সংখ্যা বলে।

প্রশ্ন-১৫। **সর্বজনীন গ্যাস ধ্রুবক কাকে বলে?** *[ব.বো.'২১; কু.বো.'১৫]*

উত্তর: এক মোল আদর্শ গ্যাসের তাপমাত্রা এক ডিগ্রী বাড়ালে তা যে পরিমাণ কাজ সম্পন্ন করে তাকে সর্বজনীন গ্যাস ধ্রুবক বলে।

প্রশ্ন-১৬। **বোল্‌জম্যান ধ্রুবক কাকে বলে?**

উত্তর: সর্বজনীন গ্যাস ধ্রুবক এবং অ্যাভোগ্যাড্রোর সংখ্যার অনুপাতকে বোল্‌জম্যান ধ্রুবক বলে।

অর্থাৎ বোল্‌জম্যান ধ্রুবক, $k = \frac{\text{সর্বজনীন গ্যাস ধ্রুবক}}{\text{অ্যাভোগ্যাড্রোর সংখ্যা}} = \frac{R}{N}$

প্রশ্ন-১৭। **এক মোলের সংজ্ঞা দাও।** *[চ.বো.'১৭]*

উত্তর: কোনো পদার্থের যে পরিমাণে অ্যাভোগ্যাড্রোর সংখ্যার ($N_A = 6.02 \times 10^{23}$) সমান সংখ্যক অণু বা পরমাণু থাকে, তাকে এক মোল বলে।

প্রশ্ন-১৮। **বন্ধনশক্তি কাকে বলে?** *[সি.বো.'১৯]*

উত্তর: কোনো পদার্থের 1 মোল অণুতে যতগুলো বন্ধন আছে তার সবগুলো ভাঙতে যে পরিমাণ শক্তির প্রয়োজন হয় তার গড় মানকে ওই পদার্থের বন্ধনশক্তি বলে।

গ্যাসীয় গতিতত্ত্ব সম্পর্কিত

প্রশ্ন-১৯। **গ্যাসের গতিতত্ত্ব কী?**

উত্তর: তাপ হলো শক্তির একটি রূপ এবং তা পদার্থের অণুগুলোর গতির সাথে সম্পর্কিত। অতএব গ্যাসের গতিশীলতার জন্য তাপের উদ্ভব হয়। এটি হলো গ্যাসের গতিতত্ত্ব।

প্রশ্ন-২০। **গড় বর্গবেগ কী?**

উত্তর: কোনো গ্যাসের সকল অণুর বেগের বর্গের গড়কে গড় বর্গবেগ বলে।

প্রশ্ন-২১। **মূল গড় বর্গ বেগ কাকে বলে?** *[সি.বো.'১৭]*

উত্তর: কোনো গ্যাসের সকল অণুর বেগের বর্গের গড়মানের বর্গমূলকে মূল গড় বর্গ বেগ বা গড় বর্গবেগের বর্গমূল (rms velocity) বলে।

প্রশ্ন-২২। **মুক্তপথ কী?**

উত্তর: দুটি সংঘর্ষের মধ্যবর্তী সময়ে একটি অণু যে দূরত্ব অতিক্রম করে তাকে মুক্তপথ বলে।

প্রশ্ন-২৩। **গড় মুক্তপথ কাকে বলে?** *[য.বো.'২৩,'২২]*

উত্তর: কোনো অণুর পরপর দুটি সংঘর্ষের মধ্যবর্তী দূরত্বগুলোর গড় নিলে যে দূরত্ব পাওয়া যায় তাকেই গড় মুক্তপথ বলে।

প্রশ্ন-২৪। **স্বাধীনতার মাত্রা কাকে বলে?** *[কু.বো.'২২; ঢা.বো.'১৯; রা.বো.'১৭]*

উত্তর: একটি পদার্থ বা সিস্টেমের অবস্থাকে সম্পূর্ণরূপে প্রকাশ করার জন্য যত সংখ্যক স্বাধীন চলরাশির প্রয়োজন হয় তাকে স্বাধীনতার মাত্রা বলে।

প্রশ্ন-২৫। **শক্তির সমবিভাজন নীতি কী?** *[ব.বো.'২৫]*

***অথবা*, সমবিভাজন নীতি কী?**

উত্তর: কোনো তাপগতীয় সংস্থার মোট শক্তি তাপীয় সাম্যাবস্থায় প্রতিটি স্বাধীনতার মাত্রার মধ্যে সমভাবে বণ্টিত হয় এবং প্রতিটি স্বাধীনতার মাত্রার শক্তির পরিমাণ $= \frac{1}{2}kT$; যেখানে k = বোল্টজম্যান ধ্রুবক এবং T = তাপমাত্রা।

আপেক্ষিক আর্দ্রতা এবং শিশিরাঙ্ক সম্পর্কিত

প্রশ্ন-২৬। **আর্দ্রতামিতি কী?** *[ব.বো.'২৩]*

উত্তর: পদার্থবিজ্ঞানের যে শাখায় নির্দিষ্ট আয়তনের বায়ুতে উপস্থিত জলীয় বাষ্পের পরিমাণ নিয়ে আলোচনা করা হয়, তাকে আর্দ্রতামিতি বলে।

প্রশ্ন-২৭। **আর্দ্রতা কী?**

উত্তর: কোনো স্থানের বায়ুতে কতটুকু জলীয় বাষ্প আছে অর্থাৎ বায়ু কতখানি শুষ্ক বা ভিজা তাকে ঐ স্থানের আর্দ্রতা বলে।

প্রশ্ন-২৮। **পরম আর্দ্রতা কাকে বলে?** *[সি.বো.'২৫; কু.বো.'২৪,'২১; দি.বো.'২২; রা., কু., চ., ব. (সম্মিলিত) বো.'১৮; ব.বো.'১৫]*

***অথবা*, পরম আর্দ্রতার সংজ্ঞা দাও।** *[য.বো.'২৪]*

***অথবা*, পরম আর্দ্রতা কী?** *[ম.বো.'২৪]*

উত্তর: কোনো স্থানের বায়ুর প্রতি একক আয়তনে উপস্থিত জলীয় বাষ্পকে ঐ স্থানের পরম আর্দ্রতা বলে।

প্রশ্ন-২৯। সম্পৃক্ত বাষ্প কী?

উত্তর: নির্দিষ্ট তাপমাত্রায় কোনো আবদ্ধ স্থান সর্বাধিক যে পরিমাণ বাষ্প ধারণ করতে পারে সে পরিমাণ বাষ্প সেখানে থাকলে ঐ বাষ্পকে সম্পৃক্ত বাষ্প বলে।

প্রশ্ন-৩০। অসম্পৃক্ত বাষ্প কাকে বলে?

উত্তর: নির্দিষ্ট তাপমাত্রায় কোনো আবদ্ধ স্থান সর্বাধিক যে পরিমাণ বাষ্প ধারণ করতে পারে, তা অপেক্ষা কম বাষ্প ওই স্থানে থাকলে তাকে অসম্পৃক্ত বাষ্প বলে।

প্রশ্ন-৩১। বাষ্প চাপ কাকে বলে?

উত্তর: যেকোনো তাপমাত্রায় কোনো তরলের বাষ্পায়নের ফলে উৎপন্ন বাষ্প সাধারণত তার সংস্পর্শে থাকা পৃষ্ঠের উপরে যে চাপ প্রয়োগ করে থাকে তাকে বাষ্প চাপ বলে।

প্রশ্ন-৩২। বাষ্পায়ন কী? *[ঢা.বো.'২৫]*

উত্তর: যেকোনো তাপমাত্রায় কেবল তরল পদার্থের উপরিতল থেকে তরল ধীরে ধীরে বাষ্পে পরিণত হওয়ার পদ্ধতি হলো বাষ্পায়ন।

প্রশ্ন-৩৩। সম্পৃক্ত বাষ্পচাপ কী? *[ঢা.বো.'২৪]*

***অথবা*, সম্পৃক্ত বাষ্পচাপ কাকে বলে?** *[চ.বো.'২৫; সি.বো.'২৫; কু.বো.'২৩; চ.বো.'১৯; ঢা.বো.'১৬]*

***অথবা*, সম্পৃক্ত বাষ্প চাপের সংজ্ঞা লেখ।** *[সি.বো.'২৩]*

উত্তর: নির্দিষ্ট তাপমাত্রায় কোনো আবদ্ধ স্থান সর্বাধিক যে পরিমাণ বাষ্প ধারণ করতে পারে সে পরিমাণ বাষ্প সেখানে থাকলে ঐ স্থানের বাষ্পচাপকে সম্পৃক্ত বাষ্প বলে।

প্রশ্ন-৩৪। অসম্পৃক্ত বাষ্পচাপ কী?

উত্তর: কোনো স্থানের বাষ্পচাপ সম্পৃক্ত হওয়ার জন্য যে পরিমাণ বাষ্প প্রয়োজন তদাপেক্ষা কম পরিমাণ বাষ্প সে স্থানে থাকলে, উক্ত বাষ্পের জন্য যে বাষ্পচাপ সৃষ্টি হবে তা হচ্ছে উক্ত স্থানের জন্য অসম্পৃক্ত বাষ্পচাপ।

প্রশ্ন-৩৫। আপেক্ষিক আর্দ্রতা কাকে বলে? *[দি.বো.'২৫; চ.বো.'২৪; ব.বো.'২৪]*

***অথবা*, আপেক্ষিক আর্দ্রতার সংজ্ঞা দাও।** *[য.বো.'২২; ঢা.বো.'২১; দি.বো.'২১; কু.বো.'১৭; চ.বো.'১৭]*

***অথবা*, আপেক্ষিক আর্দ্রতা কী?** *[রা.বো.'১৬]*

উত্তর: কোনো তাপমাত্রায় নির্দিষ্ট আয়তনের বায়ুতে উপস্থিত জলীয় বাষ্পের ভর এবং ঐ একই তাপমাত্রায় ঐ আয়তনের বায়ুকে সম্পৃক্ত করতে প্রয়োজনীয় জলীয় বাষ্পের ভরের অনুপাতকে ঐ স্থানের আপেক্ষিক অর্দ্রতা বলে।

প্রশ্ন-৩৬। কোন স্থানের পরম আর্দ্রতা 5 kg m^{-3} এর অর্থ কী?

উত্তর: কোনো স্থানে পরম আর্দ্রতা 5 kg m^{-3} বলতে বোঝায় ঐ স্থানের প্রতি ঘনমিটার বায়ুতে 5 kg জলীয় বাষ্প বিদ্যমান থাকে।

প্রশ্ন-৩৭। হাইগ্রোমিটার কী? *[সি.বো.'২১]*

উত্তর: কোনো স্থানের বায়ুর আপেক্ষিক অর্দ্রতা পরিমাপের জন্য যে যন্ত্র ব্যবহৃত হয়, তাকে আর্দ্রতামাপক যন্ত্র বা হাইগ্রোমিটার বলে।

প্রশ্ন-৩৮। শিশিরাঙ্কের সংজ্ঞা দাও। *[কু.বো.'২৫]*

***অথবা*, শিশিরাঙ্ক কাকে বলে?** *[য.বো.'২৫; রা.বো.'২৪,'১৫; ঢা.বো.'২৩]*

***অথবা*, শিশিরাঙ্ক কী?** *[ঢা.বো.'২২,'২১; সি.বো.'২২; রা.বো.'২১,'১৭; চ.বো.'২১; কু.বো.'১৯; ব.বো.'১৯; ব.বো.'১৭]*

উত্তর: যে তাপমাত্রায় কোনো নির্দিষ্ট আয়তনের বায়ু এর মধ্যে উপস্থিত জলীয় বাষ্প দ্বারা সম্পৃক্ত হয়, সে তাপমাত্রাকে শিশিরাঙ্ক বলে।

প্রশ্ন-৩৯। শিশির কাকে বলে?

উত্তর: তাপমাত্রা যখন শিশিরাঙ্কের নিচে নেমে আসে তখন বায়ুকে সম্পৃক্ত করতে প্রয়োজনীয় জলীয় বাষ্পের অতিরিক্ত বাষ্প ঘনীভূত হয়ে ক্ষুদ্র ক্ষুদ্র পানির ফোঁটায় পরিণত হয় তাকে শিশির বলে।

প্রশ্ন-৪০। কুয়াশা কাকে বলে?

উত্তর: বাতাসের জলীয় বাষ্প ঘনীভূত হয়ে যখন ক্ষুদ্র জলকণার আকারে ভূপৃষ্ঠের কাছাকাছি ভাসতে থাকে, তখন তাকে কুয়াশা বলে।

প্রশ্ন-৪১। বৃষ্টি কী?

উত্তর: মেঘে অবস্থিত পানি কণাগুলো পরস্পরের সংস্পর্শে মিলিত হয়ে বড় বড় কণায় পরিণত হয়। তখন আর এরা বায়ুমন্ডলে ভেসে থাকতে পারে না। অভিকর্ষজ ত্বরণের ফলে নিচের দিকে নামতে থাকে। একেই বৃষ্টি বলে।

CS CamScanner

অনুধাবনমূলক প্রশ্নোত্তর

গ্যাসের রাশিমালা সম্পর্কিত

প্রশ্ন-১। **"আদর্শ গ্যাস একটি কল্পনামাত্র"- ব্যাখ্যা কর।** *[রা.বো.'২১]*

উত্তর: যে সকল গ্যাস সকল তাপমাত্রায় বয়েল এবং চার্লসের সূত্র পুরোপুরি মেনে চলে তাদেরকে আদর্শ গ্যাস বলে। সাধারণভাবে, কোনো গ্যাসই সকল তাপমাত্রায় বা চাপে বয়েল অথবা চার্লসের সূত্র মেনে চলে না। তবে H_2, O_2 প্রভৃতি প্রকৃত গ্যাসগুলো সাধারণ চাপে ও তাপমাত্রায় মোটামুটি গ্যাসের সূত্র মেনে চলে। উচ্চচাপে এবং নিম্নতাপমাত্রায় কোনো গ্যাসের ক্ষেত্রেই গ্যাসের সূত্রাবলি প্রযোজ্য হয় না। অর্থাৎ, আদর্শ গ্যাস একটি কল্পনামাত্র।

প্রশ্ন-২। **স্থির তাপমাত্রায় একটি আদর্শ গ্যাসের PV বনাম P গ্রাফের প্রকৃতি কিরূপ হবে ব্যাখ্যা কর।** *[য.বো.'১৯]*

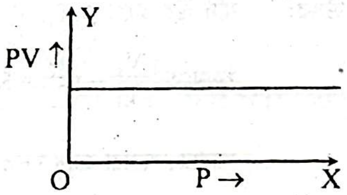
উত্তর: স্থির তাপমাত্রায় নির্দিষ্ট ভরের কোনো গ্যাসের ওপর প্রযুক্ত চাপ P এবং এর আয়তন V হলে, $V \propto \frac{1}{P}$।

সুতরাং, $V = \text{ধ্রুবক} \times \frac{1}{P}$ বা, $PV = \text{ধ্রুবক} = K$

$\therefore PV = K$

অর্থাৎ, স্থির তাপমাত্রায় চাপ ও আয়তনের গুণফল সর্বদা ধ্রুবক।

এখানে, চাপ ও আয়তন পরস্পর ব্যস্তানুপাতিক। অর্থাৎ স্থির তাপমাত্রায় কোনো নির্দিষ্ট ভরের গ্যাসের চাপ বাড়ালে আয়তন কমে এবং চাপ কমালে আয়তন বাড়ে। এক্ষেত্রে লেখের X অক্ষে চাপ P এবং Y অক্ষে PV স্থাপন করলে যে লেখচিত্র পাওয়া যায় তা X অক্ষের সমান্তরাল সরলরেখা। যেহেতু, স্থির তাপমাত্রায় PV = ধ্রুবক। তাই P এর যেকোনো মানের জন্য PV এর মান ধ্রুবক। এ কারণে PV বনাম P গ্রাফ অঙ্কন করলে X অক্ষের সমান্তরাল রেখা পাওয়া যায়।



প্রশ্ন-৩। **চার্লসের সূত্রের আলোকে পরমশূন্য তাপমাত্রা ব্যাখ্যা কর।** *[দি.বো.'২১]*

উত্তর: চার্লসের সূত্র, $V_\theta = V_0\left(1 + \frac{\theta}{273}\right)$ এর গাণিতিক হিসাব থেকে দেখা যায়,

নির্দিষ্ট চাপে ও 0 °C তাপমাত্রায় কোনো নির্দিষ্ট ভরের গ্যাসের আয়তন যদি V_0 হয় তবে – 273 °C তাপমাত্রায় ঐ গ্যাসের আয়তন হবে,

$$V_{-273} = V_0 - \frac{273}{273} V_0 = 0$$

অর্থাৎ, – 273°C তাপমাত্রায় যেকোনো গ্যাসের আয়তন তত্ত্বীয়ভাবে শূন্য হয়। এই তাপমাত্রাকে পরম শূন্য তাপমাত্রা বলা হয়।

প্রশ্ন-৪। **পরম শূন্য তাপমাত্রার নিচে গ্যাসের তাপমাত্রা থাকতে পারে কী না? ব্যাখ্যা কর।** *[দি.বো.'২১; সি.বো.'১৯]*

উত্তর: চার্লস-এর সূত্রানুসারে পাই, $V_\theta = V_0\left(1 + \frac{\theta}{273}\right)$

যদি তাপমাত্রা ক্রমান্বয়ে কমিয়ে θ = – 273 °C করা যায়, তবে $V_{-273} = V_0\left(1 - \frac{273}{273}\right) = 0$

দেখা যায় যে, – 273 °C বা 0K উষ্ণতায় গ্যাসের আয়তন শূন্য হয়ে যায়। এই তাপমাত্রাকে পরমশূন্য তাপমাত্রা বলে।

আবার, যদি তাপমাত্রা কমিয়ে θ = – 274 °C করা যায়, তবে $V_{-274} = V_0\left(1 - \frac{274}{273}\right) = -\frac{V_0}{273}$

দেখা যায় যে, গ্যাসের আয়তন ঋণাত্মক মান প্রাপ্ত হয়। কিন্তু আয়তন ঋণাত্মক হতে পারে না। সুতরাং, পরমশূন্য তাপমাত্রার নিচে গ্যাসের তাপমাত্রা থাকতে পারে না।

প্রশ্ন-৫। **স্থির তাপমাত্রায় বায়ুর ঘনত্ব এর চাপের সমানুপাতিক— ব্যাখ্যা কর।** *[ঢা.বো.'২৪]*

উত্তর: আমরা জানি, আদর্শ গ্যাসের সূত্রানুসারে,

$$PV = nRT$$

এখন, $n = \frac{W}{M}$

$\therefore PV = \frac{W}{M}RT$

বা, $PM = \frac{W}{V}RT$

বা, $PM = \rho RT \quad \left[\because \text{ঘনত্ব}, \rho = \frac{W}{V}\right]$

$\therefore P = \frac{\rho RT}{M} \ldots\ldots\ldots \text{(i)}$

এখানে,
P = চাপ
V = আয়তন
R = সার্বজনীন মোলার গ্যাস ধ্রুবক
T = তাপমাত্রা
n = মোল সংখ্যা
W = গ্যাসের ভর
M = আণবিক ভর

সমীকরণ (i) এ M ও R ধ্রুবক। এখন, তাপমাত্রা (T) স্থির থাকলে ঘনত্ব (ρ) শুধুমাত্র চাপ (P) এর পরিবর্তনের উপর নির্ভরশীল হবে এবং সমীকরণ (i) অনুযায়ী, $P \propto \rho$; অর্থাৎ, স্থির তাপমাত্রায় চাপ ঘনত্বের সমানুপাতিক।

CS CamScanner

প্রশ্ন-৬। **ভূ-পৃষ্ঠে বায়ুপূর্ণ বেলুন উর্ধ্বাকাশে অক্ষত থাকে না কেন? ব্যাখ্যা করো।** **[কু.বো.'২৫]**

উত্তর: ভূ-পৃষ্ঠে বায়ুপূর্ণ বেলুনের ভিতরের ও বাইরের বায়ু চাপ সমান থাকে। তবে ভূ-পৃষ্ঠ হতে উপরের দিকে যেতে থাকলে বেলুনের বাইরের বায়ু চাপ কমতে থাকে। কারণ উপরের দিকে বায়ুর ঘনত্ব কম। বায়ুপূর্ণ বেলুনের ভিতরে ও বাইরে চাপের এই তারতম্যের জন্য বেলুনের ক্রমাগত প্রসারণ হতে থাকে এবং উপরে উঠতে উঠতে উর্ধ্বকাশে একসময় বায়ুপূর্ণ বেলুনটি ফেটে যায়।

প্রশ্ন-৭। **একই আয়তনের দুটি বায়ুপূর্ণ বেলুনকে ভিন্ন তাপমাত্রায় রাখলে কি ঘটবে? ব্যাখ্যা কর।** **[রা.বো.'১৫]**

উত্তর: একই আয়তনের কোনো গ্যাসের চাপ তাপমাত্রার সমানুপাতিক। তাপমাত্রা বৃদ্ধি পেলে চাপ বৃদ্ধি আর তাপমাত্রা হ্রাস পেলে চাপ হ্রাস পায়। একই আয়তনের দুটি বায়ুপূর্ণ বেলুনকে ভিন্ন তাপমাত্রা রাখলে চাপের তারতম্য ঘটবে। যে বেলুনকে বেশি তাপমাত্রায় রাখা হবে তার চাপ বেড়ে যাবে। আর যে বেলুনকে কম তাপমাত্রায় রাখা হবে তার চাপ কম হবে।

প্রশ্ন-৮। **গ্যাসের তাপমাত্রার সাথে ঘনত্বের পরিবর্তন ব্যাখ্যা কর।** **[চ.বো.'২২]**

***অথবা*, নির্দিষ্ট ভরের গ্যাসের ঘনত্ব তার পরম তাপমাত্রার উপর নির্ভরশীল– ব্যাখ্যা কর।** **[চ.বো.'১৯]**

উত্তর: যদি স্থির চাপে ও T_1, T_2 তাপমাত্রায় কোন নির্দিষ্ট ভর (m) বিশিষ্ট একটি গ্যাসের আয়তন ও ঘনত্ব যথাক্রমে V_1 ও V_2 এবং ρ_1 ও ρ_2 হয়; তবে চার্লসের সূত্রমতে, $\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2} = K$ ……… (i)

আবার, আমরা জানি ঘনত্ব, $\rho = \frac{\text{ভর}}{\text{আয়তন}} = \frac{m}{V_1}$

$$\therefore V_1 = \frac{m}{\rho_1}$$

আবার, $\rho_2 = \frac{m}{V_2}$

$$\therefore V_2 = \frac{m}{\rho_2}$$

সুতরাং, (i) নং সমীকরণ হতে,

$$\frac{m}{\rho_1 T_1} = \frac{m}{\rho_2 T_2} = K \quad [\text{ধ্রুবক}]$$

$$\text{বা, } \rho_1 T_1 = \rho_2 T_2 = K \quad [\text{ধ্রুবক}]$$

$$\text{বা, } \rho T = K \quad [\text{ধ্রুবক}]$$

$$\text{বা, } \rho = \frac{K}{T} \quad [\text{স্থির চাপে}]$$

$$\text{অর্থাৎ, } \rho \propto \frac{1}{T} \quad [\text{স্থির চাপে}]$$

সুতরাং, স্থির চাপে কোন গ্যাসের ঘনত্ব ঐ গ্যাসের কেলভিন তাপমাত্রার ব্যস্তানুপাতিক হয়।

প্রশ্ন-৯। **মোলার গ্যাস ধ্রুবক $8.31 \text{J mole}^{-1} \text{K}^{-1}$ বলতে কী বুঝ?** **[ব.বো.'২১]**

উত্তর: মোলার গ্যাস ধ্রুবক $8.31 \text{ J mole}^{-1} \text{ K}^{-1}$ বলতে বুঝায়– 1 মোল কোনো গ্যাসের তাপমাত্রা 1 K বৃদ্ধি করতে 8.31 J কাজ করতে হবে।

প্রশ্ন-১০। **এক মোল গ্যাসের ক্ষেত্রে গ্যাস ধ্রুবককে সর্বজনীন বলা হয় কেন?** **[সি.বো.'২১]**

উত্তর: এক মোল গ্যাসের জন্য গ্যাস ধ্রুবককে সর্বজনীন বলা হয়। এক মোল গ্যাসের জন্য PV = RT এই সমীকরণ যেকোনো আদর্শ গ্যাসের বেলায় সকল তাপমাত্রা ও চাপের ক্ষেত্রে প্রযোজ্য।

সুতরাং, $R = \frac{PV}{T} = \frac{P_o V_o}{T}$

এখানে, প্রমাণ চাপ P_o, প্রমাণ তাপমাত্রা T_o এবং প্রমাণ তাপমাত্রা ও চাপে এক মোল গ্যাসের আয়তন V_o।

এখানে,
প্রমাণ চাপ, $P_o = 1.013 \times 10^5 \text{ Nm}^{-2}$
এবং প্রমাণ তাপমাত্রা, $T_o = 273.15 \text{ K}$
প্রমাণ তাপমাত্রা ও চাপে যেকোনো গ্যাসের এক মোল গ্যাসের আয়তন, $V_o = 22.4 \times 10^{-3} \text{ m}^3.\text{mol}^{-1}$

$$\therefore R = \frac{P_o V_o}{T} = \frac{(1.013 \times 10^5 \text{ Nm}^{-2})(22.4 \times 10^{-3} \text{m}^3.\text{mol}^{-3})}{273.15 \text{ K}}$$

$$= 8.31 \text{ Jk}^{-1} \text{ mol}^{-1}$$

প্রশ্ন-১১। বোল্টজম্যান ধ্রুবক $k = 1.38 \times 10^{-23}$ J/K বলতে কী বোঝায় ব্যাখ্যা কর। [রা.বো.'১৯]

উত্তর: আদর্শ গ্যাসের ক্ষেত্রে আমরা জানি, $PV = N_0kT$

$$\therefore k = \frac{PV}{N_0T} \quad \ldots\ldots\ldots (i)$$

যেখানে P হলো গ্যাসের চাপ, V গ্যাসের আয়তন, N_0 অ্যাভোগাড্রোর সংখ্যা এবং T গ্যাসের তাপমাত্রা।

সুতরাং বোলজম্যান ধ্রুবক $k = 1.38 \times 10^{-23}$ J/K বলতে বোঝায়, স্থির চাপে একটি আদর্শ গ্যাসাণুর তাপমাত্রা 1k বৃদ্ধিতে গ্যাসের আয়তন বৃদ্ধির জন্য সম্পাদিত কাজ হয় 1.38×10^{-23} J।

প্রশ্ন-১২। স্থির চাপে আয়তন প্রসারঙ্ক 0.00366°C বলতে কী বুঝ?

উত্তর: স্থির আয়তনে চাপ প্রসারঙ্ক 0.00366°C বলতে বুঝায় যে, চাপ স্থির রেখে 0°C তাপমাত্রায় 1 m^3 বায়ুর তাপমাত্রায় 1°C বাড়লে এর আয়তন 0.00366 m^3 বাড়ে।

প্রশ্ন-১৩। প্রমাণ চাপ নির্ণয়ে বিশুদ্ধ পারদ স্তম্ভের প্রয়োজনীয়তা ব্যাখ্যা কর। [সি.বো.'১৭]

উত্তর: সমুদ্র পৃষ্ঠে 45° অক্ষাংশে 273.15 K তাপমাত্রায় উল্লম্বভাবে অবস্থিত 760 mm উচ্চতা বিশিষ্ট শুষ্ক ও বিশুদ্ধ পারদস্তম্ভ যে চাপ দেয়, তাকে প্রমাণ চাপ বলে।

$\therefore$ প্রমাণ চাপ = 760 mm পারদস্তম্ভ চাপ $= h\rho g = 0.76\ m \times 13596\ kg/m^3 \times 9.806\ ms^{-2} = 1.013 \times 10^5\ Nm^{-2} = 1.013 \times 10^5$ Pa

প্রমাণ চাপ নির্ণয়ে বিশুদ্ধ পারদ স্তম্ভের চাপ ব্যবহার করা হয়। বিশুদ্ধ পারদ স্তম্ভের গলনাঙ্ক অনেক কম বলে 0°C এর নিচেও পারদচাপ মাপা সম্ভব। আবার, বিশুদ্ধ পারদ স্তম্ভ সহজে বাষ্পীভূত হয় না বলে ব্যারোমিটার নলে প্রবেশ করে না। প্রমাণ চাপ নির্ণয়ে পানি ব্যবহার করলে যে উচ্চতার দরকার হতো, বিশুদ্ধ পারদস্তম্ভে তা হতে অনেক কম উচ্চতার প্রয়োজন হয়।

প্রশ্ন-১৪। গ্যাস ও বাষ্পের মধ্যে পার্থক্য লেখ। [ব.বো.'২৫; সি.বো.'২৩; চ.বো.'১৬]

উত্তর: গ্যাস ও বাষ্পের মধ্যে পার্থক্য নিম্নরূপ:

গ্যাস	বাষ্প
১. 25°C তাপমাত্রায় যে পদার্থের অণুসমূহের স্থানান্তর গতি তাদের আন্তঃআণবিক আকর্ষণ বলের তুলনায় বেশি হয়, তাকে গ্যাস বলে।	১. গ্যাসীয় পদার্থের তাপমাত্রা এর ক্রান্তি তাপমাত্রার নিচে হলে তাকে বাষ্প বলে।
২. তরলে পরিণত করতে হলে ক্রান্তি তাপমাত্রা নিচে শীতল করে চাপ প্রয়োগ করতে হবে।	২. তরলে পরিণত করতে হলে শুধু চাপ প্রয়োগ করলেই হবে।

গ্যাসীয় গতিতত্ত্ব সম্পর্কিত

প্রশ্ন-১৫। গ্যাসের অণুগুলোর শক্তি সম্পূর্ণটাই গতিশক্তি—ব্যাখ্যা কর। [রা.বো.'২৪]

উত্তর: গ্যাস অণুর মধ্যে কোনো বিভবশক্তি নেই। গ্যাসের অণুগুলোর শক্তি সম্পূর্ণটাই গতিশক্তি। গ্যাসের অণুর মৌলিক স্বীকার্য অনুযায়ী গ্যাস অণুগুলো প্রতিনিয়ত অতিদ্রুত বেগে বিক্ষিপ্তভাবে ছোটাছুটি করে এবং পরস্পরের সাথে ও পাত্রের দেয়ালের সাথে ধাক্কা খায়। তাই গ্যাসের অণুগুলোর গতিশক্তি বিদ্যমান। কিন্তু গ্যাসের অণুগুলোর পরস্পরের মধ্যে কোনো আকর্ষণ বা বিকর্ষণ বল নেই। আকর্ষণ বিকর্ষণ বলের বিরুদ্ধে কাজ করার জন্যই বিভবশক্তি সৃষ্টির হয়। যেহেতু গ্যাসের অণুগুলোর নিজেদের মধ্যে আকর্ষণ বা বিকর্ষণ কাজ করে না, সেহেতু গ্যাসের অণুগুলোর শক্তিপুরোটাই গতিশক্তি।

প্রশ্ন-১৬। পরমশূন্য তাপমাত্রায় গ্যাসের গতিশক্তি শূন্য হয়— ব্যাখ্যা কর। [কু.বো.'২২]

***অথবা*, পরম শূন্য তাপমাত্রায় গ্যাসের সকল অণু স্থির থাকে– ব্যাখ্যা কর।** [দি.বো.'১৭]

***অথবা*, পরম শূন্য তাপমাত্রায় গ্যাস-অণুর বেগ শূন্য হওয়ার কারণ কী? ব্যাখ্যা কর।** [রা., কু., চ., ব. (সম্মিলিত) বো.'১৮]

উত্তর: গ্যাসের গতিতত্ত্ব থেকে আমরা জানি,

T কেলভিন তাপমাত্রায় প্রতি মোল গ্যাসের গতিশক্তি, $E = \frac{3}{2}RT$

অর্থাৎ, গতিশক্তি তাপমাত্রার সমানুপাতিক। এখন, পরম শূন্য তাপমাত্রায় $T = 0$ K

সেক্ষেত্রে, $E = \frac{3}{2} \times R \times 0 = 0$

অর্থাৎ, পরমশূন্য তাপমাত্রায় গ্যাসের গতিশক্তি শূন্য হয়। তাই পরম শূন্য তাপমাত্রায় গ্যাসের সকল অণু স্থির থাকে।

প্রশ্ন-১৭। গ্যাসের গতিতত্ত্বের সাহায্যে তাপমাত্রা ব্যাখ্যা কর। [চ.বো.'২৪]

উত্তর: গ্যাসের গতিতত্ত্ব অনুযায়ী তাপ বৃদ্ধির ফলে গ্যাসের অণুগুলো এলোমেলো গতিতে গতিশীল। গ্যাসের অণুগুলোর গড় গতিশক্তি গ্যাসের পরম তাপমাত্রার সমানুপাতিক, $E_k \propto T$। যখন গ্যাসের তাপমাত্রা বৃদ্ধি পায় তখন অণুগুলোর গড় গতিশক্তি বৃদ্ধি পায়। আবার, যখন গ্যাস থেকে তাপ অপসারণ করা হয়, অর্থাৎ তাপমাত্রা হ্রাস করা হয়; তখন অণুগুলোর গড় গতিশক্তি হ্রাস পায়। পরমশূন্য তাপমাত্রা (0 K) গ্যাসের অণুর গতিশক্তি শূন্য হয়। এভাবে গ্যাসের গতিতত্ত্বের আলোর গ্যাস অণুর গতিশক্তির মাধ্যমে তাপমাত্রা ব্যাখ্যা করা যায়।

প্রশ্ন-১৮। গ্যাসের অণুগুলোর গড় গতিশক্তি গ্যাসের পরম তাপমাত্রার সমানুপাতিক—ব্যাখ্যা কর। [য.বো.'২৩]

উত্তর: গ্যাসের গতিতত্ত্ব থেকে আমরা জানি, প্রতি মোল গ্যাসের গতিশক্তি, $E = \frac{3}{2}RT$

যেখানে, T = গ্যাসের পরম তাপমাত্রা এবং R = সর্বজনীন গ্যাস ধ্রুবক। এখন R এর মান ধ্রুব হওয়ায় লেখা যায়– $E \propto T$

অর্থাৎ, গ্যাসের গড় গতিশক্তি গ্যাসের পরম তাপমাত্রার সমানুপাতিক।

প্রশ্ন-১৯। একই তাপমাত্রায় ভিন্ন ভিন্ন এক মোল গ্যাসের ক্ষেত্রে গড় গতিশক্তি ধ্রুব থাকে কি না? ব্যাখ্যা কর। [ব.বো.'২৩]

***অথবা*, একই তাপমাত্রার ভিন্ন ভিন্ন এক মোল গ্যাসের ক্ষেত্রে গড় গতিশক্তি ধ্রুবক থাকে—ব্যাখ্যা কর।** [রা.বো.'১৭]

উত্তর: আমরা জানি, T কেলভিন তাপমাত্রায় এক মোল গ্যাসের গড় গতিশক্তি, $E_k = \frac{3}{2}RT$, যেখানে R ধ্রুবক। যেহেতু একই তাপমাত্রা সেহেতু তাপমাত্রা ধ্রুবক ফলে ভিন্ন ভিন্ন গ্যাসের আণবিক ভর যাই হোক, এক মোল পরিমাণ প্রতিটা গ্যাসের গড় গতিশক্তি ধ্রুবক থাকে, অর্থাৎ $E_k = \frac{3}{2}RT$।

প্রশ্ন-২০। গ্যাসের গতিতত্ত্ব বয়েলের সূত্রকে সমর্থন করে কি? ব্যাখ্যা কর। [সি.বো.'২২]

***অথবা*, গ্যাসের গতিতত্ত্ব বয়েলের সূত্রকে সমর্থন করে–ব্যাখ্যা কর।** [দি.বো.'১৭]

উত্তর: গ্যাসের গতিতত্ত্ব বয়েলের সূত্রকে সমর্থন করে। বয়েলের সূত্র হতে পাই,
T তাপমাত্রায় নির্দিষ্ট ভরের গ্যাসের আয়তন V এবং চাপ P হলে,

$V \propto \frac{1}{P}$ যখন T স্থির থাকে।

$\therefore PV =$ ধ্রুব সংখ্যা

আবার, গ্যাসের গতিতত্ত্ব অনুসারে আমরা পাই,

$$PV = \frac{1}{3}M\overline{c^2} = \frac{2}{3}\,\frac{1}{2}M\overline{c^2} \quad [M = \text{গ্যাসের মোট ভর}]$$

$$= \frac{2}{3}E \quad [\because \text{গ্যাসের গতিশক্তি}, E = \frac{1}{2}M\overline{c^2}]$$

স্থির তাপমাত্রায় গ্যাসের মোট গতিশক্তি, E = ধ্রুব সংখ্যা

$\therefore PV =$ ধ্রুবসংখ্যা

অতএব, গ্যাসের গতিতত্ত্ব বয়েলের সূত্রকে সমর্থন করে।

প্রশ্ন-২১। শক্তির সমবিভাজন নীতি সংক্ষেপে ব্যাখ্যা করো।

উত্তর: শক্তির সমবিভাজন নীতি অনুসারে "তাপীয় সাম্যাবস্থায় আছে এমন তাপগতীয় সিস্টেমের মোট শক্তি বিভিন্ন স্বাধীনতার মাত্রার (k) ভেতর সমভাবে বণ্টিত হয় এবং প্রত্যেক স্বাধীনতার মাত্রা বিন্দু শক্তির পরিমাণ হয় $\frac{1}{2}kT$"।

এক-পারমাণবিক গ্যাসের একটি পরমাণুর স্বাধীনতার মাত্রা 3। অতএব, শক্তির সমবিভাজন নীতি অনুসারে এক-পারমাণবিক গ্যাসের একটি পরমাণুর গড় গতি শক্তি $\frac{3}{2}kT$।

দ্বি-পারমাণবিক গ্যাসের একটি অণুর স্বাধীনতার মাত্রা 5। অতএব, শক্তির সমবিভাজন নীতি অনুসারে দ্বি-পারমাণবিক গ্যাসের একটি অণুর গড় গতি শক্তি $\frac{5}{2}kT$।

প্রশ্ন-২২। ত্রি-পরমাণুক গ্যাসের স্বাধীনতার মাত্রা 6 অথবা 7— ব্যাখ্যা করো। [দি.বো.'২৫]

উত্তর: কোনো গ্যাস অণু যে কয়টি স্বাধীন উপায়ে তার শক্তি সঞ্চয় করতে পারে, সেই সংখ্যাকে ঐ গ্যাস অণুর স্বাধীনতার মাত্রা বলে।

ত্রি-পরমাণুক গ্যাস রৈখিক বা অরৈখিক হতে পারে। অরৈখিক ত্রি-পরমাণুক গ্যাসের (যেমন- O_3) স্থানান্তর গতির জন্য ৩টি ও ঘূর্ণন গতির জন্য ৩টি, মোট ৬টি স্বাধীনতার মাত্রা থাকে। স্থানান্তর গতির জন্য অণু x, y ও z অক্ষ বরাবর চলে ও ঘূর্ণন গতির জন্য এই পরস্পর লম্ব অক্ষগুলোর (x, y ও z) চারপাশে অণু ঘুরতে পারে। রৈখিক ত্রি-পরমাণুক গ্যাসের (যেমন- CO_2) স্থানান্তর গতির জন্য ৩টি, ঘূর্ণন গতির জন্য ২টি এবং কম্পন গতির জন্য ২টি, মোট ৭টি স্বাধীনতার মাত্রা থাকে। সুতরাং, ত্রি-পরমাণুক গ্যাসের স্বাধীনতার মাত্রা 6 অথবা 7।

প্রশ্ন-২৩। গ্যাসের ঘনত্ব বেশি হলে গড়মুক্ত পথ বেশি হয় কি? ব্যাখ্যা কর। [ব.বো.'১৯]

উত্তর: আমরা জানি, গড় মুক্তপথ গ্যাসের ঘনত্বের ব্যস্তানুপাতিক।

অর্থাৎ, $\lambda \propto \frac{1}{\rho}$

সুতরাং বলা যায়, গ্যাসের ঘনত্ব বেশি হলে মুক্তপথ হ্রাস পাবে।

প্রশ্ন-২৪। কোনো গ্যাসের গড় মুক্তপথ 9×10^{-12} m —ব্যাখ্যা করো। *[সি.বো.'২৫]*

উত্তর: কোনো অণুর পরপর দুটি সংঘর্ষের মধ্যবর্তী দূরত্বগুলোর গড় নিলে যে দূরত্ব পাওয়া যায় তাকেই গড় মুক্তপথ বলে। অর্থাৎ, কোনো গ্যাসের গড় মুক্তপথ 9×10^{-12} m এর মানে হলো উক্ত গ্যাসটির অণুর পরপর দুটি সংঘর্ষের মধ্যবর্তী দূরত্বগুলোর গড় নিলে যে দূরত্ব পাওয়া যায় তা হলো 9×10^{-12} m।

প্রশ্ন-২৫। গ্যাসের ক্ষেত্রে গড় বর্গের বর্গমূল মান নেয়া হয় কেন? ব্যাখ্যা করো। *[দি.বো.'২৫]*

***অথবা*, গ্যাসের বেগ নির্ণয়ে r.m.s বেগ নেয়া হয় কেন? ব্যাখ্যা কর।** *[ঢা.বো.'২১]*

উত্তর: গতিতত্ত্ব অনুসারে গ্যাসের অণুগুলো চারিদিকে ছুটাছুটি করে। এ ছুটাছুটির সময় অণুগুলোর মধ্যে অবিরাম সংঘর্ষ ঘটে। ফলে তাদের গতিবেগ পরিবর্তিত হয়। এ অবস্থায় সকল অণুর গতিবেগ সমান থাকে না। সাধারণ প্রয়োগের জন্য গড় মানকে একক মান হিসেবে ব্যবহার করা যায়। কিন্তু গ্যাস অণুসমূহের বেগসমূহের গড় মান ব্যবহার করলে প্রচুর ত্রুটির সম্ভাবনা থাকে। তাই গ্যাস অণুর গতিবেগের একটি বিশেষ গড় মান ব্যবহার করা যায়। এটিই বর্গমূল গড় বর্গ বেগ। ইংরেজিতে Root mean sqaure বা RMS বেগ নামে পরিচিত। কোন গ্যাসের অণুসমূহের বিভিন্ন গতিবেগের বর্গের গড়মান গ্রহণ করে তার বর্গমূল করলে গ্যাসটির অণুসমূহের বর্গমূল গড় বর্গবেগ পাওয়া যায়।

প্রশ্ন-২৬। পরম আর্দ্রতা বৃদ্ধির সাথে অণুর গড় বর্গবেগও বৃদ্ধি পায়— ব্যাখ্যা কর। *[ঢা.বো.'২২; রা.বো.'১৬]*

উত্তর: কোনো সময় কোনো স্থানের একক আয়তনের বায়ুতে যে পরিমাণ জলীয় বাষ্প থাকে তাকে ঐ বায়ুর পরম অদ্রতা বলে। জলীয় বাষ্পের ঘনত্ব বায়ুর ঘনত্ব অপেক্ষা কম। তাই বায়ুর পরম আর্দ্রতা বৃদ্ধি পেলে অর্থাৎ বায়ুতে জলীয়বাষ্পের পরিমাণ বৃদ্ধি পেলে বায়ুর ঘনত্ব হ্রাস পায়। আমরা জানি, গ্যাস অণুর গড় বর্গবেগ, $\overline{c^2} = \frac{3P}{\rho}$; সমীকরণ থেকে দেখা যায়, চাপ স্থির থাকলে গ্যাস অণুর গড় বর্গবেগ ঘনত্বের ব্যাস্তানুপাতিক। এজন্য বায়ুর পরম আর্দ্রতা বৃদ্ধিতে গ্যাস অণুর গড় বর্গবেগ বৃদ্ধি পায়।

প্রশ্ন-২৭। দু'টি সিলিন্ডারে রক্ষিত O_2 গ্যাসের তাপমাত্রা যথাক্রমে 20 °C ও 25 °C। কোন গ্যাসের সান্দ্রতা বেশি হবে? কারণসহ ব্যাখ্যা কর। *[সি.বো.'১৭]*

উত্তর: দু'টি সিলিন্ডারের মধ্যে যেটিতে O_2 গ্যাসের তাপমাত্রা বেশি, অর্থাৎ 25 °C, সেই গ্যাসের সান্দ্রতা বেশি হবে।

আমরা জানি, গ্যাসের অণুগুলো সব-সময় এলোমেলো গতিতে থাকে। তাপমাত্রা বৃদ্ধির ফলে এদের ইতস্তত গতি অত্যন্ত বেড়ে যায়। ধীর গতির স্তরের কিছু অণু দ্রুত গতির স্তরে যায়। ফলে দ্রুত গতি স্তরের অণুগুলোর গড় দ্রুতি হ্রাস পায়। আবার এই ইতস্তত গতির ফলে দ্রুত গতি স্তরের কিছু অণু ধীর গতির স্তরে চলে যায়। এতে ধীর গতি স্তরের অণুগুলোর গড় দ্রুতি বৃদ্ধি পায়। এর ফলে দুই স্তরের মধ্যকার আপেক্ষিক গতি হ্রাস পায় তথা সান্দ্রতা বৃদ্ধি পায়। এ কারণেই **25 °C এ O_2 গ্যাসের সান্দ্রতা 20 °C এ O_2 গ্যাসের সান্দ্রতার চেয়ে বেশি হবে।**

প্রশ্ন-২৮। গ্যাসের ক্ষেত্রে ঘনত্ব বনাম তাপমাত্রা লেখচিত্রের প্রকৃতি কেমন ব্যাখ্যা কর। *[কু.বো.'১৬]*

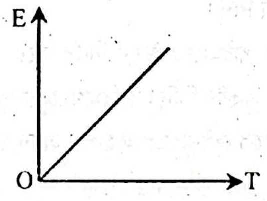
উত্তর: স্থির চাপে গ্যাসের ঘনত্ব এর পরম তাপমাত্রার ব্যাস্তানুপাতিক।

অর্থাৎ, $\rho \propto \frac{1}{T}$

সেক্ষেত্রে লেখটি একটি সরলরেখা হবে এবং তা মূলবিন্দু গামী হবে না।

প্রশ্ন-২৯। কোনো একটি গ্যাসের একটি অণুর গতিশক্তি তাপমাত্রার সাথে কীভাবে পরিবর্তিত হয়— লেখচিত্রের মাধ্যমে ব্যাখ্যা কর। *[সি.বো.'২৩]*

উত্তর: গ্যাসের গতিতত্ত্ব অনুসারে, গ্যাসের অণুর গতিশক্তি $E = \frac{3}{2}RT$. অর্থাৎ, $E \propto T$ ($\because$ R ধ্রুবক)। E ও T পরস্পর সমানুপাতিক হওয়ায় এদের লেখচিত্র হবে মূলবিন্দুগামী সরলরেখা। অর্থাৎ E বাড়াতে থাকলে T ও বাড়তে থাকবে। আবার E কমাতে থাকলে তাপমাত্রা, T ও কমতে থাকবে।



আপেক্ষিক আর্দ্রতা সম্পর্কিত

প্রশ্ন-৩০। কোনো স্থানের বায়ুমণ্ডলে জলীয় বাষ্পের পরিমাণ কোন কোন বিষয়ের ওপর নির্ভর করে?

উত্তর: বিভিন্ন স্থানে বায়ুমন্ডলের জলীয় বাষ্পের পরিমাণ বিভিন্ন। আবার কোনো কোনো দিন বায়ুতে জলীয় বাষ্প বেশি থাকে এবং কোনো কোনো দিন বায়ুতে জলীয় বাষ্প কম থাকে। কোনো স্থানে পানির উৎসের অবস্থিতি, অক্ষাংশ, সমুদ্রপৃষ্ঠ হতে তার উন্নতি প্রভৃতির উপর বায়ুমন্ডলের জলীয় বাষ্পের পরিমাণ নির্ভর করে।

প্রশ্ন-৩১। বাতাসের আর্দ্রতা বেড়ে গেলে বায়ুমণ্ডলীয় চাপের কীরূপ পরিবর্তন হয়? ব্যাখ্যা করো। [চ.বো.'২৫]

অথবা, **বায়ুতে জলীয় বাষ্পের পরিমাণ বেড়ে গেলে বায়ুমণ্ডলীয় চাপের কীরূপ পরিবর্তন হয়? ব্যাখ্যা কর।** [দি.বো.'২২]

উত্তর: জলীয় বাষ্পের ঘনত্ব একই তাপমাত্রার বায়ুর ঘনত্ব অপেক্ষা কম। অর্থাৎ কোনো স্থানের বায়ুতে জলীয় বাষ্পের পরিমাণ/আর্দ্রতা বেড়ে গেলে বায়ুর ঘনত্ব হ্রাস পায়। আমরা জানি, বায়ুর চাপ এর ঘনত্বের সমানুপাতিক। অর্থাৎ বায়ুর ঘনত্ব কমলে বায়ুমণ্ডলীয় চাপ ও কমে যাবে। তাই বায়ুতে জলীয় বাষ্পের পরিমাণ বেড়ে গেলে বায়ুমণ্ডলীয় চাপ কমে যাবে।

প্রশ্ন-৩২। আপেক্ষিক আর্দ্রতার একক নেই কেন? ব্যাখ্যা কর। [য.বো.'২৪]

উত্তর: আমরা জানি, আপেক্ষিক আর্দ্রতা, $R = \frac{\text{শিশিরাঙ্কে সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্পচাপ } (f)}{\text{উক্ত তাপমাত্রায় সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্পচাপ } (F)} \times 100\%$

যেহেতু আপেক্ষিক আর্দ্রতা একই রাশির অনুপাত সেহেতু আপেক্ষিক আর্দ্রতার কোনো একক নেই।

প্রশ্ন-৩৩। কোনো স্থানের আপেক্ষিক আর্দ্রতা 72% বলতে কী বোঝায়? [চ.বো.'২১]

উত্তর: কোনো স্থানের আপেক্ষিক আর্দ্রতা 72% বলতে বোঝায় যে,

(1) বায়ুর তাপমাত্রায় একটি নির্দিষ্ট আয়তনের ঐ বায়ুকে সম্পৃক্ত করতে যে পরিমাণ জলীয় বাষ্পের প্রয়োজন তার শতকরা 72 ভাগ জলীয় বাষ্প বায়ুতে আছে।

(2) বায়ুর তাপমাত্রায় ঐ বায়ুতে উপস্থিত জলীয় বাষ্পের চাপ একই তাপমাত্রায় সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্পের চাপের 100 ভাগের 72 ভাগ অর্থাৎ $\frac{72}{100}$ অংশ।

(3) ঐ বায়ুর শিশিরাঙ্কে সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্পের চাপ বায়ুর তাপমাত্রায় সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্পের চাপের 100 ভাগের 72 ভাগ।

Similar Questions

✓ **কোনো স্থানের আপেক্ষিক আর্দ্রতা 50% বলতে কী বুঝ? ব্যাখ্যা কর।** [য.বো.'২৩]

✓ **"কোনো স্থানের আপেক্ষিক আর্দ্রতা 60%"- ব্যাখ্যা কর।** [রা.বো.'২১]

✓ **ঢাকায় বাতাসের আপেক্ষিক আর্দ্রতা 60% বলতে কী বুঝায়?** [ঢা.বো.'১৬]

✓ **কোনো স্থানে বাতাসের আপেক্ষিক আর্দ্রতা 70% বলতে কী বুঝায়?** [সি.বো.'১৫]

প্রশ্ন-৩৪। দুটি স্থানের তাপমাত্রা সমান। একটি স্থানের আপেক্ষিক আর্দ্রতা ৫০% এবং অপর স্থানের ৭০%। কোন স্থানে বেশি অস্বস্তি লাগবে?

উত্তর: পানির বাষ্পায়নের হার বাতাসের আপেক্ষিক আর্দ্রতার উপর নির্ভরশীল। যে স্থানে বাতাসের আপেক্ষিক আর্দ্রতা বেশি সেখানে মানুষের শরীরের ঘামের বাষ্পায়নের হার খুব কম। যার ফলে মানুষ অস্বস্তিবোধ করে। পক্ষান্তরে, যে স্থানে বাতাসের আপেক্ষিক আর্দ্রতা কম সেখানে মানুষের শরীরের ঘামের বাষ্পায়নের হার বেশি হবার কারণে মানুষ স্বস্তিবোধ করে। এ কারণে তাপমাত্রা একই থাকলেও যে স্থানে বাতাসের আপেক্ষিক আর্দ্রতা অপেক্ষাকৃত বেশি তা অপেক্ষাকৃত অস্বস্তিকর এবং যে স্থানে আপেক্ষিক আর্দ্রতা কম তা অপেক্ষাকৃত আরামদায়ক।

প্রশ্ন-৩৫। পরম আর্দ্রতা ও আপেক্ষিক আর্দ্রতার মধ্যে কোনটি অধিক গুরুত্বপূর্ণ? ব্যাখ্যা কর। [য.বো.'২৫; কু.বো.'১৯]

উত্তর: কোনো সময় কোন স্থানের একক আয়তনের বায়ুতে যে পরিমাণ জলীয় বাষ্প থাকে তাকে ঐ বায়ুর পরম আদ্রতা বলে। অন্যদিকে কোনো স্থানের আপেক্ষিক আর্দ্রতা দ্বারা উক্ত স্থানে নির্দিষ্ট আয়তনের বায়ুতে উপস্থিত জলীয় বাষ্পের ভর এবং একই তাপমাত্রায় উক্ত বায়ুকে সম্পৃক্ত করতে প্রয়োজনীয় জলীয় বাষ্পের ভরের অনুপাতকে বোঝায়। অর্থাৎ আপেক্ষিক আর্দ্রতা বায়ুমন্ডলের সম্পৃক্ততার মাত্রা অর্থাৎ বায়ু কতখানি শুষ্ক বা সিক্ত তা নির্দেশ করে। কোনো স্থানে স্বস্তিদায়ক কি না, ঝড় বা বৃষ্টি হওয়ার সম্ভাবনা কতটুকু এসব কিছুই আপেক্ষিক আর্দ্রতার ওপর নির্ভরশীল। তাই পরম আর্দ্রতা ও আপেক্ষিক আর্দ্রতার মধ্যে আপেক্ষিক আর্দ্রতা অধিক গুরুত্বপূর্ণ।

প্রশ্ন-৩৬। সম্পৃক্ত বাষ্পচাপই কোনো স্থানে সর্বাপেক্ষা বেশী এর যথার্থতা লিখ। [ব.বো.'১৭]

উত্তর: কোনো স্থানের জলীয়বাষ্পের চাপ ঐ স্থানের জলীয়বাষ্পের পরিমাণের উপর নির্ভর করে। জলীয়বাষ্পের পরিমাণ যত বেশি হবে তার চাপও তত বেশি হবে। একটি নির্দিষ্ট তাপমাত্রায় কোনো নির্দিষ্ট আয়তনের বায়ু একটি নির্দিষ্ট পরিমাণ জলীয়বাষ্প ধারণ করতে পারে। সম্পৃক্ত অবস্থায় নির্দিষ্ট তাপমাত্রায় নির্দিষ্ট আয়তনের বায়ু সর্বোচ্চ পরিমাণ জলীয়বাষ্প ধারণ করে। ফলে জলীয়বাষ্পের চাপও তখন সর্বোচ্চ হয়। সুতরাং সম্পৃক্ত বাষ্পচাপই কোনো স্থানে সর্বাপেক্ষা বেশি।

শিশিরাঙ্ক সম্পর্কিত

প্রশ্ন-৩৭। শিশির ও শিশিরাঙ্ক এক-না।—ব্যাখ্যা করো। [রা.বো.'২৫]

উত্তর: যে তাপমাত্রায় কোনো নির্দিষ্ট আয়তনের বায়ু এর মধ্যে অবস্থিত জলীয় বাষ্প দ্বারা সম্পৃক্ত হয়, সে তাপমাত্রাকে শিশিরাঙ্ক বলে। তাপমাত্রা যখন শিশিরাঙ্কের নিচে নেমে আসে তখন বায়ুকে সম্পৃক্ত করতে প্রয়োজনীয় জলীয় বাষ্পের অতিরিক্ত বাষ্প ঘনীভূত হয়ে ক্ষুদ্র ক্ষুদ্র পানি বিন্দুতে পরিণত হলে তাকে শিশির বলে। অর্থাৎ, শিশির হলো ক্ষুদ্র পানি কণা এবং শিশিরাঙ্ক একটি তাপমাত্রা। তাই, শিশির ও শিশিরাঙ্ক এক না।

CS CamScanner

প্রশ্ন-৩৮। কোনো স্থানের শিশিরাংক 12°C বলতে কী বুঝায়? [সি.বো.'২৫]

উত্তর: যে তাপমাত্রায় কোনো নির্দিষ্ট স্থানের বায়ু তাতে উপস্থিত জলীয় বাষ্প দ্বারা সম্পৃক্ত হয় তাকে উক্ত স্থানের শিশিরাঙ্ক বলে। সুতরাং, কোনো স্থানের শিশিরাঙ্ক 12°C বলতে বোঝায় ওই স্থানের তাপমাত্রা 12°C হলে স্থানটি বায়ুতে উপস্থিত জলীয় বাষ্প দ্বারা সম্পৃক্ত হবে এবং ঐ স্থানে শিশির গঠিত হতে শুরু করবে।

Similar Questions

- ✓ **বরিশালে কোনো একদিন শিশিরাংক 17°C বলতে কী বোঝ?** [ঢা.বো.'২৪,'১৯]
- ✓ **কোনো স্থানের শিশিরাঙ্ক 22°C—ব্যাখ্যা কর।** [য.বো.'২৪]
- ✓ **কোনো একদিনের শিশিরাঙ্ক 19.4 °C বলতে কী বুঝ?** [য.বো.'২১]
- ✓ **কুষ্টিয়ায় কোনো একদিন সন্ধ্যায় শিশিরাংক 15°C বলতে কি বুঝ?** [কু.বো.'১৭]

প্রশ্ন-৩৯। কোনো স্থানের শিশিরাংক বায়ুর তাপমাত্রার সমান হতে পারে কি? ব্যাখ্যা কর। [কু.বো.'২৪]

উত্তর: বায়ুতে সাধারণত জলীয় বাষ্প থাকে। নির্দিষ্ট তাপমাত্রায় নির্দিষ্ট আয়তনের বায়ুর জলীয় বাষ্প ধারণক্ষমতা সীমাবদ্ধ। তাপমাত্রা কমতে থাকলে নির্দিষ্ট পরিমাণ জলীয় বাষ্প দ্বারা বায়ু সম্পৃক্ত হতে থাকে। যে তাপমাত্রায় বায়ু সম্পৃক্ত হয়, সে তাপমাত্রাকে শিশিরাঙ্ক বলে। যদি বায়ুমন্ডলে অবস্থিত জলীয় বাষ্প দ্বারা বায়ুমন্ডল সম্পৃক্ত থাকে, তাহলে বায়ুমন্ডলের তাপমাত্রা ও শিশিরাঙ্ক একই হবে। অর্থাৎ যদি কখনও বায়ুমন্ডলের তাপমাত্রা ও শিশিরাঙ্ক সমান হয় বুঝতে হবে যে, বায়ুমন্ডলে অবস্থিত জলীয় বাষ্প দ্বারা বায়ু সম্পৃক্ত অবস্থায় আছে। অতএব, কোনো স্থানের শিশিরাঙ্ক বায়ুর তাপমাত্রার সমান হতে পারে।

প্রশ্ন-৪০। শিশিরাঙ্ক কী 0 °C তাপমাত্রার নিচে থাকতে পারে? ব্যাখ্যা কর।

উত্তর: রেনোর বাষ্প চাপ তালিকায় দেখা যায় যে, 0° সেলসিয়াস তাপমাত্রায় জলীয় বাষ্পের সম্পৃক্ত চাপ 4.6 মিলিমিটার পারদের চেয়ে কম থাকতে পারে। এক্ষেত্রে বায়ু 0° সেলসিয়াস তাপমাত্রায় আসলেও জলীয় বাষ্প দিয়ে সম্পৃক্ত হবে না। অর্থাৎ শিশিরাঙ্ক 0° সেলসিয়াস তাপমাত্রার নিচে থাকবে। শিশিরাঙ্ক 0° সেলসিয়াস তাপমাত্রার চেয়ে কম থাকলে, বায়ুর তাপমাত্রা শিশিরাঙ্কের নিচে নামলে বায়ুতে বিদ্যমান জলীয় বাষ্প জমে পানিতে রূপান্তর না হয়ে কঠিন বরফ হয়ে শুভ্র তুষার উৎপন্ন করে।

প্রশ্ন-৪১। আপেক্ষিক আর্দ্রতা 100% হলে শিশিরাঙ্ক কেমন হবে? [ব.বো.'২৪]

উত্তর: আমরা জানি, আপেক্ষিক আর্দ্রতা, $R = \frac{\text{শিশিরাঙ্কে সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্পচাপ (f)}}{\text{উক্ত তাপমাত্রায় সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্পচাপ (F)}} \times 100\%$

আপেক্ষিক আর্দ্রতা তখনই 100% হবে যখন অনুপাতটির সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্পচাপ দুইটি সমান হবে। আর জলীয় বাষ্পচাপ তখনই সমান হয় যখন দুটো তাপমাত্রা সমান হয়। অর্থাৎ, উক্ত স্থানের তাপমাত্রা ও শিশিরাঙ্কের মান যখন সমান তখনই আপেক্ষিক আর্দ্রতা 100% হবে। সুতরাং, এক্ষেত্রে শিশিরাঙ্ক হবে উক্ত স্থানের তাপমাত্রার সমান।

প্রশ্ন-৪২। কোনো ঘরের তাপমাত্রা বাড়লে বা কমলে ঐ স্থানের শিশিরাঙ্কের কোনো পরিবর্তন হয় না কেন?

উত্তর: যে তাপমাত্রায় কোনো নির্দিষ্ট আয়তনের বায়ু এর মধ্যে অবস্থিত জলীয় বাষ্প দ্বারা সম্পৃক্ত হয় সেই তাপমাত্রাকে শিশিরাঙ্ক বলে। যদি কোনো ঘরের বায়ু এবং এতে অবস্থিত জলীয় বাষ্পের পরিমাণ নির্দিষ্ট থাকে তাহলে তাপমাত্রা বৃদ্ধি বা হ্রাসের ফলে ঐ ঘরের শিশিরাঙ্কের কোনো পরিবর্তন হবে না।

প্রশ্ন-৪৩। আবদ্ধ স্থানে তাপমাত্রা বৃদ্ধিতে শিশিরাংক কমে না বাড়ে? ব্যাখ্যা কর। [য.বো.'২২]

উত্তর: যে তাপমাত্রায় কোনো স্থানের বায়ু উপস্থিত জলীয় বাষ্প দ্বারা সম্পৃক্ত হয়ে শিশির জমতে শুরু করে তাকে শিশিরাঙ্ক বলে। শিশিরাঙ্ক বায়ুতে উপস্থিত জলীয় বাষ্পের পরিমাণের ওপর নির্ভর করে। তাপমাত্রার ওপর নির্ভর করে না। তাপমাত্রা কমতে কমতে শিশিরাঙ্কে যাওয়া পর্যন্ত যদি জলীয় বাষ্পের পরিমাণের কোনো পরিবর্তন না হয় তবে শিশিরাঙ্কের কোনো পরিবর্তন হবে না। তাই, আবদ্ধ স্থানে তাপমাত্রা বৃদ্ধিতে শিশিরাঙ্কের কোনো পরিবর্তন হবে না।

প্রশ্ন-৪৪। কোনো অঞ্চলে কুয়াশা কেন পড়ে? ব্যাখ্যা কর। [চ.বো.'২৩]

অথবা, কুয়াশা বলতে কী বুঝ?

উত্তর: কোনো কোনো সময় ভূ পৃষ্ঠের কাছাকাছি বায়ুমন্ডলের বিস্তীর্ণ অঞ্চলের তাপমাত্রা হ্রাস পেয়ে শিশিরাঙ্কের নিচে নেমে যায়। এ অবস্থায় বায়ু জলীয় বাষ্প ধরে রাখার সামর্থ্য হারায় এবং জলীয় বাষ্প সম্পৃক্ত হয়ে ক্ষুদ্র ক্ষুদ্র পানি বিন্দুর আকারে বায়ুমন্ডলে ভাসমান ধূলিকণা, কয়লার গুঁড়া বা পানি শোষণকারী বিজাতীয় পদার্থ কণাকে কেন্দ্র করে ভূ-পৃষ্ঠের উপরে ভাসতে থাকে। একেই কুয়াশা বলে। সাধারণত বায়ুপ্রবাহ না থাকলে মেঘহীন রাত্রিতে কুয়াশা বেশি পড়ে। শীতকালে প্রায়ই সকালে কুয়াশা দেখা যায়।

প্রশ্ন-৪৫। মেঘ কীভাবে সৃষ্টি হয় ব্যাখ্যা কর।

উত্তর: ভূ-পৃষ্ঠের জলীয় বাষ্পপূর্ণ বায়ু হাল্কা হয়ে যখন উপরের দিকে প্রবাহিত হয় তখনই উপরের অপেক্ষাকৃত শীতল বায়ুর সংস্পর্শে তা আরও ঠান্ডা হতে থাকে। আবার উপরের চাপ কম বলে বায়ু আয়তনে প্রসারিত হয়ে শীতল হয়ে থাকে। এভাবে বায়ুর তাপমাত্রা যখন শিশিরাঙ্কের খানিকটা নিচে নেমে যায় তখন জলীয় বাষ্প ঘনীভূত হয়ে বায়ুত ভাসমান ধূলিকণা বা পানি শোষণকারী বিজাতীয় পদার্থ কণার সাথে পানি বিন্দুর আকারে ভাসতে থাকে। একে মেঘ বলে।

CS CamScanner

প্রশ্ন-৪৬। **শীতের সকালে শিশির দেখা যায় কেন?** **[ম.বো.'২৩]**

***অথবা*, শীতের সকালে শিশির দেখা যায় কেন? ব্যাখ্যা কর।** **[কু.বো.'২১]**

উত্তর: শীতের সকালে ঘাসের ওপর বিন্দু বিন্দু পানি জমে থাকতে দেখা যায়। এগুলোকে শিশির বলে। শীতকালে দিন ও রাতে যথেষ্ট তাপমাত্রার পার্থক্য পরিলক্ষিত হয়। দিনের বেলায় সূর্যের তাপে ভূ-পৃষ্ঠ ও সংলগ্ন বায়ু উত্তপ্ত হয়। এ সময় বায়ু জলীয় বাষ্প দ্বারা অসম্পৃক্ত থাকে। কিন্তু রাতের বেলায় ভূ-পৃষ্ঠ তাপ বিকিরণ করে ধীরে ধীরে শীতল হতে থাকে। তাপ বিকিরণের হার সব বস্তুর সমান নয়। ঘাস, পাতা ইত্যাদির তাপ বিকিরণের হার বেশি বলে এগুলো বেশি শীতল হয় এবং সাথে সাথে সংলগ্ন বায়ুকেও শীতল করে। এগুলোর তাপমাত্রা শিশিরাঙ্কের নিচের নেমে গেলে জলীয় বাষ্প ঘনীভূত হয়ে এগুলোর গায়ে বিন্দু বিন্দু পানি আকারে জমা হয়।

প্রশ্ন-৪৭। **গ্রীষ্মকালে বাতাসে জলীয়বাষ্পের পরিমাণ অধিক হলেও শিশির পড়ে না কেন? ব্যাখ্যা কর।** **[চ.বো.'২১]**

উত্তর: সাধারণত বায়ুতে সবসময়ই কিছু জলীয়বাষ্প থাকে। নির্দিষ্ট তাপমাত্রায় নির্দিষ্ট আয়তনের বায়ুর জলীয়বাষ্প ধারণ ক্ষমতা সীমাবদ্ধ। গ্রীষ্মকালে ভূ-পৃষ্ঠ সংলগ্ন বায়ুমণ্ডল শীতকাল অপেক্ষা অধিক উত্তপ্ত থাকে এবং অধিক জলীয়বাষ্প দ্বারা বায়ু অসম্পৃক্ত থাকে। কিন্তু শিশিরকণা জমতে হলে ভূ-পৃষ্ঠকে তাপ বিকিরণ করে বায়ুমণ্ডলের তাপমাত্রা কমিয়ে জলীয়বাষ্প দ্বারা সম্পৃক্ত হতে হবে। গ্রীষ্মকালে অধিক জলীয়বাষ্প ঘনীভূত হয়ে সম্পৃক্ত হতে পারে না বলে শিশির পড়ে না।

প্রশ্ন-৪৮। **বডি স্প্রে ব্যবহার করার সময় ঠাণ্ডা অনুভূত হয় কেন? ব্যাখ্যা করো।** **[ম.বো.'২৫]**

উত্তর: বডি স্প্রে তে থাকা উদ্বায়ী রাসায়নিক পদার্থগুলো (যেমন- অ্যালকোহল) ত্বকের সংস্পর্শে এসে দ্রুত বাষ্পীভূত হয়। এই পদার্থগুলো বাষ্পীভবনের জন্য প্রয়োজনীয় তাপ আমাদের ত্বক থেকে শোষণ করে নেয়, যার ফলে শরীরের যেই অংশে বডি স্প্রে ব্যবহার করা হয় সেই অংশে ঠাণ্ডা অনুভূত হয়।

প্রশ্ন-৪৯। **ঘরে ও বাইরে শিশিরাঙ্ক এক থাকলেও আপেক্ষিক আর্দ্রতা ভিন্ন হতে পারে—ব্যাখ্যা কর।**

উত্তর: বায়ুতে জলীয় বাষ্প নির্দিষ্ট থাকলে বায়ুর তাপমাত্রা পরিবর্তিত হলেও শিশিরাঙ্ক বদলায় না। কিন্তু আপেক্ষিক আর্দ্রতা শুধু শিশিরাঙ্কের উপরই নির্ভরশীল নয়, এর মান বায়ুর তাপমাত্রার উপর নির্ভর করে। কাজেই বায়ুতে জলীয় বাষ্পের পরিমাণ নির্দিষ্ট থাকলেও বায়ুর তাপমাত্রা পরিবর্তনের ফলে আপেক্ষিক আর্দ্রতার পরিবর্তন ঘটে। তাই ঘরের ও বাইরের শিশিরাঙ্ক সমান থাকলেও এদের আপেক্ষিক আর্দ্রতা সমান থাকবে এমন কথা নয়। ঘরের ও বাইরের তাপমাত্রা যদি সমান না থাকে তাহলে শিশিরাঙ্ক সমান হলেও দু স্থানের আপেক্ষিক আর্দ্রতা সমান হবে না।

বাস্তবিক উদাহরণ সম্পর্কিত

প্রশ্ন-৫০। **চলন্ত গাড়ির টায়ারের চাপ বৃদ্ধি পায় কেন— ব্যাখ্যা করো।** **[ম.বো.'২৫]**

উত্তর: গাড়ি চলার সময় রাস্তা ও চলন্ত গাড়ির টায়ারের মধ্যে ঘর্ষণ হয়, যার ফলে তাপ উৎপন্ন হয়। এছাড়াও, চলন্ত গাড়ির টায়ারের রাবার ক্রমাগত সংকোচন প্রসারণের মাধ্যমে তাপ উৎপন্ন করে। এর ফলে চলন্ত গাড়ির টায়ারের ভেতরে বাতাসের তাপমাত্রা বৃদ্ধি পায়।

গে-লুসাকের সূত্রানুসারে, স্থির আয়তনে নির্দিষ্ট ভরের গ্যাসের তাপমাত্রা (T) বৃদ্ধি পেলে তার সমানুপাতে চাপ (P) বৃদ্ধি পায়। অর্থাৎ, $P \propto T$। এজন্যই তাপমাত্রা বৃদ্ধির ফলে চলন্ত গাড়ির টায়ারের ভেতরের বাতাসের অণুগুলো দ্রুত ছোটাছুটি শুরু করে এবং টায়ারের ভেতরের দেয়ালে আরো বেশি জোরে ও ঘন ঘন ধাক্কা দেয়। এর ফলে চলন্ত গাড়ির টায়ারের চাপ বৃদ্ধি পায়।

Similar Question

- ✓ **চলমান অবস্থায় গাড়ির চাকার চাপ বৃদ্ধি পায় কেন?** **[য.বো.'১৫]**

প্রশ্ন-৫১। **আর্দ্রতামাপক যন্ত্রে সিক্ত কাপড় ব্যবহৃত হয় কেন?**

উত্তর: এ যন্ত্রের একটি থার্মোমিটার মসলিন বা লিনেনের সলতে জড়ানো থাকে এবং সলতে একটি পাত্রে রাখা পানির মধ্যে ডুবানো থাকে। পানি মসলিন বা লিনেন কাপড় বেয়ে গায়ে উঠে এবং থার্মোমিটারের বাল্বকে সবসময় ভিজা রাখে। মসলিন বা লিনেন কাপড় থেকে পানি বাষ্পয়িত হয়। ফলে সিক্ত থার্মোমিটার, শুষ্ক থার্মোমিটারের চেয়ে কম তাপমাত্রা নির্দেশ করে। বায়ুমণ্ডলের আর্দ্রতা কম হলে বাষ্পায়ন দ্রুত হয় বলে দুই তাপমাত্রার পার্থক্য বেশি হয়। আবার, বাষ্পে আর্দ্রতা বেশি হলে তাপমাত্রার পার্থক্য কম হয়। তাই, আর্দ্রতামাক যন্ত্রে সিক্ত কাপড় ব্যবহৃত হয়।

প্রশ্ন-৫২। **একই তাপমাত্রায় ঢাকা অপেক্ষা কক্সবাজারে অস্বস্তিকর অনুভূত হয় কেন?** **[রা.বো.'২২]**

উত্তর: পানির বাষ্পায়নের হার বাতাসের আপেক্ষিক আর্দ্রতার উপর নির্ভরশীল। যে স্থানে বাতাসের আপেক্ষিক আর্দ্রতা বেশি সেখানে মানুষের শরীরের ঘামের বাষ্পায়নের হার খুব কম। যার ফলে মানুষ অস্বস্তিবোধ করে। সমুদ্র তীরবর্তী হওয়ায় ঢাকার তুলনায় কক্সবাজারের বাতাসে জলীয় বাষ্পের পরিমাণ বেশি। তাই একই তাপমাত্রায় ঢাকার তুলনায় কক্সবাজারে আপেক্ষিক আর্দ্রতা বেশি হবে। এজন্য একই তাপমাত্রায় ঢাকা অপেক্ষা কক্সবাজারে বেশি অস্বস্তিকর অনুভূত হয়।

CS CamScanner

Short Question-Answer

প্রশ্ন-৫৩। মেঘমুক্ত দিন আরামদায়ক কেন? ব্যাখ্যা করো। [ঢা.বো.'২৫]

উত্তর: কোনো তাপমাত্রায় নির্দিষ্ট আয়তনের বায়ুতে উপস্থিত জলীয় বাষ্পের ভর এবং ঐ একই তাপমাত্রায় ঐ আয়তনের বায়ুকে সম্পৃক্ত করতে প্রয়োজনীয় জলীয় বাষ্পের ভরের অনুপাতকে ঐ স্থানের আপেক্ষিক আর্দ্রতা বলে। যেদিন আকাশে মেঘ থাকে (যেমন– বর্ষাকালে) সেদিন বায়ুতে জলীয় বাষ্পের পরিমাণ বেশি থাকে (আপেক্ষিক আর্দ্রতা বেশি থাকে)। ফলে বায়ু অতিরিক্ত জলীয় বাষ্প নিতে পারে না ও শরীরের ঘাম সহজে শুকায় না এবং এর ফলে অস্বস্তিবোধ হয়। অপরদিকে, মেঘমুক্ত দিনে বায়ুতে জলীয় বাষ্প কম থাকে এবং একারণে শরীরের ঘাম সহজে শুকায়। তাই, মেঘমুক্ত দিন আরামদায়ক।

প্রশ্ন-৫৪। মেঘলা রাত্রি শিশির জমার জন্য সহায়ক নয় কেন? ব্যাখ্যা কর। [য.বো.'২২]

***অথবা*, আকাশ মেঘলা থাকলে শিশির পড়ে না কেন? ব্যাখ্যা কর।** [সি.বো.'২৩; য.বো.'২২]

***অথবা*, মেঘলা রাত অপেক্ষা মেঘহীন রাতে বেশি শিশির জমে কেন?** [দি.বো.'২১]

উত্তর: আমরা জানি, নদী-নালা, খালবিল, সাগর-সমুদ্র জলাশয় ইত্যাদি হতে পানি সব সময় বাষ্পায়নের ফলে জলীয় বাষ্পে পরিণত হয় এবং বায়ুমণ্ডলে মিশে যায়। দিনের বেলায় সূর্যের তাপে ভূ-পৃষ্ঠ সংলগ্ন বাতাস গরম থাকে এবং জলীয় বাষ্প দ্বারা অসম্পৃক্ত থাকে। মেঘহীন রাত্রিতে ভূ-পৃষ্ঠ তাপ বিকিরণ করে ঠাণ্ডা হতে থাকে এবং পরিশেষে এমন একটি তাপমাত্রায় উপনীত হয় যখন বাতাস জলীয় বাষ্প দ্বারা সম্পৃক্ত হয় এবং জলীয় বাষ্প ঘনীভূত হয়ে শিশির জমে। কিন্তু আকাশ মেঘাচ্ছন্ন থাকলে ভূ-পৃষ্ঠ তাপ বিকিরণ করে ঠাণ্ডা হতে পারে না। কারণ মেঘ তাপরোধী পদার্থ বলে ভূ-পৃষ্ঠ হতে বিকিরণজনিত কারণে তাপ পরিবাহিত হতে পারে না। ফলে ভূ-পৃষ্ঠ ঠাণ্ডা হয় না এবং শিশির জমে না।

প্রশ্ন-৫৫। দিনের তুলনায় রাতে বেশি শিশির জমে কেন? ব্যাখ্যা কর। [সি.বো.'২৪]

উত্তর: দিনের বেলা সূর্যের তাপে বায়ু গরম থাকে। এর ফলে বায়ু বেশি পরিমাণ জলীয় বাষ্প ধারণ করার ক্ষমতা রাখে। রাতে বেলায় তাপমাত্রা কম হওয়ায় বায়ু আর্দ্র হয় এবং বায়ু বেশি পরিমাণ জলীয় বাষ্প ধরে রাখার ক্ষমতা হারায়। এর ফলে জলীয় বাষ্প ঘনীভূত হয়ে ঘাস, পাতা ইত্যাদির গায়ে জমা হয়। তাই, দিনের তুলনায় রাতে বেশি শিশির জমতে দেখা যায়।

প্রশ্ন-৫৬। বিষুব অঞ্চলের আবহাওয়া অস্বস্তিকর—ব্যাখ্যা কর। [দি.বো.'২৩; ম.বো.'২৩]

উত্তর: বিষুব অঞ্চলে উপরে সূর্য বছরের পুরোটা সময়ে সবচেয়ে কাছাকাছি অবস্থান করে। তাই এ অঞ্চলের তাপমাত্রা একটু বেশি হয়। তাছাড়া বিষুব অঞ্চলের অধিকাংশ এলাকা জুড়ে আছে ঘনবর্ষণ বনাঞ্চল (rainforests)। এসব এলাকায় সারা বছর বৃষ্টিপাত হয়। ভারী বর্ষণের জন্য বাতাসের আপেক্ষিক আর্দ্রতাও বেশি থাকে। অতিরিক্ত তাপমাত্রা এবং আর্দ্রতার জন্য বিষুব অঞ্চলের আবহাওয়া বেশ অস্বস্তিকর। বলতে গেলে এসব অঞ্চলে ঋতু বৈচিত্র নেই।

প্রশ্ন-৫৭। ঠাণ্ডা পানির জন্য পিতলের কলসী এবং মাটির কলসীর মধ্যে কোনটি বেশি উপযোগী? ব্যাখ্যা কর। [ব.বো.'২২]

উত্তর: মাটির কলসীর গায়ে অসংখ্য অতিক্ষুদ্র ছিদ্র থাকে। ঐসব ছিদ্রের ভেতর দিয়ে কলসীর পানি চুঁইয়ে বাইরে আসে এবং বাষ্পীভূত হতে থাকে। এই বাষ্পীভবনের জন্য প্রয়োজনীয় সুপ্ততাপ প্রধানত পানি থেকে সরবরাহ হয়। ফলে মাটির কলসী ও তার ভেতরের পানি ঠাণ্ডা হয়। পিতলের কলসীতে ঐ প্রকারের ছিদ্র থাকে না। ঐসব কলসীতে রাখা পানির বাষ্পায়ন কেবলমাত্র কলসীর খোলা মুখ থেকে হয়। তাই ঠাণ্ডা পানির জন্য পিতলের কলসীর তুলনায় মাটির কলসী বেশি উপযোগী।

প্রশ্ন-৫৮। শীতকালে গায়ের চামড়া শুষ্ক অনুভব হয় কেন? [ম.বো.'২১]

উত্তর: শীতকালে বায়ুমন্ডলে জলীয় বাষ্পের পরিমাণ অত্যন্ত কম থাকে। ফলে বায়ু যেকোনো স্থান থেকে জলীয় বাষ্প সংগ্রহ করে। দেহের অনাবৃত অংশের অপেক্ষাকৃত কোমল স্থানগুলো থেকে বায়ুমন্ডল জলীয় বাষ্প টেনে নেয়। এর ফলে শীতকালে গায়ের চামড়া শুষ্ক অনুভব হয়।

প্রশ্ন-৫৯। একটি হাইড্রোজেন গ্যাস বেলুন ভূমি হতে নির্দিষ্ট উচ্চতায় উঠার পরে ফেটে যায় কেন – ব্যাখ্যা কর। [রা.বো.'১৯]

উত্তর: বয়েলের সূত্রানুসারে, $P_1V_1 = P_2V_2 =$ ধ্রুবক

কাজেই, নির্দিষ্ট চাপে নির্দিষ্ট আয়তনের বেলুনে হাইড্রোজেন গ্যাস ভর্তি করে ছেড়ে দিলে তা বায়ুমণ্ডলের অধিক চাপের কারণে বেলুন উপরের দিকে এবং নিম্নচাপে বায়ুমণ্ডলের দিকে গতিশীল হয়। বাইরের চাপ যত কমতে থাকে বেলুনের আয়তন ততই বাড়তে থাকে এবং চাপও কমতে থাকে। নির্দিষ্ট উচ্চতায় ওঠার পর বেলুনের সর্বোচ্চ প্রসারণ ক্ষমতা অতিক্রম করায় নির্দিষ্ট উচ্চতায় হাইড্রোজেন গ্যাস বেলুন ফেটে যায়।

প্রশ্ন-৬০। "বর্ষাকাল অপেক্ষা শীতকাল আরামদায়ক"—আপেক্ষিক আর্দ্রতার আলোকে ব্যাখ্যা কর। [দি.বো.'২৪]

উত্তর: বর্ষাকালে বায়ুতে জলীয় বাষ্পের পরিমাণ বেশি থাকে। তাই, আমাদের শরীরের ঘাম সহজে শুকায় না। বায়ুতে অধিক জলীয় বাষ্প থাকায় বায়ু আর জলীয় বাষ্প নিতে চায় না। অপরদিকে, শীতকালে বায়ুতে জলীয় বাষ্প কম থাকায় বায়ু অধিক পরিমাণে জলীয় বাষ্প গ্রহণ করতে পারে। এর ফলে আমাদের শরীরের ঘাম সহজে শুকায়। তাই, আপেক্ষিক আর্দ্রতার আলোকে বর্ষাকাল অপেক্ষা শীতকাল আরামদায়ক।

CS CamScanner

প্রশ্ন-৬১। বর্ষাকালে ভেজা কাপড় দেরিতে শুকায় কেন? **[কু.বো.'২৩]**

***অথবা*, শীতকালে অপেক্ষা বর্ষাকালে কাপড় দেরীতে শুকায়—ব্যাখ্যা কর।** *[ঢা., য., সি., দি. (সম্মিলিত) বো.'১৮]*

উত্তর: বর্ষাকালে বাতাসের আর্দ্রতা বেশি থাকে, যার ফলে ভিজা কাপড় হতে পানির বাষ্পায়ন খুব ধীরে হয়। ফলে ভিজা কাপড় শুকাতে সময় বেশি লাগে। শীতকালে বাতাসের আপেক্ষিক আর্দ্রতা কম থাকে। অর্থাৎ, শীতকালে বাতাস খুব শুষ্ক থাকে। যার ফলে ভিজা কাপড়ের পানির বাষ্পায়ন খুব দ্রুত হয়। এ কারণে বর্ষাকাল অপেক্ষা শীতকালে ভিজা কাপড় তাড়াতাড়ি শুকায়।

প্রশ্ন-৬২। আমাদের স্বাচ্ছন্দ্যবোধ অনেকাংশে আপেক্ষিক আর্দ্রতার উপর নির্ভরশীল কেন?

উত্তর: আমাদের শরীর থেকে প্রতিনিয়ত ঘাম বের হয়। এই ঘাম শুকানোর হার নির্ভর করে বায়ুর জলীয় বাষ্প তথা আপেক্ষিক আর্দ্রতার উপর। বায়ুর আপেক্ষিক আর্দ্রতা কম হলে বায়ুতে জলীয় বাষ্পের পরিমাণ কম থাকে, ফলে বাষ্পায়ন বেশি হয়। শরীরের ঘাম বাষ্পীভূত হওয়ার সময় প্রয়োজনীয় সুপ্ততাপ আমাদের শরীর থেকে সংগ্রহ করে, ফলে শরীর কিছু তাপ হারায় এবং আমরা ঠান্ডা অনুভব করি। কিন্তু যদি বায়ুতে জলীয় বাষ্পের পরিমাণ বেশি হয় অর্থাৎ বায়ুর আপেক্ষিক আর্দ্রতা বেশি হয় তবে শরীরের ঘাম কম শুকায় এবং আমরা অস্বস্তিবোধ করি। গরমের দিনে অর্থাৎ বর্ষাকালে বায়ুতে জলীয় বাষ্পের পরিমাণ বেশি থাকে বলে আমাদের অস্বস্তিবোধ হয়। তাই বলা চলে আমাদের স্বাচ্ছন্দ্যবোধ অনেকাংশে আপেক্ষিক আর্দ্রতার উপর নির্ভরশীল।

প্রশ্ন-৬৩। শীতকালে ঠোঁটে গ্লিসারিন লাগানো হয় কেন?

উত্তর: শীতকালে বায়ুমন্ডলে জলীয় বাষ্পের পরিমাণ অত্যন্ত কম থাকে। ফলে বায়ু যেকোনো স্থান থেকে জলীয় বাষ্প সংগ্রহ করে। দেহের অনাবৃত অংশের অপেক্ষাকৃত কোমল স্থানগুলো থেকে বায়ুমন্ডল জলীয় বাষ্প টেনে নেয়। এর ফলে আমাদের ঠোঁট ফেটে যেতে চায়। ঠোঁটে গ্লিসারিন লাগালে পানির বাষ্পায়নে বাধা সৃষ্টি করে এবং বায়ুমন্ডল থেকে জলীয় বাষ্প সংগ্রহ করে ঠোঁটকে ভিজিয়ে রাখে।

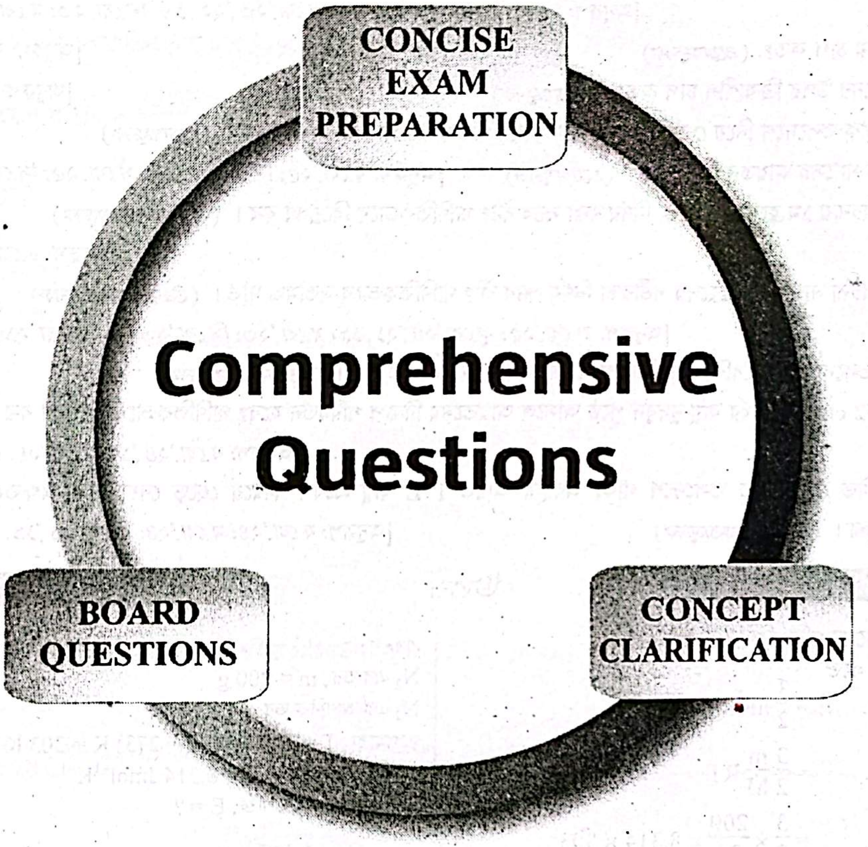
প্রশ্ন-৬৪। থার্মোমিটারের বাল্‌বকে পানিতে ডুবিয়ে রাখলে এর তাপমাত্রা কমে না; কিন্তু উক্ত ভিজা কাপড় জড়ালে এর তাপমাত্রা কমে যায় কেন?

উত্তর: তরলের বাষ্পায়ন এর মুক্ত তলে সংঘটিত হয়। পানির ভেতরে থার্মোমিটারের বালব ডুবালে বাল্‌ব সংলগ্ন পানির কোনো প্রকার বাষ্পায়ন ঘটে না। ফলে বালব ঠান্ডা হয় না। থার্মোমিটারের বাল্‌বে ভিজা কাপড় জড়ানো হলে ভিজা কাপড়ের পানি বাষ্পায়িত হতে থাকে। বাষ্পায়নের জন্য প্রয়োজনীয় সুপ্ত তাপ থার্মোমিটারের বাল্‌ব হতে সংগৃহীত হয়। ফলে বাল্ব ঠান্ডা হয়।

উল্লেখ্য, পানির তাপমাত্রা কক্ষ তাপমাত্রার চেয়ে কম থাকলে পানিতে ডুবন্ত অবস্থায় থার্মোমিটারের বাল্‌ব কিছুটা ঠান্ডা হবে এবং তাপমাত্রা কম দেখাবে।

প্রশ্ন-৬৫। গরমের দিনে কুকুর জিহ্বা বের করে দৌড়ায় কেন?

উত্তর: গরমের দিনে কুকুরের শরীর উত্তপ্ত তাকে এবং কুকুর অস্বস্তিবোধ করে। কিন্তু কুকুরের জিহ্বার উপর এক প্রকার লালা থাকে। সেই লালা কুকুরের শরীর থেকে বাষ্পীভবনের সুপ্ততাপ শোষণ করে এবং কুকুরের শরীর ঠাণ্ডা হয়। কুকুর স্বস্তি অনুভব করে। সেজন্য কুকুর জিহ্বা বের করে দৌড়ায়।


CONCISE EXAM PREPARATION
Comprehensive Questions
BOARD QUESTIONS
CONCEPT CLARIFICATION

প্রিয় শিক্ষার্থী,

এই অধ্যায় থেকে বিগত HSC পরীক্ষায় মোট ৮৬টি সৃজনশীল প্রশ্ন এসেছে। পরীক্ষার আগে এই অল্প সময়ে এতগুলো প্রশ্নোত্তর অনুশীলন করা তোমাদের জন্য কষ্টসাধ্য; এছাড়াও এই প্রশ্নোত্তরগুলোর অধিকাংশই প্রত্যক্ষ ও পরোক্ষভাবে 'Repeat' !!!

তোমাদের সুবিধার্থে এই ৮৬টি সৃজনশীল প্রশ্নকে সমন্বয় করে মাত্র ৩টি COMPREHENSIVE QUESTIONS এ পরিণত করা হয়েছে, যেগুলো বুঝে অনুশীলন করলে এই অধ্যায়ের সব বোর্ড প্রশ্নতো Cover হবেই সাথে এই অধ্যায় সংশ্লিষ্ট গুরুত্বপূর্ণ প্রায় প্রতিটি বিষয়ই তোমাদের আয়ত্তে চলে আসবে।

প্রশ্ন নং-১ গভীর হ্রদের গ্যাসীয় সূত্রের প্রয়োগ সম্পর্কিত

কোনো স্থানের একটি হ্রদের পৃষ্ঠে বায়ুমণ্ডলীয় চাপ $10^5 Nm^{-2}$ এবং তাপমাত্রা 30°C। 200 gm নাইট্রোজেন গ্যাস ভর্তি একটি বেলুনকে হ্রদের তলদেশে নিয়ে যাওয়ায় আয়তন অর্ধেক হয়ে গেলো। হ্রদের তলদেশে তাপমাত্রা 15°C, পানির ঘনত্ব 1000 kgm^{-3}

অপর একটি স্থানের হদ্রের গভীরতা 40 m ও পানির ঘনত্ব 1100 kgm^{-3}। বেলুনটি স্থির তাপমাত্রায় হ্রদের পৃষ্ঠে 5.1 L আয়তন ধারণ করে এবং হ্রদের তলদেশে এই আয়তন হয় 1.1 L। বেলুনটির সর্বোচ্চ প্রসারণ ক্ষমতা 9.5L।

(i) হ্রদের পৃষ্ঠে N_2 এর মোট গতিশক্তি নির্ণয় করো। (*প্রয়োগমূলক*)
[*অনুরূপ: সি.বো.'২৫; ঢা.বো.'২৩,'১৯; য.বো.'২৩,'২২,'১৬; দি.বো.'২৩; ম.বো.'২৩; কু.বো.'১৯,'১৬; রা.বো.'১৫*]

(ii) ২য় হ্রদের স্থানে বায়ুমণ্ডলীয় চাপ কত? (*প্রয়োগমূলক*) [*অনুরূপ: ব.বো.'২৪; রা.বো.'২১; সি.বো.'১৫*]

(iii) ২য় হ্রদের তলদেশে বেলুনের উপর ক্রিয়াশীল চাপ কত? (*প্রয়োগমূলক*) [*অনুরূপ: কু.বো.'২৪; চ.বো.'২১; ব.বো.'২১*]

(iv) ১ম হ্রদের ক্ষেত্রে বেলুনটিকে তলদেশে নিয়ে গেলে গ্যাসের অণুসমূহের গতিশক্তির পরিবর্তন নির্ণয় কর। (*প্রয়োগমূলক*) [*অনুরূপ: ম.বো.'২৫; রা.বো.'১৯*]

(v) ১ম হ্রদের ক্ষেত্রে বেলুনের গ্যাসের আয়তন নির্ণয় কর। (*প্রয়োগমূলক*) [*অনুরূপ: ব.বো.'২৫; দি.বো.'২৫,'১৯; ম.বো.'২৫; সি.বো.'২৪; কু.বো.'২১; চ.বো.'১৯,'১৭*]

(vi) তাপমাত্রার পরিবর্তন বিবেচনায় ১ম হ্রদের গভীরতা নির্ণয় করা সম্ভব কী? গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ কর। (*উচ্চতর দক্ষতামূলক*)
[*অনুরূপ: চ.বো.'২৫,'২২; য.বো.'২২; ঢা.বো.'১৯*]

(vii) 'তাপমাত্রার পরিবর্তন বিবেচনা না করে ১ম হ্রদের গভীরতা নির্ণয় সম্ভব কী? গাণিতিকভাবে মতামত দাও। (*উচ্চতর দক্ষতামূলক*)
[*অনুরূপ: রা.বো.'২৫; কু.বো.'২৪,'২১,'১৯; য.বো.'২৩; সি.বো.'২৩,'২১; ঢা.বো.'২১; ব.বো.'২১,'১৭; সম্মিলিত বো.'১৮*]

(viii) উদ্দীপকের কোন হ্রদের তলদেশে চাপ বেশি? গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণপূর্বক মতামত দাও। (*উচ্চতর দক্ষতামূলক*) [*অনুরূপ: সি.বো.'২১*]

(ix) ২য় হ্রদের তলদেশ হতে 2 cm ব্যাসার্ধের বায়ু বুদবুদ পৃষ্ঠে আসলে আয়তনের কিরূপ পরিবর্তন হবে? গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ কর। (*উচ্চতর দক্ষতামূলক*)
[*অনুরূপ: ব.বো.'২৪,'১৭; ম.বো.'২৪; রা.বো.'২৩; ঢা.বো.'২১; চ.বো.'২১*]

(x) ২য় হ্রদের ক্ষেত্রে উল্লিখিত বেলুনটিতে তলদেশে থাকা অবস্থায় আরও 1 L বায়ু প্রবেশ করিয়ে ছেড়ে দেয়া হলে অক্ষতভাবে পানির উপরে আসবে কী? গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ কর। (*উচ্চতর দক্ষতামূলক*) [*অনুরূপ: য.বো.'২৪; ম.বো.'২৪; রা.বো.'২১,'১৯; চ.বো.'১৯; কু.বো.'১৭; ঢা.বো.'১৫*]

উত্তর

i আমরা জানি, n মোল গ্যাসের গতিশক্তি,

$$E = \frac{3}{2}nRT$$
$$= \frac{3}{2}\frac{m}{M}RT$$
$$= \frac{3}{2} \times \frac{200}{28} \times 8.314 \times 303$$
$$= 26990.80 \text{ J}$$

সুতরাং, হ্রদের পৃষ্ঠে N_2 এর মোট গতিশক্তি 26990.80 J। [Ans.]

এখানে,
N_2 এর ভর, m = 200 g
N_2 এর আণবিক ভর, M = 28 g
তাপমাত্রা, T = 30°C = (30 + 273) K = 303 K
মোলার গ্যাস ধ্রুবক, R = 8.314 $Jmol^{-1}K^{-1}$
নাইট্রোজেনের গতিশক্তি, E = ?

ii আমরা জানি,

$$P_1V_1 = P_2V_2$$
$$\Rightarrow P_1V_1 = (P_1 + h\rho g) V_2$$
$$\Rightarrow P_1 \times 5.1 \times 10^{-3} = (P_1 + h\rho g) \times 1.1 \times 10^{-3}$$
$$\Rightarrow 5.1 P_1 = 1.1 P_1 + 1.1 h\rho g$$
$$\Rightarrow 5.1 P_1 - 1.1 P_1 = 1.1 h\rho g$$
$$\Rightarrow 4P_1 = 1.1 h\rho g$$
$$\Rightarrow P_1 = \frac{1.1 h\rho g}{4}$$
$$= \frac{1.1 \times 40 \times 1100 \times 9.8}{4}$$
$$= 118580 \text{ Pa}$$

সুতরাং, ঐ স্থানের বায়ুমণ্ডলীয় চাপ 118580 Pa। [Ans.]

এখানে,
প্রাথমিক আয়তন, $V_1 = 5.1 L = 5.1 \times 10^{-3} m^3$
চূড়ান্ত আয়তন, $V_2 = 1.1 L = 1.1 \times 10^{-3} m^3$
চূড়ান্ত চাপ, $P_2 = P_1 + h\rho g$
গভীরতা, h = 40 m
অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g = 9.8 ms^{-2}$
পানির ঘনত্ব, $\rho = 1100 kgm^{-3}$
বায়ুমণ্ডলীয় বা প্রাথমিক চাপ, P_1 = ?

Note

যদি P_1 এবং P_2 এর মান দেওয়া থাকে এবং সাথে V_1 বা V_2 এর যেকোনো একটির মান দেওয়া থাকে, তবে আমরা একই পদ্ধতিতে অজানা আয়তনের (V) মান নির্ণয় করতে পারি।

iii এখানে, ২য় হ্রদের স্থানে বায়ুমণ্ডলীয় চাপ, $P_1 = 118580$ Pa [(ii) হতে পাই]

২য় হ্রদের গভীরতা, $h = 40$ m

পানির ঘনত্ব, $\rho = 1100$ kgm^{-3}

∴ ২য় হ্রদের তলদেশে বেলুনের উপর ক্রিয়াশীল চাপ,

$$\begin{aligned} P_2 &= P_1 + h\rho g \\ &= (118580 + 40 \times 1100 \times 9.8) \text{ Pa} \\ &= 549780 \text{ Pa} \end{aligned}$$

সুতরাং, ২য় হ্রদের তলদেশে বেলুনের উপর ক্রিয়াশীল চাপ 549780 Pa। [Ans.]

iv এখানে, নাইট্রোজেন গ্যাসের মোল সংখ্যা, $n = \frac{200}{28}$ mol

$R = 8.314$ Jmol^{-1}K^{-1}

পৃষ্ঠে তাপমাত্রা, $T_1 = 30 + 273 = 303$ K

তলদেশে তাপমাত্রা, $T_2 = 15 + 273 = 288$ K

সুতরাং, ১ম ক্ষেত্রে বেলুনে আবদ্ধ গ্যাসের অণুসমূহের গতিশক্তির পরিবর্তন,

$$\begin{aligned} \Delta E_k &= E_{k_1} - E_{k_2} \\ &= \frac{3}{2} nRT_1 - \frac{3}{2} nRT_2 \\ &= \frac{3}{2} nR (T_1 - T_2) \\ &= \frac{3}{2} \times \frac{200}{28} \times 8.314 (303 - 288) \text{ J} \\ &= 1336.178 \text{ J} \end{aligned}$$

সুতরাং, ১ম ক্ষেত্রে বেলুনে আবদ্ধ গ্যাসের অণুসমূহের গতিশক্তির পরিবর্তন 1336.178 J। [Ans.]

Note

nRT এর পরিবর্তে PV ব্যবহার করেও উক্ত সমস্যার সমাধান করা যাবে। সেক্ষেত্রে PV এর মান থাকা লাগবে।

v আমরা জানি, $PV = nRT$

$$\Rightarrow V = \frac{nRT}{P} = \frac{\frac{200}{28} \times 8.314 \times 303}{10^5} = 0.18 \text{ m}^3$$

১ম হ্রদের ক্ষেত্রে–

নাইট্রোজেন গ্যাসের মোল সংখ্যা, $n = \frac{200}{28}$ mol

গ্যাসের চাপ, $P = 10^5$Nm^{-2}

মোলার গ্যাস ধ্রুবক, $R = 8.314$ Jmol^{-1}K^{-1}

তাপমাত্রা, $T = 30 + 273 = 303$ K

আয়তন, $V = ?$

সুতরাং, বেলুনের গ্যাসের আয়তন 0.18 m^3। [Ans.]

Note

অনেক ক্ষেত্রে তাপমাত্রা বা চাপও নির্ণয় করতে বলা হয়। সেক্ষেত্রে উক্ত রাশিকে বাম পাশে রেখে প্রশ্নের সমাধান করতে হবে। আবার, n এর মান সরাসরি মান না দেওয়া থাকলে $\frac{m}{M}$ এর মান থেকে n এর মান নির্ণয় করতে হবে। যেখানে, m হচ্ছে পারমাণবিক ভর এবং M হচ্ছে আণবিক ভর।

vi আমরা জানি,

$$\frac{P_1V_1}{T_1} = \frac{P_2V_2}{T_2}$$

$$\Rightarrow \frac{P_1.V}{T_1} = \frac{(P_1 + h\rho g)\frac{V}{2}}{T_2}$$

$$\Rightarrow \frac{P_1}{T_1} = \frac{P_1 + h\rho g}{2T_2}$$

$$\Rightarrow \frac{10^5}{303} = \frac{10^5 + h \times 1000 \times 9.8}{2 \times 288}$$

এখানে, ১ম হ্রদের ক্ষেত্রে–

পৃষ্ঠের চাপ, $P_1 = 10^5$Nm^{-2}

পৃষ্ঠের তাপমাত্রা, $T_1 = 303$K

তলদেশে তাপমাত্রা, $T_2 = 288$K

পানির ঘনত্ব, $\rho = 1000$ kgm^{-3}

পৃষ্ঠে বেলুনের আয়তন, $V_1 = V$

তলদেশে বেলুনের আয়তন, $V_2 = \frac{V}{2}$

সমুদ্রের গভীরতা, $h = ?$

$$\Rightarrow 330.033 = \frac{10^5 + 9800h}{576}$$

$$\Rightarrow 9800h = 330.033 \times 576 - 10^5$$

$$\Rightarrow 9800h = 190099 - 10^5$$

$$\therefore h = 9.19m$$

সুতরাং, তাপমাত্রার পরিবর্তন বিবেচনায় ১ম হ্রদের গভীরতা 9.19m।

অতএব, তাপমাত্রার পরিবর্তন বিবেচনায় ১ম হ্রদের গভীরতা নির্ণয় করা সম্ভব।

Note

অনেক ক্ষেত্রে বোর্ড প্রশ্নে V_2 বা T_2 এর মান বের করতে বলা হয় এবং $\frac{P_1V_1}{T_1} = \frac{P_2V_2}{T_2}$ সূত্র ব্যবহার করা প্রয়োজন হয়। যে রাশির মান বের করতে বলা হয় তা বাদে অন্য রাশিগুলোর মান দেয়া থাকে।

vii আমরা জানি,

$$P_1V_1 = P_2V_2$$

$$\Rightarrow P_1V = (P_1 + h\rho g)\frac{V}{2}$$

$$\Rightarrow 2P_1 = P_1 + h\rho g$$

$$\Rightarrow h = \frac{2P_1 - P_1}{\rho g}$$

$$= \frac{P_1}{\rho g}$$

$$= \frac{10^5}{1000 \times 9.8}$$

$$= 10.204 \text{ m}$$

এখানে,

$P_1 = 10^5 Nm^{-2}$

পানির ঘনত্ব, $\rho = 1000\ kgm^{-3}$

পৃষ্ঠে বেলুনের আয়তন, $V_1 = V$

তলদেশে বেলুনের আয়তন, $V_2 = \frac{V}{2}$

সমুদ্রের গভীরতা, $h = ?$

সুতরাং, তাপমাত্রার পরিবর্তন বিবেচনা না করে ১ম হ্রদের গভীরতা 10.204m।

অতএব, তাপমাত্রার পরিবর্তন বিবেচনা না করে ১ম হ্রদের গভীরতা নির্ণয় করা সম্ভব।

Note

একইভাবে, আমরা ρ এর মান নির্ণয় করতে পারি। সেক্ষেত্রে নির্ণেয় রাশিকে বাম দিকে রেখে সমস্যা সমাধান করতে হবে।

viii 'iii' হতে পাই,

২য় হ্রদের তলদেশে বেলুনের উপর ক্রিয়াশীল চাপ, $P_2 = 549780$ Pa

'vi' হতে পাই, ১ম হ্রদের গভীরতা, $h = 9.19$ m

দেওয়া আছে,

১ম হ্রদের পৃষ্ঠে চাপ, $P_1' = 10^5 Nm^{-2}$

পানির ঘনত্ব, $\rho = 1000\ kgm^{-2}$

$g = 9.8\ ms^{-2}$

$\therefore$ ১ম হ্রদের তলদেশে বেলুনের উপর ক্রিয়াশীল চাপ, $P_2' = P_1' + h\rho g$

$$= 10^5 + 9.19 \times 1000 \times 9.8$$

$$= 190062 \text{ Pa}$$

এখানে, $P_2 > P_2'$

সুতরাং, ২য় হ্রদের তলদেশে বেলুনের উপর ক্রিয়াশীল চাপ বেশি।

ix দেওয়া আছে,

হ্রদের তলদেশে বায়ু বুদবুদের ব্যাসার্ধ, $r = 2\ \text{cm}$

$= 0.02\ \text{m}$

$\therefore$ তলদেশে আয়তন, $V_2 = \frac{4}{3}\pi r^3$

$= \frac{4}{3} \times 3.1416 \times (0.02)^3$

$= 3.35 \times 10^{-5}\text{m}^3$

আমরা জানি,

$P_1V_1 = P_2V_2$

$\Rightarrow P_1V_1 = (P_1 + h\rho g)\ V_2$

$\Rightarrow V_1 = \frac{(P_1 + h\rho g)\ V_2}{P_1}$

$= \frac{(118580 + 40 \times 1100 \times 9.8) \times 3.35 \times 10^{-5}}{118580}$

$= 1.553 \times 10^{-4}\text{m}^3$

এখানে,

২য় হ্রদের তলদেশে চাপ, $P_2 = 549780\ \text{Pa}$ [(iii) হতে পাই]

হ্রদের গভীরতা, $h = 40\ \text{m}$

২য় হ্রদের পৃষ্ঠে চাপ, $P_1 = 118580\ \text{Pa}$ [(ii) হতে পাই]

ঘনত্ব, $\rho = 1100\ \text{kgm}^{-3}$

অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g = 9.8\ \text{ms}^{-2}$

হ্রদের পৃষ্ঠে আয়তন, $V_1 = ?$

সুতরাং, আয়তনের পরিবর্তন, $\Delta V = V_1 - V_2$

$= (1.553 \times 10^{-4} - 3.35 \times 10^{-5})\ \text{m}^3$

$= 1.218 \times 10^{-4}\ \text{m}^3$

সুতরাং, আয়তনের পরিবর্তন $1.218 \times 10^{-4}\ \text{m}^3$ । [Ans.]

Note

সাধারণত V_1 বা V_2 এর মান দেওয়া থাকে। যদি দু'টি রাশির মান না দেওয়া থাকে, তবে আমরা একটি রাশিকে অপরটির শতকরা বা অনুপাত আকারে প্রকাশ করতে পারি।

x এখানে,

পানির তলদেশে বেলুনের আয়তন, $V_2 = (1.1 + 1)\ \text{L}$

$= 2.1 \times 10^{-3}\ \text{m}^3$

পানির তলদেশে চাপ, $P_2 = P_1 + h\rho g$

$= 549780\ \text{Pa}$ [(iii) হতে পাই]

পানির উপরিতলে আয়তন, $P_1 = 118580\ \text{Pa}$ [(ii) হতে পাই]

সর্বোচ্চ প্রসারণ ক্ষমতা, $V' = 9.5\text{L}$

গভীরতা, $h = 40\ \text{m}$

পানির ঘনত্ব, $\rho = 1100\ \text{kgm}^{-3}$

অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g = 9.8\ \text{ms}^{-2}$

ধরি, পানির পৃষ্ঠে বেলুনের আয়তন $= V_1$

আমরা জানি,

$P_1V_1 = P_2V_2$

$\Rightarrow V_1 = \frac{P_2V_2}{P_1}$

$= \frac{(P_1 + h\rho g)\ V_2}{P_1}$

$= \frac{549780 \times 2.1 \times 10^{-3}}{118580}$

$= 9.736 \times 10^{-3}\text{m}^3$

$= 9.736\ \text{L}$

এখানে, $V_1 > V'$

যেহেতু, পানির উপরিতলে বেলুনটির আয়তন সর্বোচ্চ প্রসারণ ক্ষমতার চেয়ে বেশি।

সুতরাং, বেলুনটি অক্ষত অবস্থায় পানির উপরিতলে আসতে পারবে না।

প্রশ্ন নং-২ অণুর গতিশক্তি, মূল গড় বর্গবেগ ও গড় মুক্ত পথ সম্পর্কিত

10^{-2} m^3 আয়তনের সিলিন্ডারে 300 K তাপমাত্রায় ও 2.5×10^5 Nm^{-2} চাপে অক্সিজেন গ্যাস ভর্তি করা আছে। তাপমাত্রা অপরিবর্তিত রেখে কিছু পরিমাণ অক্সিজেন গ্যাস ব্যবহারের পর চাপ 1.3×10^5 Nm^{-2} পাওয়া গেলো।

(i) অক্সিজেন গ্যাস ব্যবহারের পূর্বে এর অণুগুলোর মূল গড় বর্গবেগ কত ও গ্যাসের ঘনত্ব ছিলো? *(প্রয়োগমূলক)* *[অনুরূপ: সি.বো.'২২; দি.বো.'২২; য.বো.'১৯; রা.বো.'১৬; কু.বো.'১৫]*

(ii) সিলিন্ডারের গ্যাসের তাপমাত্রা কত হলে গ্যাস অণুগুলোর মূল গড় বর্গবেগ 575 ms^{-1} হবে? নির্ণয় কর। *(প্রয়োগমূলক)*

(iii) প্রাথমিক অবস্থায় সিলিন্ডারে আবদ্ধ গ্যাসের গতিশক্তি কত? *(প্রয়োগমূলক)* *[অনুরূপ: য.বো.'২৩,'১৬; কু.বো.'১৯; রা.বো.'১৫]*

(iv) সিলিন্ডারে আবদ্ধ গ্যাসের একটি অণুর গতিশক্তি নির্ণয় কর। *(প্রয়োগমূলক)* *[অনুরূপ: য.বো.'২৫; কু.বো.'২৩; দি.বো.'১৭; ব.বো.'১৫]*

(v) স্থির চাপে গ্যাসের আয়তন দ্বিগুণ করতে হলে গ্যাসের চূড়ান্ত তাপমাত্রা কত হবে? *(প্রয়োগমূলক)* *[অনুরূপ: য.বো.'১৭]*

(vi) উদ্দীপকের বর্ণনামতে যে পরিমাণ অক্সিজেন গ্যাস ব্যবহৃত হয়েছে তা নির্ণয় সম্ভব কি? *(প্রয়োগমূলক)* *[অনুরূপ: কু.বো.'২৩; সি.বো.'২২]*

(vii) **ব্যবহারের পূর্বে সমপরিমাণ গ্যাস অপর একটি সিলিন্ডারে STP তে রাখলে গ্যাসের গতিশক্তির কীরূপ পরিবর্তন হবে- গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ কর।** *(উচ্চতর দক্ষতামূলক)* *[অনুরূপ: সি.বো.'২৪; য.বো.'১৯; চ.বো.'১৭]*

(viii) **সমআয়তনের আরেকটি সিলিন্ডারে 400 K তাপমাত্রায় ও 3×10^5 Nm^{-2} চাপে কার্বন ডাই-অক্সাইড গ্যাস দিয়ে যদি ভর্তি করা থাকে, তাহলে পাত্র দুটি এক সাথে খুলে দিলে কোনটি আগে খালি হবে? গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ করো।** *(উচ্চতর দক্ষতামূলক)* *[অনুরূপ: য.বো.'২৫; চ.বো.'২৫; ব.বো.'২৫; দি.বো.'২৫]*

উত্তর

i আমরা জানি,

$$C_{rms} = \sqrt{\frac{3RT}{M}}$$

$$= \sqrt{\frac{3 \times 8.314 \times 300}{32 \times 10^{-3}}}$$

$$= 483.56 \text{ ms}^{-1}$$

এখানে,

গ্যাসের তাপমাত্রা, $T = 300K$

গ্যাসের আণবিক ভর, $M = 32 \times 10^{-3}$ $kgmol^{-1}$

গ্যাসের চাপ, $P = 2.5 \times 10^5$ Nm^{-2}

মোলার গ্যাস ধ্রুবক, $R = 8.314$ $Jmol^{-1}K^{-1}$

গ্যাসের অণুগুলোর মূল গড় বর্গবেগ, $C_{rms} = ?$

গ্যাসের ঘনত্ব, $\rho = ?$

আবার,

$$C_{rms} = \sqrt{\frac{3P}{\rho}}$$

$$\text{বা, } \rho = \frac{3P}{C^2_{rms}}$$

$$= \frac{3 \times 2.5 \times 10^5}{(483.56)^2}$$

$$= 3.2 \text{ kgm}^{-3}$$

সুতরাং, অক্সিজেন গ্যাস ব্যবহারের পূর্বে এর অণুগুলোর মূল গড় বর্গবেগ ছিল 483.56 ms^{-1} এবং গ্যাসের ঘনত্ব 3.2 kgm^{-3} ছিল। [Ans.]

Note

অনেক সময় গ্যাসের তাপমাত্রার T এর মানও নির্ণয় করতে বলা হয়। সেক্ষেত্রে উক্ত রাশিকে বামে রেখে সমস্যার সমাধান করতে হবে।

ii আমরা জানি,

$$\frac{C_{rms_2}}{C_{rms_1}} = \sqrt{\frac{T_2}{T_1}}$$

$$\Rightarrow T_2 = \left(\frac{C_{rms_2}}{C_{rms_1}}\right)^2 \times T_1$$

$$= \left(\frac{575}{483.56}\right)^2 \times 300$$

$$= 424.18 \text{ K}$$

এখানে,

গ্যাসের তাপমাত্রা, $T_1 = 300$ K

গ্যাসের আণবিক ভর, $M = 32 \times 10^{-3}$ $kgmol^{-1}$

মোলার গ্যাস ধ্রুবক, $R = 8.314$ $Jmol^{-1}K^{-1}$

300 K তাপমাত্রায় গ্যাসের অণুগুলো মূল গড় বর্গবেগ,

$C_{rms_1} = 483.56$ ms^{-1} [(i) হতে পাই]

গ্যাসের অণুগুলোর মূল গড় বর্গবেগ, $C_{rms_2} = 575$ ms^{-1}

পরিবর্তিত তাপমাত্রা, $T_2 = ?$

সুতরাং, সিলিন্ডারে গ্যাসের তাপমাত্রা 424.18K হলে গ্যাস অণুগুলোর মূল গড় বর্গবেগ 575 ms^{-1} হবে। [Ans.]

iii আমরা জানি,

$$E = \frac{3}{2}PV$$

$$= \frac{3}{2} \times 2.5 \times 10^5 \times 10^{-2}$$

$$= 3750\ J$$

এখানে,

গ্যাসের আয়তন, $V = 10^{-2} m^3$

চাপ, $P = 2.5 \times 10^5 Nm^{-2}$

সুতরাং, প্রাথমিক অবস্থায় সিলিন্ডারে আবদ্ধ গ্যাসের গতিশক্তি 3750 J। [Ans.]

iv আমরা জানি,

$$E = \frac{3}{2}kT$$

$$= \frac{3}{2} \times 1.38 \times 10^{-23} \times 300$$

$$= 6.21 \times 10^{-21}\ J\ \text{[Ans.]}$$

এখানে,

তাপমাত্রা, $T = 300K$

বোলজম্যান ধ্রুবক, $k = 1.38 \times 10^{-23} JK^{-1}$

Note

একটি অণুর গতিশক্তিকে গড় গতিশক্তি বলা হয়।

v আমরা জানি,

$$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2}$$

$$\Rightarrow T_2 = \frac{V_2}{V_1} \times T_1$$

$$= \frac{2V}{V} \times 300$$

$$= 600\ K$$

এখানে,

গ্যাসের আদি তাপমাত্রা, $T_1 = 300K$

আদি আয়তন, $V_1 = V$

পরিবর্তিত আয়তন, $V_2 = 2V$

চূড়ান্ত তাপমাত্রা, $T_2 = ?$

সুতরাং, স্থির চাপে গ্যাসের আয়তন দ্বিগুণ করতে হলে গ্যাসের চূড়ান্ত তাপমাত্রা হবে 600 K। [Ans.]

vi আমরা জানি,

$$PV = nRT$$

$$\Rightarrow PV = \frac{m}{M} \times RT$$

$$\Rightarrow m = \frac{PVM}{RT}$$

$$= \frac{2.5 \times 10^5 \times 10^{-2} \times 32}{8.314 \times 300}$$

$$= 32.07\ g$$

আবার, $m' = \frac{P'VM}{RT}$

$$= \frac{1.3 \times 10^5 \times 10^{-2} \times 32}{8.314 \times 300}$$

$$= 16.68\ g$$

ব্যবহৃত অক্সিজেনের ভর $= m - m'$

$$= (32.07 - 16.68)\ gm$$

$$= 15.39\ gm$$

এখানে,

সিলিন্ডারের আয়তন, $V = 10^{-2} m^3$

গ্যাসের তাপমাত্রা, $T = 300K$

গ্যাস ব্যবহারের পূর্বে চাপ, $P = 2.5 \times 10^5 Nm^{-2}$

ব্যবহারের পর গ্যাসের চাপ, $P' = 1.3 \times 10^5 Nm^{-2}$

গ্যাসের আণবিক ভর, $M = 32\ gmol^{-1}$

ব্যবহারের পূর্বে গ্যাসের ভর, $m = ?$

ব্যবহারের পরে গ্যাসের ভর, $m' = ?$

সুতরাং, উদ্দীপকের বর্ণনামতে যে পরিমাণ অক্সিজেন গ্যাস ব্যবহৃত হয়েছে তা নির্ণয় সম্ভব।

CS CamScanner

vii 'iii' হতে পাই,

প্রাথমিক অবস্থায় আবদ্ধ গ্যাসের গতিশক্তি, $E_1 = 3750\ J$

আমরা জানি,

$$E_2 = \frac{3}{2} nRT_2$$

$$= \frac{3}{2} \times \frac{m}{M} \times RT_2$$

$$= \frac{3}{2} \times \frac{32.07}{32} \times 8.314 \times 273$$

$$= 3412.03\ J$$

এখানে,

প্রাথমিক তাপমাত্রা, $T_1 = 300K$

STP-তে গ্যাসের তাপমাত্রা, $T_2 = 0°C = 273K$

$R = 8.314\ Jmol^{-1}K^{-1}$

'iv' নং হতে পাই,

গ্যাসের ভর, $m = 32.07g$

গ্যাসের আণবিক ভর, $M = 32\ gmol^{-1}$

STP-তে গ্যাসের গতিশক্তি, $E_2 = ?$

দেখা যাচ্ছে, $E_1 > E_2$

সুতরাং, বলা যায় STP-তে গ্যাসের গতিশক্তি পূর্বের চেয়ে কমে যাবে।

viii **পাত্র দুটিকে এক সাথে খুলে দিলে যে গ্যাসের C_{rms} (মূল গড় বর্গবেগ) মানটি বেশি সেই গ্যাসের পাত্রটি আগে খালি হবে।**

'i' হতে পাই, অক্সিজেন গ্যাসের অণুগুলোর মূল গড় বর্গবেগ $483.56\ ms^{-1}$।

আমরা জানি,

$$C'_{rms} = \sqrt{\frac{3RT}{M}}$$

$$= \sqrt{\frac{3 \times 8.314 \times 400}{44 \times 10^{-3}}}$$

$$= 476.18\ ms^{-1}$$

এখানে,

গ্যাসের তাপমাত্রা, $T = 400K$

গ্যাসের আণবিক ভর, $M = 44 \times 10^{-3}\ kgmol^{-1}$

মোলার গ্যাস ধ্রুবক, $R = 8.314\ Jmol^{-1}K^{-1}$

গ্যাসের অণুগুলোর মূল গড় বর্গবেগ, $C'_{rms} = ?$

দেখা যাচ্ছে, $C_{rms} > C'_{rms}$

সুতরাং, অক্সিজেন গ্যাস দ্বারা পূর্ণ সিলিন্ডারটি আগে খালি হবে।

Note

আমরা $\sqrt{\frac{3RT}{M}}$ এর পরিবর্তে $\sqrt{\frac{3P}{\rho}}$ ব্যবহার করেও C_{rms} এর মান নির্ণয় করতে পারি। আবার, মাঝে মাঝে C_{rms} এর মান দেওয়া থাকে তখন আণবিক ভর M বা তাপমাত্রা T নির্ণয় করতে বলা হয়। সেক্ষেত্রে, নির্ণেয় রাশিকে বাম পাশে নিয়ে সমস্যার সমাধান করতে পারি।

প্রশ্ন নং-৩ শিশিরাঙ্ক ও আপেক্ষিক আর্দ্রতা সম্পর্কিত

কোনো একদিন A স্থানে আর্দ্রতামাপক যন্ত্রের শুষ্ক বাল্ব ও সিক্ত বাল্ব থার্মোমিটারের তাপমাত্রা যথাক্রমে 28.6 °C ও 20 °C। একই দিনে B স্থানে তাপমাত্রা 32.5 °C ও শিশিরাঙ্ক 15.44 °C। A স্থানের আপেক্ষিক আর্দ্রতা 45% এর কম হলে স্থানটি সংকটাপন্ন হবে এবং B স্থানের আপেক্ষিক আর্দ্রতা 60% এর বেশি হলে বৃষ্টি হওয়ার সম্ভাবনা আছে।

উল্লেখ্য যে, 28.6 °C ও 32.5 °C তাপমাত্রায় গ্রেইসারের উৎপাদক যথাক্রমে 1.664 ও 1.625। 14 °C, 16 °C, 28 °C, 30 °C, 32 °C ও 34 °C তাপমাত্রায় সম্পৃক্ত জলীয়বাষ্পের চাপ যথাক্রমে 11.99, 13.63, 28.35, 31.83, 35.66 এবং 39.9 mmHg।

(i) A স্থানে ঐ দিনে শিশিরাঙ্ক কত? *(প্রয়োগমূলক)* [*অনুরূপ: কু.বো.'২৫,'২২,'২১; সি.বো.'২৫; রা.বো.'২৪,'২২,'২১; চ.বো.'২৪,'২১,'১৬,'১৫; দি.বো.'২৪,'১৬; ব.বো.'২৩; ঢা.বো.'২২; য.বো.'২২,'১৫; সম্মিলিত বো.'১৮*]

(ii) B স্থানে আর্দ্রতামাপক যন্ত্রের সিক্ত বাল্বের পাঠ নির্ণয় কর। *(প্রয়োগমূলক)* [*অনুরূপ: ঢা.বো.'২১; ব.বো.'২১; দি.বো.'২১*]

(iii) A ও B উভয় স্থানের আপেক্ষিক আর্দ্রতা নির্ণয় করো। *(প্রয়োগমূলক)* [*অনুরূপ: ঢা.বো.'২৫,'১৭; চ.বো.'২৩,'২২; সি.বো.'২৩; য.বো.'২১; ব.বো.'১৬*]

(iv) B স্থানের তাপমাত্রা 12 °C-এ নেমে গেলে ঘনীভূত জলীয় বাষ্পের পরিমাণ নির্ণয় কর। *(প্রয়োগমূলক)* [*অনুরূপ: দি.বো.'২৫; ব.বো.'২২; ম.বো.'২২; রা.বো.'১৭*]

(v) A ও B স্থানদ্বয়ের মধ্যে কোনো ব্যক্তি কোথায় বেশি স্বস্তিবোধ করবেন? গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ করো। *(উচ্চতর দক্ষতামূলক)* [*অনুরূপ: সি.বো.'২৫,'১৬; ঢা.বো.'২৪,'২২; চ.বো.'২৩,'২১,'১৫; ব.বো.'২৩,'২১; রা.বো.'২২,'২১,'১৭; য.বো.'২২,'২১; ম.বো.'২২; সম্মিলিত বো.'১৮; দি.বো.'১৬*]

(vi) A ও B উভয় স্থান যথাক্রমে একটি বদ্ধ ঘরের ভিতরের ও বাহিরের অবস্থা নির্দেশ করলে ঘরের জানালা খুললে জলীয় বাষ্পের কোন দিকে প্রবাহিত হবে গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ করো। *(উচ্চতর দক্ষতামূলক)* [*অনুরূপ: চ.বো.'২৪; দি.বো.'২১; সি.বো.'১৭*]

(vii) উদ্দীপকের A স্থানটি সংকটাপন্ন হবে কি? *(উচ্চতর দক্ষতামূলক)* [*অনুরূপ: কু.বো.'২১*]

(viii) উদ্দীপকের B স্থানটিতে বৃষ্টি হওয়ার সম্ভাবনা আছে কি? গাণিতিক বিশ্লেষণসহ মতামত দাও। *(উচ্চতর দক্ষতামূলক)* [*অনুরূপ: দি.বো.'২৪,'১৯; ঢা.বো.'২৩*]

(ix) তাপমাত্রা পরিবর্তনের ফলে A স্থানের আবদ্ধ বায়ুর শিশিরাঙ্কের কোনো পরিবর্তন হবে কিনা– গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণসহ মতামত দাও। *(উচ্চতর দক্ষতামূলক)* [*অনুরূপ: য.বো.'২৩; সি.বো.'২৩; ব.বো.'২২; ঢা.বো.'১৭*]

উত্তর

i আমরা জানি,

$$\theta = \theta_1 - G(\theta_1 - \theta_2)$$
$$= 28.6 - 1.664(28.6 - 20)$$
$$= 14.29\ ^\circ C$$

এখানে,
A স্থানে শুষ্ক বাল্বের তাপমাত্রা, $\theta_1 = 28.6\ ^\circ C$
গ্রেইসারে উৎপাদক, $G = 1.664$
সিক্ত বাল্বের তাপমাত্রা, $\theta_2 = 20\ ^\circ C$
শিশিরাঙ্ক, $\theta = ?$

সুতরাং, A ঐ দিনে শিশিরাঙ্ক 14.29 °C। [Ans.]

ii আমরা জানি,

$$\theta = \theta_1 - G(\theta_1 - \theta_2)$$
$$\Rightarrow 15.44 = 32.5 - 1.625(32.5 - \theta_2)$$
$$\Rightarrow 1.625(32.5 - \theta_2) = 32.5 - 15.44$$
$$\therefore \theta_2 = 22°C$$

এখানে,
B স্থানে শুষ্ক বাল্বের তাপমাত্রা, $\theta_1 = 32.5°C$
শিশিরাঙ্ক, $\theta = 15.44°C$
গ্রেইসারে উৎপাদক, $G = 1.625$
সিক্ত বাল্বের তাপমাত্রা, $\theta_2 = ?$

সুতরাং, B স্থানে আদ্রতামাপক যন্ত্রের সিক্ত বাল্বের পাঠ 22°C। [Ans.]

iii **A স্থানের আপেক্ষিক আর্দ্রতা নির্ণয়:**

A স্থানে (30 – 28)°C বা 2°C এর জলীয় বাষ্পের চাপের পার্থক্য $= (31.83 - 28.35)$ mmHg
$= 3.48$ mmHg

$\therefore$ 1°C এর জন্য জলীয় বাষ্পের চাপের পার্থক্য $= \dfrac{3.48}{2}$
$= 1.74$ mmHg

$\therefore$ (28.6 – 28)°C বা 0.6°C এর জন্য জলীয় বাষ্পের চাপের পার্থক্য $= 1.74 \times 0.6$
$= 1.044$ mmHg

$\therefore$ 28.6°C-এ সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্পের চাপ, $F_A = (28.35 + 1.044)$ mmHg
$= 29.394$ mmHg

CS CamScanner

আবার A স্থানে,

$(16-14)^\circ C$ বা $2^\circ C$ এর জন্য জলীয় বাষ্পের চাপের পার্থক্য $= (13.63 - 11.99)$

$= 1.64 \text{ mmHg}$

$\therefore$ $(14.29 - 14)^\circ C$ বা $0.29^\circ C$ এর জন্য জলীয় বাষ্পের চাপের পার্থক্য $= \frac{1.64 \times 0.29}{2}$

$= 0.238 \text{ mmHg}$

$\therefore$ $14.29^\circ C$-এ সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্পের চাপ, $f_A = (11.99 + 0.238) \text{ mmHg}$

$= 12.228 \text{ mmHg}$

$\therefore$ A স্থানে আপেক্ষিক আর্দ্রতা, $R_A = \frac{f_A}{F_A} \times 100\%$

$= \frac{12.228}{29.394} \times 100\%$

$= 41.66\%$

সুতরাং, A স্থানে আপেক্ষিক আর্দ্রতা 41.66% ।

B স্থানের আপেক্ষিক আর্দ্রতা নির্ণয়:

B স্থানে $(34 - 32)^\circ C$ বা $2^\circ C$ এর জন্য জলীয় বাষ্প চাপের পার্থক্য $= (39.9 - 35.66) \text{ mmHg}$.

$(32.5 - 32)^\circ C$ বা $0.5^\circ C$ এর জন্য সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্পের চাপের পার্থক্য $= \frac{(39.90 - 35.66) \times 0.5}{2}$

$= 1.06 \text{ mmHg}$

সুতরাং, $32.5^\circ C$ অর্থাৎ বায়ুর তাপমাত্রায় সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্পের চাপ, $F_B = (35.66 + 1.06)$

$= 36.72 \text{ mmHg}$

আবার B স্থানে,

$(16 - 14)^\circ C$ বা $2^\circ C$ এর জন্য জলীয় বাষ্পের চাপের পার্থক্য $= (13.63 - 11.99)$

$= 1.64 \text{ mmHg}$

$(15.44 - 14)^\circ C$ বা $1.44^\circ C$-এর জন্য সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্পের চাপের পার্থক্য $= \frac{1.64 \times 1.44}{2}$

$= 1.18 \text{ mmHg}$

সুতরাং, $15.44^\circ C$ তাপমাত্রায় অর্থাৎ শিশিরাঙ্কের সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্পের চাপ, $f_B = (11.99 + 1.18) \text{ mmHg}$

$= 13.17 \text{ mmHg}$

$\therefore$ B স্থানের আপেক্ষিক আর্দ্রতা $= \frac{f_B}{F_B} \times 100\%$

$= \frac{13.17}{36.72} \times 100\%$

$= 35.87\%$

সুতরাং, B স্থানের আপেক্ষিক আর্দ্রতা 35.87% । [Ans.]

iv (iii) নং হতে পাই, B স্থানে $15.44^\circ C$ অর্থাৎ শিশিরাঙ্কে সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্পের চাপ $= 13.17 \text{ mmHg}$

ধরি, শিশিরাঙ্কে সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্পের ভর $= (k \times 13.17)$ [যেখানে k = সমানুপাতিক ধ্রুবক]

এবং $14^\circ C$ তাপমাত্রায় সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্পের ভর $= k \times 11.99$

$\therefore$ ঘনীভূত জলীয় বাষ্পের শতকরা পরিমাণ $= \frac{(13.17 - 11.99)k}{13.17k} 100\%$

$= 8.96\%$

সুতরাং, ঘনীভূত জলীয় বাষ্পের শতকরা পরিমাণ 8.96% । [Ans.]

v (iii) নং হতে পাই,

A স্থানে আপেক্ষিক আর্দ্রতা, $R_A = 41.6\%$

B স্থানে আপেক্ষিক আর্দ্রতা, $R_B = 35.87\%$

$\because R_B < R_A$

অতএব, B স্থানে আপেক্ষিক আর্দ্রতা কম।

আমরা জানি, কোনো স্থানের আপেক্ষিক আর্দ্রতা সাধারণ 60% এর উপরে 50% কম হলে অস্বস্তিবোধ হয়। যদিও A ও B উভয় স্থানের আপেক্ষিক আর্দ্রতা স্বস্তির সীমার নিচে কিন্তু B স্থানের আপেক্ষিক আর্দ্রতা A স্থানের চেয়েও কম হওয়ায় B স্থানেই কোনো ব্যক্তি অধিক অস্বস্তিবোধ করবেন।

সুতরাং, **A স্থানে অধিক স্বস্তিবোধ করবেন।**

দৃষ্টি আকর্ষণ

অনেক সময় HSC পরীক্ষার বোর্ড প্রশ্নে দু'টি স্থানের মধ্যে কোন স্থানটিতে ভিজা কাপড়/গায়ের ঘাম দ্রুত শুকাবে তা নির্ণয় করতে হতে পারে। এক্ষেত্রে সঠিক উত্তর হচ্ছে, **যে স্থানের আপেক্ষিক আর্দ্রতা তুলনামূলকভাবে কম সে স্থানে ভিজা কাপড়/গায়ের ঘাম দ্রুত শুকাবে।**

vi (iii) নং হতে পাই, A স্থানে উপস্থিত জলীয় বাষ্পের চাপ (শিশিরাঙ্কে সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্পের চাপ), $f_A = 12.228\text{mmHg}$

এবং B স্থানে উপস্থিত জলীয় বাষ্পের চাপ (শিশিরাঙ্কে সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্পের চাপ), $f_B = 13.17$ mmHg

এখানে, $f_A < f_B$

যেকোনো গ্যাসীয় পদার্থ সবসময় উচ্চচাপ এলাকা থেকে নিম্নচাপ এলাকার দিকে চলাচল করে। উদ্দীপকের A ও B স্থানদ্বয় কোনো বদ্ধ ঘরের যথাক্রমে ভিতরের ও বাইরের অবস্থা নির্দেশ করলে ঘরের বাইরের জলীয় বাষ্পের অবস্থা ভিতরের জলীয় বাষ্পের চাপের চেয়ে বেশি।

সুতরাং, **ঘরের জানালা খুলে দিলে জলীয় বাষ্প ঘরের বাহিরে থেকে ঘরের ভিতরের দিকে চলাচল করবে।**

vii উদ্দীপক মতে A স্থানের আপেক্ষিক আর্দ্রতা 45% এর কম হলে স্থানটি সংকটাপন্ন হবে।

(iii) নং হতে পাই, A স্থানের আপেক্ষিক আর্দ্রতা $41.67\% < 45\%$।

সুতরাং, **A স্থানটি সংকটাপন্ন হবে।**

viii উদ্দীপক মতে B স্থানের আপেক্ষিক আর্দ্রতা 60% এর বেশি হলে বৃষ্টি হওয়ার সম্ভাবনা আছে।

(iii) নং হতে পাই, B স্থানের আপেক্ষিক আদ্রতা 35.87%।

সুতরাং, **B স্থানটিতে বৃষ্টি হওয়ার সম্ভাবনা নেই।**

ix যে তাপমাত্রায় কোনো স্থানের বায়ু উপস্থিত জলীয় বাষ্পের দ্বারা সম্পৃক্ত হয়ে শিশির জমতে শুরু করে তাকে শিশিরাঙ্ক বলে। শিশিরাঙ্ক বায়ুতে উপস্থিত জলীয় বাষ্পের পরিমাণের উপর নির্ভর করে। তাপমাত্রা কমতে কমতে শিশিরাঙ্কে যাওয়া পর্যন্ত যদি জলীয় বাষ্পের পরিমাণের কোনো পরিবর্তন না হয় তবে শিশিরাঙ্কে কোনো পরিবর্তন হবে না। এক্ষেত্রে A স্থানের বায়ুর তাপমাত্রা 28.6°C থেকে কমতে থাকবে। এক পর্যায়ে বায়ু এর মধ্যে উপস্থিত জলীয় বাষ্পের ধারণক্ষমতা হ্রাস পেতে থাকবে। এক পর্যায়ে বায়ু এর মধ্যে উপস্থিত জলীয় দ্বারা সম্পৃক্ত হয়ে যাবে। এই নির্দিষ্ট তাপমাত্রাই হলো শিশিরাঙ্ক। কিন্তু বায়ুর তাপমাত্রা কমায় ঐ স্থানের জলীয়বাষ্পের পরিমাপের কোনো পরিবর্তন হয়নি।

সুতরাং, **A স্থানের আবদ্ধ বায়ুর শিশিরাঙ্কের কোনো পরিবর্তন হবে না।**

Good Luck

Note:

CS CamScanner

TRSP™

ংলাদেশে বিজ্ঞানভিত্তিক প্রকাশনায় পথপ্রদর্শক –

he Royal
cientific Publications

orld Class Publications in Bangladesh

একটি বিজ্ঞানমনস্ক জাতি গঠনে আমাদের নিরন্তর পথচলা . . .

বিজ্ঞানভিত্তিক বই ও সাময়িকীর মাধ্যমে বিজ্ঞানকে সহজভাবে বাংলাভাষীদের মাঝে তুলে ধরতে আমরা কাজ করে যাচ্ছি দীর্ঘ ৩২ বছর ধরে।

Our Projects

Scientific Study Series
Science Dictionary
Science Magazine
Medical Science Books
Engineering and Medical Admission Books
Illustrative Kids Books
Academic Books

সুউচ্চ পর্বত থেকে শুরু করে সুবিশাল সমুদ্র; আমাদের শ্বাস-প্রশ্বাসে গ্রহণ করা বাতাস থেকে শুরু করে যেসব খাবার আমরা গ্রহণ করি সবকিছুই মাত্র ১১৮টি মৌলিক পদার্থ দিয়ে তৈরি।

THE ELEMENTS

১১৮ টি মৌলিক পদার্থের সচিত্র বিবরণ

তাই পৃথিবীকে জানতে হলে, বিজ্ঞানকে বুঝতে হলে তোমাদের অবশ্যই এই মৌলিক পদার্থগুলো সম্পর্কে স্পষ্ট ধারণা থাকতে হবে। এই মৌলিক পদার্থগুলোর সাথে তোমাদের পরিচয় করিয়ে দিতে আমার এই ক্ষুদ্র প্রয়াস।

A Complete Handbook of
THE ELEMENTS
The Royal Scientific Publications
Be
Beryllium
B

প্রতিটি মৌলিক পদার্থের-

- ☐ ছবি (রঙিন)
- ☐ বাস্তব জীবনে ব্যবহার
- ☐ ডায়াগ্রাম সহ ইলেকট্রন বিন্যাস
- ☐ গুরুত্বপূর্ণ তথ্য ও বৈশিষ্ট্য

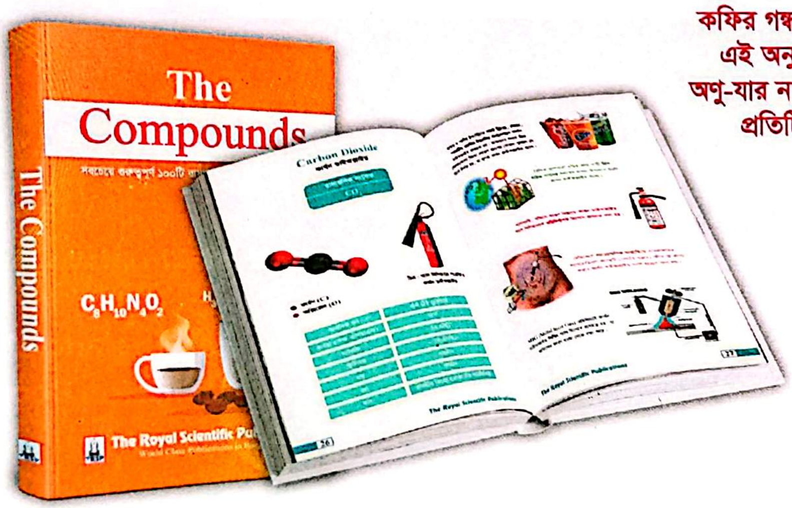
বইটির কিছু অংশ পড়ে দেখতে বা অর্ডার করতে - QR কোড স্ক্যান করো

তোমার হাতের বইটি যে সাদা কাগজে ছাপানো, সে সাদা কাগজও ক্যালসিয়াম (Ca), কার্বন (C), হাইড্রোজেন (H) ও অক্সিজেন (O) সহ হাতেগোনা কয়েকটি মৌলিক পদার্থ দ্বারা তৈরি। শুধু তাই নয় পৃথিবীর সবকিছুই এই মৌলিক পদার্থগুলো দিয়ে সৃষ্টি।

THE COMPOUNDS

সবচেয়ে গুরুত্বপূর্ণ ১০০টি রাসায়নিক যৌগের সচিত্র বিবরণ

মনে করো, ভোরবেলা এক কাপ কফি হাতে বসে আছো পড়ার টেবিলে। কফির গন্ধ তোমার মনকে সতেজ করে দেয়। কিন্তু কখনো কি ভেবেছো, এই অনুভূতির পেছনে কাজ করছে একটি অদৃশ্য শক্তি? একটি ছোট্ট অণু-যার নাম ক্যাফেইন। এমন হাজারো যৌগ রয়েছে আমাদের চারপাশে, প্রতিটি নিজের মতো করে জীবনকে গড়ে তোলে, চালনা করে।


The Compounds
The Compounds
C8H10N4O2
The Royal Scientific Publications
Carbon Dioxide

প্রতিটি যৌগের-

- ☐ রাসায়নিক সংকেত
- ☐ গাঠনিক সংকেত
- ☐ গুরুত্বপূর্ণ তথ্য ও বৈশিষ্ট্য
- ☐ বাস্তব জীবনে ব্যবহার

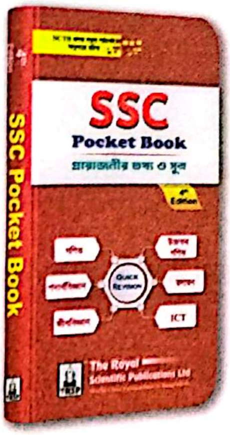
বইটির কিছু অংশ পড়ে দেখতে বা অর্ডার করতে - QR কোড স্ক্যান করো

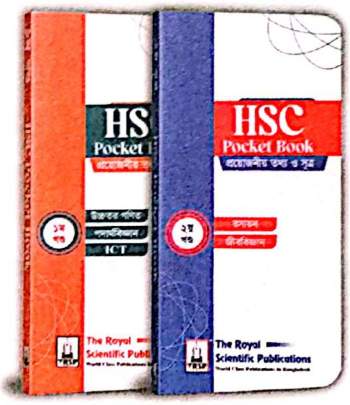
The Compounds বইটি এমন ১০০টি গুরুত্বপূর্ণ রাসায়নিক যৌগের গল্প বলার চেষ্টা করেছে, যেগুলো আমাদের জীবনের সঙ্গে সরাসরি সম্পর্কিত। এই বইয়ে প্রতিটি যৌগের গঠন, বৈশিষ্ট্য, ব্যবহার এবং বাস্তব জীবনে তার গুরুত্বকে সহজ ও প্রাঞ্জল ভাষায় উপস্থাপন করা হয়েছে।

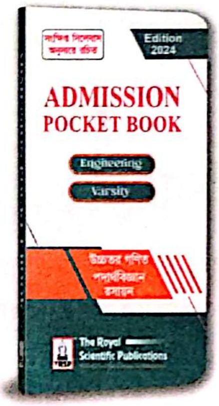
TRSP™
The Royal Scientific Publications
World Class Publications in Bangladesh

To Know More

ocket Book Series


SSC
Pocket Book
প্রয়োজনীয় তথ্য ও সূত্র
SSC Pocket Book
QUICK REVISION
ICT
The Royal Scientific Publications Ltd


HSC
Pocket Book
প্রয়োজনীয় তথ্য ও সূত্র
ICT
রসায়ন
জীববিজ্ঞান
The Royal Scientific Publications


Edition 2024
ADMISSION
POCKET BOOK
Engineering
Varsity
উচ্চতর গণিত
পদার্থবিজ্ঞান
রসায়ন
The Royal Scientific Publications

Edition 2024
ADMISSION
POCKET BOOK
Medical
১ম খণ্ড
জীববিজ্ঞান
২য় খণ্ড
পদার্থবিজ্ঞান
রসায়ন
The Royal Scientific Publications

- **SSC Pocket Book**
- **HSC Pocket Book**
- **Admission Pocket Book Engineering & Varsity**
- **Admission Pocket Book Medical**

বইয়ের রেফারেন্সসহ অধ্যায়ভিত্তিক ধারাবাহিকভাবে সাজানো প্রয়োজনীয় সূত্র ও তথ্যগুলো আত্মস্থ করতে পকেট বই তোমাকে ভালো বন্ধুর পরিচয় দিবে।

athematical Series

HSC & Admission
গাণিতিক
রসায়ন
দ্বিতীয় পত্র
গাণিতিক
পদার্থবিজ্ঞান
দ্বিতীয় পত্র
6th Edition
Level: SSC
গাণিতিক
পদার্থবিজ্ঞান ও রসায়ন
Concept-wise illustrative solutions
গাণিতিক
পদার্থবিজ্ঞান
প্রথম পত্র
গাণিতিক
রসায়ন
প্রথম পত্র
The Royal Scientific Publications

- গাণিতিক পদার্থবিজ্ঞান ও রসায়ন
- গাণিতিক পদার্থবিজ্ঞান ১ম পত্র
- গাণিতিক পদার্থবিজ্ঞান ২য় পত্র
- গাণিতিক রসায়ন ১ম পত্র
- গাণিতিক রসায়ন ২য় পত্র

টি অধ্যায়ের সবগুলো Topic কে বিভিন্ন Concept এ ভাগ করে সেগুলোকে প্রয়োজনীয় Illustrations, সূত্র, সমাধানের নিয়ম এবং সাবধানতাসহ উপস্থাপন করে গাণিতিক সমস্যাবলিকে Concept অনুসারে সাজানো হয়েছে।

ার কাঙ্ক্ষিত বিশ্ববিদ্যালয়ের বিগত বছরের ভর্তি পরীক্ষার প্রশ্নগুলোর বিস্তারিত ও নির্ভুল সমাধান দেয়া হয়েছে যেন বইটি পড়লেই তোমার ভর্তি প্রস্তুতি অনেকখানি গুছিয়ে আসে।

মাধ্যমিকে পদার্থবিজ্ঞান ও রসায়নের জন্য NCTB অনুমোদিত প্রসিদ্ধ পাঠ্যবইসমূহের প্রতিটি গাণিতিক সমস্যার বিস্তারিত ও নির্ভুল সমাধান করা হয়েছে।

The Royal Scientific Publications
World Class Publications in Bangladesh
To Know More

SSC Helping Book

রসায়ন
উচ্চতর গণিত
তথ্য ও যোগাযোগ প্রযুক্তি
গণিত
জীববিজ্ঞান
পদার্থবিজ্ঞান
SSC-2027
SSC 2026
রসায়ন
গণিত
পদার্থবিজ্ঞান

তোমাদের নবম-দশম ও এসএসসি প্রস্তুতি সহজ এবং কাঙ্ক্ষিত সাফল্য এনে দিতে শুরু থেকেই থাকছে সহজ, সরল এবং বিশ্লেষণধর্মী আকারে রচিত মাধ্যমিক সহায়ক সিরিজ।

যেখানে রয়েছে:

- বিগত বছরগুলোর বোর্ড প্রশ্নাবলির অধ্যায়ভিত্তিক সমাধান।
- প্রতিটি প্রশ্নের **Reference** সহ সহজ-সরল যৌক্তিক ব্যাখ্যা।
- দেশসেরা স্কুলসমূহের প্রশ্নপত্রের প্রাঞ্জল উত্তর।
- দুর্বোধ্য ও জটিল তথ্যসমূহ সহজে মনে রাখার **Short Technique.**

SSC Made Easy

তথ্য ও যোগাযোগ প্রযুক্তি
রসায়ন
ENGLISH
বাংলাদেশ ও বিশ্বপরিচয়
উচ্চতর গণিত
পদার্থবিজ্ঞান
গণিত
বাংলা
বাংলা
জীববিজ্ঞান
ENGLISH
SSC Made Easy

নবম-দশম ও এসএসসি পরীক্ষায় তোমাদের সর্বোচ্চ প্রস্তুতি নিশ্চিত করার লক্ষ্যে রয়েছে বিগত ৯ বছরের সকল বোর্ডের প্রশ্নপত্রের অধ্যায়ভিত্তিক সমাধানসহ **SSC Made Easy Series.** যেখান থেকে তোমরা প্রশ্নপত্রের ধরন, প্যাটার্ন এবং বিগত বছরের প্রশ্ন যাচাই-বাছাই ও অনুশীলনের মাধ্যমে পরীক্ষা বিষয়ক দক্ষতা অর্জন এবং পরীক্ষা সম্পর্কিত সকল প্রকার ভয়ভীতি দূর করতে পারবে।

SSC Quick Preparation

ENGLISH
ENGLISH
জীববিজ্ঞান
উচ্চতর গণিত
রসায়ন
পদার্থবিজ্ঞান
গণিত
বাংলা প্রথম পত্র
বাংলা দ্বিতীয় পত্র
বাংলাদেশ ও বিশ্বপরিচয়
তথ্য ও যোগাযোগ প্রযুক্তি
QUICK PREPARATION SERIES
SSC 2025

একদম শেষ সময়ে দিকভ্রান্ত না হয়ে স্বল্প সময়ে গোছানো ও পূর্ণাঙ্গ প্রস্তুতি নিতে তোমাদের জন্য রয়েছে

SSC Quick Preparation Series.

যেখানে রয়েছে–

Comprehensive Questions: বিগত বছরের প্রশ্নগুলো Analysis করে তৈরি করা প্রতিটি অধ্যায়ের ২/৩ টি CQ যা অনুশীলনের মাধ্যমে পুরো অধ্যায়ের প্রস্তুতি সম্ভব।

Crash Course: প্রতিটি অধ্যায়ের MCQ এর জন্য গুরুত্বপূর্ণ সকল তথ্য নিয়ে Crash Course.

Chapter Analysis: HSC পরীক্ষার জন্য অধ্যায়ের কোন টপিকগুলো গুরুত্বপূর্ণ তার চুলচেরা বিশ্লেষণ।

Board Analysis: বোর্ডে কোন কোন অধ্যায় বেশি গুরুত্বপূর্ণ বোঝার জন্য Board Analysis.

CS CamScanner

HSC Helping Book

তোমাদের একাদশ-দ্বাদশ ও এইচএসসি প্রস্তুতি সহজ এবং কাঙ্ক্ষিত সাফল্য এনে দিতে শুরু থেকেই থাকছে সহজ, সরল এবং বিশ্লেষণধর্মী আকারে রচিত উচ্চ মাধ্যমিক সহায়ক সিরিজ।

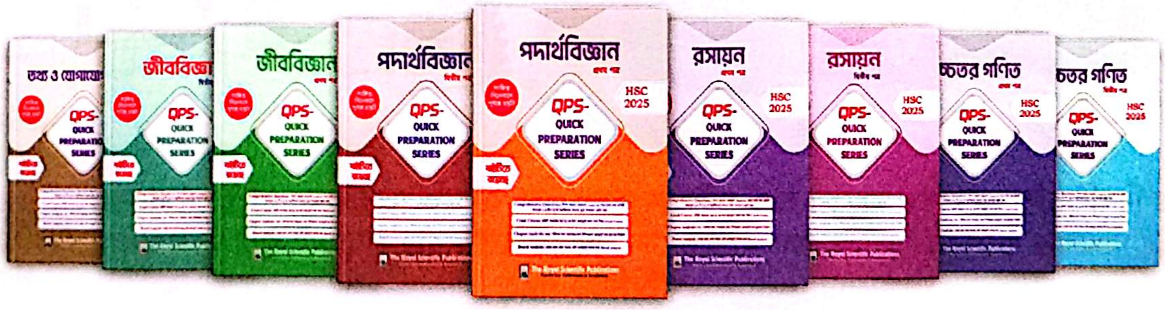
যেখানে রয়েছে:

- বিগত বছরগুলোর বোর্ড প্রশ্নাবলির অধ্যায়ভিত্তিক সমাধান।
- প্রতিটি প্রশ্নের **Reference** সহ সহজ-সরল যৌক্তিক ব্যাখ্যা।
- দেশসেরা কলেজসমূহের প্রশ্নপত্রের প্রাঞ্জল উত্তর।
- দুর্বোধ্য ও জটিল তথ্যসমূহ সহজে মনে রাখার **Short Technique.**

HSC Made Easy

একাদশ-দ্বাদশ ও এইচএসসি পরীক্ষায় তোমাদের সর্বোচ্চ প্রস্তুতি নিশ্চিত করার লক্ষ্যে রয়েছে বিগত ৭ বছরের সকল বোর্ডের প্রশ্নপত্রের অধ্যায়ভিত্তিক সমাধানসহ **HSC Made Easy Series.** যেখান থেকে তোমরা প্রশ্নপত্রের ধরন, প্যাটার্ন এবং বিগত বছরের প্রশ্ন যাচাই-বাছাই ও অনুশীলনের মাধ্যমে পরীক্ষা বিষয়ক দক্ষতা অর্জন এবং পরীক্ষা সম্পর্কিত সকল প্রকার ভয়ভীতি দূর করতে পারবে।

HSC Quick Preparation



একদম শেষ সময়ে দিকভ্রান্ত না হয়ে স্বল্প সময়ে গোছানো ও পূর্ণাঙ্গ প্রস্তুতি নিতে তোমাদের জন্য রয়েছে
HSC Quick Preparation Series.

যেখানে রয়েছে—

Comprehensive Questions: বিগত বছরের প্রশ্নগুলো Analysis করে তৈরি করা প্রতিটি অধ্যায়ের ২/৩ টি CQ যা অনুশীলনের মাধ্যমে পুরো অধ্যায়ের প্রস্তুতি সম্ভব।

Crash Course: প্রতিটি অধ্যায়ের MCQ এর জন্য গুরুত্বপূর্ণ সকল তথ্য নিয়ে Crash Course.

Chapter Analysis: HSC পরীক্ষার জন্য অধ্যায়ের কোন টপিকগুলো গুরুত্বপূর্ণ তার চুলচেরা বিশ্লেষণ।

Board Analysis: বোর্ডে কোন কোন অধ্যায় বেশি গুরুত্বপূর্ণ বোঝার জন্য Board Analysis.

CS CamScanner

ভর্তি প্রস্তুতির সেরা কিছু বই

- Admission Compass (Engineering & Varsity)
- Medical Admission Series
- Analytical Question Bank Series
- Model Test Series

তোমার কাঙ্খিত বিশ্ববিদ্যালয়ের বিগত বছরের ভর্তি পরীক্ষায় আসা এবং আসতে পারে এমন গুরুত্বপূর্ণ প্রশ্নসমূহ Chapterwise ও Topicwise বিস্তারিত ও নির্ভুল সমাধান দেয়া হয়েছে যেন এই বইগুলো পড়ার মাধ্যমেই তুমি ভর্তি পরীক্ষার পূর্ণাঙ্গ ও গোছানো প্রস্তুতি নিতে পারো।

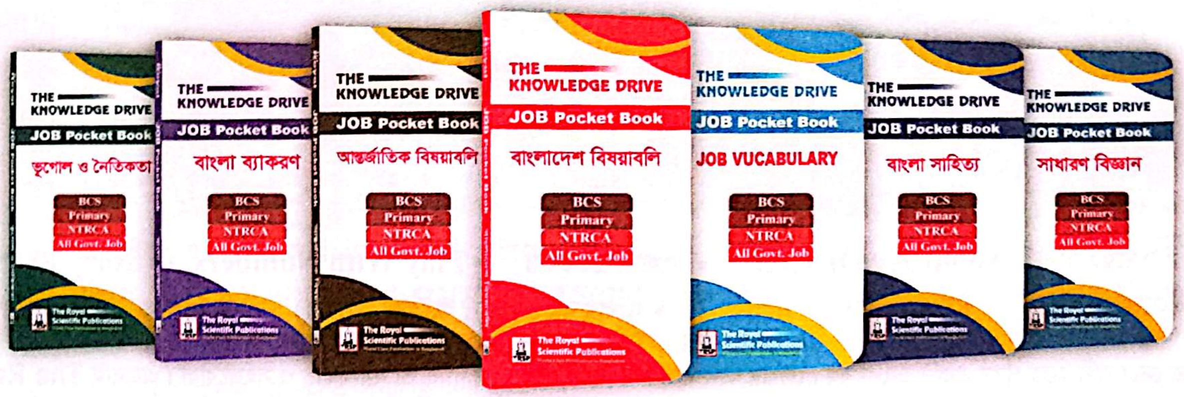
প্রতিটি প্রশ্নোত্তরে ভর্তি পরীক্ষার জন্য প্রয়োজনীয় তথ্য, বিশ্লেষণ, Shortcut Tips সহ ব্যাখ্যা দেয়া হয়েছে। এছাড়াও পাঠ্যবইয়ের সকল কনসেপ্টকে Cover করে আলোচনার ধারাবাহিকতা অনুসারে প্রশ্নসমূহ সাজানো হয়েছে। তাই ভর্তি পরীক্ষায় যেমনই প্রশ্ন আসুক না কেন এই বই থেকে Directly বা Indirectly তুমি প্রায় সবকটি প্রশ্নই কমন পাবে।

TRSP™
The Royal Scientific Publications
World Class Publications in Bangladesh

To Know More

CamScanner

JOB Pocket Book


THE KNOWLEDGE DRIVE
JOB Pocket Book
ভূগোল ও নৈতিকতা
বাংলা ব্যাকরণ
আন্তর্জাতিক বিষয়াবলি
বাংলাদেশ বিষয়াবলি
JOB VUCABULARY
বাংলা সাহিত্য
সাধারণ বিজ্ঞান
BCS
Primary
NTRCA
All Govt. Job
The Royal Scientific Publications

আসন্ন ৪৭তম বিসিএস প্রিলিমিনারির সেরা প্রস্তুতির জন্য আজই সংগ্রহ করুন জব পকেট বুক সিরিজ!

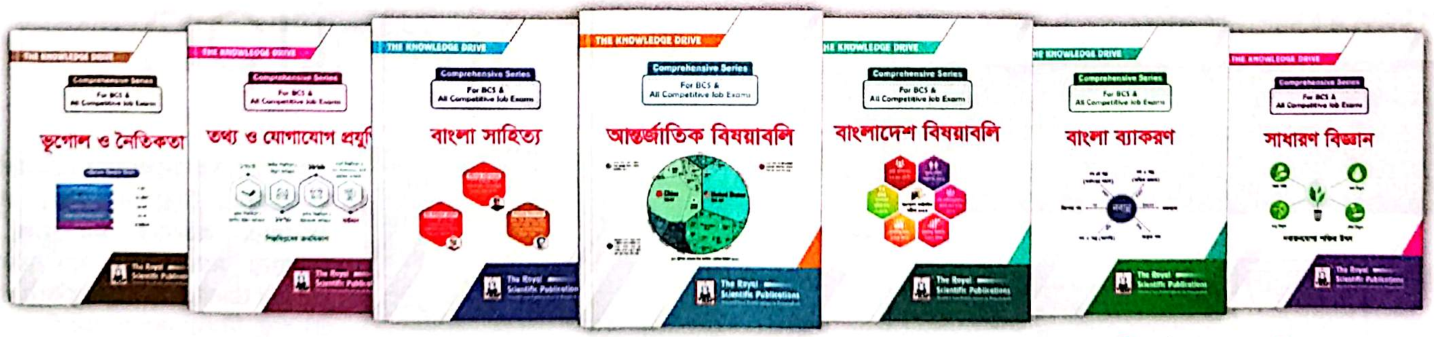
জব পকেট বুক সিরিজটি-

- সবচেয়ে গুরুত্বপূর্ণ তথ্য দিয়ে ধারাবাহিকভাবে সাজানো।
- শেষ মুহূর্তের রিভিশনের জন্য বেশি গুরুত্বপূর্ণ তথ্যগুলো কালার করে দেওয়া আছে।
- পকেট সাইজের এই বইগুলো সহজেই সবসময় সাথে রেখে শেষ মুহূর্তে প্রস্তুতিকে ঝালাই করে নিতে পারবেন।

BCS & JOB Comprehensive Series

বিসিএসসহ সকল প্রতিযোগিতামূলক চাকরির পরীক্ষার পূর্ণাঙ্গ ও প্রশ্নোত্তর ভিত্তিক প্রস্তুতির জন্য...

THE KNOWLEDGE DRIVE
BCS Quesion Bank
Powerplay
৪৭ তম বিসিএস মডেল টেস্ট
স্পেশাল বিসিএস প্রশ্নব্যাংক
The Royal Scientific Publications


THE KNOWLEDGE DRIVE
Comprehensive Series
For BCS & All Competitive Job Exams
ভূগোল ও নৈতিকতা
তথ্য ও যোগাযোগ প্রযুক্তি
বাংলা সাহিত্য
আন্তর্জাতিক বিষয়াবলি
বাংলাদেশ বিষয়াবলি
বাংলা ব্যাকরণ
সাধারণ বিজ্ঞান
The Royal Scientific Publications

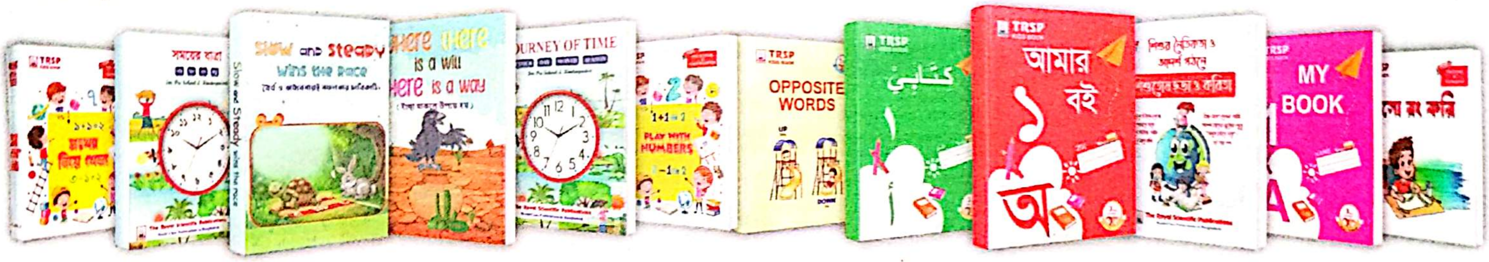
* শীঘ্রই প্রকাশিত হবে...

The Royal Scientific Publications
World Class Publications in Bangladesh

To Know More

CamScanner

TRSP KID'S BOOK SERIES



- সময়ের যাত্রা
- Journey Of Time
- সংখ্যা নিয়ে খেলা
- Play With Numbers
- Story Books
- এসো রং করি
- Opposite Words
- আমার বই (বাংলা, ইংরেজি, আরবি)
- শিশুতোষ ছড়া ও কবিতা

শিশুর বেড়ে ওঠার সেরা সঙ্গী হতে পারে একটি ভালো বই। শেখার আনন্দ তখনই দ্বিগুণ হয়ে যায়, যখন তা হয় মজার ও সহজবোধ্য। এজন্যই **The Royal Scientific Publications** নিয়ে এসেছে বিশেষভাবে তৈরি কিছু শিক্ষামূলক বই, যা শিশুর মানসিক ও নৈতিক বিকাশ ঘটানোর সাথে সাথে শেখার যাত্রাকেও করে তুলবে উপভোগ্য।

বিজ্ঞানের প্রতি তোমার আগ্রহ বাড়াবে যে বইগুলো

যেখানে কৌতুহল কোনো প্রতিবন্ধকতা মানে না;
যেখানে জ্ঞানের তৃষ্ণা সকল সীমানা অতিক্রম করে যায়;
যেখানে অনুসন্ধান ও আবিষ্কারের নেশায়
মহাবিশ্বের রহস্য উন্মোচিত হয়।

এই বইটিতে আমরা বিজ্ঞান ও বিজ্ঞানীদের সেই বিস্ময়কর জগতে বিচরণ করবো। শুধু বিজ্ঞানীদের জীবনী জেনেই ক্ষান্ত হবো না বরং তাদের বিস্ময়কর সব উদ্ভাবন আর মজাদার সব আবিষ্কার সম্পর্কে বিস্তারিত জানবো ।

আমরা জানতে চাইবো কিসের নেশায় তাঁরা বিজ্ঞানের জগতে ছুটে বেড়িয়েছেন? কীভাবে তাঁরা পৃথিবীর ভাগ্য পরিবর্তন করে দিলেন? কীভাবেই বা তাঁরা এই মহাবিশ্বকে আমাদের সামনে নতুনভাবে তুলে ধরলেন?

বইগুলোর কিছু অংশ
পড়ে দেখতে বা অর্ডার করতে -
QR কোড স্ক্যান করো

Magazine

তোমার চারপাশে ঘটে যাওয়া অজানা রহস্য উদঘাটনে.....

THE WHY? MAGAZINE

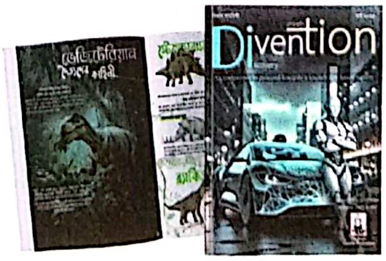
The Royal Scientific Publications প্রতি মাসে নিয়ে আসছে জ্ঞানের এক নতুন দিগন্ত, **The Why? Magazine,** যেখানে থাকছে বিশ্বরাজনীতি, বিজ্ঞান, ইতিহাস এবং মানবজীবনের বিভিন্ন প্রশ্নের উত্তর। দেশ-বিদেশের অসংখ্য জানা-অজানা তথ্য ও সাম্প্রতিক ঘটনার জ্ঞান নির্ভর বিশ্লেষণে সমৃদ্ধ এই ম্যাগাজিনটি আপনার জানার আগ্রহকে বাড়িয়ে দেবে কয়েকগুণ।

The Why? Magazine এর সর্বশেষ আপডেট পেতে যুক্ত হোন আমাদের ফেইসবুক পেইজে

অর্ডার করতে QR-কোডটি স্ক্যান করুন।

বিজ্ঞানভিত্তিক জাতি গঠনে আমাদের একটি প্রচেষ্টা

Divention
inven
scovery



বিজ্ঞানজগতের বহুবছরের অমিমাংসিত সব রহস্য উন্মোচন, নিত্য নতুন আবিষ্কার, মজাদার সব তথ্য ও তোমাদের মনের মধ্যে যত ভাবনা, মস্তিষ্কের আনাচে-কানাচে লুকিয়ে থাকা যত প্রশ্ন, কিংবা কল্পনা, সব নিয়ে প্রতি মাসেই থাকছে বিজ্ঞানভিত্তিক ম্যাগাজিন **"Divention"**

অর্ডার করতে স্ক্যান করো QR-কোডটি অথবা মেসেজ করতে পারো Divention ফেইসবুক পেইজে -
/diventionMagazine

The Royal Scientific Publications Ltd. এর হাত ধরে
প্রকাশনা জগতে নতুন বিপ্লবের সূচনা

জন্মলগ্ন থেকে **The Royal Scientific Publications Ltd.** দীর্ঘ ৩৪ বছর ধরে বাংলাদেশের প্রকাশনা জগতে গুণগত পরিবর্তনে কাজ করে আসছে। বাংলাদেশে **প্রথমবারের মতো The Royal Scientific Publications Ltd.** এর সহায়ক বইগুলোতেই **MCQ প্রশ্নোত্তরে বিশ্লেষণধর্মী ব্যাখ্যা সংযোজন** এবং **পাঠ্যবইয়ের রেফারেন্স** প্রদান শুরু হয়, যেনো শিক্ষার্থীরা কেবল MCQ মুখস্থ না করে বুঝতে শিখে।

সহায়ক বইয়ে **'সূক্ষ্ম সূচিপত্র'** সংযোজন, প্রতিটি অধ্যায়ের শুরুতে **Board Analysis, Concept Map ও Glossary** **প্রথমবারের মতো The Royal Scientific Publications Ltd.** এর বইগুলোতেই সংযোজন করা হয়, যেনো শিক্ষার্থীদের সামনে তার পাঠ্যবইকে গুছিয়ে উপস্থাপন করা যায়।

এছাড়াও আমাদের বইগুলোতেই **প্রথমবারের মতো** TRSP রিসার্চ টিম যুক্ত করেছে **Comprehensive Questions,** যেনো শিক্ষার্থীরা স্বল্পসময়ে নিজেদের প্রস্তুতি গুছিয়ে নিতে পারে; আবার Critical Thinking Ability ও প্রায়োগিক শিক্ষাকে অনুপ্রাণিত করতে আমরা যুক্ত করেছি **Brainstorming Questions** ও **Thinking Room**। আমাদের রিসার্চ টিম নিরলস পরিশ্রম করে যাচ্ছে নতুনত্ব ও সৃজনশীল সব উদ্যোগের মাধ্যমে শিক্ষার্থীদের মাঝে পড়ালেখাকে সহজবোধ্য করতে।

সাম্প্রতিক সময়ে আমরা অত্যন্ত আনন্দের সাথে লক্ষ্য করছি বাংলাদেশের অধিকাংশ স্বনামধন্য প্রকাশনা ও লেখকগণ তাদের বইয়ে আমাদের এই কল্যাণমুখী উদ্যোগগুলোকে যুক্ত করেছে। এতে বাংলাদেশের প্রকাশনা জগতে একটি আমূল পরিবর্তন এসেছে, শিক্ষার্থীরা উপকৃত হচ্ছে। আমাদের কাছে এ এক নতুন বিপ্লবের সূচনা। আমরা এর ধারাবাহিকতা প্রত্যাশা করি।

আমরা মনে করি, বই এর প্রকাশনা জগতে অন্ধ অনুকরণের অসুস্থ প্রতিযোগিতা বাদ দিয়ে, সৃষ্টিশীলতার একটি সুস্থ প্রতিযোগিতা বাংলাদেশের শিক্ষাঙ্গনকে আমূলভাবে বদলে দিতে পারে।

বিশেষ ২টি সতর্কবার্তা

TRSPRAC0625

- সম্প্রতি লক্ষ করা যাচ্ছে যে, **The Royal Scientific Publications Ltd.** এর সুনাম ব্যবহার করে কিছু অসাধু ব্যক্তি **Royal** নামে দেশের বিভিন্ন স্থানে কোচিং, ব্যাচ ইত্যাদি পরিচালনা করছে। এ সকল কোচিং/ব্যাচ এর সাথে **The Royal Scientific Publications Ltd.** এর কোনো প্রকার সম্পর্ক নেই। এসব প্রতারক হতে সাবধান থাকুন।
- এছাড়াও **The Royal Scientific Publications Ltd.** কর্তৃক প্রকাশিত বই এর **Content Copy** করে কতিপয় ব্যক্তি/প্রতিষ্ঠান নিজেদের নামে বই, লেকচার শিট ইত্যাদি আকারে প্রকাশ করছে, যা কপিরাইট আইন, ২০০০ অনুযায়ী দন্ডনীয় অপরাধ এবং তা কর্তৃপক্ষের দৃষ্টিগোচর হলে কঠোর আইনি পদক্ষেপ নেওয়া হবে।

আমাদের শ্রেষ্ঠ অনুশীলনমূলক সহায়ক বইসমূহ

মাধ্যমিক শ্রেণি

আবশ্যিক বিষয়সমূহ

- বাংলা ১ম পত্র
- বাংলা ২য় পত্র
- English 1st Paper
- English 2nd Paper
- গণিত
- তথ্য ও যোগাযোগ প্রযুক্তি
- ইসলাম শিক্ষা
- গার্হস্থ্য বিজ্ঞান (ঐচ্ছিক)
- কৃষিশিক্ষা (ঐচ্ছিক)

বিজ্ঞান শাখা

- রসায়ন
- পদার্থবিজ্ঞান
- জীববিজ্ঞান
- উচ্চতর গণিত
- বাংলাদেশ ও বিশ্বপরিচয়
- গাণিতিক পদার্থবিজ্ঞান ও রসায়ন
- ব্যবহারিক (৪টি বিষয় একত্রে)
- Quick Preparation (SSC)
- Made Easy (SSC)
- SSC Pocket Book

উচ্চ মাধ্যমিক শ্রেণি

আবশ্যিক বিষয়সমূহ

- বাংলা ১ম পত্র
- বাংলা ২য় পত্র
- English 1st Paper
- English 2nd Paper
- তথ্য ও যোগাযোগ প্রযুক্তি

বিজ্ঞান শাখা

- রসায়ন (১ম ও ২য় পত্র)
- পদার্থবিজ্ঞান (১ম ও ২য় পত্র)
- জীববিজ্ঞান (১ম ও ২য় পত্র)
- উচ্চতর গণিত (১ম ও ২য় পত্র)
- ব্যবহারিক (৪টি বিষয় একত্রে)
- Quick Preparation (HSC)
- Made Easy (HSC)
- HSC Pocket Book

গাণিতিক সিরিজ

- গাণিতিক পদার্থবিজ্ঞান (১ম পত্র)
- গাণিতিক পদার্থবিজ্ঞান (২য় পত্র)
- গাণিতিক রসায়ন (১ম পত্র)
- গাণিতিক রসায়ন (২য় পত্র)

অন্যান্য সহায়ক বইসমূহ

Dictionary Series

- Dictionary of Chemistry
- Dictionary of Physics
- Dictionary of Biology
- Dictionary of Math
- Dictionary of English
- Dictionary of Bangla

Understanding Science Series

- The Elements
- The Compounds
- পর্যায় সারণি - রসায়নের প্রাণ
- জৈব রসায়ন
- ভেক্টর গুরু
- সমস্যা সমাধানে প্রোগ্রামিং - পাইথন
- রাসায়নিক বিক্রিয়া
- ম্যাট্রিক্স ও নির্ণায়ক
- জ্যামিতি গুরু
- চল তড়িৎ
- তরঙ্গ
- ক্যালকুলাসের আদ্যোপান্ত- ইন্টিগ্রেশন
- ক্যালকুলাসের আদ্যোপান্ত- ডিফারেন্সিয়েশন

Admission Series

- Medical & Dental Admission Guide
- Engineering & Varsity Admission Books
- BUET প্রশ্নব্যাংক
- BUET Model Test
- প্রকৌশল গুচ্ছ প্রশ্নব্যাংক
- ঢাকা বিশ্ববিদ্যালয় প্রশ্নব্যাংক
- DU Model Test
- GST প্রশ্নব্যাংক
- GST Model Test
- Admission Pocket Book
- MCQ Expert

BCS & JOB Series

- BCS Pocket Books
- BCS Concise Series
- BCS প্রশ্নব্যাংক
- BCS স্পেশাল সাপ্লিমেন্ট
- প্রাথমিক সহকারী শিক্ষক নিয়োগ সহায়িকা
- প্রাথমিক সহকারী শিক্ষক নিয়োগ স্পেশাল মডেল টেস্ট

TRSP EXAM LAB

টেস্ট পরীক্ষার পরে HSC পরীক্ষার প্রস্তুতিকে সুদৃঢ় করতে এবং লক্ষ লক্ষ শিক্ষার্থীর মাঝে নিজের প্রস্তুতিকে যাচাই করতে QR Code টি Scan করে রেজিস্ট্রেশন করো এখনি

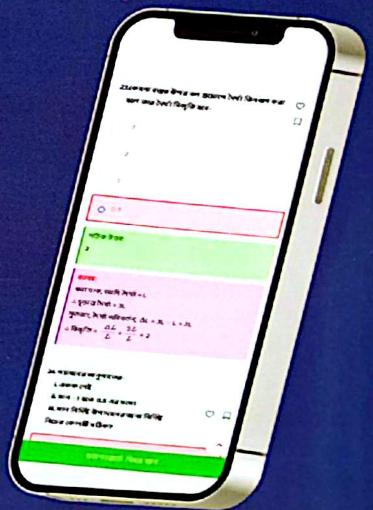
Live Leaderboard

Exam Analysis

Dynamic Exam Interface

Student Dashboard

Program Dashboard



Answer with Explanation

The Royal Scientific Publications Ltd.

World Class Publications in Bangladesh

www.rspbd.com https://trsp.link/fb support@trsp.email

TRSP এর যেকোনো বইয়ের কিছু অংশ পড়ে দেখতে এবং অর্ডার করতে ভিজিট করুন আমাদের অফিসিয়াল ওয়েবসাইট

SCAN ME